

Dinámica de sistemas acoplados

Pablo Chehade

pablo.chehade@ib.edu.ar

Redes Neuronales, Instituto Balseiro, CNEA-UNCuyo, Bariloche, Argentina, 2023

I. EJERCICIO 1

Se analizó la interacción entre dos neuronas HH idénticas conectadas simétricamente con interacciones sinápticas excitatorias. La dinámica de cada neurona se describe mediante el sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\begin{aligned} C \frac{dV}{dt} &= I_{ext} + I_{syn,pre} - g_{Na} m^3 h (V - V_{Na}) - g_K n^4 (V - V_K) - g_l (V - V_l) \\ \frac{dm}{dt} &= (m_\infty(V) - m) / \tau_m(V) \\ \frac{dh}{dt} &= (h_\infty(V) - h) / \tau_h(V) \\ \frac{dn}{dt} &= (n_\infty(V) - n) / \tau_n(V) \\ \frac{ds}{dt} &= (s_\infty(V_{pre}) - s) / \tau_s \end{aligned}$$

Donde:

$$\begin{aligned} x_\infty(V) &= a_x / (a_x + b_x) y \tau_x(V) = 1 / (a_x + b_x) \text{ para } x = m, h, n. \text{ Las funciones } a_x \text{ y } b_x \text{ se definen como:} \\ a_m &= 0,1(V+40) / (1 - e^{-(V+40)/10}), b_m = 4e^{-(V+65)/18} \\ a_h &= 0,07e^{-(V+65)/20}, b_h = 1 / (1 + e^{-(V+35)/10}) \\ a_n &= 0,01(V + 55) / (1 - e^{-(V+55)/10}), b_n = 0,125e^{-(V+65)/80}. \end{aligned}$$

Además:

$$s_\infty = 0,5(1 + \tanh(V/5)) y \tau_s = 3ms.$$

Los valores de potenciales de inversión y conductancias máximas son:

$$\begin{aligned} V_{Na} &= 50mV, V_K = -77mV, V_l = -54,4mV, g_{Na} = 120mS/cm^2, g_K = 36mS/cm^2, g_l = 0,3mS/cm^2. \text{ La capacitancia de membrana es } C = 1\mu F/cm^2 \text{ y la corriente externa, } I_{ext} = 10mA. \end{aligned}$$

La corriente $I_{syn,pre}$ se define como:

$$I_{syn,pre}(t) = -g_{syn} s(t)(V - V_{syn})$$

Esta corriente representa la influencia de la segunda neurona, denominada en este contexto como "neurona presináptica". Por su expresión, es claro que la amplitud de la interacción está determinada por el factor g_{syn} . Por otro lado, la interacción puede ser excitatoria o inhibitoria dependiendo del signo de la constante V_{syn} .

Como se mencionó anteriormente, las ecuaciones (REFERENCIA) describen una única neurona, con lo cual el sistema completo consta de 10 ecuaciones diferenciales acopladas.

Se empleó el método numérico Runge-Kutta 45 para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales acopladas. Se examinaron dos valores para V_{syn} : 0 mV y -80 mV. Las condiciones iniciales fueron un potencial de 0 mV para la

primera neurona y -50 mV para la segunda. Las variables restantes se establecieron según $x_\infty(V)$ para $x = m, h, n$ y s , evaluadas en los potenciales iniciales.

****Dinámica Temporal de las Neuronas:****

La figura (REF) ilustra los potenciales V_1 y V_2 de ambas neuronas a lo largo del tiempo con $g_{syn} = 1$. Se observan spikes periódicos en ambas neuronas, sugiriendo una interacción entre ellas. Estas señales presentan una periodicidad similar, indicando una sincronización. Además, las interacciones excitatorias muestran un comportamiento en fase, mientras que las inhibitorias se comportan en contrafase.

Al variar g_{syn} , se observan cambios en la dinámica neuronal. La figura (REF) muestra cómo los potenciales varían en el tiempo para diferentes valores de g_{syn} , destacando un cambio en la frecuencia de los spikes con este parámetro.

****Tasa de Disparo y Desfasaje:****

Se determinó numéricamente la tasa de disparo de las neuronas. Esta tasa se define como el número de spikes por unidad de tiempo. Luego, se calculó el desfasaje entre las neuronas, definido como la diferencia temporal entre los picos de ambos potenciales, normalizada por el período del sistema. Estos cálculos se realizaron en el estado estacionario, después de haber superado la fase transitoria. Todos estos resultados se presentan en la figura (REF).

En cuanto a la tasa de disparo, esta disminuye al aumentar g_{syn} . Aunque intuitivamente se esperaría un aumento en la tasa con una mayor interacción, esto no sucede. Una posible explicación es que la corriente de interacción no es constante como I_{ext} y solo actúa en momentos específicos.

En cuanto al desfasaje, con $g_{syn} = 0$, se observa un desfasaje distinto entre las neuronas, lo cual está ligado a la falta de interacción. Sin embargo, para $g_{syn} = 0$ el desfasaje parece ser independiente del parámetro, pero total

II. EJERCICIO 2