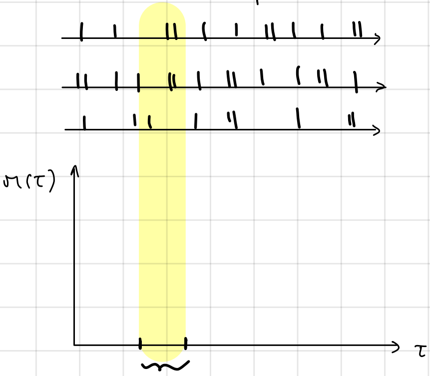
Tasa de disparo: rta promedio



promedio en una ventana temporal $\Rightarrow$ queremos que en este ancho haya un número grande de spikes

$$r(t) = \sum_{spikes} \delta(t - t_{spikes})$$

$$\downarrow$$

$$\underbrace{\sum_{spikes} g(t - t_{spike})}_{\text{suavizamos con un promedio}}$$

Queremos entender como modelar genéricamente la salida con la entrada. El modelo nos va a permitir predecir cuál es la salida tras una entrada diferente

$$\underbrace{r(t)}_{\text{funcional}} = F(\{S(t')\}) \qquad \underbrace{t > t'}_{\text{relación de causalidad.}}$$

funcional (función de una función) de la entrada

El estímulo no puede afectar a la salida antes de que ocurra

Los funcionales admiten una expansión de Volterra $\rightarrow$ equivalente a Taylor en funcionales

actividad espontánea (cuando no hay estímulos)

estímulo

$$r(t) = r_0 + \underbrace{\int_0^\infty d\tau\, D_1(\tau)\, S(t-\tau)}_{\text{eq al término lineal en taylor}} + \int_0^\infty d\tau_1\, d\tau_2\, D_2(\tau_1, \tau_2)\, S(t-\tau_1)\, S(t-\tau_2) + \dots$$

cte $\longrightarrow$ función

Supongamos que tenemos datos experimentales $\rightarrow$ ¿Cuáles son los parámetros de la red neuronal?

Queremos encontrar $D_1, D_2, \dots$

esto es muy complicado

$\Downarrow$

NOS QUEDAMOS SOLO CON EL TÉRMINO LINEAL

$D_1 \rightarrow$ Kernel lineal

Para encontrar los parámetros, definimos: $E = \int_0^T \Big[r_0 + \underbrace{\Big(\int_0^\infty d\tau\, D(\tau) S(t-\tau)\Big) - r(t)}_{\text{respuesta predicha por el modelo}} \Big]^2 dt$

E es siempre positiva. Queremos encontrar los parámetros $D(\tau)$ y r_0 tales que E sea mínima

$$\to \frac{\partial E}{\partial D} = 0 \quad \wedge \quad \frac{\partial E}{\partial r_0} = 0$$

duración experimento

$$\frac{\partial E}{\partial r_0} = \int_0^T 2\left[r_0 + \int_0^\infty d\tau\, D(\tau) S(t-\tau) - r(t)\right] dt = 0$$

$$\Rightarrow r_0 T = -\int_0^T \Big(\Big(\int_0^\infty d\tau\, D(\tau) S(t-\tau)\Big) - r(t)\Big) dt$$

$$\Rightarrow \boxed{r_0 = \frac{1}{T} \int_0^T dt \left[r(t) - \int_0^\infty d\tau\, D(\tau) S(t-\tau)\right]}$$

Consideramos: $\int_0^\infty s(t)\, dt = 0 \quad \to \quad r_0 = \frac{1}{T}\int_0^T dt\, r(t)$

¿Qué es una derivada funcional? → Derivada en cada pto que toma $D(\tau)$ → para eso se discretiza estos ptos en intervalos y luego se toma un límite

duración del exp: T

notación

$r(i\Delta t) \equiv r_i$

$D(k\Delta t) = D_k$

$S(i\Delta t - k\Delta t) = S_{i-k}$

$$\Rightarrow \int_0^\infty d\tau\, D(\tau) S(t-\tau) \longrightarrow \sum_{k=0}^{\infty} \Delta t\, D_k S_{i-k}$$

Del mismo modo: $E = \sum_{i=0}^{T/\Delta t} \Big[r_0 + \Big(\sum_{k=0}^{\infty} \Delta t\, D_k S_{i-k}\Big) - r_i \Big]^2 \Delta t$

sale de la derivada

$$\Rightarrow \underbrace{0 = \frac{\partial E}{\partial D_j}}_{\text{esto debe valer para todo } j} = \sum_{i=0}^{T/\Delta t} 2\Big[r_0 + \Big(\sum_{k=0}^{\infty} \Delta t\, D_k S_{i-k}\Big) - r_i\Big] \cancel{\Delta t}\, (\Delta t\, S_{i-j}) \quad (*)$$

lo tachamos por la igualdad a cero

como suponemos que $\int_0^\infty s(t)\, dt = 0 \Rightarrow \underbrace{\sum_i S_{i-k}}_{=0} \Big(\equiv \int_0^\infty S(t-\tau)\, d\tau\Big)$

$$\Rightarrow (*) = \sum_{i=0}^{t/\Delta t} r_0 (\Delta t) \cancelto{0}{\sum_{k=0}^{\infty} S_{i-j}} + \sum_{i=0}^{T/\Delta t} \sum_{k=0}^{\infty} (\Delta t)\, D_k S_{i-k} S_{i-j} \quad (a)$$

$$- \sum_{i=0}^{T/\Delta\tau} S_{i-j}\, r_i\, \Delta\tau \quad (b)$$

Tenemos que tomando $\Delta\tau \to 0$:

(a) $$\sum_{i=0}^{T/\Delta t} S_{i-k}\, S_{i-j}\, \Delta t \longrightarrow \int_0^\infty d\tau\, S(\tau-\tau_k)\, S(\tau-\tau_j) = Q_{ss}(\tau_k,\tau_j)$$

(b) $$\sum_{i=0}^{T/\Delta t} S_{i-j}\, r_i\, \Delta\tau \longrightarrow \int_0^\infty d\tau\, r(\tau)\, S(\tau-\tau_j) = Q_{rs}(0,\tau_j)$$

$\Rightarrow$ tenemos $$\int_0^\infty dt'\, D(t') \left(\underbrace{\int_0^\infty S(\tilde{\tau}-t')\, S(\tilde{\tau}-\tau)\, d\tilde{\tau}}_{Q_{ss}(\tau',\tau)\,=\,Q_{ss}(\tau-t')} \right)$$

CORRELACIONES

$$= Q_{rs}(0,\tau) = Q_{rs}(\tau)$$

necesitamos que solo dependa de la dif de los tiempos (para poder hacer los cálculos)

Ponemos un estímulo estacionario

Transformando Fourier (para despejar $D(\tau)$)

$$\boxed{\int_0^\infty dt'\, D(t')\, Q_{ss}(\tau-t') = Q_{rs}(0,\tau)}$$

$\downarrow$ FT

$$\tilde{D}(\omega)\, \tilde{Q}_{ss}(\omega) = \tilde{Q}_{rs}(\omega)$$

$$\Rightarrow \tilde{D}(\omega) = \frac{\tilde{Q}_{rs}(\omega)}{\tilde{Q}_{ss}(\omega)} \underset{\text{anti FT}}{\Rightarrow} D(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} D(\omega)\, e^{2\pi i\omega\tau}\, d\omega$$

Consideramos como estímulo ruido blanco (gaussiano, sin correlaciones)

$$\Rightarrow \overbrace{Q_{ss}}^{\text{correlaciones del estímulo}}(t-t') = \sigma^2\, \delta(t-t')$$

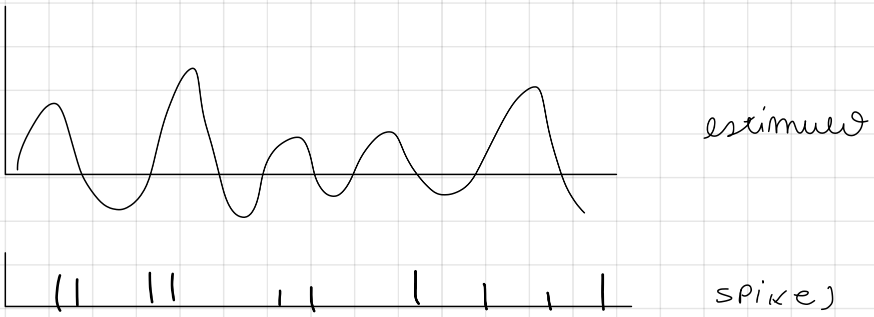
$$\Rightarrow \int_0^\infty dt'\, D(t')\, Q_{ss}(\tau-t') = \sigma^2 D(\tau) = Q_{rs}(0,\tau)$$

$$\Rightarrow D(\tau) = \frac{Q_{rs}(0,\tau)}{\sigma^2} = \frac{1}{\sigma^2}\int_0^T dt_j\, \underbrace{r(\tau_j)}_{\sum_{\text{spikes}} \delta(\tau - t_{spike})}\, S(\tau_j-\tau)$$

$$= \frac{1}{\sigma^2}\sum_{\text{spikes}} \int_0^T d\tau_j\, S(t_j - t_{spike})\, S(\tau_j-\tau)$$

$$\Rightarrow \boxed{D(\tau) = \frac{1}{\sigma^2}\sum_{\text{spikes}} S(t_{spike}-\tau)}$$

(luego $r(t) = r_0 + \int_0^\infty D(\tau)\, S(t-\tau)\, d\tau$)



sumamos el estímulo que precede al spike en un tiempo fijo

↓

hay una relación causal entre estímulo y spike

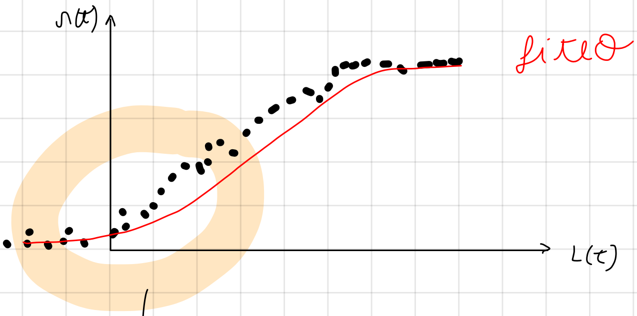
El kernel nos da cuál es el estímulo óptimo para generar spikes

Por def $r(t) > 0$ → esto no es garantiza la aprox. lineal de $r(t)$

llamamos $L(t)$ a la aproximación lineal de $r(t)$

Se encuentra que:

$$r(t) = S(L(t))$$



fiteo $S(L) = \left[1 + \tanh\left(g(L-L_0)\right)\right] \frac{r_{max}}{2}$

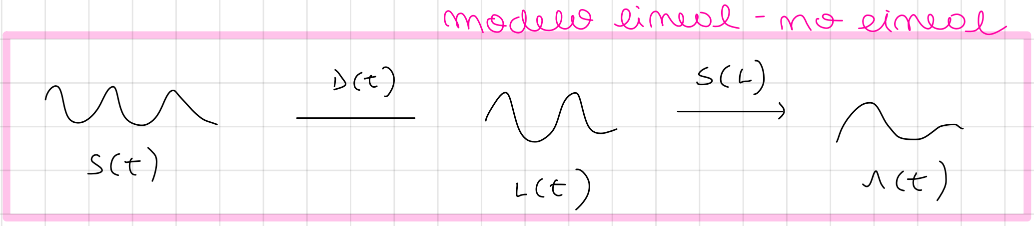
si $L \ll L_0$ $\quad S_L \to 0$

y cuando $L \gg L_0$ $\quad S_L \to r_{max}$

g : parámetro que dice qué tan ancha es esta transición

pero sobre ventanas grandes

modelo lineal - no lineal



hacer en el ej. de la práctica

<u>detalle de implementación</u>