

## Aprendizaje no supervisado

1. Considere una red de una capa lineal con 4 entradas y una salida. La ecuación de la salida es

$$V = \sum_{j=1}^4 w_j \xi_j \quad (1)$$

La distribución de probabilidad de las entradas es una distribución Gaussian con matriz de correlación  $\Sigma$ :

$$P(\bar{\xi}) = \frac{1}{(2\pi)^2 \sqrt{\det(\Sigma)}} \exp \left( -\frac{1}{2} \bar{\xi}^T \Sigma^{-1} \bar{\xi} \right) \quad (2)$$

donde

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Partiendo de pesos  $w_j$  aleatorios y pequeños aplicar la regla de aprendizaje

$$\Delta w_j = \eta V (\xi_j - V w_j) \quad (4)$$

Comparar los valores asintóticos de los pesos con los autovectores de la matriz  $\Sigma$ .

Ayuda: usar que

$$\Sigma^{1/2} = \begin{pmatrix} 1.309 & 0.309 & 0.309 & 0.309 \\ 0.309 & 1.309 & 0.309 & 0.309 \\ 0.309 & 0.309 & 1.309 & 0.309 \\ 0.309 & 0.309 & 0.309 & 1.309 \end{pmatrix} \quad (5)$$

2. Considere una red neuronal de Kohonen con dos neuronas de entrada. Utilice 10 neuronas de salida, dispuestas sobre una línea. Alimente a las neuronas de entrada con una distribución

$$P(\bar{\xi}) = P(r, \theta) = \begin{cases} \text{constante} & \text{si } r \in [0.9, 1.1], \theta \in [0, \pi] \\ 0 & \text{si no} \end{cases} \quad (6)$$

donde  $r$  y  $\theta$  son las coordenadas polares del vector  $\bar{\xi}$ . Es decir:  $r = \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2}$ ,  $\theta = \arctan(\xi_2/\xi_1)$ . Utilizar una función de “vecindad” gaussiana:

$$\Lambda(i, i^*) \propto \exp(-(i - i^*)^2/2\sigma^2) \quad (7)$$

Verifique la posición asintótica de los pesos sinápticos para distintas tiempos de entrenamiento y valores de  $\sigma$ .