

# Aprendizaje no supervisado

Pablo Chehade

pablo.chehade@ib.edu.ar

Redes Neuronales, Instituto Balseiro, CNEA-UNCuyo, Bariloche, Argentina, 2023

## EJERCICIO 1

Se calculó la dinámica de una red de Hopfield sin ruido con regla de actualización secuencial y paralela para tamaños de red  $N = 500, 1000, 2000, 4000$  y para valores de  $\alpha = \frac{p}{N} = 0,12, 0,14, 0,16, 0,18$ . En cada red, se realizaron  $p$  simulaciones donde se tomó como condición inicial cada uno de los patrones aleatorios y se iteró la dinámica hasta converger a un punto fijo  $s_i^\mu$ . La convergencia fue evaluada mediante la comparación de la configuración de la red en un tiempo grande  $t$  con su estado en  $t + 1$ .

En base a los resultados, se calculó la fracción de simulaciones convergidas ( $f_{conv}$ ) para la iteración secuencial y paralela variando  $N$  y  $\alpha$ . Los resultados se resumen en las tablas I y II.

Cuadro I: Fracción de simulaciones convergidas ( $f_{conv}$ ) para iteración secuencial

$N$	$\alpha$	0.12	0.14	0.16	0.18
500		1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1000		1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
2000		1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4000		1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Cuadro II: Fracción de simulaciones convergidas ( $f_{conv}$ ) para iteración paralela

$N$	$\alpha$	0.12	0.14	0.16	0.18
500		0.9667	0.9143	0.7125	0.5000
1000		0.9333	0.8643	0.4062	0.1111
2000		0.9625	0.7071	0.2437	0.0306
4000		0.8875	0.5250	0.0688	0.0000

Se observó una completa convergencia  $f_{conv} = 1$  en la dinámica secuencial para todos los valores de  $N$  y  $\alpha$ . En contraste, la dinámica paralela mostró una disminución progresiva en la convergencia con el aumento de  $\alpha$  y el tamaño de la red  $N$ .

Además, para la dinámica secuencial, se calculó el overlap  $m^\mu$  definido como

$$m^\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_i^\mu \xi_i^\mu$$

Este overlap mide la similitud entre el punto fijo  $s_i^\mu$  y el patrón original  $\xi_i^\mu$ . Teóricamente, se espera que para

$\alpha = 0$ , el overlap inicie en 1 y decrezca lentamente con el incremento de  $\alpha$ , alcanzando un valor de aproximadamente 0,97 para  $\alpha = 0,14$ . A partir de este punto, se espera una caída abrupta del overlap.

Los histogramas de overlap para diferentes condiciones iniciales confirmaron parcialmente las expectativas teóricas, como se observa en la figura 1

- Para  $\alpha < 0,14$ , el overlap es cercano a 1, indicando que la red es capaz de recordar de manera correcta los patrones.
- Para  $\alpha = 0,14$ , el overlap es menor pero cercano a 1.
- Para  $\alpha > 0,14$ , el overlap disminuye significativamente.

Sin embargo, no se observó una caída abrupta a cero después de  $\alpha = 0,14$ , sino a valores alrededor de 0,3, lo cual puede atribuirse a la presencia de estados metaestables en la red.

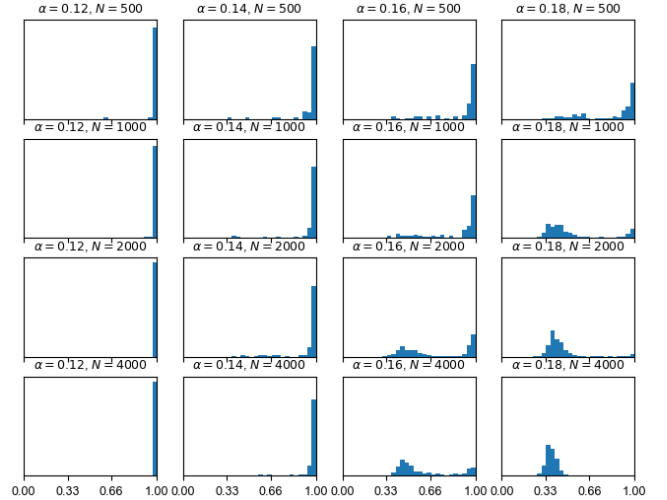


Figura 1

## EJERCICIO 2

Se simuló la dinámica de una red de Hopfield en presencia de ruido, utilizando la regla de actualización estocástica:

$$Pr(s_i(t+1) = \pm 1) = \frac{\exp(\pm \beta h_i(t))}{\exp(\beta h_i(t)) + \exp(-\beta h_i(t))}$$

donde  $h_i(t) = \sum_{j=1}^N w_{ij} s_j(t)$ . Para esta simulación, se empleó dimensión  $N = 4000$  y  $p = 40$  patrones, resultando en un valor de  $\alpha = p/N = 0,01$ , cercano a cero. Se

exploraron temperaturas  $T = \frac{1}{\beta}$  variando desde 0,1 hasta 2 en incrementos de 0,1.

Se realizaron  $p$  simulaciones empleando como condición inicial cada uno de los patrones  $\xi_i^\mu$ . La regla de actualización se aplicó iterativamente diez veces en cada sitio de la red. A partir de estas iteraciones, se calculó el overlap medio, definido como:

$$m^\mu = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \langle S_j(t) \rangle \xi_j^\mu,$$

donde el promedio  $\langle \dots \rangle$  se calculó sobre la dinámica.

En la figura 2 se graficó el overlap medio en función de la temperatura. Los resultados muestran el comportamiento esperado con un overlap medio  $m^\mu$  igual a 1 para  $T = 0$ , de acuerdo con los resultados del ejercicio previo. A medida que la temperatura aumenta, el overlap medio disminuye progresivamente, lo cual está de acuerdo con la teoría. No obstante, en lugar de anularse completamente a  $T = 1$ , el overlap medio mantuvo un valor residual y continuó disminuyendo para temperaturas superiores.

Esto puede deberse al tamaño finito del sistema.

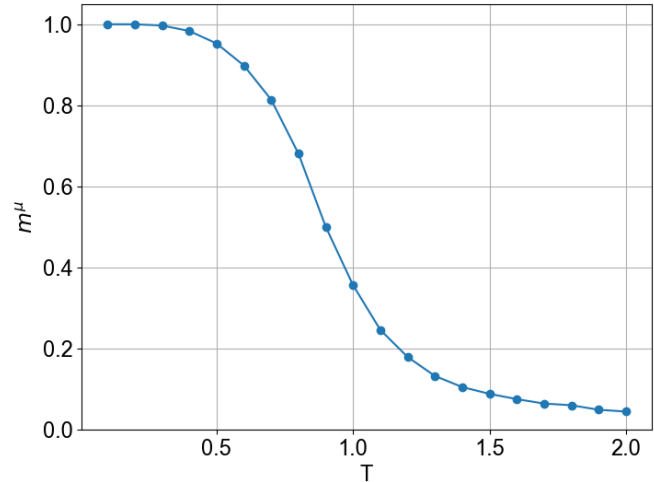


Figura 2

## APÉNDICE

A continuación se desarrolla el código empleado durante este trabajo implementado en Python.

```

1
2  ### Ejercicio 1
3  #Import libraries
4  import numpy as np
5  import matplotlib
6  import matplotlib.pyplot as plt

```