

Evidencias experimentales de los canales

se puede verificar el modelo a nivel de canales individuales para las corrientes promedio

Recapitemos

Modelo de

membranas de neuronas con canales de Na , K , Ca

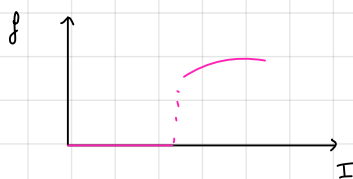
una mantiene las concentraciones de iones constantes

Teoría de bifurcaciones

Bifurcación cambio cualitativo del comportamiento dinámico del sist. al cambiar un parámetro.

En el modelo, se tiene que el parámetro en cuestión es la corriente externa

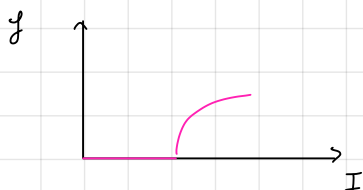
Hay un n° reducido de tipos de bifurcaciones



f : frecuencia a la cual aparecen los

avón del colapso gigante

neuronas tipo I



neuronas tipo II

otros avones

Matemáticamente, el modelo de H-H es un sist de E.D acoplados

$$\frac{d\vec{X}}{dt} = \vec{F}(\vec{X}) \quad \text{donde} \quad \vec{X} = (V, m, h, n)$$

\vec{F} contiene I_{ex} ,
 $g_{Ca}, g_{Na}, g_K, \dots$

parámetros que
controlan el
comportamiento
del sist

En un punto fijo (si pongo los CI en ese punto, no me muevo)
se tiene: $\vec{X}_0 / \vec{F}(\vec{X}_0) = 0$

un pto fijo es estable cuando se hace una perturbación y
se vuelve al pto

$$\vec{X} = \vec{X}_0 + \vec{\epsilon} \quad \Rightarrow \quad \frac{d\vec{X}}{dt} = \frac{d\vec{\epsilon}}{dt} = \vec{F}(\vec{X}_0 + \vec{\epsilon}) = \vec{F}(\vec{X}_0) + \underbrace{\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{X}}(\vec{X}_0)}_{\vec{A}} \vec{\epsilon} + O(\epsilon^2)$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{E}}{d\tau} = \bar{A} \vec{E} \Rightarrow \vec{E}(\tau) = \vec{E}_0 e^{\bar{A}\tau}$$

exponencial de una matriz

Esta ecuación tiene familias de ecuaciones simples

Busquemos soluciones de la forma: $\vec{E}(\tau) = \vec{u} e^{d\tau}$

$$\Rightarrow d \vec{u} e^{d\tau} = \bar{A} \vec{u} e^{d\tau}$$

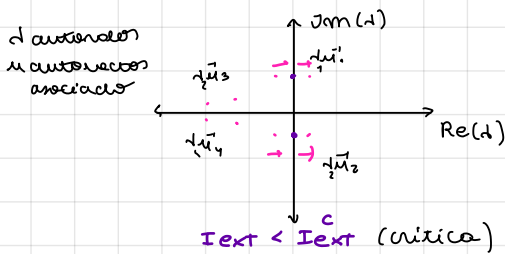
$$\Rightarrow d \vec{u} = \bar{A} \vec{u}$$

problema de autovectores !!

Tenemos que el pto fijo es estable

si $\text{Re}(d) < 0$ (di autovectores) (la perturbación $E \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty \Rightarrow$ el sistema tiende al pto fijo)

En el modelo $\mathcal{H}-\mathcal{H}$, tenemos que \bar{F} depende de manera continua de la constante externa $I \Rightarrow$ los autovalores también varían de manera continua con I



valores de $\text{Im}(d)$ y $\text{Re}(d)$ al variar I

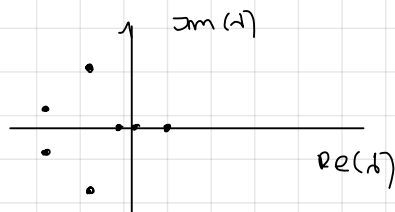
Bifurcación de Hopf

dimámica bidimensional cerca de la bifurcación

cerca de la bifurcación la dinámica se rige por autovectores parecidos

Para \vec{u}_3, \vec{u}_4 tenemos que al perturbar el sistema, esto vuelve al equilibrio ($\text{Re}(d) < 0$). Luego cerca de \vec{u}_1 , $\text{Re}(d) = 0 \rightarrow$ el sistema oscila ¿que oscila? una combinación de los variables + los autovectores son comb. de varias variables, no de una sola

Otros modelos neuronales pueden tener el sig. comportamiento



bifurcación de saddle-node

dimámica unidimensional cerca de la bifurcación

Podemos ver la dinámica en el espacio 1D-2D

Tomamos los permas normales

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{F}(\vec{x}) = \vec{F}(\vec{x}_0 + \vec{\epsilon}) = \vec{F}(\vec{x}_0) + \vec{A}_0 \vec{\epsilon} + \frac{1}{2} \vec{\epsilon}^T \vec{M} \vec{\epsilon}$$

Tomamos el autovector l -ésimo \vec{u}_l con $|\vec{u}_l| = 1$ ($\vec{A} \vec{u}_l = \lambda_l \vec{u}_l$)
 Definimos $\vec{u}_l \cdot \vec{x} = \vec{x}_l$
 $\vec{u}_l \cdot \vec{\epsilon} = \vec{\epsilon}_l$

$$\begin{aligned} \vec{u}_l \cdot \frac{d\vec{x}}{dt} &= \frac{d\vec{x}_l}{dt} = \frac{d\vec{\epsilon}_l}{dt} = \vec{u}_l \cdot \vec{A} \vec{\epsilon} + \frac{1}{2} \vec{u}_l \cdot \vec{\epsilon} \vec{M} \vec{\epsilon} \\ &= \lambda_l \vec{u}_l \cdot \vec{\epsilon} + \frac{1}{2} \vec{\epsilon}_l^T \vec{M} \vec{\epsilon} \\ &= \lambda_l \vec{\epsilon}_l + \frac{1}{2} \vec{\epsilon}_l^T \vec{M} \vec{\epsilon}_l \\ \Rightarrow \text{si } \begin{cases} l > 1 & \text{Re}(\lambda_l) < 0 \Rightarrow \epsilon_l \rightarrow 0 \\ l = 1 & \frac{d\epsilon_1}{dt} = \lambda_1 \epsilon_1 + \frac{1}{2} \epsilon_1^2 M_{11} \end{cases} \end{aligned}$$

(esto es excepto $\epsilon = 1$ con 0)

expansión en serie en torno al equilibrio

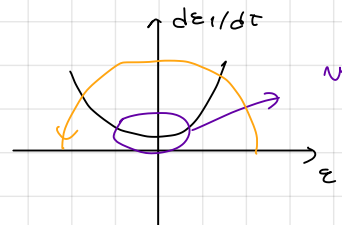
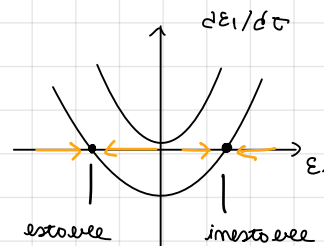
$$\frac{d\epsilon_1}{dt} = \lambda_1 \epsilon_1 + \frac{\epsilon_1^2 M}{2}$$

$$= \frac{M}{2} \left[\epsilon_1^2 + \frac{2\lambda_1}{M} \epsilon_1 \right]$$

$$= \frac{M}{2} \left[\epsilon_1 + \frac{\lambda_1}{M} \right]^2 - \frac{\lambda_1^2}{M^2}$$

$$\sim \epsilon_1^2 + q_1 \quad (*)$$

$\lambda_1 < 0$	$I_{ext} < I_{ext}^c$
$\lambda_1 = 0$	$I_{ext} = I_{ext}^c$
$\lambda_1 > 0$	$I_{ext} > I_{ext}^c$



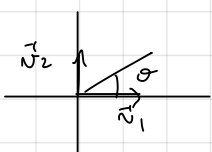
velocidad espín,
se puede calcular
que uno
pasa en
tiempo
 $T \sim q_1^{-1/2}$

En un sistema 1D no se pueden tener oscilaciones

↓ recordar que (*) se hizo en torno al eq.

se tiene que al alejarse del eq. / para algo que se inyecta al sistema al mismo punto, de manera que ahí se tiene la oscilación

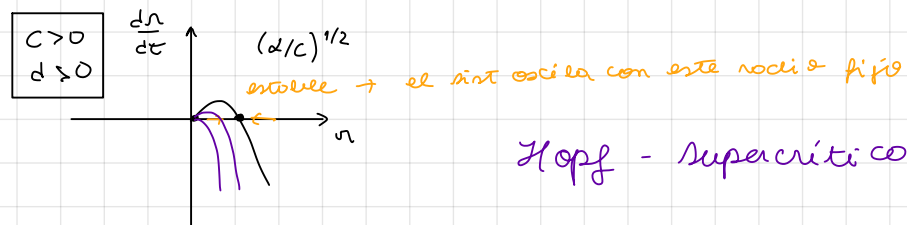
Para difracción de Hogg se tiene:



$$\frac{dn}{dt} = \alpha n - \beta n^3 - \gamma n^5$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega + \beta n^2$$

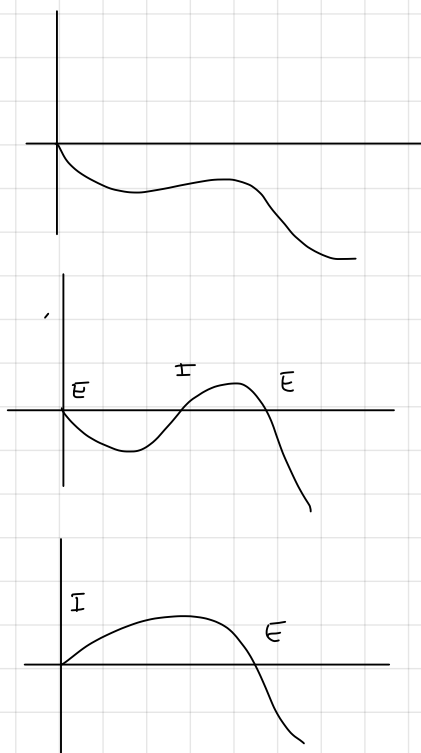
$$\alpha: I_{ext} - I_{ext}^c$$



Hopf - supercrítico

(\mathcal{H} - \mathcal{H} me es super crítico)

En \mathcal{H} - \mathcal{H}

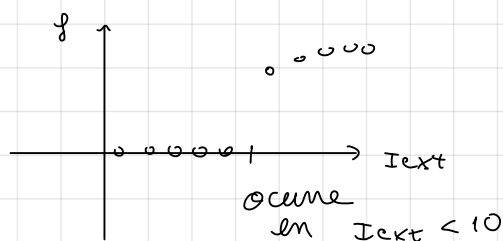


Hopf - subcrítico

$d > 0$
 $C < 0$

comenciamos \propto

ejercicio



existe una segunda bifurcación supercrítica para a corrientes grandes (me es fisiológico)

Bifurcaciones en modelos 2D

x_1, x_2 $\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{A} \vec{x}$ \rightarrow sistema linealizado

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}$$

Para ver si un pto fijo es estable o inestable necesitamos analizar los autovalores de A

$$\det(\vec{A} - \lambda I) = 0 \Rightarrow \det \begin{pmatrix} A_{11} - \lambda & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} - \lambda \end{pmatrix} = 0$$

$$(A_{11} - \lambda)(A_{22} - \lambda) - A_{21}A_{12} = 0$$

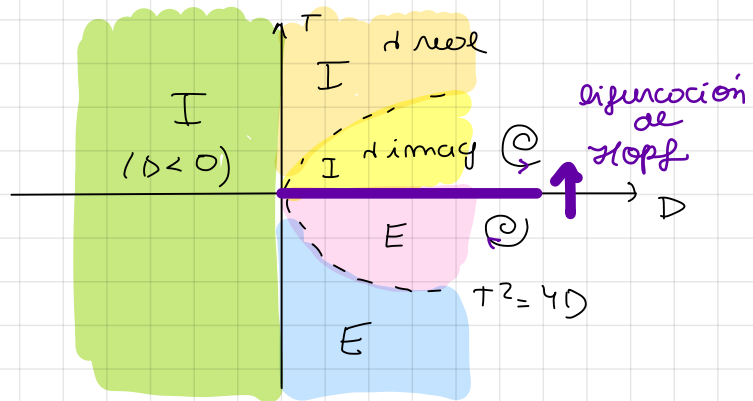
$$\lambda^2 - \underbrace{(A_{11} + A_{22})}_{\text{tr}(A)}\lambda + \underbrace{A_{11}A_{22} - A_{21}A_{12}}_{\det(A)} = 0$$

$$\lambda^2 - \text{tr}(A)\lambda + \det(A) = 0$$

$$\lambda^2 - T\lambda + D$$

si tenemos dos matrices con igual traza y determinante, tienen los mismos autovalores

$$\Rightarrow \lambda = \frac{T \pm \sqrt{T^2 - 4D}}{2}$$



si $T^2 > 4D$ λ real

$T^2 < 4D$ λ imag

con parte real $T/2$

$\Rightarrow T < 0$ se tiene estabilidad

$T > 0$ inestabilidad

se van a tener oscilaciones

ahora si $T^2 > 4D$

tenemos $\frac{T \pm \sqrt{T^2 - 4D}}{2}$

$$D < 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{T^2 - 4D}}{2} > T$$

$$\Rightarrow \text{se tiene en } \lambda > 0 \text{ y otro } < 0$$

$$\left(\frac{T \pm \sqrt{T^2 - 4D}}{2} > 0 < T \right)$$

\Rightarrow siempre hay un autovalor positivo \Rightarrow la región es inestable

$$D > 0 \text{ y } T^2 > 4D$$

$$\sqrt{T^2 - 4D} > T \text{ si } T^2 > 4D$$

$$\sqrt{T^2 - 4D} < T \text{ si } T^2 < 4D$$

si $T < 0 \Rightarrow$ no se tienen bifurcaciones inestables $-T \pm a < 0$

\Rightarrow Para $D > 0$ depende de la curva $T^2 - 4D$ si hay equilibrios inestables o no