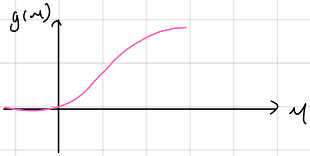
generalizaciones modelo de Hopfield. variables continuas

$$\tau \, du_i = -u_i + \sum_{j=1}^{N} w_{ij} V_j \qquad V_j = g(u_j)$$

$w_{ij} = w_{ji}$ dinámica converge a su pto fijo



$$E = -\frac{1}{2} \sum_{i,j} w_{ij} V_i V_j + \sum_i \int_0^{V_i} g^{-1}(V)\, dV$$

$$\frac{dE}{d\tau} = -\frac{1}{2} \sum_{i,j} w_{ij} \left(\frac{\partial V}{\partial \tau} V_j + V_i \frac{\partial V_j}{\partial \tau} \right) + \sum_i \underbrace{g^{-1}(V_i)}_{u_i} \frac{dV_i}{d\tau}$$

$$= -\sum_{i,j} w_{ij} V_j \frac{dV_i}{d\tau} + \sum_i u_i \frac{dV_i}{d\tau}$$

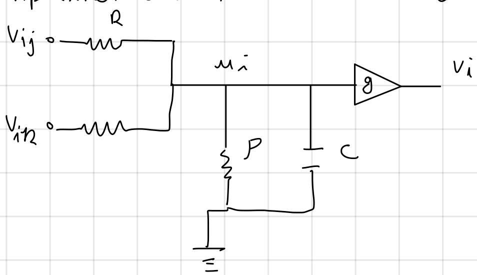
$$= \sum_i \frac{dV_i}{d\tau} \left[\underbrace{u_i + \sum_j w_{ij} V_j} \right]$$

$$= \sum_i \underbrace{g'(u_i)}_{u_i'} \frac{du_i}{d\tau}$$

⋮

implementación en hardware

memristores (resistores con memoria)



$$C \frac{du_i}{d\tau} + \frac{u_i}{\rho} = \sum_j \frac{(V_j - u_i)}{R}$$

$$V_i = g(u_i)$$

$$\tau_i \frac{du_i}{d\tau} + u_i = \sum w_{ij}\, g(u_i)$$

$$C \frac{du_i}{d\tau} + \frac{u_i}{R_i} = \sum_j \frac{g(u_j)}{R_{ij}}$$

$$\underbrace{R_i C}_{\tau_i} \frac{du_i}{d\tau} + u_i = \sum g(u_j) \underbrace{\left(\frac{R_i}{R_j}\right)}_{w_{ij}}$$

$$\tau_i = R_i C$$

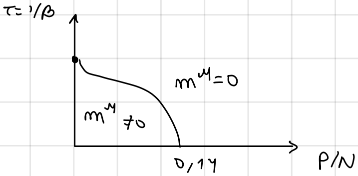
$$\frac{1}{R_i} = \frac{1}{\rho} + \sum_j \frac{1}{R_j}$$

$$\boxed{w_{ij} = \frac{R_i}{R_j}}$$

Redes con "olvido" : al pasar el límite de capacidad se olvidó lo que aprendió

↓

requiere una modificación de la regla de Hebb para incluir el tiempo



$$W_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{\mu=1}^{P} x_i^{\mu} x_j^{\mu} \qquad \mu(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq 1 \\ 2 & 1 \leq t \leq 2 \\ 3 & 2 \leq t \leq 3 \\ \vdots & \end{cases}$$

$$\Rightarrow W_{ij}(t) = \frac{1}{N} \int_0^t x_i^{\mu(\tau)} x_j^{\mu(\tau)} \, d\tau$$

$$\frac{dW_{ij}}{dt} = \frac{x_i^{\mu(\tau)} x_j^{\mu(\tau)}}{N}$$

↓ agregamos

$$\frac{dW_{ij}}{dt} = -\frac{W_{ij}}{2} + \frac{x_i^{\mu(\tau)} x_j^{\mu(\tau)}}{N}$$

$$\Rightarrow \boxed{W_{ij}(t) = \int_0^t \frac{x_i^{\mu(\tau)} x_j^{\mu(\tau)}}{N} e^{-(\tau - t)/2} \, d\tau}$$

los tiempos muy anteriores al tiempo t son olvidados

es razonable pedir $t_c = 0,1 N$

$$W_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{\mu} x_i^{\mu} x_j^{\mu} \longrightarrow \operatorname{sgn}\left(\frac{1}{N} \sum_{\mu} x_i^{\mu} x_j^{\mu} \right) P$$

↓ clipping

Ley de Dale : sinapsis es inhibitoria o exhitatorias de manera fija

Cada neurona tiene un solo tipo de sinapsis

↓ (cada neurona genera un solo tipo de neurotransmisor)

$W_{ij} > 0 \; \forall i$ o $W_{ik} < 0 \; \forall i$

Regla de Hebb → pones 0 todas las conexiones
que no satisfacen la ley de Dale

aprendizaje hebbiano - Paper Mishita
↓
los neuronas en un ensamble están fuertemente
conectados

sparse : # de neuronas con alta frec durante
el tiempo de delay es bajo

$$\bar{X} = [\ \bar{x}^1 \ \ \bar{x}^2 \ \ldots\ ]$$

$$\bar{X}^T X \qquad \begin{bmatrix} \bar{x}^1 \\ \vdots \\ \bar{x}^N \end{bmatrix} [\ \bar{x}^1 \ \ldots \ \bar{x}^N]$$

x_1^1 $\qquad x_1$

x_2^1

$\vdots$