



1 Transformada de Fourier discreta

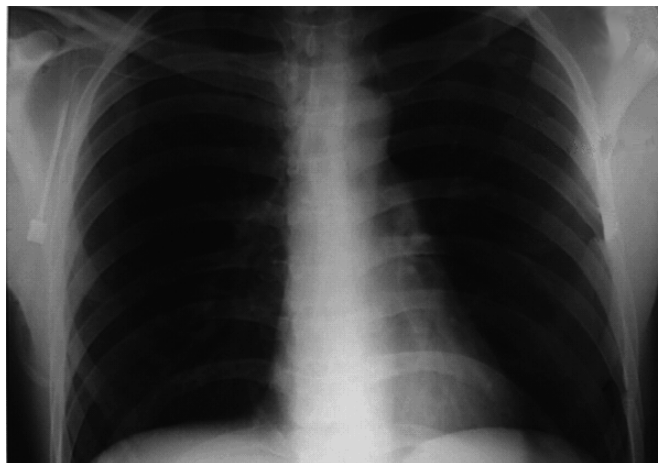
Programe una transformada de Fourier discreta para funciones de dos variables, adaptada para poder aplicarla a imágenes. Calcule la transformada de un rectángulo blanco sobre un fondo negro, y grafique la amplitud de Fourier y la fase. Utilice rectángulos de distintos tamaños y proporciones, ubicados en distintos lugares y con distintas orientaciones en la figura. Observe qué cambia en la transformada y obtenga algunas conclusiones generales.

Opcional: use otras figuras geométricas sencillas en lugar del rectángulo.

Nota: Para este problema puede ser una DFT, pero para los siguientes tendrá que usar un algoritmo FFT, o usar imágenes de muy baja resolución (dependiendo de su computadora). Hay una buena implementación en C++ en Numerical Recipes 3a ed., capítulo 12 (en la sección 12.6 está el caso de funciones reales en 2 y 3 dimensiones, adecuado para el procesamiento de imágenes).

2 Filtro *high boost* en el dominio de frecuencias

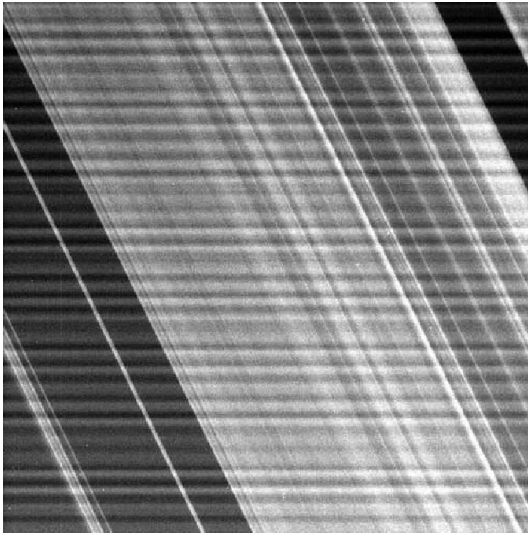
Los rayos X se enfocan de una manera muy distinta de la luz visible, y las radiografías siempre están un poco desenfocadas y tienen poco contraste. Programe un filtro *high boost* en el espacio de frecuencias para mejorar esta radiografía de tórax.



3 Eliminación de ruido cuasiperiódico

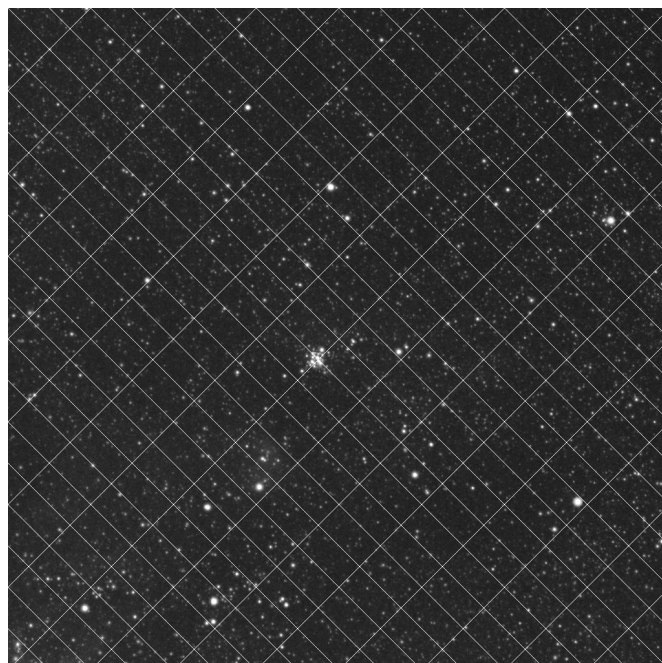
Ésta es una foto de los anillos de Saturno tomada por la sonda Cassini, que orbitó el planeta entre 2004 y 2017. El patrón casi sinusoidal que se ve superpuesto está causado por una señal de AC espuria superpuesta a la

imagen antes de su digitalización, un problema inesperado que corrompió algunas imágenes de la misión. Afortunadamente, es bastante fácil de corregir usando un filtro *notch* como el de la figura de la derecha. Sea buenito, ayude a la NASA y arréglela.



4 Restauración de una imagen dañada

En un cajón de un armario polvoriento del Instituto Balseiro encontramos la única foto existente de la famosa supernova de la constelación del Hipopótamo. Un alumno descuidado me la pisó con sus zapatillas de volley. A ver si me la puede restaurar, porfis.



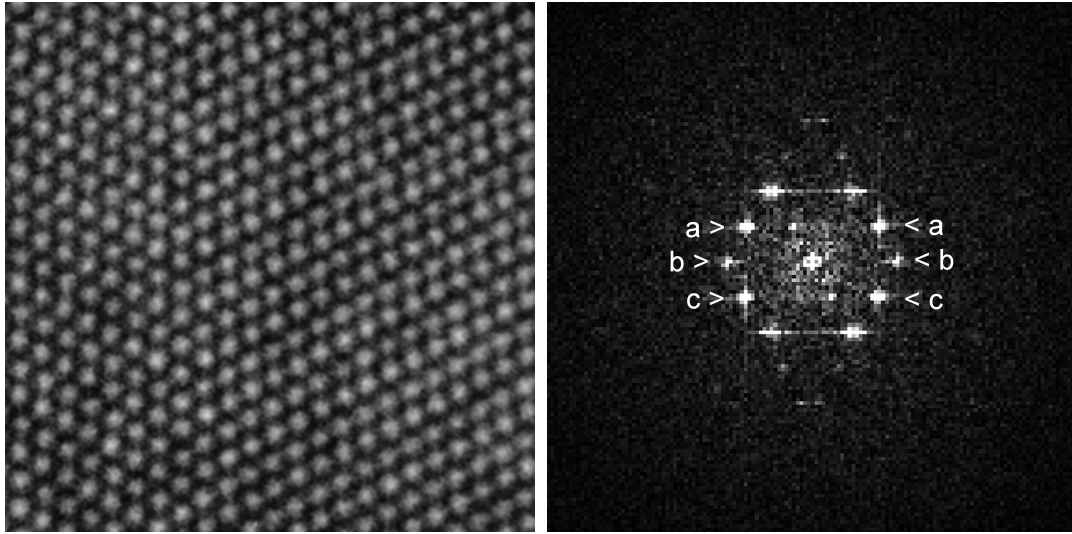


Figura 1 Izquierda: imagen de microscopía electrónica de alta resolución (la distancia entre planos atómicos diagonales es 0.21 nm. Derecha: amplitud de su transformada de Fourier (recorte). Los puntos señalados corresponden a las direcciones $(-1, 2, 0)_R$, $(-1, 2, 1)$ y $(-1, 2, 0)_L$. De: Condó et al., *Interaction of twin boundaries with stacking faults in 2H martensite: a high-resolution electron microscopy study*. Phil. Mag. 83:1479 (2003). Gentileza de Adriana Condó.

5 Análisis de una estructura cristalina

La imagen muestra la estructura cristalina de una aleación de Cu-Al-Zn llamada *martensita*, obtenida con el microscopio electrónico de transmisión de alta resolución (se ven los átomos individuales). Estos materiales presentan unas fallas en su estructura cristalina llamadas *planos de macla*. A un lado y a otro de estos, la estructura cristalina está rotada 180° alrededor de un eje perpendicular al plano de macla. La muestra está orientada de manera tal que, en algún lugar de la imagen, hay un plano de macla perpendicular a la figura (es decir, el plano de macla penetra en la muestra, recuerde que es una imagen de microscopía de transmisión, así que lo que vemos son electrones que atravesaron toda la muestra). Como puede apreciar, la macla no se ve a simple vista. En el espacio de frecuencias, sin embargo, es muy fácil de identificar.

Calcule la transformada de Fourier y, en la amplitud, verá una cantidad de puntos discretos correspondientes a la estructura cristalina. Estarán arreglados más o menos en un hexágono, correspondiendo a la estructura periódica del cristal (derecha).

Usando filtros de muesca que permitan sobrevivir algunos y supriman el resto, y reconstruyendo la imagen, se pueden rescatar selectivamente algunas de las direcciones del cristal, y poner de manifiesto la posición del plano de

falla. Hágalo usando los puntos indicados en la amplitud de Fourier; vuelva a mirar la imagen original con cuidado y probablemente se de cuenta de la sutil ruptura de la estructura hexagonal que producen estas maclas. Le conviene preservar en la amplitud también el punto central, para que la imagen no quede muy oscura.

Experimente con otros puntos, y con distintos tamaños de muescas, y vea cómo cambia la estructura antitransformada.