



Mechanics and Machines, Lecture 13

Finite Difference Method

Finite Element Method



Outline

1. Partial derivatives
2. Partial derivative equations (PDEs)
3. Micro and Macro levels of system modeling
4. Finite Difference Method: idea, algorithm, examples
5. Finite Element Method: idea, algorithm, examples
6. Prof and Cons of 2 methods



Partial Derivatives



Partial Derivatives Material

1. Partial derivatives, introduction (Khan Academy)
2. Partial derivatives and graphs (Khan Academy)
3. Частные производные функции двух переменных
4. Производная сложной функции нескольких переменных Полная производная
Примеры



Partial Differential Equations

Ordinary
Differential
Equations

$$\ddot{\theta}(t) = -\mu \dot{\theta}(t) - \frac{g}{L} \sin(\theta(t))$$

One input

Partial
Differential
Equations

$$\frac{\partial T}{\partial t}(x, y, t) = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x, y, t) + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}(x, y, t)$$

Multiple inputs



System Modeling

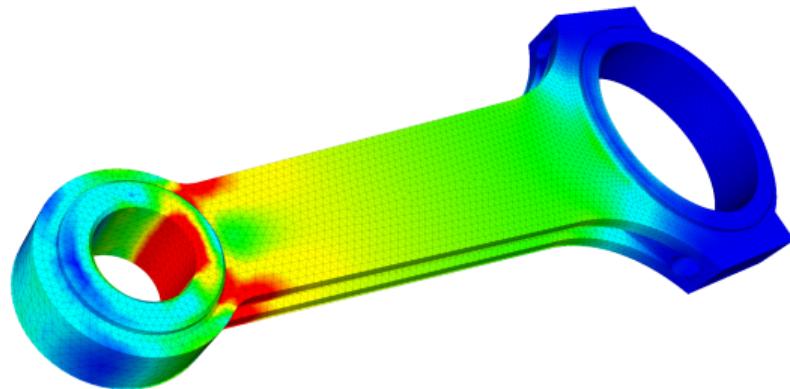
Micro Level (distributed parameters)

- Partial differential equations (PDE)
- Continuous bodies
- Boundary conditions

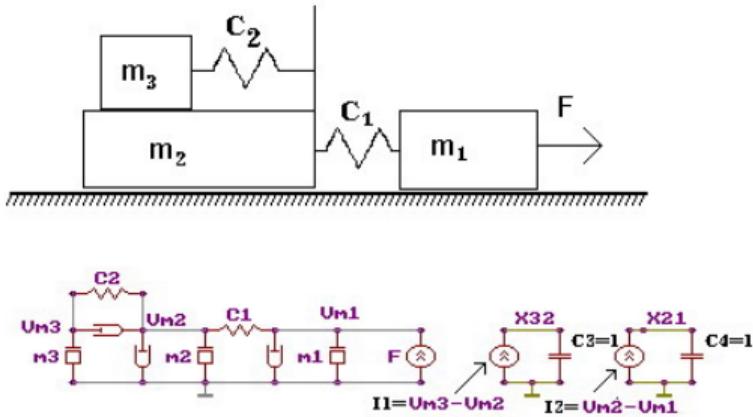
Macro Level (lumped parameters)

- Ordinary differential equations (ODE)
- Any bodies
- Initial conditions

Examples



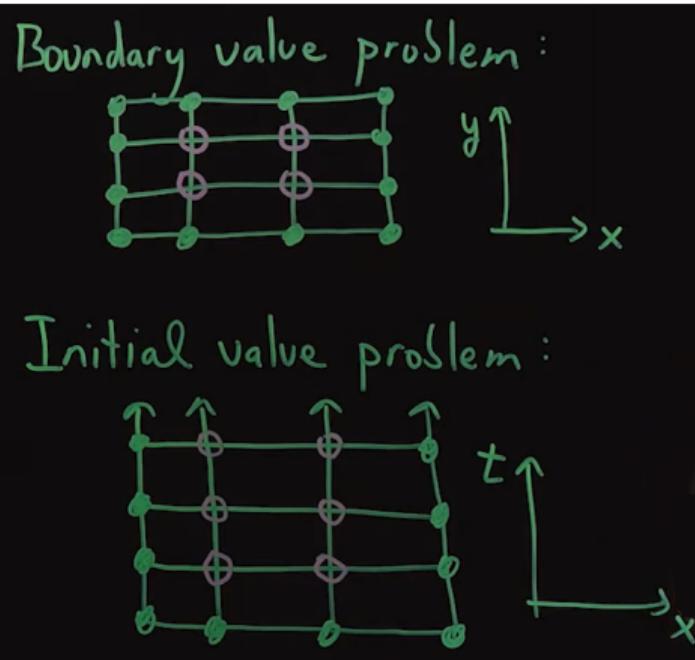
Micro Level



Macro Level



Boundary and Initial value problems



Стационарная и нестационарная задача микроуровня



Boundary conditions

V – phase variable (what we want to find)

$V_{boundary} = V$ – 1st type (рода) (Dirichlet)

$k \frac{dV}{dn} = q$ – 2nd type (Neumann)

$f\left(\frac{dV}{dn}, V\right) = 0$ – 3rd type (Mixed)



PDEs Material

1. Differential equations, a tourist's guide | DE1
2. Постановка задачи моделирования систем с распределенными параметрами
3. PDE 1 | Introduction
4. Partial Differential Equations
5. Boundary and Initial Value Problems | Lecture 60 | Numerical Methods for Engineers



Common PDE Solving Methods

- Finite Difference Method (Метод конечных разностей)
- Method of mean weighted residuals (Метод взвешенных невязок)
- Finite Element Method (FEM) (Метод конечных элементов)
- Finite Volume Method (FVM) (Метод конечных объемов)



Finite Difference Method



Finite Difference Method Algorithm

1. Discretization
2. Numbering of grid nodes
3. Approximate derivatives
4. Adding boundary conditions
5. Solving



Finite Difference Method Material

1. Конечно-разностные аппроксимации производных (BIGOR)
2. The Finite Difference Method (1D)
3. Finite Differences
4. РК6. Модели и методы анализа проектных решений. Метод конечных разностей, двумерные задачи
5. Тихонов Н. А. - Основы математического моделирования - Метод конечных разностей (Лекция 7)
6. CODE Numerical Solution of 2D Laplace equation using Finite Difference Method
7. Central Difference Approximation | Lecture 61 | Numerical Methods for Engineers
8. PDE | Finite differences: introduction
9. Оператор набла (оператор Гамильтона) и оператор Лапласа

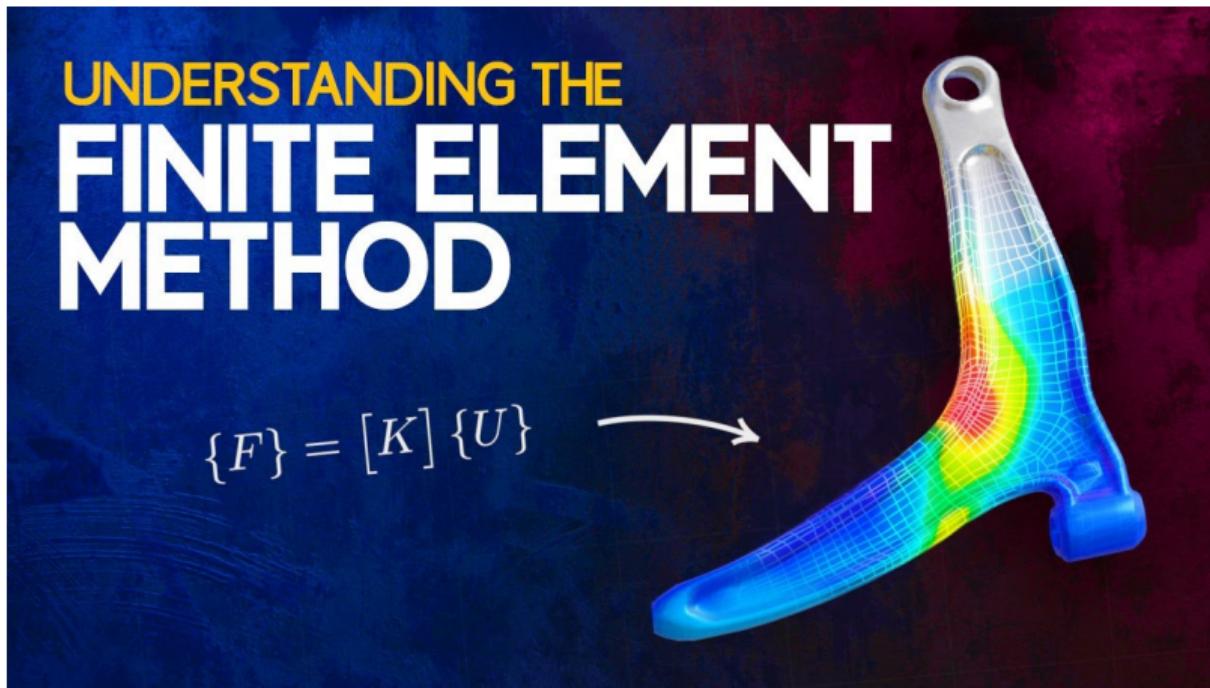


Finite Element Method



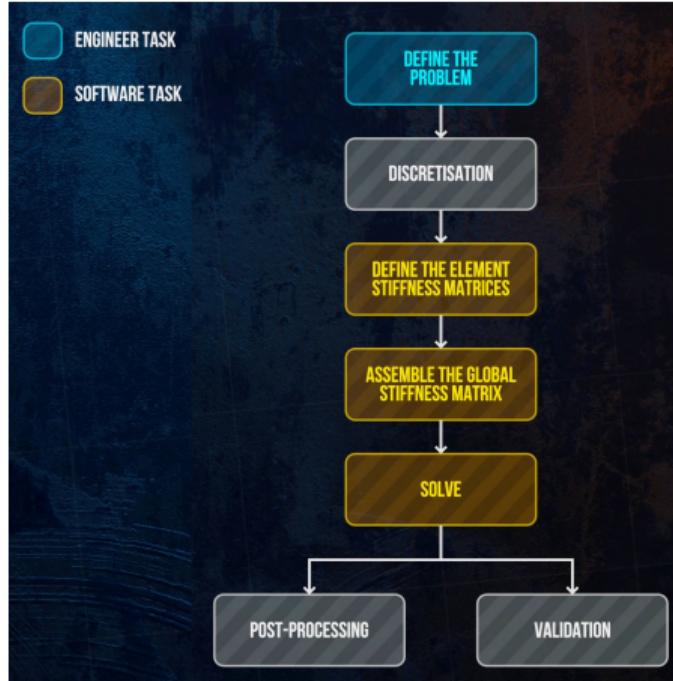
Finite Element Method (FEM)

Video





FEM high level algorithm





Finite Element Method Materials

1. Идея метода конечных элементов (BIGOR)
2. Основы метода конечных элементов. Часть 1. Идея МКЭ в задачах конструкционного анализа
3. РК6. Модели и методы анализа проектных решений. Метод конечных элементов: основные положения
4. РК6. Модели и методы анализа проектных решений. Метод конечных элементов: нестационарные задачи
5. Finite Element Method
6. Метод конечных элементов. Основы 1.1
7. Finite Element Method in MATLAB



Reference Materials

1. Метод конечных элементов (FEM) vs метод контрольного объёма (FVM). В чём разница?
2. Математическое моделирование систем с распределёнными параметрами, книга
3. Моделирование систем с распределенными параметрами (базовый курс) (BIGOR)
4. Muftu S. Finite Element Method: Physics and Solution Methods. — Academic Press, 2022.

Deserve “A” grade!

– Oleg Bulichev

✉ o.bulichev@innopolis.ru

↗ @Lupasic

🚪 Room 105 (Underground robotics lab)