

文章编号:1005-3085(2007)08-0115-02

## “乘公交，看奥运”评阅综述

方沛辰<sup>1</sup>, 吴孟达<sup>2</sup>

(1- 吉林大学数学学院, 长春 130012; 2- 国防科技大学理学院, 长沙 410073)

**摘要:** 本文对 2007 高教社杯全国大学生数学建模竞赛 B 题的问题实际背景和一般解题方法进行了分析, 又对评阅时看到的部分参赛论文中的一些情况做了简单综述。

分类号: AMS(2000) 90C11

中图分类号: O221

文献标识码: A

公交车换乘这个问题比较特殊，表面看很常见也很简单，可是不能简单地套用哪一个现成的模型就解决。仔细研究后却又会发现，它能用许多模型来描述，几乎处理离散问题的模型都有效，只不过都要伤点脑筋来处理那些细节。阅卷中我们发现，学生们想出了许多实用的处理方法，足见学生们的想象力的丰富。比如寻找最短路的 Dijkstra 算法、Floyd 算法和矩阵算法、集合求交算法、0-1 整数规划、动态规划、分支定界方法、启发式方法等等。真可谓百花齐放，构思奇妙。

很明显，这个题目最容易想到的是可以用图论的方法去思考。但是究竟怎样用对象和对象间的关系表出好这个问题却不是显然的。如果用一条线表示一路公交车，所有的停车站就是这条线上的所有的点，进而把所有的公交线都画在一个图里。这样的图很直观，最接近城市的地图。但是却无法直接使用 Dijkstra 算法和 Floyd 算法，原因就是无法表示换乘关系。有些学生用每张纸画一个公交线，所有的公交线就是很多张纸，相同的站名在每张纸上有固定位置，然后换乘就是在不同的纸间换页。这种方法和前一种方法中每条线用不同的颜色画出是等价的。这种分层的图论模型是可以精确表达这个问题的，可惜太复杂了，也无法形成一个好的数据结构。正确的使用图论的方法是构成直达图：所有站点作为图的全部点，将每条公交线的所有站点间，只要有直达关系就画一条有向边，边权可以表示不同的含义，从而得到有向图。对应的邻接矩阵就是直达关系矩阵，进而还可定义直达时间和直达费用两个权矩阵。在这样一个直达图的基础之上，可以采用许多方法去计算都不是很难的了，可以说这是建立模型的一个好出发点。

问题中没有提出要求, 选择什么样的路线为最优, 需要学生自己去理解, 根据实际情况自己提问题再自己去选择, 这是一种尝试, 事实证明这次尝试是成功的。绝大多数学生都选择了出行时间、换乘次数和出行费用的最小化, 这也就是人们在出行时最常考虑的几个因素, 把他们作为优化目标来选择路线是正确的。还有的队考虑了尽量乘坐始发车等目标, 虽然这个目标不是很重要的, 多数人常在那三个目标之后考虑, 但我们注意到这是双赢的选择, 也就是乘车人希望乘人少的车, 公交系统也希望每辆车人数尽量平均, 不要过多和过少, 充分发挥车辆利用率, 此时二者的利益是一致的, 也就是说于人于己都有利的选择。除了少数队过分强调换乘次数最优先或者自己生成一组权对三个目标进行加权平均来构成目标函数两种做法不大合乎常理外, 多数队都是考虑到咨询者可能出于不同的出发点, 来选择换乘路线, 我们应尽量满足咨询者的需求。所以我们认为最优路线的结果用不同的目标的各种字典序来选择是最好的。



换乘次数是这个问题中的一个敏感问题, 明显的一个事实是换乘次数越多时优化算法的复杂度越大, 于是超过一半以上的答卷都把换乘次数限制在两次以内。到底应不应该求出换乘4次, 也就是乘5部车出行的方案可能是许多学生的疑问。有学生从网上看到一个城市公交系统设计好坏的一个评价标准就是从该城任何一点到该城任何另一点能否最多乘三部车就可到达(即换乘2次), 我觉得这与我们的问题无关, 关于这一点我想解释一下。

1) 能够乘三部车就到达, 并不说明这就是最好的乘车方案, 可能耗时很多, 费用较高。有可能有乘更多的车会使时间和费用都下降的方案。

2) 为了使题目更加清晰, 需要隐去实际的路线名和站名成为大家所见到的样子(我们出题时仅这一工作就耗时近两个月), 可这样就失去了站点之间的信息联系, 于是很明显换乘的条件是站名必须一样(地铁站附近例外), 而我们在处理实际问题时一般常常把两站相距500米之内也看成可直接换乘的, 这就使得符合要求的城市公交网变得不合要求。

比如两条公交线路互相垂直, 各沿着一条大路运行, 相交处往往两条公交线各设一个公交站以利换乘, 可是按照公交站名的规定两站由于不是同一个站台不能叫同一名字, 于是在我们的题目中就不能换乘了。这样本来可以一次换乘到达就不得不要换乘更多次了。

在许多论文中, 计算结果采用列表方式给出一堆结果而不优化筛选是不妥当的。就像别人在向你问路的时候, 你应该只告诉一种最好的走法, 用不着用“或者”来介绍所有的走法。

用模拟退火、蚂蚁(蚁群)算法之类的启发式算法来解决这个问题是不恰当的, 这个问题的规模使得运算量是有些大, 可是适当选择一下算法都还是能够比较轻松地求出最优解的, 这样的情况下, 我们认为能够给出最优解的论文更好一些。今后大家再作数学建模题目时可以把握这样一个原则: 问题能够解决时, 应选择解决效果最好、最彻底的方法。在解决效果一样时应选择更简单实用的方法。

## “Public Transportation Routes Selection” Summary Comments

FANG Pei-chen<sup>1</sup>, WU Meng-da<sup>2</sup>

(1- School of Mathematics, Jilin University, Changchun 130012;

2- School of Science National University of Defense Technology, Changsha 410073)

**Abstract:** This paper makes some analyses about the real background and general solution to the problem in “Gao Jiao She” Cup Nation's Undergraduate Mathematical Modeling Contest question B in 2007, and this article also briefly summaries about some instances in received contest papers.