

可展开折叠式空间结构实用分析方法 与参数影响研究

崔恒忠 曹 资 刘景园

(北京工业大学土木系, 北京 100022)

提 要 本文根据可展开折叠式空间结构受力特点, 从分析其基本组成单元—剪式单元的折算惯性矩入手, 引用交叉梁系力法原理, 推导出这类结构节点位移的简化计算公式, 按此法进行近似分析, 不仅力学概念清楚, 计算简便迅速, 而且能够较好地满足工程精度要求; 在此基础上, 本文进一步研究和给出了各主要参数对可展开折叠式空间结构刚度的影响规律。

关键词 展开折叠结构 剪式单元 简化计算 折算惯性矩 结构参数

一、概 述

可展开折叠式空间结构可在工厂预制装配、折叠成捆状储存运输, 在现场可迅速展开成形, 很适用于临时性与流动性房屋使用。近年来已成为国际上感兴趣的新型空间结构型式之一。可展开折叠式结构可有几种结构型式, 最有发展前景的是由剪式单元 (Scissors-like rod elements) 组成的体系。与一般网格结构不同, 其基本单元是三节点杆单元。除了两端铰接点受力外, 中部枢轴连接点处还承受另一杆件传来的节点力, 因此各杆不仅承受轴力, 还承受弯矩和剪力。基于这样的计算模型, 可利用有限元法编制相应的计算程序对该体系进行静力分析。但在实际工程结构方案与初步设计阶段, 很需要一些简化实用方法, 同时也需要了解各结构参数对结构反应的影响规律, 为此本文推导出网架式可展开折叠结构的简化计算方法, 并进一步研究和给出了各结构参数对结构刚度的影响规律。

二、交叉梁系力法

本文采用交叉梁系力法原理对可展开折叠式结构进行了简化计算分析, 基本假定是:

(1) 将交叉梁系网架中各榀平面桁架假拟 (折算) 为一实体梁, 如图 1(a), 分别在 x 、 y 两个方向平面内交叉点处节点的竖向位移相等, 即: $\omega_x = \omega_y$; (2) 交叉梁处用刚性链杆相连, 并假定链杆下方的梁承受交叉梁的全部荷载 (图 1(b)); (3) 忽略剪切变形的影响。

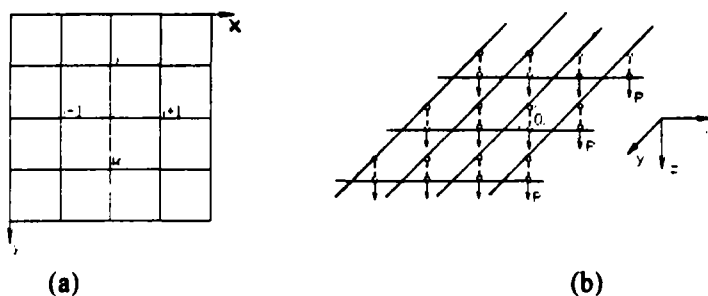


图 1

由此基本假定得到简化后的交叉梁体系，其内部的交叉点数就是结构的超静定次数，各交叉点处的链杆即为赘余约束。切开链杆代之以内力，就得到图 1(b)所示的计算简图。

根据各点的变形协调条件可以列出力法方程。例如第 i 个方程即根据 i 点的位移协调条件得到： x 向梁在 i 点的挠度 ω_{xi} 由两部分组成，一是由荷载 P 产生的挠度 Δ_{xiP} ，一是由赘余力 Q 产生的挠度 Δ_{xiQ} ，即

$$\omega_{xi} = \Delta_{xiP} + \Delta_{xiQ}$$

y 向梁在 i 点的挠度 ω_{yi} 仅由赘余力产生，即

$$\omega_{yi} = \Delta_{yiQ}$$

由 i 点处的位移协调可知：

$$\omega_{xi} = \omega_{yi}$$

这就得到了第 i 个方程。求出赘余力后，复杂的空间问题即简化为一平面桁架问题。

三、折算惯性矩

由以上分析可知，运用交叉梁系力法对该类结构进行简化计算的关键是结构如何从空间结构等效折算成交叉梁体系。由于组成可展开折叠式空间结构的最小单元为剪式单元，所以必须首先求出剪式单元的折算惯性矩。

运用虚功原理可以推导出剪式单元的折算惯性矩。图 2(a)所示的剪式单元，跨度为 a ，高 h ，杆件的截面积为 A ，惯性矩为 I ，材料的弹性模量为 E 。

剪式单元在力偶 M 的作用下两端截面的相对转角为 θ_T ，折算成单根梁后梁的截面惯性矩为 \tilde{I} ，在同样的 M 作用下，梁两侧截面的相对转角为 θ_b ，如图 2(b)。

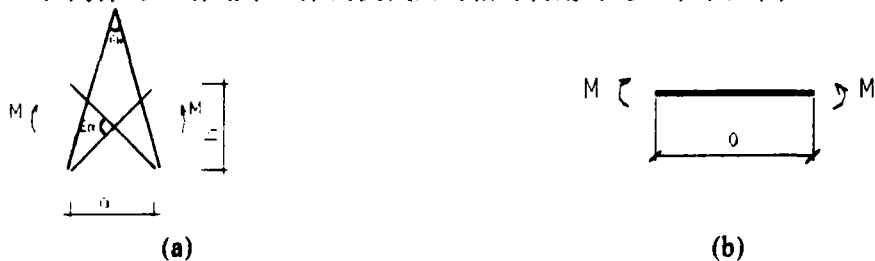


图 2

由虚功原理可得:

$$\theta_r = \frac{2Ma^2}{EAh^2L} + \frac{ML}{6EI}$$

由材料力学可知:

$$\theta_b = \frac{Ma}{EI}$$

由 $\theta_b = \theta_r$ 得:

$$\tilde{I} = \frac{6ah^2L \cdot I \cdot A}{12a^2I + Ah^2L^2} \quad (1)$$

式中, L — 三节点杆的长度; h — 网架高度; a — 相邻节点的间距(剪式单元的跨度);
 I 、 A — 杆件的惯性矩和面积。

通常情况下, 对于一般的杆件体系, (1) 式分母中的第一项远小于第二项, 所以 (1) 式中分母的第一项可以略去, 于是有更为简洁的折算惯性矩表达式:

$$\tilde{I} = \frac{6al}{L} \quad (2)$$

运用同样原理可以推导出如图 3 中带竖向支撑及一侧有水平支撑剪式单元的折算惯性矩, 也可简写成式(2)的形式。



图 3

当某槲桁架两侧有固定铰支座约束时, 考虑到支座对结构抗弯能力的影响, 可采用两次折算法对剪式单元的惯性矩进行折算:

第一次折算: 将支座间所有剪式单元折算成一个大的横跨两个支座间的剪式单元, 即这一剪式单元的跨度为 $a_1 = n \cdot a$, n 为该槲桁架中剪式单元的个数, 高仍为 h , 杆件惯性矩为 \tilde{I} :

$$\tilde{I} = \frac{6al}{L}$$

\tilde{I} — 新剪式单元中杆件的截面惯性矩;

a 、 l 、 L 的意义同前。

第二次折算: 将两铰支座之间看成一个剪式单元相连, 运用上式再折算一次, 即

$$\tilde{I}_1 = \frac{6a_1\tilde{I}}{L_1} \quad (3)$$

式中, L_1 — 第一次折算后新剪式单元中的杆件长; \tilde{I}_1 — 第二次折算后梁的截面惯性矩。

$$L_1 = \sqrt{(na)^2 + h^2}$$

经试算表明, 对于两端有支座约束的桁架, 当跨数 (即桁架中的剪式单元数) 大于 3 时, 用这种方法进行折算与实际情况吻合较好。

四、计算结果的验证

为了验证简化计算方法的精确性, 这里举出一例, 分别运用简化方法和有限元法计算程序进行计算, 将其结果进行对照。

如图 4 为 $4a \times 4a$ 的可展开折叠式空间网架, 网架高 h , 沿边框架各节点设有竖向支撑, 在图中所示的标有 “○” 的 5 个点 (下节点) 分别施加荷载 P 。各杆件的惯性矩为 I , 面积 A , 材料的弹性模量 E 。求各节点位移。

取: $a=0.5\text{m}$, $h=0.3\text{m}$, $I=1.278 \times 10^{-8}\text{m}^4$, $P=245\text{N}$, $E=2.06 \times 10^{11}\text{N/m}^2$ 。

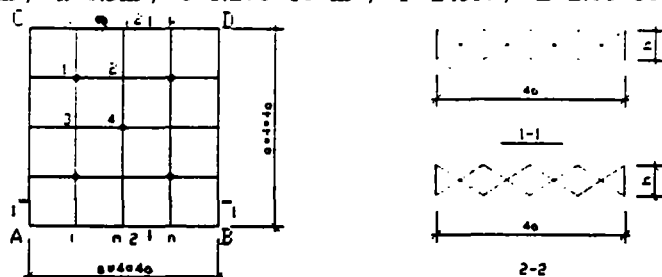


图 4

由公式(2)和(3)可以推得边桁架和中间桁架上剪式单元的折算惯性矩分别为:

$$\tilde{I} = 6al/L = \frac{6 \times 0.5 \times 1.278 \times 10^{-8}}{\sqrt{0.5^2 + 0.3^2}} = 6.575 \times 10^{-8} (\text{m}^4)$$

$$\tilde{I}_1 = 6a_1\tilde{I}/L_1 = \frac{6 \times 2.0 \times 6.575 \times 10^{-8}}{\sqrt{2.0^2 + 0.3^2}} = 3.9 \times 10^{-7} (\text{m}^4)$$

运用交叉梁系力法可以解得交叉点处的赘余力:

$$Q_1 = Q_4 = 122.5(\text{N}) \quad Q_2 = Q_3 = 0.0$$

由此可解得位移:

$$\Delta_2 = 1.52\text{mm} \quad \Delta_4 = 2.00\text{mm} \quad \Delta_j = 0.48\text{mm}$$

由有限元法分析得到的各对应的下节点位移值为:

$$\Delta_2 = 1.77\text{mm} \quad \Delta_4 = 2.34\text{mm} \quad \Delta_j = 0.52\text{mm}$$

由以上实例分析对比可知, 简化计算结果与有限元法计算结果的差别较小, 满足初步设计精度要求。

五、结构影响参数分析

在交叉梁体系中，梁的抗弯刚度是影响结构抗弯性能的重要因素。从可展开折叠结构中剪式单元的折算惯性矩计算公式可以看出，影响该类结构抗弯性能的主要结构参数有：剪式单元的高度、跨度及组成剪式单元的三节点杆的截面惯性矩。杆件截面大小对结构的整体刚度影响很小，在结构中间各节点上增加竖向支撑或单侧增加水平支撑对结构整体刚度提高也不大。在此以图 5 所示的结构实例进行具体分析。

图 5 给出一 $2.4\text{m} \times 2.4\text{m}$ 四点支承可展开折叠网架式空间结构的平面图，图中列出节点编号（括号中数字为上节点编号），仅在周边各节点处设竖向支撑，横向和竖向剪式单元的跨长均为 0.5m ，网架高 0.3m ，在下节点 21、23、41、59、61 五点上作用集中荷载 $P=245\text{N}$ 。杆件 $E=2.06 \times 10^{11}\text{N/m}^2$ ， $A=2.073 \times 10^{-4}\text{m}^2$ ， $I_y=I_z=1.278 \times 10^{-8}\text{m}^4$ 。

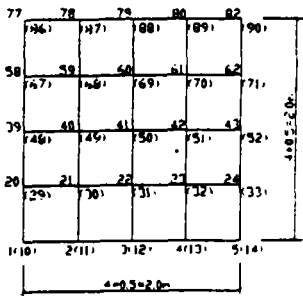


图 5

（一）支撑对结构刚度的影响

为了验证竖向支撑对结构位移的影响，在利用有限元程序对原结构进行计算得到各点的位移值的基础上，又分别对以下几种情况进行了计算：

情况 1. 在原可展开折叠式网架中间框架上增加 40-49、41-50、42-51 三个竖向支撑；

情况 2. 在情况 1 基础上再增加 21-30、22-31、23-32 三个竖向支撑；

情况 3. 在情况 2 基础上再增加 59-68、60-69、61-70 三个竖向支撑，此时所有节点都有竖向支撑。

情况 4. 在原结构中间各桁架（三个纵向、三个横向）的上节点以水平支撑相连，如纵向第二根上增加 11-30、30-49、49-68 和 68-87 四个支撑，共计增加 24 个水平支撑。同时将原作用于下节点的荷载移至相应的上节点上。

表 1 和表 2 列出了上述几种情况与原结构位移计算结果的比较。由于结构对称，仅列出其有代表性节点的位移值。

表 1 竖向支撑对结构刚度的影响分析 (单位: mm)

节点号	2	3	21	22	41
原结构	0.28	0.53	1.43	1.77	2.34
情况 1	0.27	0.53	1.34	1.55	1.99
情况 2	0.27	0.52	1.17	1.55	1.99
情况 3	0.27	0.52	1.17	1.55	1.99

表 2 中间桁架上节点水平支撑对结构刚度的影响分析 (单位: mm)

节点号	11	12	30	31	50
原结构	0.27	0.52	1.42	1.76	2.34
增加水平支撑后	0.27	0.52	1.41	1.74	2.30

从以上结果可以看出，在原网架中间桁架上增加了三个竖向支撑后（情况 1），中间各节点的位移值略有减小。当继续在其它两榀中间框架上增加竖向支撑后（情况 2 和 3），对结构位移几乎无影响。因此在设计时不能采用在中间节点增加竖向支撑的方法来增加结构刚度。从表 2 可以看出，与增加竖向支撑相比，在中间各榀桁架上加上水平支撑对提高结构的刚度影响更微。

(二) 杆件的几何特性

1. 杆件的惯性矩 I

由前面的折算惯性矩公式可知，杆件的惯性矩直接影响到结构的刚度，尤其是中间各榀桁架的刚度。由于结构中间节点的位移往往较大，且结构最大位移也往往出现在中部节点上，所以从公式(2)可知，提高杆件的惯性矩是增加结构总体抗变形能力的最直接手段之一。

下表列出了上述 2.0m×2.0m 原网架结构在其它条件相同的情况下，不同杆件惯性矩对结构位移的影响。

表 3 杆件惯性矩与节点位移的关系 (位移单位: mm)

节点位移	ω_2	ω_3	ω_{21}	ω_{22}	ω_{41}	I_{4+1}/I_4	$\frac{\omega_{41}^{(1)}}{\omega_{41}^{(2)}}$
$I_1=1.035E-8m^{-4}$	0.33	0.64	1.75	2.16	2.88		
$I_2=1.278E-8m^{-4}$	0.28	0.53	1.43	1.77	2.35	1.235	1/1.226
$I_3=2.200E-8m^{-4}$	0.17	0.33	0.85	1.05	1.39	1.721	1/1.690

计算结构表明，随着杆件惯性矩的增大，结构的节点位移在减小。从上表的最后两项还可以看出，杆件惯性矩增大的比率与节点位移减小的比率基本相等。

2. 杆件截面积 A

由公式可以看出，中间各框架的折算惯性矩的大小几乎不受杆件截面积 A 的影响，A 的增大只能提高边框架的折算惯性矩。下面仍然举图 5 所示的结构来验证上述分析，其中只有截面积 A 变化，其它同原结构。

表 4 杆件截面积对结构位移的影响分析 (位移单位: mm)

节点号	3	40	41
$A=2.073cm^2$	0.53	1.77	2.35
$A=3.073cm^2$	0.51	1.75	2.32

从上表可以明显看出，杆件截面积的变化对节点的位移影响很小。

(三) 网架高度 h 及剪式单元的高跨比 h/a

由剪式单元的折算惯性矩可以推得：

$$\tilde{I} = \frac{6al}{L} = \frac{6al}{\sqrt{a^2 + h^2}} = \frac{6I}{\sqrt{1 + \left(\frac{h}{a}\right)^2}}$$

由上式可知:

- 当剪式单元的跨度 a 不变时, 折算惯性矩 \tilde{I} 将随着网架高 h 的增大而减小, 即结构的刚度将减小;
- 当组成剪式单元的杆件的长度 L 不变时, 折算惯性矩 \tilde{I} 随着剪式单元的高跨比 h/a 的增大而减小, 即结构的刚度将减小。从理论上讲, 当组成剪式单元的两根杆件的夹角 $\alpha = 0$ 时 (图 2(a)), 剪式单元的折算惯性矩最大, 即抗弯刚度最大。

对于图 5 所示的折叠式网架, 分别取 $h=0.3\text{m}$ 、 0.5m 、 0.8m 三种情况, 仍取剪式单元跨度 $a=0.5\text{m}$, 其它条件同原结构。计算结果列表 6 中。

表 5 网架高度对结构刚度的影响 (位移单位: mm)

节点号	2	3	21	22	41
$h=0.3\text{m}$	0.28	0.53	1.43	1.77	2.34
$h=0.5\text{m}$	0.32	0.62	1.55	1.91	2.53
$h=0.8\text{m}$	0.42	0.82	1.93	2.38	3.15

从以上两实例分析可以看出, 当剪式单元的跨长不变时, 随着网架高 h 的增大, 节点位移增大, 即结构的刚度减小。

六、结 论

通过以上分析可以得出以下主要结论:

1. 用本文所推导出的可展开折叠式网架结构简化计算方法, 既简便实用又能满足精度要求, 尤其适用于结构选型及初步设计阶段;
2. 影响可展开折叠式空间结构整体刚度的主要几何因素有: 组成剪式单元的三节点杆的截面惯性矩、剪式单元的高度和跨度等;
3. 在中部节点间增加竖向支撑或单侧 (上侧或下侧) 增加水平支撑对结构的刚度影响甚小;
4. 在杆件的几何特征中, 杆件的截面惯性矩是影响结构抗弯刚度的关键因素。但杆件截面面积的大小对结构的抗弯刚度影响较小, 尤其是它对两端无支座的中间各桁架的抗弯刚度几乎无影响;
5. 在组成剪式单元的杆件的长度不变的情况下, 减小剪式单元的高度即增大剪式单元的跨度; 可以提高结构的抗弯刚度。

参 考 文 献

- (1) 沈祖炎、严慧、马克俭、陈扬骥. 空间网架结构. 1985.8
- (2) 曹资等. 可展开折叠式空间网架结构研究 (科研报告). 1995.2
- (3) 崔恒忠、曹资、刘景园等. 可展开折叠式空间结构的模型试验. 《空间结构》 97.1