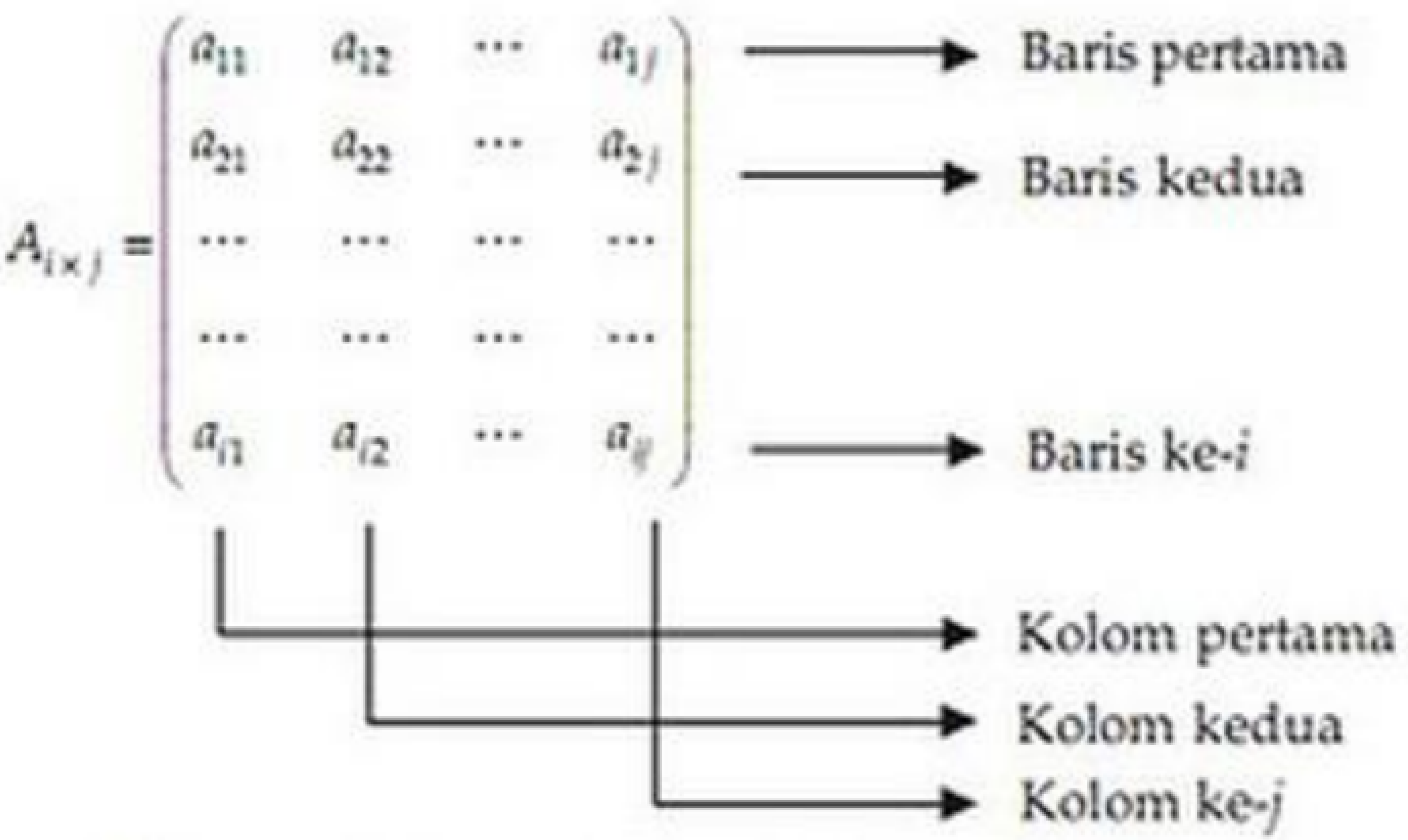
CLO-3 Sistem persmaanLinear (Matriks)

Fisika Komputasi B

2023

Matriks

- Kumpulan nilai nilai
- Disimpan dalam tipe List, Tuple, dll



Matriks

Jenis Matriks

- Matriks Vektor (baris, atau kolom)
- Matriks Persegi
- Matriks Nol (np.zeros([b,c]))
- Matriks Identitas (11) → Skalar (22)→ Diagonal (12)
- Matriks Segitiga (Atas, Bawah)
- Matriks Transpose (np.transpose(A))

Matriks

Coba

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$A = [[1, 2, 3], [4, 5, 6]]$$

$$B = 2A \qquad = (2*A)?$$

$$B = \begin{bmatrix} 2*1 & 2*2 & 2*3 \\ 2*4 & 2*5 & 2*6 \end{bmatrix}$$

Matriks

```python
B = []
for row in A:
    temp = []
    for element in row:
        temp.append(2*element)
    B.append(temp)
print(B)
```

Metode EliminasiGauss-Jordan

- Eliminasi Gauss-Jordan merupakan Salah satu metode yang berbasis matriks untuk menyelesaikan persamaan linier dengan prinsip yang sama seperti mengalikan suatu matriks dengan matriks identitasnya.
- Digunakan saat sistem persamaan linier memiliki banyak persamaan dan variabel.
- Metode Gauss-Jordan merupakan suatu variasi dari Eliminasi Gaus dan dalam bahasa analitik yang dikenal dengan nama reduksi baris
- Untuk menghitung invers dan matriks maka menggunakan Eliminasi Gauss-Jordan yang diterapkan dalam matriks persegi.
- Eliminasi Gauss-Jordan hanya dilakukan dengan menambahkan matriks identitas dengan dimensi yang sama

Metode EliminasiGauss-Jordan

- Kelebihan Metode Gauss-Jordan:

1. Lebih mudah untuk memecahkan sistem persamaan linear
2. Menghilangkan kebutuhan untuk menulis ulang variabel setiap angka

- Kekurangan:

1. Akurasi kecil, karena hasil akhir umumnya perlu pembulatan desimal
2. kurang efisien karena butuh beberapa kali perlakuan hingga mendapat matriks eselon baris tereduksi

Metode Eliminasi Gauss-Jordan

Eliminasi Gauss-Jordan menyelesaikan sistem persamaan menggunakan prosedur untuk mengubah A menjadi bentuk diagonal.

suatu sistem persamaan linear

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}y_1'\\ y_2'\\ y_3'\\ y_4'\end{bmatrix}$$

Contoh Persoalan :

"Gunakan Eliminasi Gauss Jordan untuk menyelesaikan persamaan berikut!"

Governing Equation:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &= b_2, \\ &\ \ \cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n &= b_m, \end{aligned}$$

Metode Eliminasi Gauss-Jordan

Contoh Persoalan :

Working Equation :

$$4_{x_1} + 3_{x_2} - 5_{x_3} = 2$$
$$-2_{x_1} - 4_{x_2} + 5_{x_3} = 5$$
$$8_{x_1} + 8_{x_2} = -3$$

Numeric Equation:

Langkah 1: Dapatkan argumentasi matriks [A,y]

$$[A, y] = \begin{bmatrix} 4 & 3 & -5 & 2 \\ -2 & -4 & 5 & 5 \\ 8 & 8 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

Contoh Persoalan :

Langkah 2: Bagilah baris pertama dengan 4 agar nilai dari 4 (yang warna kuning) bisa menjadi 1, sehingga

$$\begin{bmatrix} 1 & 3/4 & -5/4 & 1/2 \\ -2 & -4 & 5 & 5 \\ 8 & 8 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

Metode Eliminasi Gauss-Jordan

Contoh Persoalan :

Langkah 3: Eliminasi elemen pertama pada baris 2 dan 3 agar bernilai nol.

Baris kedua: $R_2 = R_2 + 2R_1$

Baris ketiga: $R_3 = R_3 - 8R_1$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3/4 & -5/4 & 1/2 \\ 0 & -5/2 & 5/2 & 6 \\ 0 & 2 & 10 & -7 \end{bmatrix}$$

Langkah 4: Normalisasi elemen ke- 2 dari baris ke 2 menjadi 1, yaitu dengan membagi baris kedua dengan -5/2

$$\begin{bmatrix} 1 & 3/4 & -5/4 & 1/2 \\ 0 & 1 & -1 & -12/5 \\ 0 & 2 & 10 & -7 \end{bmatrix}$$

Contoh Persoalan :

Langkah 5: Eliminasi elemen kedua pada baris 3 agar bernilai nol.

Baris ketiga: $R_3 = R_3 - 2R_2$ $\rightarrow$ $\begin{bmatrix} 1 & 3/4 & -5/4 & 1/2 \\ 0 & 1 & -1 & -12/5 \\ 0 & 0 & 12 & -11/5 \end{bmatrix}$

Langkah 6: Normalisasi baris ketiga dengan dibagi 8

$$\begin{bmatrix} 1 & 3/4 & -5/4 & 1/2 \\ 0 & 1 & -1 & -12/5 \\ 0 & 0 & 1 & -11/60 \end{bmatrix}$$

Contoh Persoalan :

Langkah 7: Eliminasi elemen 3 baris 2 agar bernilai nol.

$$\text{Baris kedua: } R_2 = R_2 + R_3 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3/4 & -5/4 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & -155/60 \\ 0 & 0 & 1 & -11/60 \end{bmatrix}$$

Langkah 8: Eliminasi elemen 3 baris pertama agar bernilai nol

$$\text{Baris pertama: } R_1 = R_1 + \frac{5}{4} R_3 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3/4 & -5/4 & 1/2 \\ 0 & 1 & -1 & -12/5 \\ 0 & 0 & 1 & -11/60 \end{bmatrix}$$

Langkah 9: Eliminasi elemen 2 baris pertama agar bernilai nol.

$$\begin{bmatrix} 1 & 3/4 & -5/4 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & -155/60 \\ 0 & 0 & 1 & -11/60 \end{bmatrix}$$

$$\text{Baris pertama: } R_1 = R_1 + \frac{5}{4} R_2 \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 265/120 \\ 0 & 1 & 0 & -155/60 \\ 0 & 0 & 1 & -11/60 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2.208 \\ 0 & 1 & 0 & -2.583 \\ 0 & 0 & 1 & -0.183 \end{bmatrix}$$

$x_1 = 2{,}208$; $x_2 = -2{,}583$; $x_3 = -0{,}183$

Metode Dekomposisi LU adalah metode penguraian suatu matriks menjadi matriks segitiga bawah L (lower) dan matriks segitiga atas U (upper).

1. Dekomposisi [A] menjadi martriks segitiga atas [U] dan matriks segitiga bawah [L]

$$LUx = y \rightarrow \begin{bmatrix} l_{1,1} & 0 & 0 & 0 \\ l_{2,1} & l_{2,2} & 0 & 0 \\ l_{3,1} & l_{3,2} & l_{3,3} & 0 \\ l_{4,1} & l_{4,2} & l_{4,3} & l_{4,4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1,1} & u_{1,2} & u_{1,3} & u_{1,4} \\ 0 & u_{2,2} & u_{2,3} & u_{2,4} \\ 0 & 0 & u_{3,3} & u_{3,4} \\ 0 & 0 & 0 & u_{4,4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}$$

2. Jika pada persamaan di atas, anggap U x = M, maka persamaan di atas menjadi

$$\begin{bmatrix} l_{1,1} & 0 & 0 & 0 \\ l_{2,1} & l_{2,2} & 0 & 0 \\ l_{3,1} & l_{3,2} & l_{3,3} & 0 \\ l_{4,1} & l_{4,2} & l_{4,3} & l_{4,4} \end{bmatrix} M = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}$$

3. Nilai matriks M pada persamaan di atas dicari menggunakan subtitusi maju. Setelah mendapat nilai M, maka nilai x akan diperoleh dengan mensubtitusikan Kembali ke U x = M, sehingga persamaannya akan diperoleh sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} u_{1,1} & u_{1,2} & u_{1,3} & u_{1,4} \\ 0 & u_{2,2} & u_{2,3} & u_{2,4} \\ 0 & 0 & u_{3,3} & u_{3,4} \\ 0 & 0 & 0 & u_{4,4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ m_4 \end{bmatrix}$$

Metode Dekomposisi LU

Kelebihan metode dekomposisi LU yaitu sangat efektif untuk menyelesaikan persamaan linear yang memiliki ordo tinggi atau matriks yang berukuran lebih dari 3x3.

Contoh Persoalan :

"Selesaikan persamaan berikut menggunakan fungsi numpy.linalg.solve"

Governing Equation:

$$LUx = y \rightarrow \begin{bmatrix} l_{1,1} & 0 & 0 & 0 \\ l_{2,1} & l_{2,2} & 0 & 0 \\ l_{3,1} & l_{3,2} & l_{3,3} & 0 \\ l_{4,1} & l_{4,2} & l_{4,3} & l_{4,4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1,1} & u_{1,2} & u_{1,3} & u_{1,4} \\ 0 & u_{2,2} & u_{2,3} & u_{2,4} \\ 0 & 0 & u_{3,3} & u_{3,4} \\ 0 & 0 & 0 & u_{4,4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}$$

Contoh Persoalan :

Working Equation:

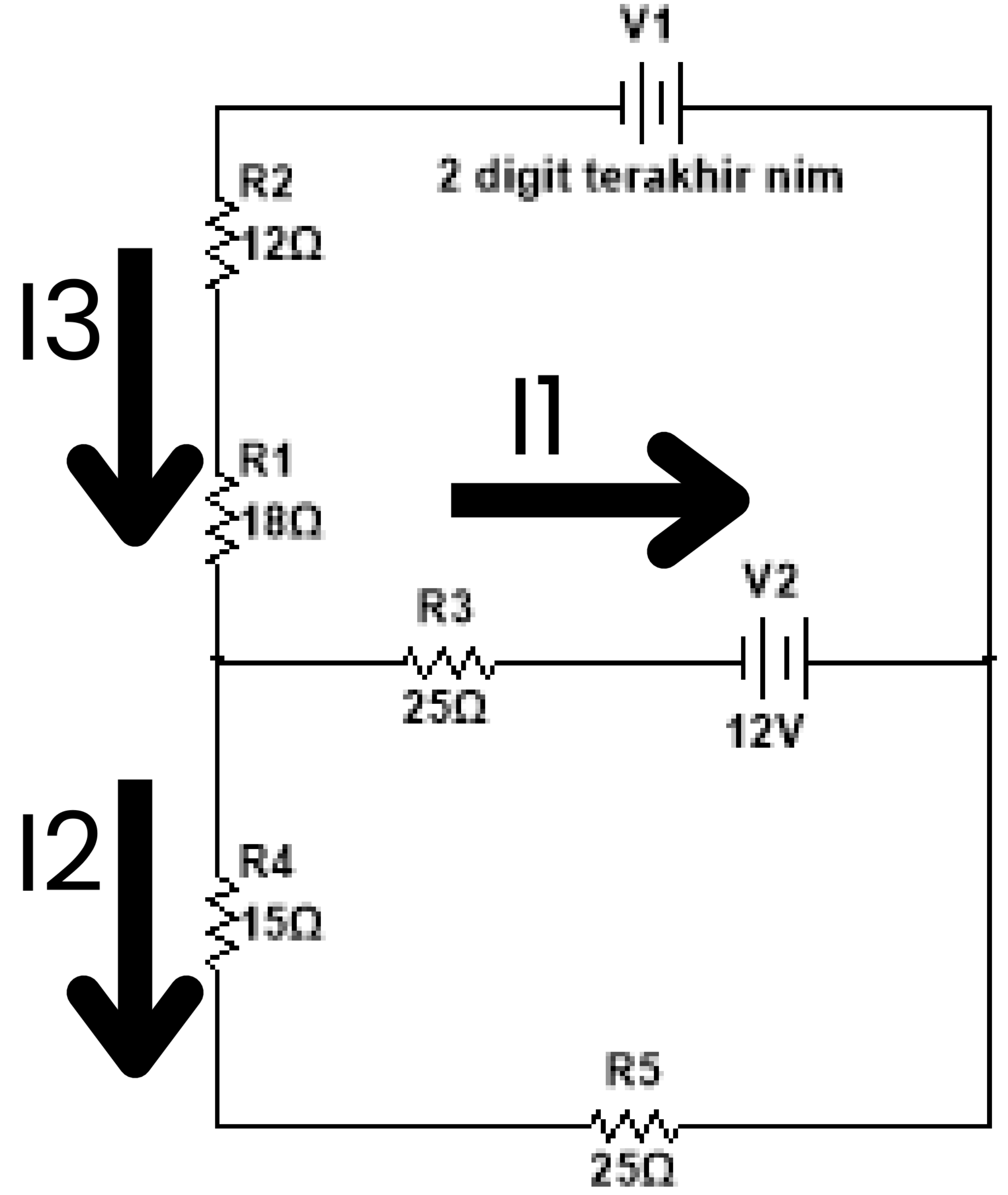
$$4_{x_1} + 3_{x_2} - 5_{x_3} = 2$$
$$-2_{x_1} - 4_{x_2} + 5_{x_3} = 5$$
$$8_{x_1} + 8_{x_2} = -3$$

Numeric Equation:

Dapatkan augmentasi matriks terlebih dahulu.

$$[A, y] \begin{bmatrix} 4 & 3 & -5 & 2 \\ -2 & -4 & 5 & 5 \\ 8 & 8 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

Tentukan nilai arus I1,I2,I3 dari rangkaian di bawah, dengan menggunakan metode eliminasi Gauss-Jordan!



Dengan menggunakan program menghitung solusi persamaan linear Gauss Jordan, selesaikan persamaan linear berikut! Sertakan penjelasan perbaris dari kode program yang sudah dibuat!

$$\begin{aligned}
8a + 2b - 4c + 6d - e &= 418 \\
3a - b + 4c - 6d + 7e &= -216 \\
-9a + b - c - d + 2e &= -178 \\
a - b + c - d + e &= -28 \\
3a + 4b - 2c + 4d + 8e &= 218
\end{aligned}$$

Berikan suatu gambaran mengenai persoalan fisika atau yang menggunakan persamaan linear dalam penyelesaiannya!

Tugas Pendahuluan

CLO - 04 | Interpolasi

1. Buatlah ringkasan mengenai metode interpolasi linear dan metode interpolasi bilinear, bisa berupa konsep dasar interpolasi linear dan bilinear, serta kegunaannya!
2. Berikan contoh kasus yang diselesaikan dengan metode interpolasi! Sertakan perhitungan analitiknya!

Terima Kasih!