



CLO-1 Galat/Error

Fisika Komputasi B

2023

Deret Taylor

- Deret Taylor merupakan deret yang dapat mendefinisikan beberapa nilai suatu fungsi. Deret MaClaurin merupakan bentuk lebih sederhana Deret Taylor.
- Berikut merupakan rumus deret Taylor secara umum:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x - a)^n}{n!} f^{(n)}(a)$$

- Nilai dari deret tersebut dapat dihitung secara komputasi.

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 + \dots + \frac{f^n}{n!}x^n + \dots$$

“ Pada Praktikum peritungan deret Taylor hanya sampai suku tertentu, sehingga muncul error akibat adanya pemotongan deret (galat pemotongan)



Brook Taylor
Penemu Deret Taylor

Contoh Deret Taylor

Eksponensial

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

Logaritma Natural

$$\ln(1-x) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \dots$$

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n} = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$$

Geometri

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n$$

$$\frac{1}{(1-x)^2} = \sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1}$$

$$\frac{1}{(1-x)^3} = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(n-1)n}{2} x^{n-2}$$

Contoh Deret Taylor

$$\begin{aligned}
 \sin x &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1} & = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots & \text{for all } x \\
 \cos x &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n} & = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots & \text{for all } x \\
 \tan x &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_{2n} (-4)^n (1 - 4^n)}{(2n)!} x^{2n-1} & = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \dots & \text{for } |x| < \frac{\pi}{2} \\
 \sec x &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n E_{2n}}{(2n)!} x^{2n} & = 1 + \frac{x^2}{2} + \frac{5x^4}{24} + \dots & \text{for } |x| < \frac{\pi}{2} \\
 \arcsin x &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)!}{4^n (n!)^2 (2n+1)} x^{2n+1} & = x + \frac{x^3}{6} + \frac{3x^5}{40} + \dots & \text{for } |x| \leq 1 \\
 \arccos x &= \frac{\pi}{2} - \arcsin x & & \\
 &= \frac{\pi}{2} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)!}{4^n (n!)^2 (2n+1)} x^{2n+1} & = \frac{\pi}{2} - x - \frac{x^3}{6} - \frac{3x^5}{40} - \dots & \text{for } |x| \leq 1 \\
 \arctan x &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} x^{2n+1} & = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots & \text{for } |x| \leq 1, x \neq \pm i
 \end{aligned}$$

Absolute Error

Absolute Error adalah selisih antara nilai sebenarnya dengan nilai pendekatan.

$$\text{Error} = | \text{Nilai}_{\text{eksak}} - \text{Nilai}_{\text{pendekatan}} |$$

$$\text{Error} = | \text{Nilai}_{\text{pendekatan}} - \text{Nilai}_{\text{pendekatan-1}} |$$

Relative Error adalah rasio absolute error dengan nilai sebenarnya.

$$\text{Error} = | \frac{\text{Nilai}_{\text{eksak}} - \text{Nilai}_{\text{pendekatan}}}{\text{Nilai}_{\text{eksak}}} |$$

Contoh

Persoalan:

- Menghitung nilai $\sin(x)$ dengan menggunakan deret Taylor

Governing Equation:

- $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-a)^n}{n!} f^{(n)}(a)$

Working Equation:

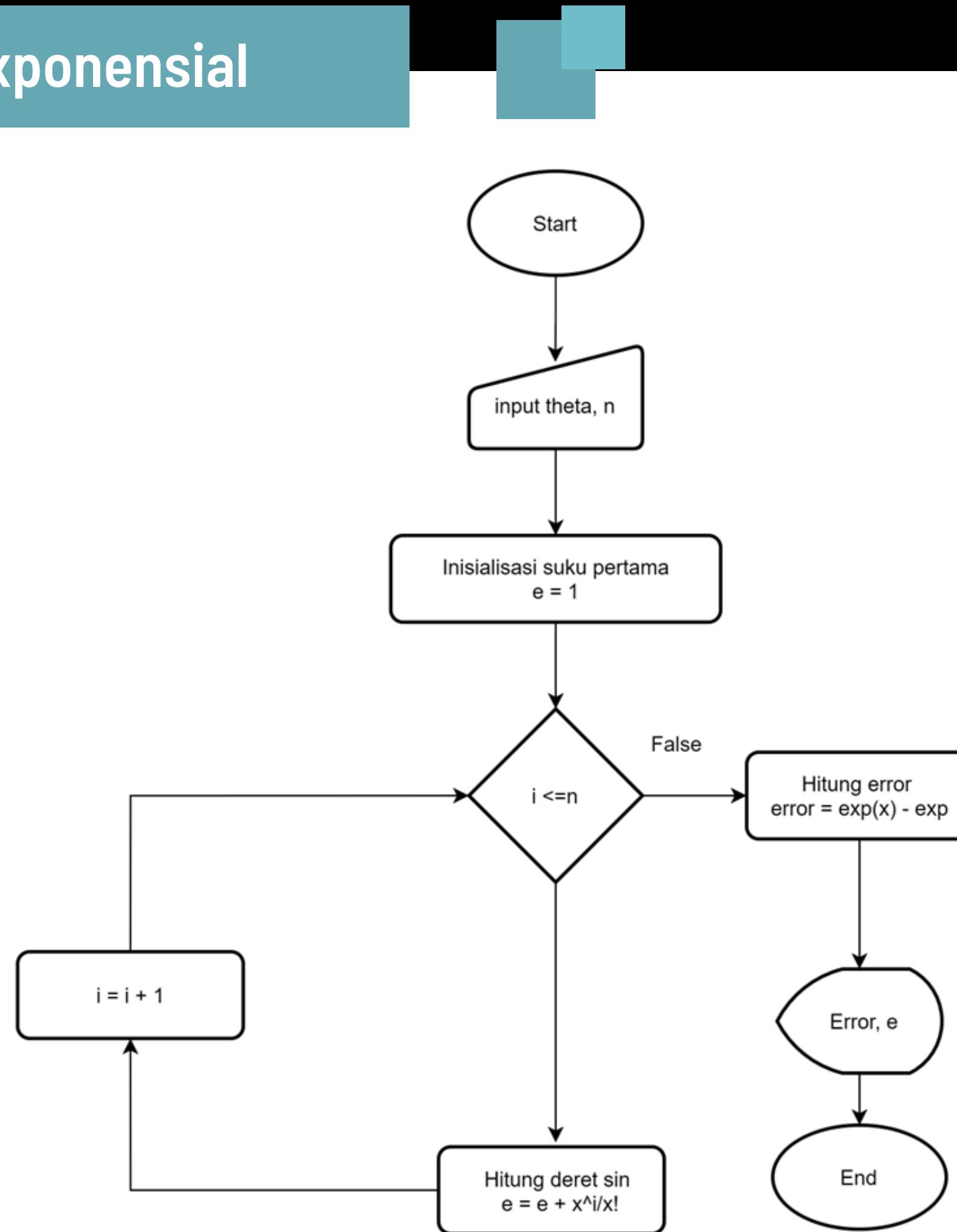
- $\sin \theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!} + \frac{\theta^9}{9!} + \frac{\theta^{11}}{11!} - \frac{\theta^{13}}{13!}$

Numerical Equation:

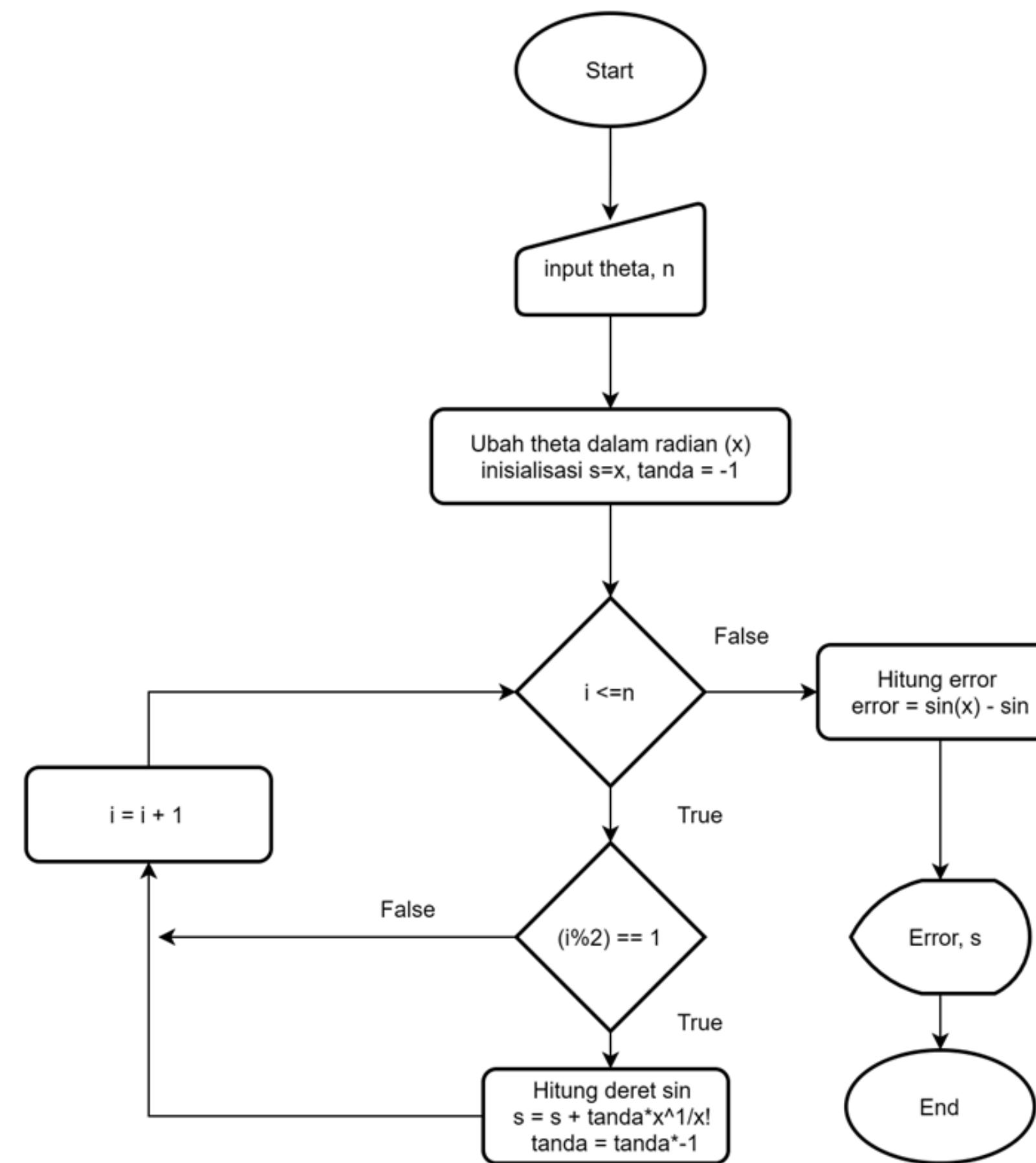
- Deret Taylor untuk \sin dengan jumlah deret tertentu

- $\sin \theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!}$

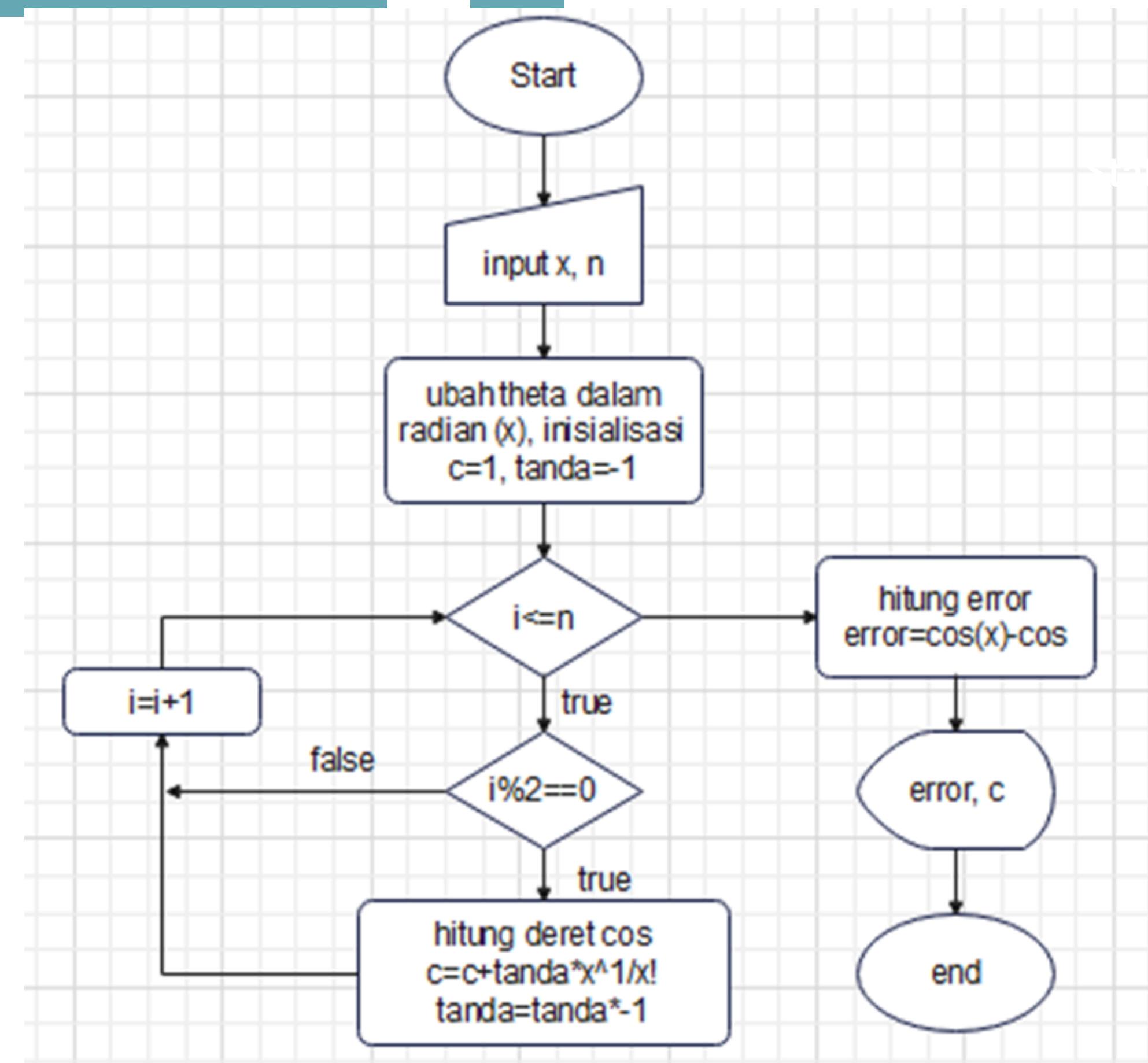
Flowchart Exponensial



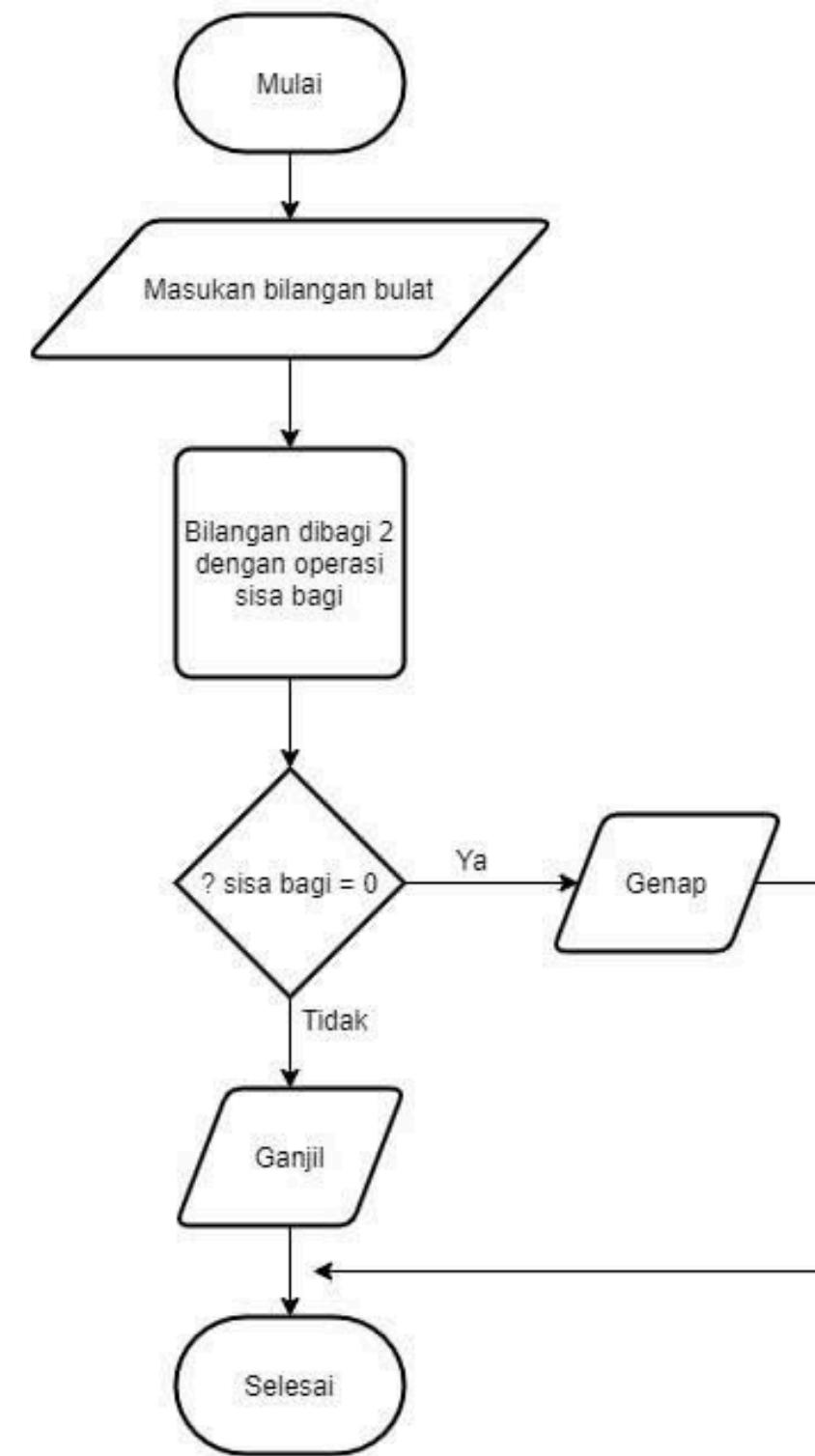
Flowchart SIN



Flowchart COS



Petunjuk Flowchart



	Flow Direction symbol Yaitu simbol yang digunakan untuk menghubungkan antara simbol yang satu dengan simbol yang lain. Simbol ini disebut juga connecting line.
	Terminator Symbol Yaitu simbol untuk permulaan (start) atau akhir (stop) dari suatu kegiatan
	Connector Symbol Yaitu simbol untuk keluar - masuk atau penyambungan proses dalam lembar / halaman yang sama.
	Connector Symbol Yaitu simbol untuk keluar - masuk atau penyambungan proses pada lembar / halaman yang berbeda.
	Processing Symbol Simbol yang menunjukkan pengolahan yang dilakukan oleh komputer
	Simbol Manual Operation Simbol yang menunjukkan pengolahan yang tidak dilakukan oleh computer
	Simbol Decision Simbol pemilihan proses berdasarkan kondisi yang ada.
	Simbol Input-Output Simbol yang menyatakan proses input dan output tanpa tergantung dengan jenis peralatannya
	Simbol Manual Input Simbol untuk pemasukan data secara manual on-line keyboard
	Simbol Preparation Simbol untuk mempersiapkan penyimpanan yang akan digunakan sebagai tempat pengolahan di dalam storage.
	Simbol Predefine Proses Simbol untuk pelaksanaan suatu bagian (sub-program)/prosedure
	Simbol Display Simbol yang menyatakan peralatan output yang digunakan yaitu layar, plotter, printer dan sebagainya.
	Simbol disk and On-line Storage Simbol yang menyatakan input yang berasal dari disk atau disimpan ke disk.
	Simbol magnetik tape Unit Simbol yang menyatakan input berasal dari pita magnetik atau output disimpan ke pita magnetik.
	Simbol Punch Card Simbol yang menyatakan bahwa input berasal dari kartu atau output ditulis ke kartu
	Simbol Dokumen Simbol yang menyatakan input berasal dari dokumen dalam bentuk kertas atau output dicetak ke kertas.

Anhas

1. Buatlah program untuk menghitung nilai $\tan(x)$ dengan x adalah sudut yang anda pilih (minimal 3), kemudian $n=5$. Bandingkan dengan hasil analitik!, dengan flowchart
2. Buatlah sebuah program untuk menampilkan grafik $\tan(x)$ untuk x adalah sudut dalam rentang 0 sampai 360° , Dengan flowchart
3. Dengan menggunakan program menghitung nilai sin yang digunakan pada praktikum, hitunglah nilai $\sin(x)$, dengan x adalah sudut yang Anda pilih dalam derajat. Gunakan iterasi $n=10$, $n=20$ dan $n=50$ kemudian tentukan error (absolut) dan bandingkan hasilnya dengan hasil analitik (built in python)!, Jelaskan pengaruh nilai iterasi terhadap error yang dihasilkan.

Tugas Pendhuluan

CLO - 02 | Akar - Akar Persamaan

1. Jelaskan apa yang Anda ketahui tentang akar dari persamaan matematis, dan berikan pendapat singkat mengenai cara penyelesaian yang menurut Anda merupakan solusi mudah dari persamaan tersebut.
2. Jelaskan apa yang Anda ketahui tentang persamaan polinomial dan elemen apa saja didalamnya yang menurut Anda unik dan menarik (bisa dibandingkan dengan persamaan linear, persamaan laplacian, persamaan turunan, dsb yang menurut Anda menarik)
3. Berikan gambaran singkat mengenai setidaknya dua metode umum penyelesaian akar persamaan polinomial secara numerik.



Terima Kasih!

