

Projet de raisonnement propositionnel

Edouard.H Théo.R.V

2022–2023

Résumé

Ce document constitue notre compte rendu du projet de raisonnement propositionnel traitant d'une implémentation de la méthode des tableaux et de fonction de test. Il s'agit d'une méthode permettant de déterminer la satisfaisabilité d'une formule booléenne. Les fonctions de test permettent de vérifier empiriquement l'implémentation de la méthode.

Dans un premier temps, nous présenterons notre implémentation de la méthode des tableaux et des divers choix présent dans celle-ci. Pour finir, nous aborderons les difficultés liées à la production de ce projet.

Table des matières

I	Implémentation de la méthode des tableaux	3
1	Formule	3
2	RandomFormule	3
3	Tableaux	4
4	Test	5
II	Les difficultés rencontrées	5
III	Conclusion	5

I Implémentation de la méthode des tableaux

1 Formule

Tout d’abord, nous avons dès le début de la conception de ce projet mis en place les opérateurs étendus vus en TD. On peut notamment citer les opérateurs, **xor**, **nor**, **nand**, **diff** et **equiv** de symbole respectif \oplus , \uparrow , \downarrow , \setminus et \Leftrightarrow .

La fonction **string_of_formule** est une fonction récursive non terminale, ce choix est dû à plusieurs raisons. La première étant que sa complexité espace sera logarithmique par la division de la formule par deux à chaque appel récursif. La deuxième raison réside dans l’hypothèse que les formules affichées ne devraient pas être d’une taille démesurée en fait une formule trop grande ne pourrait pas être affichée sur un terminal de taille standard. De plus ce choix favorise la compréhension de cette fonction.

En ce qui concerne la fonction **eval** ayant déjà implémenté la partie de ‘base’ en TP tout le travail, c’est focaliser sur les opérateurs étendus. Ces opérations n’étant pas implémenté de façon standard en Ocaml, nous avons donc à partir des tables de vérités mises en place des formules équivalentes permettant alors leur implémentation, voir table 1 pour les formules équivalentes résultant des tables de vérités.

a	b	$a \oplus b$	a	b	$a \uparrow b$	a	b	$a \downarrow b$	a	b	$a \setminus b$	a	b	$a \Leftrightarrow b$
0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1
1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0
$(a \setminus b) \vee (b \setminus a)$			$\neg(a \wedge b)$			$\neg(a \vee b)$			$a \vee b$			$(a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow a)$		

TABLE 1 – Tables de vérités et formule équivalente.

2 RandomFormule

Pour la fonction **random_form**, nous avons fait le choix de la diviser en plusieurs sous-fonctions. Un tel choix permet une compréhension plus aisée du traitement effectué dans la fonction. Les quatre fonctions **random_atome**, **random_n_operator**, **random_u_operator** et **random_b_operator** correspondent chacune à l’obtention d’un élément de façon pseudo-aléatoire, un atome, un opérateur unaire, unaire et binaire respectivement aux fonctions citées plus haut. Une telle division permet aussi de faciliter un possible futur ajout d’opérateurs, d’où la création d’une fonction pour obtenir un opérateur unaire de façon aléatoire bien qu’il n’y ait qu’un seul. Toutes les autres fonctions obtiennent l’élément cible en tirant un nombre pseudo-aléatoire à l’aide du module **Random**. L’algorithme utilisé pour la génération de cette formule pseudo-aléatoire est celui donné dans le sujet du projet.

3 Tableaux

Toutes les fonctions implémentées dans le fichier source **Tableaux.ml**, résulte de l'implémentation de la méthode des tableaux.

Pour les fonctions **tableau_sat** et **tableau_ex_sat**, nous avons réunies ces traitement en une seule fonction auxiliaire **tab_methode**. Elle renvoie un couple de booléen et d'une liste d'atome, liste prouvant sa satisfaisabilité dans le cas ou la formule f l'est.

C'est une fonction récursive non-terminal (car supposant que les formules sont de tailles raisonnable), qui itère sur la liste de formule qu'il lui reste à traiter.

En effet, la méthode des tableaux décompose une formule pour construire un arbre permettant de déterminer la satisfaisabilité de cette formule. L'itération sur la liste de formule permet comme décrite dans la méthode d'ajouter en début de 'branche' les formules à traiter par la suite. Comme décrits dans cette méthode, l'opérateur **Bot** conclue à une fermeture de branche, c'est-à-dire que cette branche ne peut pas être satisfaisable, d'où le retour pour cette branche de la valeur **false** et d'une liste d'atomes vide.

Pour le cas de **Top**, la fonction passe à la prochaine sous-formule à traiter en conservant les atomes rencontrée précédemment. En cas de rencontre d'un atome qu'il s'agisse de sa négation ou non, une recherche dans la liste d'atome déjà rencontrée permet de savoir si sa négation est présente, dans ce cas la branche est fermé (donc de mêmes retours que pour l'opérateur **Bot**) sinon l'ajoute à la liste d'atome puis effectué le prochain traitement. La rencontre d'une conjonction et d'une négation de disjonction, entraine l'ajout en tête de liste des deux opérandes et de leurs négation respectivement et continue le traitement.

En ce qui concerne la disjonction et la négation de conjonction, nous créons un 'nœud' à la fin de la branche. Ce 'nœud' est représenté par une première exécution de la branche avec en tête de celle-ci. Si cette exécution renvoie vrai alors la formule est satisfaisable donc on arrête le traitement sinon le programme exécute une nouvelle fois cette branche, mais avec en tête cette fois-ci la deuxième opérande.

Pour finir en cas d'apparition d'un opérateur étendu, un appel à la fonction **transform** permet d'exprimer cette opération en fonction des opérateurs dont le traitement est cité ci-dessus.

En ce qui concerne la fonction **tableau_all_sat**, le traitement de tous les opérateurs est identique à celui de la fonction **tab_methode** sauf pour la disjonction. En effet, devant renvoyer tous les atomes de toutes les branches, de ce fait toutes les branches sont traité pour les disjonctions et une concaténation de liste permet d'obtenir tous ces atomes.

4 Test

La fonction `to_alea_inter`, a été implémentée à l'aide d'une fonction auxiliaire qui sera renvoyer à l'utilisateur partiellement exécuter (sans tous ces paramètres, pour renvoyer une fonction de type interprétation). On peut remarquer l'utilisation de la fonction `List.assoc_opt`, qui permet de rechercher dans une liste de couple clé valeur (a, b) la valeur de b qui correspond à la valeur de clé passer en paramètres. On remarque quelle renvoie `None` en cas d'échec et `Some b` en cas succès. L'interprétation renvoyer par cette fonction comble les atomes qui ne sont pas présent dans la liste `sbl` (liste de couple booléen string) par un booléen choisi de façon pseudo-aléatoire.

La fonction permettant de tester empiriquement notre implémentation de la méthode des tableaux est `test_valid`. Pour ce test, elle va générer une formule pseudo-aléatoire, à l'aide de la fonction `random_form` (décrite dans la sous-section ??) de n opérateur et d'atome possible la liste 'a', 'b', 'c' et 'd'. Ensuite elle va exécuter les fonctions `ex_sat` et `all_sat` qui correspond à un appelle à la fonction `eval` sur les listes d'atome en résultat des fonctions `tableau_ex_sat` et `tableau_all_sat`. La fonction `eval` utilise l'interprétation renvoyer par la fonction `to_alea_inter`.

II Les difficultés rencontrées

Tous d'abord, notre première difficulté à été la simplification des opérateurs en fonction des opérateurs de 'base'. Nous avons dû réaliser des tables de vérités, à fin de trouver des opérations correspondantes (voir tableau 1).

Une autre difficulté a été une tentative de simplification mais aussi de factorisation des codes des fonctions `tab_methode` et `tableau_all_sat`. En effet, on voit très clairement que les deux fonction on un codes très similaires. Mais malgré ces diverses tentatives aucune améliorations du code n'a pu être trouvé.

Pour finir, notre plus grosse difficulté qui ne résulte pas forcément de ce projet, a été la compréhension de l'énoncé mais aussi la production de ce rapport.

III Conclusion

Pour conclure, nous avons implémenté cette méthode sans trop de difficulté après l'avoir compris. Nous l'avons testé de nombreuse fois à l'aide de la fonction `test_valid`. Elle reste plus efficace que l'exécution d'un algorithme calculant la table de vérité d'une formule dans la plupart des cas. Malgré cela, il reste de nombreuses améliorations à produire notamment sur la factorisation du code.