Բովանդակություն

Ներածություն

Թաքնագրությունը գաղտնի տեղեկատվությունը ոչ գաղտնի տեղեկատվության (կոնտեյներ) մեջ թաքցման մեթոդների հավաքածու է: Իսկ թաքնավերլուծությունը (Steganalysis), մի գործընթաց է, որն ուղղված է պարզելուն, թե արդյո՞ք հաղորդագրությունը պարունակում է թաքնված ինֆորմացիա, և հնարավորության դեպքում վերականգնել այն: Թաքնված ինֆորմացիայի ներկայությունը հայտնաբերելու համար սովորաբար օգտագործվում է երկուական դասակարգիչ (Binary classifier): Սույն ուսումնասիրության մեջ ներկայացվելու է մի մոդել, որը ստեղծում է նկար-կոնտեյներներ, հիմնված՝ խորը պարուրման ստեղծարար մրցակցող ցանցերի (Deep Convolutional Generative Adversarial Networks, կրճատ՝ DCGAN) վրա: Այս մոտեցումը թույլ է տալիս առաջարկել ավելի թաքնակայուն կոնտեյներ, ներդրված հաղորդագրությամբ, օգտագործելով ստանդարտ թաքնագրային ալգորիթմներ:

Այս թեմայի շուրջ 2016թ.-ին կատարվել է հետազոտություն, որի ընթացքում փորձել են գեներացնել մարդկանց դեմքեր: Մոդելը հաջողությամբ մոլորեցրել է թաքնագրային վերլուծիչին, սակայն որոշ դեպքերում մարդու աչքը գեներացված նկարները հեշտությամբ կարող էր տարբերել իրականից, քանզի մոդելին՝ ուսուցման ժամանակ, տրամադրվել էին տարբեր սեռի մարդկանց դեմքեր, սակայն չէին հաշվի առել այդ հանգամանքը:

Ուսուցմանը մասնակցելու են միանգամից 3 մոդել: Դրանք են՝

1. Գեներացնող մոդել (Գեներատոր - Generator) - G
2. Տարբերակող մոդել (Տարբերակիչ - Discriminator) - D
3. Թաքնավերլուծող մոդել (Թաքնավերլուծիչ - Steganalyser) - S

Առաջին մոդելը՝ գեներատորը, պատասխանատու է նկարներ գեներացնելու համար, այն պետք է այնպիսի նկարներ գեներացնի, որ հնարավոր չլինի տարբերել իրական նկարներից: Այս խնդրի լուծման համար օգտագործվելու է երկրորդ մոդելը՝ տարբերակիչը, որի խնդիրն է լինելու տարբերել իրական նկարը կեղծից (կեղծ են բոլոր այն նկարները որոնք ստեղծել է G գեներատորը): Այս ամենից հետո գործի է անցնում 3-րդ մոդելը՝ վերլուծիչը, որի խնդիրն է պարզել արդյո՞ք տրված նկարում առկա է թաքնագրված ինֆորմացիա, թե՞ ոչ: D վերլուծիչին ուսուցման ընթացքում տրամադրվելու են գեներատորի նկարները, որոնք արդեն պարունակում են թաքնագրված ինֆորմացիա, ինչպես նաև սովորական նկարներ, որոնք չեն պարունակում ոչ մի թաքնագրված ինֆորմացիա:

Այսպիսով D տարբերակիչն ու S վերլուծիչը բարելավելու են իրենց արդյունքը՝ հիմնվելով G գեներատորի տրամադրած և սովորական նկարների վրա, իսկ G-ն բարելավելու է իր արդյունքը՝ հիմնվելով D-ի և S-ի արդյունքի վրա: Հենց այստեղ էլ առաջ է գալիս մրցակցող ցանցերի գաղափարը, քանզի ստացվում է, որ ցանցերը մրցում են միմյանց հետ, թե ում արդյունքն ավելի լավը կլինի:

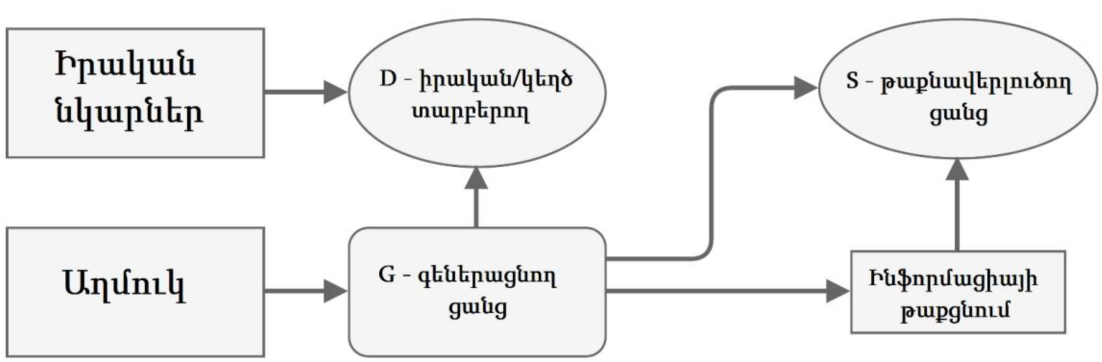
Վերջերս մշակված մրցակցող ցանցերը (GAN, Goodfellow(2014)) հզոր գեներացնող մոդելներ են, որոնց հիմնական գաղափարը գեներատորի և տարբերակիչի ուսուցումն է մինիմաքս խաղի միջոցով: G մոդելը մուտքին ստանում է պատահական՝ այսպես ասած անիմաստ նկար, որի հիման վրա փորձում է ստեղծել հնարավորինս իրականին մոտ պատկեր, իսկ D-ն ձգտում է տարբերակել իրական պատկերները կեղծերից:

Գոյություն ունեն նմանատիպ ցանցերի տարբեր ձևափոխություններ՝

- Խորը Պարուրման Ստեղծարար Մրցակցող Ցանցեր (DCGAN, Radford (2015))
  - այս մոդելը Ստեղծարար Մրցակցող Ցանցի (GAN) փոփոխություն է, որը մասնագիտացված է պատկերների առաջացման ուղղությամբ
- Պայմանական Մրցակցող Ցանցեր
  - թույլ է տալիս ստեղծել որևէ դասի օբյեկտներ (Mirza & Osindero (2014));
- Պատկերների առաջացում՝ հիմնված տեքստային նկարագրության վրա (Reed (2016)):

Թաքնագրվող գաղտնի ինֆորմացիան, ինչպես նաև կոնտեյները, կարող է ներկայացված լինել տարբեր տեսքով՝ նկարի, տեքստի, տեսահոլովակի, ձայնագրության և այլն: Այս ուսումնասիրության մեջ կատարվելու է տեքստի թաքնագրում նկարում և օգտագործվելու է DCGAN տեսակը:

Մոդելները և նրանց միջև կապերը ներկայացված են նկ. 1-ում



Նկ. 1

Գլուխ 1.Գրականության վերլուծական ակնարկ

1.1 Մեքենայական ուսուցում

Նախքան անցնելը բուն թեմային, ծանոթանանք մեքենայական ուսուցման (Machine Learning, կրճատ՝ ML) հետ: Արթուր Սամուելն այն նկարագրում է այսպես «մեքենայական ուսուցումը մի տեխնոլոգիա է, որը համակարգիչներին հնարավորություն է տալիս սովորելու, առանց բացահայտ ծրագրավորված լինելու»: Սա, իհարկե, ոչ պաշտոնական ձևակերպում է, սակայն լավ պատկերացում է տալիս:

Մեքենայական ուսուցման խնդիրներից են.

- Վերահսկվող ուսուցում (Supervised learning)
- Չվերահսկվող ուսուցում (Unsupervised learning)
  - Սրա մասնավոր դեպք է խորհրդատու համակարգը (Recommender system)
- Ուսուցում ամրապնդմամբ (Reinforcement learning)

Վերահսկվող ուսուցման դեպքում մեքենային տրվում է մուտքային տվյալների հավաքածու և այդ տվյալներին համապատասխան ելքային արժեքները: Այսպիսով այս ուսուցման դեպքում մեքենային հայտնի են ամեն մի մուտքային ինֆորմացիային համապատասխանող ելքային արժեքը կամ արժեքները:

1.1.1 Վերահսկվող ուսուցում

Վերահսկվող ուսուցման (Supervised Learning) խնդիրները դասակարգվում են հետևյալ 2 տիպերի.

- Ռեգրեսիայի խնդիրներ (Regression problems)
- Դասակարգման խնդիրներ (Classification problems)

Ռեգրեսիայի խնդրներում փորձում ենք կանխատեսել անընդհատ ֆունկցիայի արժեքներ, ինչը նշանակում է, որ մենք փորձում ենք մուտքային փոփոխականները համապատասխանեցնել ինչ-որ անընդհատ ֆունկցիայի ելքային արժեքներին: Դասակարգման հարցում մենք փոխարենը փորձում ենք կանխատեսել ընդհատ ելքային արժեքներ: Այլ կերպ ասած, մենք փորձում ենք մուտքային փոփոխականները համապատասխանեցնել դիսկրետ կատեգորիաների:

Ռեգրեսիայի խնդրի օրինակ՝ «Տրված մարդու նկարից որոշել նրա տարիքը»:

Դասակարգման խնդրի օրինակ՝ «Տրված է որևէ հիվանդի ուռուցքի մասին ինֆորմացիա, որոշել արդյո՞ք ուռուցքը չարորակ է, թե՞ բարորակ»:

1.1.2 Չվերահսկվող ուսուցում

Չվերահսկվող ուսուցումը (Unsupervised Learning) հնարավորություն է տալիս լուծել այնպիսի խնդիրներ, որոնց ելքային արժեքների մասին կա՛մ քիչ ինֆորմացիա ունենք, կա՛մ ընդհանրապես չգիտենք, թե ինչ տեսքի պետք է լինեն: Մենք կարող ենք ստանալ մի այնպիսի ելքային տվյալի կառուցվածք, որի վրա մուտքային տվյալի ազդեցությունն անգամ չգիտենք: Այդ կառուցվածքը հնարավոր է ստանալ տվյալները համախմբելու արդյունքում՝ հիմնված մուտքային տվյալի փոփոխականների միջև կապերի վրա:

Չվերահսկվող ուսուցման ժամանակ կանխատեսման արդյունքների վրա հիմնված հետադարձ կապ չկա: Այսինքն մոդելը չի փոփոխում իր պարամետրերը՝ հիմնվելով կանխատեսման արդյունքների վրա:

Օրինակներ՝

Կլաստերիզացիա. վերցնել 1,000,000 տարբեր գեների հավաքածու և ավտոմատացնել այդ գեների խմբավորումն այնպիսի խմբերում, որոնք ինչ-որ կերպ նման են կամ կապված են տարբեր փոփոխականների հետ՝ ինչպիսիք են կյանքի տևողությունը, գտնվելու վայրը, դերը և այլն:

Ոչ կլաստերիզացիա. «Կոկտեյլային երեկույթի ալգորիթմը», թույլ է տալիս գտնել կառուցվածք քաոսային միջավայրում (այսինքն, առանձնացնել մարդու խոսակցության ձայնը երեկույթում հնչող երաժշտությունից):

1.2 Որոշ նշանակումներ

Կատարենք մի քանի նշանակումներ, որոնք կօգտագործվեն հետագայում:

Դիցուք ունենք հետևյալ տվյալները՝

X_1	…	X_n	Y
$\text{Input}^{(1)}_1$	…	$\text{Input}^{(1)}_n$	$\text{Output}^{(1)}$
…	…	…	…
$\text{Input}^{(m)}_1$	…	$\text{Input}^{(m)}_n$	$\text{Output}^{(m)}$

X_1, X_2, … X_n*-ը* մուտքային պարամետրերի նշանակումներն են, Y*-ը*՝ ելքային պարամետրի նշանակումը: $Input^{(i)}_1$, $Input^{(i)}_2$, … $Input^{(i)}_n$*-ը* մուտքային պարամետրերի արժեքներն են (տվյալի հատկություններ), իսկ $Output^{(i)}$-ն՝ ելքային պարամետրի արժեքն է, որտեղ՝ $i=1,2,\ldots,m$: Հարմարավետության համար $Input^{(i)}_1$, $Input^{(i)}_2$, … $Input^{(i)}_n$*-ը* նշանակենք $x^{(i)}$*-ով*, իսկ $Output^{(i)}$*-ն*՝ $y^{(i)}$*-ով*: Պարզ է, որ՝ n*-ը* մուտքային պարամետրերի քանակն է:

$(x^{(i)}, y^{(i)})$ զույգն անվանում ենք ուսուցման օրինակ (training example), իսկ դրանց ցուցակը՝ ուսուցման տվյալներ (training set): Այսինքն m*-ը*՝ ուսուցման տվյալների քանակն է:

Այժմ կարող ենք տալ վերահսկվող ուսուցման ավելի ֆորմալ ձևակերպում՝ «Վերահսկվող ուսուցման նպատակն է՝ տրված ուսուցման տվյալների հիման վրա ձևավորել մի այնպիսի $h : X \rightarrow Y$ ֆունկցիա, որ $h(x)$*-ի* ելքային արժեքը բավարար մոտ լինի համապատասխան y*-ի* արժեքին»: h ֆունկցիան անվանում են «հիպոթեզ»:

Ինչքան $h(x)$*-ի* արժեքը մոտ լինի համապատասխան y*-ի* արժեքին, այնքան ավելի ճիշտ արդյունքներ կտա մեր մեքենայական ուսուցման մոդելը:

Բնականաբար *h(x)-ը* ունի գործակիցներ, նշանակենք այդ գործակիցները $\theta_0, \theta_1, \ldots \theta_n$ *- ով,* այս պատճառով *h(x) - ը* որոշ դեպքերում կնշանակենք $h_\theta(x)$ *:*

Հասկանալի է, որ մեր խնդիրը հենց այդ θ *- ների* արժեքները գտնելու մեջ է կայանում, քանզի հետագայում՝ երբ արդեն մեր մոդելը բավարար չափով ուսուցանված կլինի, և ունակ կլինի գուշակել ճիշտ արժեքներ, նրան տրվելու են $X_1, X_2, \ldots X_n$ արժեքները և քանզի այն ունի արդեն հաշվարկած $\theta_0, \theta_1, \ldots \theta_n$ արժեքները, ընդամենը պետք է հաշվի $h_\theta(x)$ *- ի* արժեքը:

1.3 Արժեքի ֆունկցիա

h(x)-ի արժեքների ճշտությունը կարելի է գնահատել **արժեքի ֆունկցիայի (Cost Function)** միջոցով: Այն իրենից ներկայացնում է *h(x)-ի* բոլոր ելքային արժեքների և իրական *y-ների* արժեքների միջինացված տարբերություն:

Բանաձևը ներկայացված է ստորև.

$$J(\theta_0, \theta_1, \ldots \theta_n) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{m} (h(x_i) - y_i)^2$$

Ավելի պարզ այն կարող ենք գրել հետևյալ կերպ՝ $\frac{1}{2}\bar{x}$, որտեղ $\bar{x}$-ը $(h_\theta(x_i) - y_i)$-ի քառակուսային միջինն է, այսինքն՝ գուշակված և իրական արժեքի տարբերությունը:

Այս ֆունկցիան նաև կոչվում է քառակուսային սխալի ֆունկցիա (Squared error function): Քառակուսային միջինը բաժանվել է 2-ի՝ հետագա հաշվարկների հարմարավետության համար, քանի որ դրա միջոցով $(h_\theta(x_i) - y_i)^2$-ի ածանցումից ստացված *2* բազմապատիկը կվերանա:

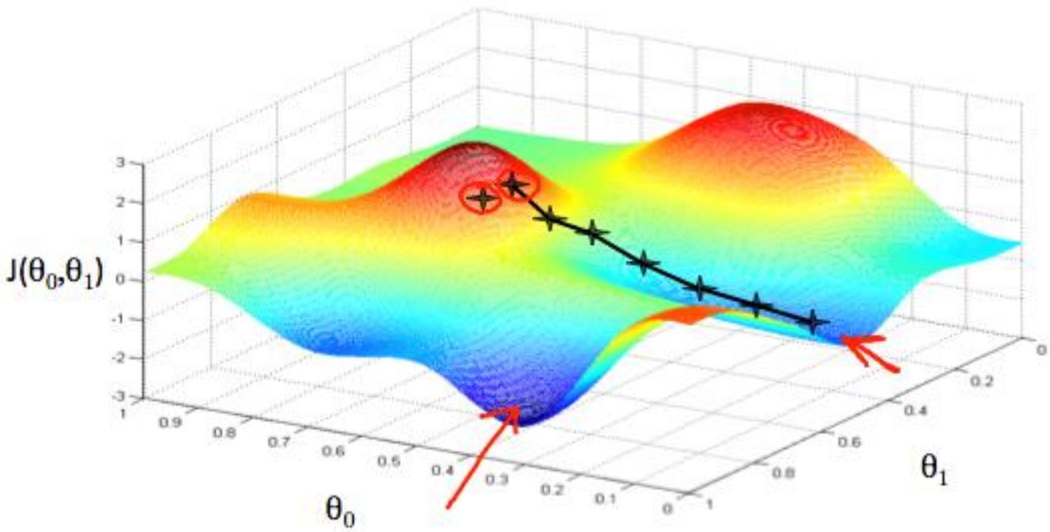
Ստացվեց, որ մեր խնդիրը կայանում է $J(\theta_0, \theta_1, \ldots \theta_n)$ *- ը* մինիմիզացնելու մեջ, որն ավելի ֆորմալ կարող ենք ներկայացնել հետևյալ կերպ՝

$$\underset{\theta_0, \theta_1, \ldots \theta_n}{minimize} J(\theta_0, \theta_1, \ldots \theta_n)$$

1.4 Նվազող գրադիենտ

Այսպիսով արդեն պարզաբանվեց, թե ինչ է հիպոթեզ ֆունկցիան և թե ինչպես կարելի է չափել նրա ճշտությունը: Այժմ անհրաժեշտ է որոշել հիպոթեզի պարամետրերը:

Դիտարկենք հիպոթեզ ֆունկցիայի պարզեցված օրինակ, որն ունի ընդհամենը 2 պարամետր՝ θ_0 և θ_1: Պատկերենք այդպիսի հիպոթեզի արժեքի ֆունկցիայի օրինակ (Նկ. 2):



Նկ. 2

Այստեղ պետք է հստակ պատկերացնել, որ մենք չենք գծում հիպոթեզի գրաֆիկը, այլ փոխարենը գծում ենք նրա **արժեքի ֆունկցիայի** գրաֆիկը, որը ցույց է տալիս, թե θ_0-*ի* և θ_1-*ի* արժեքների համար ինչքանով է հիպոթեզը շեղված սպասվելիք արժեքներից: Հասկանալի է, որ պետք է գտնել տվյալ գրաֆիկի վրայի ամենացածր կետը, որի θ_0 և θ_1 արժեքներն էլ հենց կլինեն մեր հիպոթեզի որոնելի պարամետրերի արժեքները (վերևի նկարում կարմիր սլաքներով նշված են տվյալ գրաֆիկի մինիմումները): Քանզի արժեքի ֆունկցիան հիմնականում իրենից ներկայացնում է բարդ մաթեմատիկական բանաձև, այն դժվար է գծել, կամ գտնել, թե θ-*ի* որ արժեքների դեպքում է այն ընդունում մինիմալ արժեք: Հենց այս խնդիրը լուծելու համար օգտագործվում է նվազող գրադիենտը (Gradient Descent):

Նշվածն իրականացնելու համար կօգտագործենք արժեքի ֆունկցիայի ածանցյալը: Ածանցյալը ցույց է տալիս տվյալ կետում շոշափողի ուղղությունը, ինչն էլ ինֆորմացիա է տալիս այն մասին, թե որ ուղղությամբ պետք է շարժվել: Ամեն քայլին շարժվում ենք այն ուղղությամբ, որն ամենաշատն է նվազեցնում արժեքի ֆունկցիան:

Յուրաքանչյուր քայլի չափը որոշվում է α պարամետրի միջոցով, որը կոչվում է ուսուցման գործակից (learning rate)։ Օրինակ, վերը նշված գրաֆիկում յուրաքանչյուր «աստղի» հեռավորությունը ներկայացնում է քայլի հեռավորությունը՝ պայմանավորված α պարամետրով։ Փոքր α-ն համապատասխանում է փոքր քայլի, իսկ մեծը՝ մեծ քայլի։ Քայլի ուղղությունը, որոշվում է *$J(\theta_0, \theta_1)$-ի* մասնակի ածանցյալով։ Կախված այն բանից, թե որտեղից ենք սկսում դիտարկել գրաֆիկը, հնարավոր է տարբեր մինիմումների հասնել։ Վերևում պատկերված են երկու տարբեր սկզբնակետեր (վերցված են կարմիր շրջանագծերի մեջ), որոնք հասնում են երկու տարբեր մինիմումների։

Ընդհանուր դեպքի համար նվազող գրադիենտի ալգորիթմը կլինի. կրկնել հետևյալը մինչև զուգամիտում՝ $\theta_j := \theta_j - \alpha \frac{\delta}{\delta \theta_j} J(\theta_0, \theta_1, \dots \theta_n)$ որտեղ՝ $j = 0,1, \dots n$ ներկայացնում է հատկության հերթական համարը։ Այն անվանում են նաև թարմացման կանոն (update rule)։ Մեր օրինակի համար՝ $n = 1$։

Յուրաքանչյուր իտերացիային պետք է միաժամանակ թարմացնել բոլոր θ_0, θ_1, … θ_n պարամետրերը։ Այսինքն նախ տվյալ իտերացիայի համար հաշվարկել բոլոր *θ-ների* արժեքները՝ θ', որից հետո *θ-ին* վերագրել θ'։ Եթե կամայական *θ_j - ի* արժեքը թարմացնենք նախքան բոլոր *θ - ների* արժեքները հաշվարկելը, ապա կստանանք սխալ պատասխան։

Պետք է հաշվի առնել, որ կարևոր է α-ի ճիշտ ընտրությունը, քանզի դրանով է պայմանավորված ալգորիթմի զուգամիտման ժամանակը։ Եթե ալգորիթմը չի զուգամիտում կամ շատ ժամանակ է պահանջում մինիմումին հասնելու համար ապա α քայլաչափը սխալ է ընտրված։

Այստեղ կարող է հարց առաջանալ, թե ինչպե՞ս է հնարավոր հասնել մինիմումի՝ α-ի անփոփոխ արժեքի դեպքում։ Պատասխանը պարզ է դառնում, երբ հաշվի ենք առնում այն հանգամանքը, որ, քանզի ամեն քայլ անելուց մենք ավելի ենք իջնում արժեքի ֆունկցիայի մակերևույթով ներքև, հետևաբար ամեն քայլի հետ մեկտեղ ածանցյալի արժեքը նվազում է։ Իսկ դա նշանակում է, որ անգամ, եթե α-ն հաստատուն պահենք, այնուամենայնիվ $\alpha \frac{\delta}{\delta \theta_j} J(\theta_0, \theta_1, \dots \theta_n)$ արտադրյալը ամեն քայլին կնվազի և հասնելով որևէ մինիմումի այն կհավասարվի *0-ի* (իրականում 0-ի չի հավասարվում, այլ մոտենում է ինչ-որ շատ փոքր թվի, որը մեր խնդրի համար համարվում է բավարար) և հետագա քայլերը ոչ մի կերպով չեն ազդի θ- *ների* արժեքների վրա:

Հեշտությամբ կարելի է համոզվել, որ, եթե մեր հիպոթեզն ունի գծային տեսք՝

$$h_\theta(x) = \theta_0 + \theta_1 X_1 + \theta_2 X_2 + \cdots + \theta_n X_n$$

ապա թարմացման կանոնի մեջ *J(θ)-ի* արժեքը տեղադրելուց հետո թարմացման կանոնի տեսքը կլինի՝

$$\theta_j \coloneqq \theta_j - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \left(h_\theta\left(x^{(i)}\right) - y^{(i)} \right) \cdot x_j^{(i)}$$

որտեղ՝ j≔0…n:

Այստեղ և հետագայում կընդունենք, որ $x_0^{(i)} = 1$, բոլոր *i-երի* համար: Սա արվում է բանաձևերը հարմար ներկայացնելու համար: Ստացվեց, որ գծային հիպոթեզն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$h_\theta(x) = \theta_0 X_0 + \theta_1 X_1 + \theta_2 X_2 + \cdots + \theta_n X_n$$

1.5 Ուսուցման գործակից

Նվազող գրադիենտն իրականացնելուց հետո անհրաժեշտ է հետևել ալգորիթմի աշխատանքին (մոդելի ուսուցման պրոցեսին) և հասկանալ արդյո՞ք այն ճիշտ է աշխատում:

Պատկերացում կազմելու համար, թե ինչքան լավ է սովորում մոդելը, անհրաժեշտ է գծել արժեքի ֆունկցիայի՝ *J(θ)-ի,* կախումը *իտերացիաների քանակից:* Պարզ է, որ, եթե ամեն ինչ ճիշտ է աշխատում, ապա ամեն իտերացիայից հետո *J(θ)-ի* արժեքը պետք է նվազի՝ ձգտելով *0-ի:* Հետևաբար, եթե գրաֆիկը աճում է, ապա ինչ որ բան այն չէ: Հիմնականում դրա պատճառը α*-ի* մեծ արժեքն է լինում. անհաժեշտ է նվազեցնել α*-ի* արժեքը:

Հարկ է նշել՝ ապացուցված է, որ, եթե ուսուցման գործակից (Learning Rate) α*-ն* բավարար չափով փոքր է ընտրված, ապա *J(θ)-ն* նվազում է ամեն իտերացիային: Սակայն, եթե այն շատ փոքր է ընտրված, ապա *J(θ)-ն* կարող է շատ դանդաղ նվազել:

Կարելի է համարել որ մոդելը բավարար չափով ուսուցանվել է այն պահին, երբ *J(θ)-ի* փոփոխությունն ինչ-որ իտերացիայից հետո ավելի փոքր է որևէ *E* արժեքից: *E-ն* կամայապես ընտրված փոքր թիվ է, օրինակ՝ 10^{-3}: Գործնականում դժվար է ընտրել *E-ի* օպտիմալ արժեք:

1.6 Հատկության մասշտաբավորում

Մենք կարող ենք արագացնել նվազող գրադիենտի աշխատանքը՝ բերելով բոլոր մուտքային պարամետրերը մոտավորապես նույն տիրույթի թվերի: Դա կապված է այն բանի հետ, որ որ θ-*ն* ավելի արագ է հասնում մինիմումին փոքր միջակայքերում և ավելի դանդաղ՝ մեծ միջակայքերում, հետևաբար այն տատանվելով է այն տատանվելով է ձգտում մինիմումին, երբ փոփոխականները շատ անհավասար են:

Դա կանխելու համար կարող ենք այնպես փոփոխել հատկությունները (մուտքային պարամետրերը), որ նրանք ընկնեն մոտավորապես միևնույն թվային տիրույթ: Իդեալական դեպքում՝

$$-1 < x_i < 1$$

կամ՝

$$-0.5 < x_i < 0.5$$

Սրանք պարտադիր պահանջներ չեն, մենք ընդամենը փորձում ենք կրճատել հաշվարկների ժամանակը: Նպատակն է՝ բերել բոլոր մուտքային փոփոխականները միևնույն տիրույթի:

Հարկ է նշել նաև, որ, եթե չկատարվի հատկությունների մասշտաբավորում, ապա որոշ դեպքերում հնարավոր է, որ ալգորիթմը երբեք չզուգամիտի:

Հատկության մասշտաբավորումն (Feature Scaling) ու միջինով նորմալացումը (mean normalization) այն երկու մեթոդներն են, որոնք կօգնեն լուծել այդ խնդիրը: Առաջինը ենթադրում է մուտքային տվյալների բաժանում նրանց մեծագույն և փոքրագույն արժեքների տարբերության վրա: Միջինով նորմալացման դեպքում պետք է մուտքային փոփոխականից հանել մուտքային տվյալների միջին արժեքը, ապա նոր բաժանել մեծագույն և փոքրագույն արժեքների տարբերության վրա: Ստացվեց, որ այս երկու մեթոդների իրականացման համար անհրաժեշտ է փոփոխել մուտքային պարամետրերը՝ համապատասխան ներքևի բանաձևի.

$$x_i := \frac{x_i - \mu_i}{s_i}$$

որտեղ s_i*-ն* i-րդ հատկության մեծագույն և փոքրագույն արժեքների տարբերությունն է, իսկ μ_i*-ն*՝ այդ հատկության բոլոր արժեքների միջինը: Նշենք, որ s_i*-ին* կարող ենք ընդունել հավասար միջին քառակուսային շեղմանը, և այդ դեպքում ստացված արժեքները կտարբերվեն նախորդ տարբերակով ստացված արժեքներից:

Նշվածի օրինակ կարող է ծառայել հետևյալը՝ եթե x_i*-ն* ներկայացնում է բնակելի տան բարձրություն, և գտնվում է *4-ից 34* միջակայքում, իսկ այդ հատկության բոլոր արժեքների միջինը հավասար է *18-ի,* ապա $x_i := \frac{\text{արժեք} - 18}{30}$:

1.7 Պոլինոմալ ռեգրեսիա (Polynomial Regression)

Բնականաբար հիպոթեզ ֆունկցիան կարող է լինել կամայական տեսակի: Նրա տեսքը պարզելու համար անհրաժեշտ է կատարել տվյալների ուսումնասիրություն: Եթե ուսումնասիրությունից հետո պարզվում է, որ հիպոթեզը չպետք է լինի գծային, ապա կարևոր է իմանալ, որ հնարավոր է ձևափոխել այն քառակուսայինի, խորանարդայինի կամ այլ տեսքի կորի:

Օրինակ, եթե մեր հիպոթեզ ֆունկցիան ունի հետևյալ տեսքի է՝

$$h_\theta(x) = \theta_0 + \theta_1 x_1$$

ապա կարելի է ստեղծել նոր հատկություններ՝ հիմնված x_1-ի վրա այնպես, որ ստանանք քառակուսային ֆունկցիա՝

$$h_\theta(x) = \theta_0 + \theta_1 x_1 + \theta_2 x_1^2$$

կամ՝ խորանարդային ֆունկցիա՝

$$h_\theta(x) = \theta_0 + \theta_1 x_1 + \theta_2 x_1^2 + \theta_3 x_1^3$$

Այս օրինակներում ստեղծեցինք նոր՝ x_2 և x_3, հատկություններ, որտեղ $x_2 = x_1^2$, իսկ $x_3 = x_1^3$:

Այն քառակուսի արմատի տեքի դարձնելու համար, կարելի է կատարել հետևյալ ձևափոխությունը՝

$$h_\theta(x) = \theta_0 + \theta_1 x_1 + \theta_2 \sqrt{x_1}$$

Շատ կարևոր է հիշել, որ նշված կերպով հատկություններ ավելացնելիս շատ կարևոր է կատարել հատկությունների մաշտաբավորում, քանի որ հատկությունների տիրույթներն իրարից խիստ տարբերվելու են:

Օրինակ, եթե x_1-ը 1-1,000 տիրույթում է, ապա x_1^2-ն կլինի 1-1,000,000, իսկ x_1^2-ը՝ 1-1,000,000,000:

1.8 Դասակարգում

Որպես դասակարգման խնդիր լուծելու մեթոդ կարելի է օգտագործել գծային ռեգրեսիան և 0.5-ից մեծ գուշակված արժեքներն ընդունել որպես 1, իսկ դրանից փոքրերը՝ 0: Սակայն այս մեթոդը լավ չի աշխատում, քանի որ դասակարգուման հիպոթեզն իրականում գծային ֆունկցիա չէ: Այն ռեգրեսիայի խնդիր է, սկայան այն տարբերությամբ, որ նրա արժեքները վերջավոր քանակի դիսկրետ արժեքներ են:

Մինչ ավելի բարդ դեպքերի անցնելը, կենտրոնանաք երկուական դասակարգման խնդրի (binary classification problem) վրա, որտեղ *y-ը* կարող է ընդունել միայն 2 արժեք՝ *0* և *1:* Օրինակ, եթե պետք է ստեղծել սպամ-նամակների գտնող մոդել, ապա նրա մուտքին տրված ամեն մի նամակի $x^{(i)}$ հատկությունների համար ելքը կարող է լինել 1, եթե այն սպամ է, և 0՝ հակառակ դեպքում:

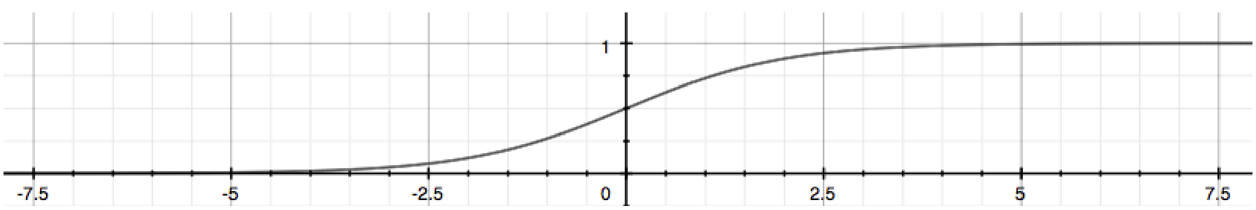
Դասակարգման խնդրի լուծելու համար կարող ենք անտեսել այն հանգամանքը, սպասվող ելքը վերջավոր, դիսկրետ արժեքներ են և օգտագործենք գծային ռեգրեսիան այս խնդրի լուծման համար: Սակայն այս դեպքում անգամ անիմաստ են $h_\theta(x)$*-ի* 1-ից մեծ և 0-ից փոքր արժեքները, քանի որ մենք գիտենք, որ $y \in \{0, 1\}$: Սրան լուծում տալու համար կձևափոխենք $h_\theta(x)$-ն այնպես, որ նա բավարարի $0 \le h_\theta(x) \le 1$ պայմանը: Դա անելու համար կարելի է լոգիստիկ ֆունկցիային (Logistic Function) փոխանցել $\theta^T x$-ը՝

$$h_\theta(x) = g(\theta^T x) = \frac{1}{1 + e^{-\theta^T x}}$$

Այստեղ g-ն հենց այն լոգիստիկ ֆունկցիան է, որը կամայական իրական թիվ համապատասխանեցնում է (0, 1) տիրույթի որևէ թվի, ինչը թույլ է տալիս կամայական տիրույթի ելքային արժեքներ ունեցող ֆունկցիան փոխակերպել դասակարգման խնդրին ավելի հարմար ֆունկցիայի:

Լոգիստիկ ֆունկցիան նաև անվանում են Սիգմոիդ ֆունկցիա (Sigmoid Function):

Ներքևում պատկերված է այդպիսի ֆունկցիայի մի օրինակ:



Այսպիսով $h_\theta(x)$-ը հավանականությունն է այն բանի, որ ելքային արժեքը հավասար է *1*-ի: Օրինակ, եթե $h_\theta(x) = 0.7$, ապա նշանակում է, որ ելքային արժեքի 1 լինելու հավանականությունը 70% է: Բնականաբար ելքային արժեքի 0 լինելու հավանականությունը հավասար է $(1 - h_\theta(x))$-ի, այսինքն տվյալ օրինակի դեպքում՝ *30%:*

Այս ամենն ավելի ֆորմալ տեսքով կարող ենք գրել այսպես.

$$h_\theta(x) = P(y = 1|x;\theta) = 1 - P(y = 0|x;\theta)$$

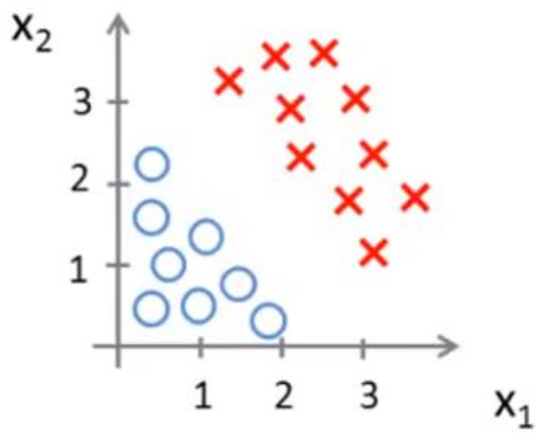
1.8.1 Որոշման սահման

Քանի որ $h_\theta(x)$-ի արդյունքը $y=1$ պայմանի հավանականություն է, անհրաժեշտ է ընտրել մի սահման, և ընդունել, որ այդ սահմանից բարձր $h_\theta(x)$-երի համար $y=1$, հակառակ դեպքում՝ $y=0$: Օրինակ, եթե համարենք, որ $y=1$, երբ $h_\theta(x)>0.5 \Rightarrow g(\theta^T x)>0$, ապա նայելով սիգմոիդ ֆունկցիայի գրաֆիկին, կարող ենք ասել, որ այդ դեպքում $\theta^T x$*-ը* պետք է մեծ լինի *0-ից:*

Ասվածն ավելի պարզ հասկանալու համար դիտարկենք հետևյալ օրինակը. դիցուք՝

$$h_\theta(x) = g(\theta_0 + \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2)$$

իսկ ուսուցման տվյալները Նկ. 3-ում պատկերված տեսքն ունեն:

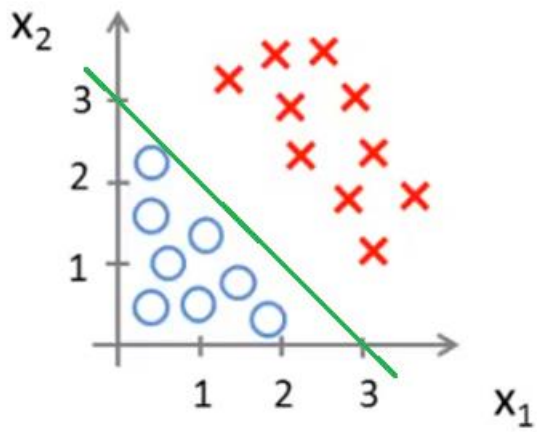


Նկ. 3

ինչպես նաև ենթադրենք, թե ուսուցման վերջում ստացել ենք, որ $\theta_0=-3$, $\theta_1=1$, $\theta_2=1$, կամ մատրիցի տեսքով՝

$$\theta = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ապա ստացվում է, որ $y=1$, երբ $-3 + x_1 + x_2 \geq 0$, պարզագույն ձևափոխություններից հետո ստանում ենք $x_2 \geq -x_1 + 3$, ինչն իրենից ուղիղ գծի հավասարում է ներկայացնում: Վերջինիս գրաֆիկը գծված է Նկ. 4-ում՝ կանաչ գույնով:

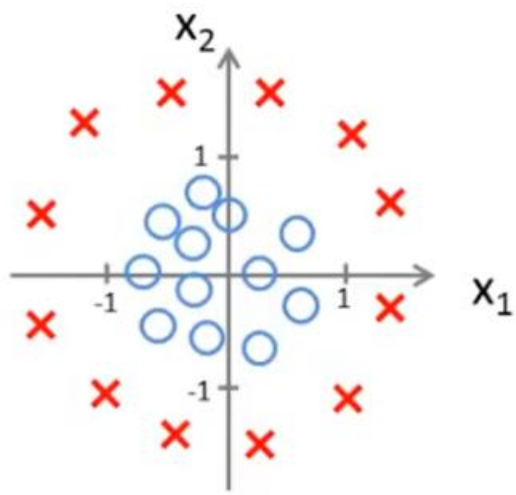


Նկ. 4

Ստացվեց, որ այս կանաչ գծից վերև բոլոր *(x_1, x_2)* զույգի համար՝ *y=1:* Նույն կերպ նրանից ներքև բոլոր *(x_1, x_2)* զույգի համար՝ *y=0:*

Հենց այս գիծն էլ կոչվում է **որոշման սահման (Decision Boundary),** քանի որ այն ներկայացնում է մի սահման, որը բաժանում է *y=1-երի* խումբը *y=0-երի* խմբից:

Դիտարկենք մեկ այլ դեպք:



Նկ. 5

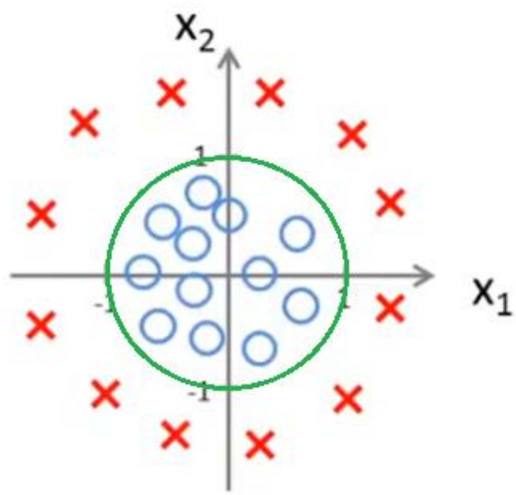
Նկ. 5-ում պատկերված են ուսուցման տվյալները: Պարզ է, որ այստեղ որոշման սահմանը չունի գծային տեսք: Դիցուք այս կոնկրետ օրինակի համար հիպոթեզն ունի հետևյալ պոլինոմալ ֆունկցիայի տեսքը՝

$$h_\theta(x) = g(\theta_0 + \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 + \theta_3 x_1^2 + \theta_4 x_2^2)$$

իսկ ուսուցման վերջում ստացվել է՝

$$\theta = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Հետևաբար ստացվում է, որ $y=1$, երբ՝ $-1 + x_1^2 + x_2^2 \geq 0$, որտեղից ստանում ենք, որ $x_1^2 + x_2^2 \geq 1$, ինչն էլ 1 շառավղով, (0,0) կենտրոնով շրջանագծի հավասարումն է: Որոշման սահմանը կունենա Նկ. 6-ում պատկերված տեսքը:



Նկ. 6

Գծված շրջանագծից, դուրս բոլոր (x_1,x_2) զույգերի համար $y=1$, իսկ նրա ներսում՝ $y=0$:

Կախված հիպոթեզ ֆունկցիայի բարդությունից, որոշման սահմանը կարող է լինել տարբեր տեսքի:

1.8.2 Լոգիստիկ հիպոթեզի արժեքի ֆունկցիան

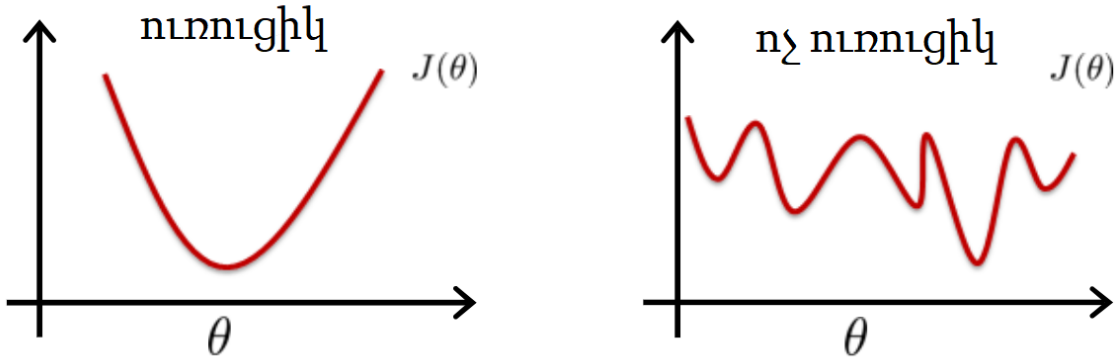
Ընդհանուր դեպքում արժեքի ֆունկցիան ունի հետևյալ տեսքը՝

$$J(\theta) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} Cost(h_\theta(x_i), y_i)$$

որտեղ *Cost-ը* այն ֆունկցիան է, որը հաշվում է արժեքը *i-րդ* ուսուցման օրինակի համար:

Արդեն նշվել է, որ գծային հիպոթեզի դեպքում՝ $Cost(h(x_i), y_i) = (h(x_i), y_i)^2$, սակայն լոգիստիկ ֆունկցիայի համար չի կարելի օգտագործել նույն բանաձը, քանի որ այդ կերպ ստացված *J* ֆունկցիան ալիքային տեսքի է և հետևաբար ունի բազմաթիվ լոկալ մինիմումներ, որոնք բարդացնում են գլոբալ մինիմումը գտնելը: Այլ կերպ ասած *J-ի* գրաֆիկը ուռուցիկ չի լինի:

Ասվածն ավելի լավ պատկերացնելու համար Նկ. 7-ում բերված են ուռուցիկ և ոչ ուռուցիկ ֆունկցիաների գրաֆիկների օրինակներ:

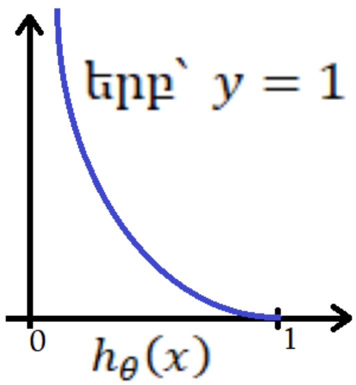


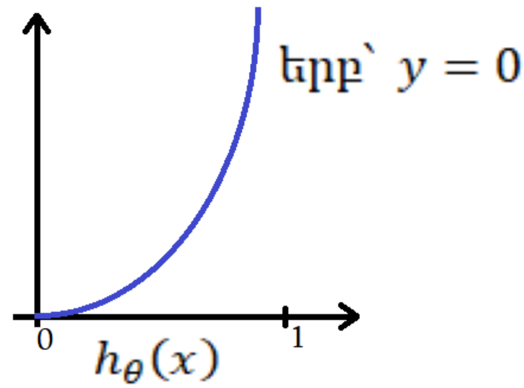
Նկ. 7

Փոխարենը կարելի է օգտագործել հետևյալ ֆունկցիան՝

$$\begin{cases} Cost(h_\theta(x), y) = -\log\big(h_\theta(x)\big) & \text{երբ՝ } y = 1 \\ Cost(h_\theta(x), y) = -\log\big(1 - h_\theta(x)\big) & \text{երբ՝ } y = 0 \end{cases}$$

Այս դեպքում ստանում ենք Նկ. 8-ում պատկերված գրաֆիկները:





Նկ. 8

Այստեղից երևում է, որ, եթե արժեքի ֆունկցիան գրենք այս ձևով, ապա համոզված կարող ենք ասել, որ *J-ն* ունի ուռուցիկ տեսք լոգիստիկ ռեգրեսիիայի համար: Ինչը շատ կարևոր է ավելի արագ ուսուցանվող և ճիշտ արդյունքներ գուշակող մոդել ստեղծելու համար:

Ելնելով գրաֆիկից կարող ենք ասել.

- Երբ y=0, ապա արժեքի ֆունկցիան կլինի 0, միայն, եթե հիպոթեզի ֆունկցիայի ելքում նույնպես ստացվի 0: Եթե հիպոթեզը ձգտում է 1-ի, ապա արժեքի ֆունկցիան կձգտի անվերջության:
- Երբ y=1, ապա արժեքի ֆունկցիան կլինի 0, միայն, եթե հիպոթեզի ֆունկցիայի ելքում նույնպես ստացվի 1: Եթե հիպոթեզը ձգտում է 0-ի, ապա արժեքի ֆունկցիան կձգտի անվերջության:

Ասվածը մաթեմատիկորեն կարող ենք ներկայացնել հետևյալ կերպ՝

- $h_\theta(x_i) = y \Rightarrow Cost(h_\theta(x_i)\ y_i) = 0$
- $\begin{cases} y = 0 \\ h_\theta(x_i) \to 1 \end{cases} \Rightarrow Cost(h_\theta(x_i)\ y_i) \to \infty$
- $\begin{cases} y = 1 \\ h_\theta(x_i) \to 0 \end{cases} \Rightarrow Cost(h_\theta(x_i)\ y_i) \to \infty$

Լոգիստիկ հիպոթեզի արժեքի ֆունկցիայի համակարգը կարելի է փոխարինել մեկ արտահայտությամբ հետևյալ կերպ՝

$$Cost(h_\theta(x), y) = -y\log\big(h_\theta(x)\big) - (1-y)\log(1-h_\theta(x))$$

Հետևաբար *J-ն* կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$J(\theta) = -\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\left[-y^{(i)}\log\left(h_\theta\left(x^{(i)}\right)\right) - (1-y^{(i)})\log(1-h_\theta\left(x^{(i)}\right))\right]$$

Կատարելով մաթեմատիկական ձևափոխություններ կարելի է համոզվել, որ այս դեպքում թարմացման կանոնը կլինի նույնն ինչ գծային ռեգրեսիայի համար՝

$$\theta_j \coloneqq \theta_j - \alpha\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\left(h_\theta\left(x^{(i)}\right) - y^{(i)}\right)\cdot x_j^{(i)}$$

որտեղ *j=0,1,…n:*

1.8.3 Բազմադաս դասակարգում (Multiclass Classification)

Դասակարգման խնդիրներ քննարկելիս մինչ այս պահը դիտարկել ենք միայն երկուական դասակարգիչ, այսինքն հնարավոր էր միայն 2 ելք՝ *y={0,1}:* Հիմա կդիտարկենք տվյալների դասակարգումը, երբ առկա են երկուսից ավելի կատեգորիաներ: Այսինքն՝ *y={0,1}-ի* փոխարեն ունենք *y={0,1, ... k}:*

Քանի որ *y={0,1, ... k},* ապա կբաժանենք խնդիրը *(k+1)* երկուական դասակարգման խնդիրների և ամեն մեկում կգուշակենք, թե ինչքան է հավանականությունն այն բանի, որ *y-ը* հերթական խմբի անդամն է՝

$$y \in \{0,1,\dots k\}$$

$$h_\theta^{(i)}(x) = P(y = i|x;\theta)$$

այստեղ *i=0, 1, … k* հերթական կատեգորիայի համարն է, իսկ $h_\theta^{(i)}(x)$-ը *y-ի i-րդ* կատեգորիայում գտնվելու հավանականությունն է: Հետևաբար գուշակելու համար, թե տրված մուտքային *x* օրինակին, ո՞ր կատեգորիան է համապատասխանում, անհրաժեշտ է $h_\theta^{(0)}(x)$, $h_\theta^{(1)}(x), \dots$ $h_\theta^{(k)}(x)$-ից ընտրել մեծագույնը: Սա մաթեմատիկորեն կգրենք այսպես՝

$$\text{գուշակված դասը} = \max\left(h_\theta^{(i)}(x)\right), \qquad i = 0,1,\dots k$$

1.9 Նորմալ հավասարում

Նվազող գրադիենտը *J(θ)-ն* մինիմիզացնելու տարբերակներից մեկն է: Հիմա կդիտարկենք մեկ այլ տարբերակ, որը հնարավորություն կտա մինիմիզացնել *J(θ)-ն,* առանց որևէ իտերացվող ալգորիթմի: Խոսքը նորմալ հավասարման մասին է, որը հնարավորություն է տալիս գտնել որոնելի *θ-ների* արժեքներն առանց իտերացիայի: Բանաձևը հետևյալն է՝

$$\theta = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

որտեղ *X-ը (m x (n+1) չափի)* ուսուցման տվյալների մատրիցն է, *Y-ը՝ (m x 1 չափի)* ամեն մի ուսուցման օրինակի համապատասխան ելքային արժեքը, իսկ X^T-ն *X-ի* տրանսպոզիցիան է: Այստեղ *X-ը m x (n+1)* չափի է, քանի որ սկզբնական *X* մատրիցին պետք է ավելացնել ամբողջությամբ 1-երով լցված սյունը, որն էլ հենց ամեն ուսուցման տվյալի x_0 արժեքն է:

Հարկ է նշել, որ այս դեպքում պետք չէ կատարել հատկությունների մասշտաբավորում:

Ներքևում բերված է նվազող գրադիենտի և նորմալ հավասարման համեմատության աղյուսակ.

Նվազող գրադիենտ	Նորմալ հավասարում
Պետք **է** ընտրել α	Պետք **չէ** ընտրել α
Անհրաժեշտ է մի քանի իտերացիա	Առանց իտերացիայի
Բարդությունը՝ $O(kn^2)$	Բարդությունը՝ $O(n^3)$
Լավ է աշխատում, երբ *n-ը* շատ մեծ է	Դանդաղ է, երբ *n-ը* շատ մեծ է

Նորմալ հավասարումը (Normal Equation) մատրիցի հակադարձ, տրանսպոզիցիա և բազմապատկում կատարելու հետ է կապված, այդ պատճառով նրա բարդությունը $O(n^3)$ է: Այդ պատճառով *n-ի* մեծ արժեքների դեպքում այն դանդաղ է աշխատում: Գործնականում, երբ *n-ը* գերազանցում է 10,000-ը ավելի լավ է նորմալ հավասարումից անցնել իտերացվող ալգորիթմի:

Հնարավոր է նաև ունենալ այնպիսի մուտքային տվյալների մատրից, որը չունի հակադարձ (անհակադարձելի է): Նշվածի հիմնական պատճառներ կարող են լինել՝

- Ավելորդ հատկությունների առկայությունը, երբ 2 հատկություններ շատ սերտ կապի մեջ են, այսինքն գտնվում են գծային կախվածության մեջ
- Չափից դուրս շատ հատկությունների առկայությունը՝ $m \leq n$: Այս դեպքում կարելի է հեռացնել որոշ հատկություններ, կամ օգտագործել ,կանոնավորումըե, որը կմանրամասնենք հետագայում

Նշված խնդիրների լուծումն կարող է լինել որոշ հատկությունների հեռացումը, որոնք գծային կախման մեջ են գտնվում մեկ այլ հատկությունից կամ պարզապես որոշ՝ քիչ կարևոր, հատկությունների հեռացումը, երբ առկա են մեծ քանակի հատկություններ: