Lista 3 - Geometria Analítica
Letícia Santos Alves

2025.1.08.016

01- $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -1 & 2 & 5 \\ -2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} x + 3y + 4z = 1 \rightarrow 2x + 6y + 8z = 2 \\ -1x + 2y + 5z = 2 \\ -2x + 1y + 3z = -3 \end{cases}$

$x - x + 3y + 2y + 4z + 5z = 3 \rightarrow 5y + 9z = 3$ // $2x - 2x + 6y - y + 8z + 3z = -1 \rightarrow$
$5y + 11z = -1$ // $(5y + 11z) - (5y + 9z) = -1 - 3 \rightarrow 2z = -4 \rightarrow z = -2 \rightarrow$
$5y + 9.(-2) = 3 \rightarrow 5y = 3 + 18 \rightarrow y = \frac{21}{5}$ // $x + 3.\left(\frac{21}{5}\right) + 4.(-2) = 1 \rightarrow x = \frac{-18}{5}$

$X = \begin{bmatrix} -\frac{18}{5} \\ \frac{21}{5} \\ -2 \end{bmatrix}$

02- A) $x = A^{-1}.B \rightarrow \det(A) = (1.3) - (4.2) = -5 \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-5} . \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \end{bmatrix}$

$x = \begin{bmatrix} -\frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \rightarrow x = \begin{bmatrix} -\frac{6}{5} - \frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} + \frac{1}{5} \end{bmatrix} \rightarrow X = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$

B) $Y = A^{-1}B \rightarrow \det(A) = (5) - (6) = -1 \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-1} . \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

$Y = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} (1-2) & (3-3) \\ (2-5) & (7-5) \end{bmatrix} \rightarrow Y = \begin{bmatrix} (5+(-6)) & (0+4) \\ (-3+3) & (0-2) \end{bmatrix} \rightarrow Y = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$

C) $W = A^{-1}B \rightarrow \det(A) = (-1.1) - 0 = -1 \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-1} . \begin{bmatrix} -1 & 2 & 8 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ -8 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

$W = \begin{bmatrix} (5+0+0) \\ (10-7) \\ (-40+21+2) \end{bmatrix} \rightarrow W = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ -17 \end{bmatrix}$

03- A) $AXB = C \rightarrow A^{-1}AXBB^{-1} = A^{-1}CB^{-1} \rightarrow X = A^{-1}CB^{-1}$

B) $A(B+X) = A \rightarrow A^{-1}A(B+X) = AA^{-1} \rightarrow (B+X) = I \rightarrow X = I - B$

C) $ACXB = C \rightarrow A^{-1}AC^{-1}CXB^{-1}B = CA^{-1}B^{-1}C^{-1} \rightarrow X = A^{-1}B^{-1}CC^{-1}$

d) $(AB)^{-1}(AX) = CC^{-1} \rightarrow (AB)^{-1}(AX) = I \rightarrow (AB).(AB)^{-1}(AX) = I(AB) \rightarrow A^{-1}(AX) = I(AB)A^{-1} \rightarrow$
$x = I + B \rightarrow X = B$

e) $AB^tXB^{-1}=A^t \to A^{-1}AB^tXB^{-1}=A^tA^{-1} \to (B^t)^{-1}B^tXB^{-1}=A^tA^{-1}(B^t)^{-1} \to B\,XB=A^tA^{-1}(B^t)^{-1}B^{-1} \to$
$X=A^tA^{-1}(B^t)^{-1}B$,,

f) $2AX-X=3B \to (2A-I)X=3B \to X=3B(2A-I)^{-1} \to X=3(2A-I)^{-1}B$,,

04) A) $A=\begin{bmatrix}3 & -4\\ 2 & 6\end{bmatrix}$, $\vec{B}=\begin{bmatrix}1\\ 18\end{bmatrix} \to \det(A)=(18-(-8))=26$,, $X=\begin{bmatrix}1 & -4\\ 18 & 6\end{bmatrix}$ $\det(X)=(6-(-72))=78$,,

$Y=\begin{bmatrix}3 & 1\\ 2 & 18\end{bmatrix}$ $\det(Y)=(54-2)=52$,, | $X=78\div 26=3$,, $Y=52\div 26=2$,,

B) $A=\begin{bmatrix}5 & 8\\ 10 & 16\end{bmatrix}$, $\vec{B}=\begin{bmatrix}34\\ 50\end{bmatrix} \to \det(A)=(5.16-80)=0$ | $X=\begin{bmatrix}34 & 8\\ 50 & 16\end{bmatrix}$ $\det(X)=(34.16-400) \to (544-400)=144$,,

$Y=\begin{bmatrix}5 & 34\\ 10 & 50\end{bmatrix}$ $\det(Y)=(250-340)$ $\det(Y)=(-90)$ | ↳ Se o determinante de A for $=0$, a solução é impossível, e o determinante de X e Y também não é $=0$, confirmando a impossibilidade.

C) $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 2 & -3\end{bmatrix}$, $\vec{B}=\begin{bmatrix}5\\ -4\end{bmatrix} \to \det(A)=(-3-4)=-7$,, | $X=\begin{bmatrix}5 & 2\\ -4 & -3\end{bmatrix}$ $\det(X)=(-15-(-8)) \to \det(X)=(-7)$,,

$Y=\begin{bmatrix}1 & 5\\ 2 & -4\end{bmatrix} \to \det(Y)=(-4-10) \to \det(Y)=(-14)$,, | $X=(-7)\div(-7)=1$,, $Y=(-14)\div(-7)=2$,,

d) $A=\begin{bmatrix}3 & 2 & -5\\ 2 & -4 & -2\\ 1 & -2 & -3\end{bmatrix}$, $\vec{B}=\begin{bmatrix}8\\ -4\\ -4\end{bmatrix} \to \det(A)=3.(12-4)-2.(-6+10)+1.(-4+20) \to 3.(8)-2.(4)+1.(16) \to 24-8+16 \to \det(A)=32$,,

$X=\begin{bmatrix}8 & 2 & -5\\ -4 & -4 & -2\\ -4 & -2 & -3\end{bmatrix}$ $\det(X)=8.(12-4)-2.(12-8)-5.(8-16) \to 8.(8)-2.(4)-5.(-8) \to \det(X)=96$,,

$Y=\begin{bmatrix}3 & 8 & -5\\ 2 & -4 & -2\\ 1 & -4 & -3\end{bmatrix}$ $\det(Y)=3.(12-8)-2.(-24-20)+1.(-16-20)=64$,,

$Z=\begin{bmatrix}3 & 2 & 8\\ 2 & -4 & -4\\ 1 & -2 & -4\end{bmatrix}$ $\det(Z)=3.(16-8)-2.(-8+16)+1.(-8+32) \to 3.(8)-2.(8)+1(24) \to \det(Z)=32$,

$X=96\div 32=3$,,
$Y=64\div 32=2$,,
$Z=32\div 32=1$,,

e) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 3 & -2 \end{bmatrix}$, $\vec{B} = \begin{bmatrix} 2 \\ 9 \\ 3 \end{bmatrix}$ $\rightarrow \det(A) = 1.(2-9) - 2.(-4+3) + 3.(6-1)$ // $\det(A) = 10$

$X = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 9 & -1 & 3 \\ 3 & 3 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow 2.(-7) - 9(-1) + 3.(5) = 10$, $x = \frac{10}{10} \rightarrow x = 1$

$Y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 9 & 3 \\ 3 & 3 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow 1.(-18-9) - 2.(-4+3) + 3.(6+9) = -27 + 2 + 45 = 20 \rightarrow y = \frac{20}{10} \rightarrow y = 2$

$Z = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 9 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow 1.(-3-27) - 2(6-6) + 3(18+2) \rightarrow 1.(-30) - 2.(0) + 3.20 = 30 \rightarrow z = \frac{30}{10} \rightarrow z = 3$

f) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & -4 & 0 \\ 3 & -2 & -5 \end{bmatrix}$, $\vec{B} = \begin{bmatrix} -8 \\ -4 \\ 26 \end{bmatrix}$ $\rightarrow \det(A) = 1.(20) + 3.(-4+12) \rightarrow \det(A) = 20 + 24 \rightarrow \det(A) = 44$

$X = \begin{bmatrix} -8 & 0 & 3 \\ -4 & -4 & 0 \\ 26 & -2 & -5 \end{bmatrix} \rightarrow -8.(20) + 3.(8+104) \rightarrow -160 + 336 = 176$, $x = \frac{176}{44} \rightarrow x = 4$

$Y = \begin{bmatrix} 1 & -8 & 3 \\ 2 & -4 & 0 \\ 3 & 26 & -5 \end{bmatrix} \rightarrow 3.(52+12) - 5.(-4+16) \rightarrow 3.(64) - 5.(12) = 132 \rightarrow y = \frac{132}{44} \rightarrow y = 3$

$Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -8 \\ 2 & -4 & -4 \\ 3 & -2 & 26 \end{bmatrix} \rightarrow 1(-104-8) - 8.(-4+12) \rightarrow 1.(-112) - 8.(8) \rightarrow -112 - 64 = -176 \rightarrow z = \frac{-176}{44} \rightarrow z = -4$

g) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 6 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, $\vec{B} = \begin{bmatrix} 10 \\ 23 \\ 10 \end{bmatrix}$ $\rightarrow \det(A) = (0) - 2.(9-18) + 3.(6-12) \rightarrow \det(A) = 0 + 18 - 18 = 0$

Esse sistema não possui solução, pois a primaira e a última equação não permitem

05- A) $(3x_1 - 4x_2 = 0) \times 2 = (6x_1 - 8x_2 = 0) \rightarrow (6x - 8x = 0) + (-6x + 8x = 0) = 0$

$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -6 & 8 \end{bmatrix} \rightarrow \det(A) = 24 - 24 = 0$ // $X = \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} \rightarrow \det(x) = 0$

Um sistema possível e indeterminado com infinitas soluções possíveis

B) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ $\rightarrow \underbrace{x = 0, \rightarrow y = 0, \rightarrow z = 0}_{e \rightarrow \text{determinantes}}, \rightarrow \det(A) = (2) - (2) + (0) \rightarrow \det(A) = 0$

Um sistema possível e indeterminado com infinitas soluções possíveis.

C) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -3 \\ 1 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $\rightarrow \underbrace{x = 0, \rightarrow y = 0, \rightarrow z = 0}_{e \rightarrow \text{determinantes}}, \rightarrow \det(A) = (12) - (8) + (-1) \rightarrow \det(A) = 3$

Um sistema possível e determinado, com apenas uma solução.

06- A) $A = \begin{bmatrix} 3 & m \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \to det(A) = -3 - m \,\, \to -3 - m \neq 0 \to m \neq -3$,, Para o sistema ser possível, o valor de m deve ser diferente de -3,,

B) $A = \begin{bmatrix} 3 & 2(m-1) \\ m & -4 \end{bmatrix} \to det(A) = (-12) - 2m(m-1) \to (-12) - 2m^2 + 2m \neq 0 \to 2^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-12) \to$ $\Delta = 4 - 96 \to \Delta = -92$,, Sistema possível para qualquer valor de m.

C) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & m & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \to det(A) = (-m-1) + (-1+1) \to det = -m - 1 \neq 0 \to m \neq -1$,, Para o sistema ser possível, o valor de m deve ser diferente de -1,,

d) $A = \begin{bmatrix} m & 1 & -1 \\ 1 & m & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \to det(A) = -1(-1-m) - 1(-m-1) \to 1 + m + m + 1 \neq 0 \to 2m + 2 \neq 0 \to$ $m \neq -1$,, Para o sistema ser possível, o valor de m deve ser diferente de -1,,

07- $150 \cdot 6 = 900 \to 75 \cdot 2 = 150 \to 900 - 150 = 750$,, Ele produziu corretamente 150 peças $\begin{cases} x + y = 225 \\ 6x - 2y = 750 \end{cases} \to 6x - 2 \cdot (225 - x) = 750 \to 6x - 450 + 2x \to 8x = 750 + 450 \to$ $8x = 1200 \to x = 150$,,

08- 60 reais = 10Km (carro) → 60 = 30Km (moto) → $\begin{cases} x + y = 540 \\ 0{,}6x + 0{,}2y = 300 \end{cases} \to y = 540 - x \to$
$0{,}6x + 0{,}2(540 - x) = 300 \to 0{,}6x + 108 - 0{,}2x = 300 \to$
$0{,}4x = 300 - 108 \to 0{,}4x = 192 \to x = 480 \to y = 540 - 480 = 60$,,
Ele percorreu 480Km de carro e 60Km de moto,,

09- $\begin{cases} x + y + z = 92 \\ 2x + 5y + 10z = 500 \\ x = z \end{cases} \to y = 92 - 2x \to 2x + 5(92 - 2x) + 10x = 500 \to 2x + 460 - 10x$ $+ 10x = 500 \to 2x = 40 \to x = 20 \to y = 92 - 40 \to y = 52$,,
Ele usará 52 notas de R$ 5,00,,,

10- $\begin{cases} x + y = 109 \\ x + z = 142 \\ z + y = 97 \end{cases} \to y = 109 - x \to z + 109 - x = 97 \to z = -12 + x \to x + (-12) + x =$ $142) \to 2x = 154 \to$ Kiba = 77Kg,, → 109 - 77 = Akamaru = 32Kg,,
-12 + 77 = Tamak = 65Kg,,

tilibra