1) Pannenkoeken

Hoeveel flips zijn er nodig om tot een pyramidevormige stapel te komen?

Stel we hebben een stapel van pannenkoeken waarin d de diameter is van een pannenkoek. We kunnen deze stapel van pannenkoeken omschrijven naar een rij voor d waarin de getallen staan voor de diameter van de pannenkoeke. Nu kunnen we een algoritme uitvoeren om de grootste pannenkoek achteraan te zetten.

De oranje streep stelt de spatel van de kok voor en de blauwe streep de positie van het grootste getal

Stap 1: We zoeken het grootste getal in getallen reeks d en noemen de positie hiervan i, in dit geval dus $i = 5$

6	7	7	8	9	2	5	6	4	3

Stap 2: We keren de eerste $i = 5$ getallen om zodat het grootste getal vooraan komt:

9	8	7	7	3	2	5	6	4	3

Stap 3: Vervolgens keren we de hele rij om zodat het grootste getal achteraan komt:

3	4	6	5	2	3	7	7	8	9

Stap 4: Herhaal de voorgaande stappen voor het nieuwe grootste getal:

3	4	6	5	2	3	7	7	8	9

In dit geval stond toevallig het grootste getal al achteraan. Je zou er voor kunnen kiezen om deze sortering stap over te slaan om tijd te besparen, echter is het niet zeker of er meerdere instanties van dit getal in de tabel stonden dus is het vaak beter om deze stap toch uit te voeren.

8	7	7	3	2	5	6	4	3	9

3	4	6	5	2	3	7	7	8	9

Door dit algoritme te blijven herhalen zal het maximale aantal stappen om een rij van n getallen te sorteren in een piramidevormige stapel van klein naar groot $2n - 3$ stappen zijn.
In deze rij van $n = 10$ uit het voorbeeld zal dit dus $2 \cdot 10 - 3 = 17$ stappen moeten zijn

Om dit te bewijzen is hieronder het voorbeeld verder uitgewerkt:

6	7	7	8	9	2	5	6	4	3	Beginlijst

9	8	7	7	3	2	5	6	4	3	1
3	4	6	5	2	3	7	7	8	9	2
8	7	7	3	2	5	6	4	3	9	3
3	4	6	5	2	3	7	7	8	9	4
7	7	3	2	5	6	4	3	8	9	5
3	4	6	5	2	3	7	7	8	9	6
7	3	2	5	6	4	3	7	8	9	7
3	4	6	5	2	3	7	7	8	9	8
6	4	3	5	2	3	7	7	8	9	9
3	2	5	3	4	6	7	7	8	9	10
5	2	3	3	4	6	7	7	8	9	11
4	3	3	2	5	6	7	7	8	9	12
4	3	3	2	5	6	7	7	8	9	13
2	3	3	4	5	6	7	7	8	9	14
3	3	2	4	5	6	7	7	8	9	15
2	3	3	4	5	6	7	7	8	9	16
3	2	3	4	5	6	7	7	8	9	17

2	3	3	4	5	6	7	7	8	9	eindlijst

2) Kvick Sört

3) Optellen

(a) Geef een formule voor het aantal gevallen sterren op d augustus en geef het totaal aantal door Sterre getelde sterren

Rekenkundige rij:

De directe formule: $t_n = t_0 + vn$
$S(d) = S_0 + vd$

$S(d) = -6 + 2d$ met begin term $S(9) = 12$
De recursieve formule: $t_n = t_{n-1} + v$

$S(d) = S_{d-1} + v$

$S(d) = S_{d-1} + 2$ met $S(9) = 12$

De som van een rekenkundige rij kan als volgt berekend worden

$$som = \frac{1}{2} \cdot aantal\ termen \cdot (eerste + laatste\ term) = \frac{1}{2}(n+1)(t_0 + t_n)$$

$$S(d) = \frac{1}{2}(d - 9 + 1)(-6 + (2d + 12))$$

$$S(d) = \frac{1}{2}(d - 8)(2d + 6)$$

Totaal aantal sterren in maand Augustus geeft $d = 31$:

$$S(31) = \frac{1}{2}(31 - 8)(2 \cdot 31 + 6)$$

$$S(31) = \frac{1}{2}(23)(62 + 6)$$

$$S(31) = \frac{1}{2}(23)(68)$$

$$S(31) = 782$$

(b) Omdat Sterre een Minor Microbiologie doet, kweekt ze ook bacteriën in een schaaltje. Helaas ontsnappen er op haar verjaardag 8 bacteriën en de rest van de maand elke dag nog k keer zoveel als de dag ervoor. Hoeveel bacteriën ontsnappen er in augustus?

Meetkundige rij:

De directe formule: $t_n = t_0 \cdot r^n$

$B_d = B_0 \cdot k^d$

$B_d = 8 \cdot k^d$

De recursieve formule: $t_n = r \cdot t_{n-1}$ met beginterm t_0.

$B_d = k \cdot B_{d-1}$ met begin term $B(9) = 8$

De som van een meetkundige rij kan als volgt berekend worden:

$$\text{som} = \frac{\text{eerste term} \cdot (1 - \text{factor}^{\text{aantal termen}})}{1 - factor} = \frac{t_0(1 - r^n)}{1 - r}$$

$$B(d) = \frac{8 \cdot (1 - k^{d-8})}{1 - k}$$

Invullen voor de maand Augustus geeft $d = 31$:

$$B(31) = \frac{8 \cdot (1 - k^{31-8})}{1 - k}$$

$$B(31) = \frac{8 \cdot (1 - k^{23})}{1 - k}$$

$$B(31) = \frac{8 - 8k^{23}}{1 - k}$$

4) De Grote Omega

(a) Geef de definitie van $f(n) = \Omega(g(n))$

$f(n) = \Omega\big(g(n)\big) :\ \exists_{n_0>0}, c :\ \forall_{n\geq 0}\!: f(n) \geq c \cdot g(n)$

Je gebruikt Ω om te zeggen hoe slecht een algoritme is.

(b) Bewijs of weerleg: $n^2 - 5 = \Omega(3n + 5)$

…

(c) Bewijs of weerleg: $n - 5 = \Omega(n)$

…

5) Een zware klus