



Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

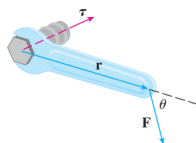
2ª Lista de Exercícios de GAAL

Produto Vetorial

Questão 1.

O Torque

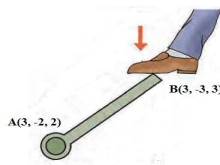
A ideia do produto vetorial aparece muito frequentemente em física. Em particular, considera-se uma força \vec{F} agindo sobre um corpo rígido em um determinado ponto de um vetor posição \vec{r} . Por exemplo, ao apertarmos um parafuso aplicando uma força a uma chave de boca, como na figura abaixo, iremos girar o parafuso.



O torque $\vec{\tau}$, em relação à origem é definido como sendo o produto vetorial dos vetores posição e força

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

e mede a tendência do corpo para girar em torno da origem. A direção do vetor torque indica o eixo de rotação. No trajeto entre sua casa e a PUC Minas, um determinado aluno foi surpreendido por um furo em um dos pneus de seu carro. Considerando um sistema de coordenadas conveniente, o centro do parafuso é representado pelo ponto A(3,2,2) e uma das extremidades da chave de roda pelo ponto B(3,3,3), conforme indica a figura abaixo:



e mede a tendência do corpo para girar em torno da origem. A direção do vetor torque indica o eixo de rotação. De acordo com o que foi visto em aula, podemos afirmar que o módulo do torque é:

$$|\tau| = |\vec{r} \times \vec{F}| = |\vec{r}| |\vec{F}| \sin \theta$$

em que θ é o ângulo entre o vetor posição e o vetor força. Observe que a única componente da força F que pode causar a rotação do objeto é a perpendicular a r , ou seja, $|\vec{F}| \sin \theta$. O módulo do torque é igual à área do paralelogramo determinado por r e F .

Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

2ª Lista de Exercícios de GAAL

Produto Vetorial

Questão 1.

O Torque

- a) Suponha que $\vec{F} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$ represente a força aplicada pelo aluno na chave de roda. Determine os vetores \vec{F}_1 e \vec{F}_2 tais que

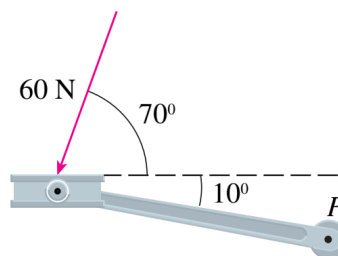
$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2,$$

com \vec{F}_1 paralelo à chave de roda e \vec{F}_2 perpendicular a ela

- b) Calcule o torque $\vec{\tau}$, em relação ao centro do parafuso, produzido pela força \vec{F} quando aplicada ao ponto B.
- c) Determine a medida do ângulo entre a chave de roda e a direção e sentido determinados pelo vetor \vec{AC} em que $C(1, 0, 2)$.

Questão 2. Determine dois vetores unitários que sejam ortogonais a $(3, 2, 1)$ e $(1, 1, 0)$.

Questão 3. O pedal de uma bicicleta é empurrado por um pé com força de 60 N, como mostrado na figura abaixo,



A haste do pedal tem 18 cm de comprimento. Determine o módulo do torque em relação a P.

Questão 4. Um avião é capaz de viajar a 180 km/h em condições normais. O piloto decola e voa em direção ao norte, guiado pela bússola do avião. Depois de 30 minutos de voo, o piloto constata que, em decorrência do vento, viajou 80 km a um ângulo de 5° a leste do norte.

- a) Qual a velocidade do vento?
- b) Para que direção o piloto deveria ter dirigido o avião para alcançar o destino pretendido?



Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

2ª Lista de Exercícios de GAAL

Produto Vetorial

Questão 5. O ponto $A(1, -2, 3)$ é um dos vértices de um paralelepípedo e os três vértices adjacentes são $B(2, -1, -4)$, $C(0, 2, 0)$ e $D(-1, m, 1)$.

- a) Determine o valor de m para que o volume do paralelepípedo seja igual a 20
- b) Calcule a altura do paralelepípedo relativa à base que contém os pontos A, B e C.

Questão 6. Sabendo $|\vec{u}| = 6$, $|\vec{v}| = 4$ e 30° o ângulo entre \vec{u} e \vec{v}

- a) Calcule a área do triângulo determinado por \vec{u} e \vec{v}
- b) Calcule a área do paralelogramo determinado pelos vetores \vec{u} e $-\vec{v}$
- c) Determine a área do paralelogramo determinado pelos vetores $\vec{u} + \vec{v}$ e $\vec{u} - \vec{v}$



Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

2ª Lista de Exercícios de GAAL

Produto vetorial

Respostas

1.

2. $\left(-\frac{1}{3\sqrt{3}}, -\frac{1}{3\sqrt{3}}, \frac{5}{3\sqrt{3}}\right)$ e $\left(\frac{1}{3\sqrt{3}}, \frac{1}{3\sqrt{3}}, -\frac{5}{3\sqrt{3}}\right)$

3. $10,6 \text{ N} \cdot \text{m}$

4. a) $24,9 \text{ km/h}$ b) $4,4^{\circ}$

5.

6.