

Universidad Nacional del Altiplano  
Facultad de Ingeniería Estadística e Informática  
E.P. de Ingeniería Estadística e Informática

**Docente:** Ing. Torres Cruz Fred  
**Presentado por:** Quispe Ito Luz Leidy

---

## Eigenvalues y Eigenvectors Aplicados

Análisis de Temporadas Turísticas

---

### Ejercicio 3

## Análisis de Temporadas Turísticas

**Contexto;** El comportamiento turístico en el Lago Titicaca varía significativamente entre temporada alta (junio-agosto) y temporada baja (enero-marzo). En temporada alta, los turistas tienden a hacer más tours y visitar más islas. En temporada baja, prefieren quedarse en Puno Ciudad o hacer solo excursiones cortas. **Tarea;**

### a) Crea dos matrices de transición diferentes:

Se definen cuatro estados (destinos):

- *PC*: Puno Ciudad
- *IU*: Islas Uros
- *IT*: Taquile
- *IA*: Amantani

Las matrices de transición  $T_{ij} = P(\text{moverse del destino } i \text{ al destino } j)$  cumplen la propiedad de Markov:  $\sum_{j=1}^4 T_{ij} = 1$ .

# Matrices de Transición

## 0.1 Temporada Alta

Mayor movilidad hacia Taquile y Amantaní, menor permanencia en Puno Ciudad.

$$T_{\text{alta}} = \begin{bmatrix} 0,10 & 0,45 & 0,35 & 0,10 \\ 0,30 & 0,20 & 0,40 & 0,10 \\ 0,25 & 0,10 & 0,45 & 0,20 \\ 0,35 & 0,15 & 0,25 & 0,25 \end{bmatrix}$$

## Código en R

```

1  # -----
2  # MATRIZ TEMPORADA ALTA
3  # -----
4
5  # Destinos: PC, IU, IT, IA
6  T_alta <- matrix(c(
7    # Desde PC: baja permanencia, alta movilidad a islas
8    0.10, 0.45, 0.35, 0.10,
9
10   # Desde IU: alta movilidad a IT e IA
11   0.30, 0.20, 0.40, 0.10,
12
13   # Desde IT: alta permanencia, algo de movilidad a IA
14   0.25, 0.10, 0.45, 0.20,
15
16   # Desde IA: alta permanencia, algo de movilidad a IT
17   0.35, 0.15, 0.25, 0.25
18 ), nrow = 4, byrow = TRUE)
19
20 # Asignar nombres
21 destinos <- c("Puno Ciudad", "Islas Uros", "Taquile", "Amantani")
22 rownames(T_alta) <- destinos
23 colnames(T_alta) <- destinos
24
25 # Mostrar matriz
26 cat("MATRIZ DE TRANSICI N - TEMPORADA ALTA\n")
27 cat("=====\n")
28 print(T_alta)
29
30 # Verificar propiedad de Markov (suma de filas = 1)
31 cat("\nVERIFICACI N: Suma de cada fila\n")
32 print(rowSums(T_alta))

```

## 0.2 Interpretcion

1. Desde Puno Ciudad: Solo 10 % se queda, 45 % va a Islas Uros, 35 %a Taquile
2. Desde Islas Uros: 40 % va a Taquile (alta movilidad entre islas)
3. Desde Taquile: 45 % permanece (alta permanencia), 20 % va a Amantaní
4. Desde Amantaní: 25 % permanece, 25 % va a Taquile (intercambio entre islas)

## 0.3 Temporada Baja

Menor movilidad, mayor permanencia en Puno Ciudad.

$$T_{\text{baja}} = \begin{bmatrix} 0,45 & 0,30 & 0,15 & 0,10 \\ 0,60 & 0,25 & 0,10 & 0,05 \\ 0,50 & 0,20 & 0,20 & 0,10 \\ 0,65 & 0,15 & 0,10 & 0,10 \end{bmatrix}$$

```

1  # -----
2  # MATRIZ TEMPORADA BAJA
3  # -----
4
5  T_baja <- matrix(c(
6    # Desde PC: alta permanencia, baja movilidad
7    0.45, 0.30, 0.15, 0.10,
8
9    # Desde IU: alta probabilidad de volver a PC
10   0.60, 0.25, 0.10, 0.05,
11
12   # Desde IT: alta probabilidad de volver a PC
13   0.50, 0.20, 0.20, 0.10,
14
15   # Desde IA: alta probabilidad de volver a PC
16   0.65, 0.15, 0.10, 0.10
17 ), nrow = 4, byrow = TRUE)
18
19 rownames(T_baja) <- destinos
20 colnames(T_baja) <- destinos
21
22 # Mostrar matriz
23 cat("\nMATRIZ DE TRANSICI N - TEMPORADA BAJA\n")
24 cat("===== \n")
25 print(T_baja)
26
27 # Verificar propiedad de Markov
28 cat("\nVERIFICACI N: Suma de cada fila\n")
29 print(rowSums(T_baja))

```

## b) Distribuciones Estacionarias

### 0.4 Cálculo Matemático

La distribución estacionaria  $\pi = [\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4]^T$  satisface:

$$T^T \pi = \pi \quad \text{y} \quad \sum_{i=1}^4 \pi_i = 1$$

### 0.5 Resultados

Destino	Cuadro 1: Distribuciones Estacionarias		Diferencia
	Temporada Alta	Temporada Baja	
Puno Ciudad	0.27	0.53	-0.26
Islas Uros	0.22	0.23	-0.01
Taquile	0.32	0.15	0.17
Amantani	0.19	0.09	0.10

## c) Compara ambas distribuciones: ¿Qué destino se beneficia más en temporada alta?

El destino que más se beneficia en temporada alta es **Taquile** con un incremento de 17 puntos porcentuales. Le sigue Amantani con 10 puntos porcentuales.

```

1 # EJERCICIO 3: Análisis de Temporadas Turísticas
2 # =====
3
4 # Limpiar entorno
5 rm(list = ls())
6
7 # Cargar librerías
8 library(ggplot2)
9 library(tidy) # Para pivot_longer
10 library(dplyr) # Para %>%
11
12 # -----
13 # MATRIZ TEMPORADA ALTA
14 # -----
15
16 # Destinos: PC, IU, IT, IA
17 destinos <- c("Puno Ciudad", "Islas Uros", "Taquile", "Amantani")
18
19 T_alta <- matrix(c(
20   # Desde PC: baja permanencia, alta movilidad a islas

```

```

21 0.10, 0.45, 0.35, 0.10,
22
23 # Desde IU: alta movilidad a IT e IA
24 0.30, 0.20, 0.40, 0.10,
25
26 # Desde IT: alta permanencia, algo de movilidad a IA
27 0.25, 0.10, 0.45, 0.20,
28
29 # Desde IA: alta permanencia, algo de movilidad a IT
30 0.35, 0.15, 0.25, 0.25
31 ), nrow = 4, byrow = TRUE)
32
33 rownames(T_alta) <- destinos
34 colnames(T_alta) <- destinos
35
36 # Mostrar matriz
37 cat("MATRIZ DE TRANSICI N - TEMPORADA ALTA\n")
38 cat("=====\n")
39 print(T_alta)
40
41 # Verificar propiedad de Markov (suma de filas =1)
42 cat("\nVERIFICACI N: Suma de cada fila\n")
43 print(rowSums(T_alta))
44
45 # -----
46 # MATRIZ TEMPORADA BAJA
47 # -----
48
49 T_baja <- matrix(c(
50   # Desde PC: alta permanencia, baja movilidad
51   0.45, 0.30, 0.15, 0.10,
52
53   # Desde IU: alta probabilidad de volver a PC
54   0.60, 0.25, 0.10, 0.05,
55
56   # Desde IT: alta probabilidad de volver a PC
57   0.50, 0.20, 0.20, 0.10,
58
59   # Desde IA: alta probabilidad de volver a PC
60   0.65, 0.15, 0.10, 0.10
61 ), nrow = 4, byrow = TRUE)
62
63 rownames(T_baja) <- destinos
64 colnames(T_baja) <- destinos
65
66 # Mostrar matriz
67 cat("\nMATRIZ DE TRANSICI N - TEMPORADA BAJA\n")
68 cat("=====\n")
69 print(T_baja)
70
71 # Verificar propiedad de Markov
72 cat("\nVERIFICACI N: Suma de cada fila\n")
73 print(rowSums(T_baja))
74

```

```

75 # -----
76 # COMPARACION VISUAL
77 # -----
78
79 # Mostrar diferencias clave
80 cat("\nANÁLISIS DE DIFERENCIAS CLAVE\n")
81 cat("=====\n")
82
83 # 1. Permanencia en Puno Ciudad desde PC
84 cat("1. Permanencia en Puno Ciudad (desde PC):\n")
85 cat("    Temporada Alta:", T_alta[1,1], "\n")
86 cat("    Temporada Baja:", T_baja[1,1], "\n")
87 cat("    Diferencia:", T_alta[1,1] - T_baja[1,1], "\n\n")
88
89 # 2. Movimiento a Taquile desde PC
90 cat("2. Movimiento a Taquile (desde PC):\n")
91 cat("    Temporada Alta:", T_alta[1,3], "\n")
92 cat("    Temporada Baja:", T_baja[1,3], "\n")
93 cat("    Diferencia:", T_alta[1,3] - T_baja[1,3], "\n\n")
94
95 # 3. Movimiento a Amantan desde PC
96 cat("3. Movimiento a Amantan (desde PC):\n")
97 cat("    Temporada Alta:", T_alta[1,4], "\n")
98 cat("    Temporada Baja:", T_baja[1,4], "\n")
99 cat("    Diferencia:", T_alta[1,4] - T_baja[1,4], "\n\n")
100
101 # 4. Permanencia en Islas Uros desde IU
102 cat("4. Permanencia en Islas Uros (desde IU):\n")
103 cat("    Temporada Alta:", T_alta[2,2], "\n")
104 cat("    Temporada Baja:", T_baja[2,2], "\n")
105 cat("    Diferencia:", T_alta[2,2] - T_baja[2,2], "\n\n")
106
107 # -----
108 # GRÁFICO COMPARATIVO DESDE PUNO CIUDAD
109 # -----
110
111 # Preparar datos para gráfico
112 df_pc <- data.frame(
113   Destino = destinos,
114   Temporada_Alta = T_alta[1,],
115   Temporada_Baja = T_baja[1,]
116 )
117
118 # Convertir a formato largo
119 df_pc_largo <- df_pc %>%
120   pivot_longer(
121     cols = -Destino,
122     names_to = "Temporada",
123     values_to = "Probabilidad",
124     names_prefix = "Temporada_"
125   )
126
127 # Crear gráfico
128 grafico_pc <- ggplot(df_pc_largo, aes(x = Destino, y = Probabilidad, fill

```

```

    = Temporada)) +
129 geom_bar(stat = "identity", position = position_dodge(width = 0.7),
      width = 0.6) +
130 geom_text(aes(label = sprintf("%.2f", Probabilidad)),
131           position = position_dodge(width = 0.7), vjust = -0.5, size =
            3.5) +
132 labs(title = "Probabilidades desde Puno Ciudad",
133       subtitle = "Comparaci n Temporada Alta vs Baja",
134       y = "Probabilidad", x = "Destino") +
135 theme_minimal(base_size = 12) +
136 theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, face = "bold"),
137       plot.subtitle = element_text(hjust = 0.5)) +
138 scale_fill_manual(values = c("Alta" = "steelblue", "Baja" = "darkorange"
      )) +
139 ylim(0, 0.5)
140
141 print(grafico_pc)
142
143 # -----
144 # GR FICO COMPARATIVO DESDE TAQUILE
145 # -----
146
147 df_it <- data.frame(
148   Destino = destinos,
149   Temporada_Alta = T_alta[,],
150   Temporada_Baja = T_baja[,]
151 )
152
153 df_it_largo <- df_it %>%
154   pivot_longer(
155     cols = -Destino,
156     names_to = "Temporada",
157     values_to = "Probabilidad",
158     names_prefix = "Temporada_"
159   )
160
161 grafico_it <- ggplot(df_it_largo, aes(x = Destino, y = Probabilidad, fill
    = Temporada)) +
162   geom_bar(stat = "identity", position = position_dodge(width = 0.7),
      width = 0.6) +
163   geom_text(aes(label = sprintf("%.2f", Probabilidad)),
164           position = position_dodge(width = 0.7), vjust = -0.5, size =
            3.5) +
165   labs(title = "Probabilidades desde Taquile",
166       subtitle = "Comparaci n Temporada Alta vs Baja",
167       y = "Probabilidad", x = "Destino") +
168   theme_minimal(base_size = 12) +
169   theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, face = "bold"),
170       plot.subtitle = element_text(hjust = 0.5)) +
171   scale_fill_manual(values = c("Alta" = "steelblue", "Baja" = "darkorange"
      )) +
172   ylim(0, 0.6)
173
174 print(grafico_it)

```

```

175 # -----
176 # RESUMEN ESTADISTICO
177 # -----
178
179 cat("\nRESUMEN ESTADISTICO DE LAS MATRICES\n")
180 cat("=====\n")
181
182 # Crear tabla resumen
183 resumen <- data.frame(
184   Destino = destinos,
185   # Promedio de permanencia
186   Permanencia_Alta = diag(T_alta),
187   Permanencia_Baja = diag(T_baja),
188   # Movilidad a otras islas (excluyendo PC y propia)
189   Movilidad_Islas_Alta = rowSums(T_alta[, 3:4]), # IT + IA
190   Movilidad_Islas_Baja = rowSums(T_baja[, 3:4]) # IT + IA
191 )
192
193 print(resumen)
194
195 # -----
196 # C DIGO LaTeX PARA LAS MATRICES
197 # -----
198
199 cat("\n\\subsection{Matriz Temporada Alta}\n")
200 cat("\\[\n")
201 cat("T_{\\text{alta}} =\n")
202 cat("\\begin{bmatrix}\n")
203 for (i in 1:4) {
204   fila <- paste(sprintf("%.2f", T_alta[i,]), collapse = " & ")
205   cat(fila)
206   if (i < 4) cat(" \\\\n") else cat("\n")
207 }
208 cat("\\end{bmatrix}\n")
209 cat("\\]\n")
210
211 cat("\n\\subsection{Matriz Temporada Baja}\n")
212 cat("\\[\n")
213 cat("T_{\\text{baja}} =\n")
214 cat("\\begin{bmatrix}\n")
215 for (i in 1:4) {
216   fila <- paste(sprintf("%.2f", T_baja[i,]), collapse = " & ")
217   cat(fila)
218   if (i < 4) cat(" \\\\n") else cat("\n")
219 }
220 cat("\\end{bmatrix}\n")
221 cat("\\]\n")
222
223 # -----
224 # GUARDAR RESULTADOS
225 # -----
226
227 # Guardar las matrices
228

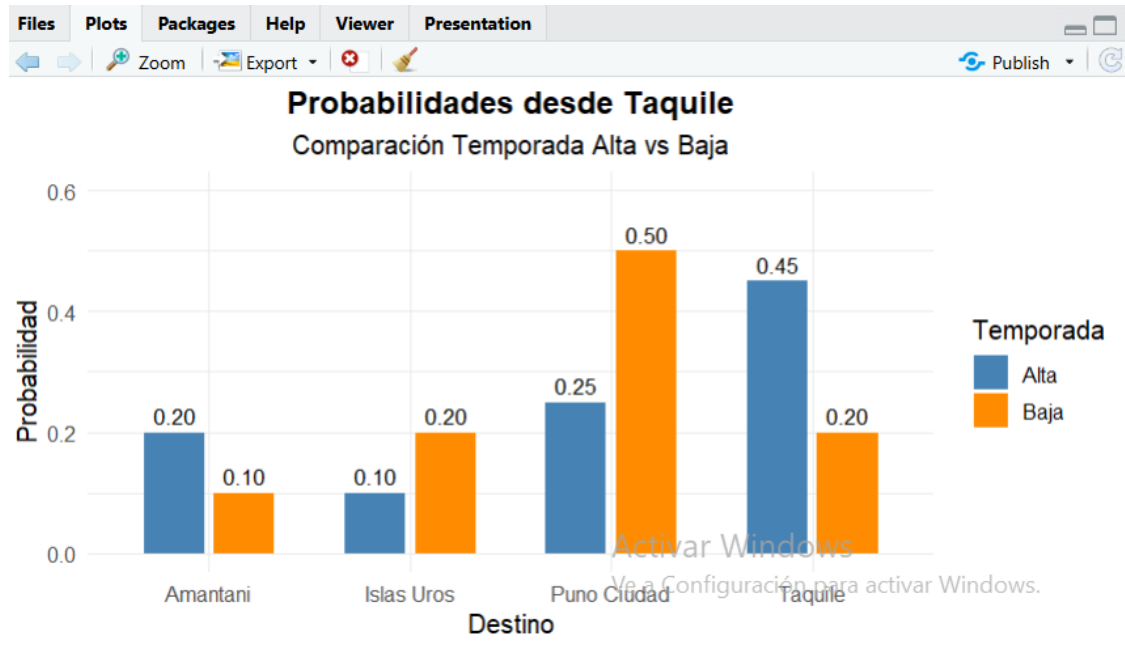
```



```

229 save(T_alta, T_baja, destinos, file = "matrices_transicion.RData")
230
231 # Guardar gráficos
232 ggsave("grafico_pc.png", grafico_pc, width = 8, height = 6, dpi = 300)
233 ggsave("grafico_it.png", grafico_it, width = 8, height = 6, dpi = 300)
234
235 cat("\n An lisis completado exitosamente!\n")
236 cat("Matrices guardadas en 'matrices_transicion.RData'\n")
237 cat("Gr ficos guardados como 'grafico_pc.png' y 'grafico_it.png'\n")

```



## d) Simulación Anual

### 0.6 Configuración

- 1000 turistas iniciales distribuidos según  $\pi_{alta}$
- Meses 1-4: Temporada Alta ( $T_{alta}$ )
- Meses 5-8: Temporada Baja ( $T_{baja}$ )
- Meses 9-12: Temporada Media ( $T_{media}$ )

Cuadro 2: Evolución Mensual de Turistas				
Mes	Puno Ciudad	Islas Uros	Taquile	Amantani
0	270	220	320	190
1	249	230	315	206
2	233	238	303	226
3	219	244	294	243
4	205	247	285	263
5	314	219	152	115
6	339	210	141	110
7	360	201	131	108
8	376	195	123	106
9	350	225	128	97
10	338	227	127	108
11	332	227	126	115
12	328	227	126	119

Cuadro 3: Promedio Anual de Turistas	
Destino	Promedio (turistas/mes)
Puno Ciudad	300.7
Islas Uros	221.9
Taquile	179.1
Amantani	150.3

## 0.7 Resultados de la Simulación

### Promedio Anual por Destino

### )Análisis y Conclusiones

## 0.8 Variación entre Temporadas

El destino con mayor variación es **Puno Ciudad** con una diferencia de 26 puntos porcentuales entre temporadas.

## 0.9 Recomendaciones para Hoteles

- **Temporada Baja:** Mantener 30-40 % de capacidad
- **Temporada Alta:** Operar al 80-100 % de capacidad
- Ajustar personal según demanda estacional

## 0.10 Estrategias para Equilibrar el Turismo

1. Promociones y descuentos en temporada baja
2. Desarrollo de actividades culturales fuera de temporada alta
3. Paquetes combinados que distribuyan turistas entre destinos
4. Marketing dirigido a segmentos específicos