

Universidad Nacional del Altiplano
Facultad de Ingeniería Estadística e Informática
E.P.de Ingeniería Estadística e Informática

Docente: Ing. Torres Cruz Fred

Presentado por: Quispe Ito Luz Leidy

Metodo de Biseccion en Python

1. objetivo del programa

El programa desarrollado en Python implementa el **método numérico de bisección**, cuyo propósito es encontrar una raíz real de una función continua $f(x) = 0$ dentro de un intervalo $[a, b]$. El método permite aproximar la solución con una precisión determinada por el usuario mediante una **tolerancia de error**.

2. Funcionamiento general

El programa solicita al usuario los siguientes datos desde la consola:

- La función $f(x)$ (por ejemplo: $e^{(3x)} - 4$, $(x+1)(x-2)$, $\cos(x)-x$).
- Los límites del intervalo $[a, b]$ donde se busca la raíz.
- La tolerancia o error máximo permitido.

Posteriormente, el algoritmo ejecuta el proceso iterativo del **método de bisección**, basado en el *Teorema del Valor Intermedio*, el cual establece que:

$$f(a) \cdot f(b) < 0 \Rightarrow \text{existe al menos una raíz en el intervalo } [a, b].$$

3. Procedimiento del algoritmo

El funcionamiento del programa puede resumirse en las siguientes etapas:

1. **Verificación inicial:** Se evalúan los valores $f(a)$ y $f(b)$. Si $f(a) \cdot f(b) > 0$, el programa muestra un mensaje de error indicando que la función no cambia de signo y, por tanto, no se puede aplicar el método.
2. **Cálculo iterativo:** Mientras el error sea mayor que la tolerancia establecida, se realizan los siguientes pasos:

a) Se calcula el punto medio del intervalo:

$$m = \frac{a + b}{2}$$

b) Se evalúa $f(m)$.

c) Si $f(a) \cdot f(m) < 0$, la raíz se encuentra en el subintervalo $[a, m]$; de lo contrario, en $[m, b]$.

d) Se actualizan los límites del intervalo.

e) Se calcula el error relativo entre dos aproximaciones consecutivas:

$$E = |m_n - m_{n-1}|$$

Si $E < \text{tolerancia}$, el proceso termina.

3. **Presentación de resultados:** En cada iteración se muestra una tabla con los valores:

$$a, b, m, f(a), f(b), f(m), E$$

Al finalizar, el programa presenta:

- La raíz aproximada encontrada.
- El valor de la función en la raíz.
- El número de iteraciones realizadas.
- El error estimado final.

4. Restricciones del programa

El algoritmo requiere que se cumplan las siguientes condiciones:

- La función $f(x)$ debe ser continua en el intervalo $[a, b]$.
- Es necesario que $f(a) \cdot f(b) < 0$, de modo que exista un cambio de signo.
- Los límites a, b y la tolerancia deben ser valores numéricos válidos.

Además, el programa incluye un **preprocesador de expresiones matemáticas** que adapta las funciones ingresadas por el usuario. Este módulo inserta automáticamente los asteriscos omitidos (por ejemplo, convierte $3x$ en $3 * x$) y reemplaza expresiones comunes como:

`sin, cos, tan, log, exp, pi, e`

por sus equivalentes de la biblioteca `math` de Python.

5. Características adicionales y implementacion del código en python

- El programa es interactivo: permite ingresar cualquier función desde la consola sin modificar el código.
- Muestra una tabla detallada del proceso iterativo con los valores de cada variable.
- Calcula automáticamente el número de iteraciones necesarias para alcanzar la tolerancia deseada.

```

File Edit Format Run Options Window Help
1 import math
2 import re
3
4 def preparar_funcion(expr):
5     expr = expr.lower().replace("^", "***")
6
7     expr = re.sub(r"e\^\(?([^\)]+)\)?", r"math.exp(\1)", expr)
8
9     expr = re.sub(r'(\d)(x)', r'\1*\2', expr)
10    expr = re.sub(r'(x)(\d)', r'\1*\2', expr)
11    expr = re.sub(r'(\))(\d)', r'\1*\2', expr)
12    expr = re.sub(r'(\d)(\d)', r'\1*\2', expr)
13    expr = re.sub(r'(\))(\d)', r'\1*\2', expr)
14
15    # Reemplaza funciones conocidas para que evalúe las reconozca
16    expr = expr.replace("exp", "math.exp")
17    expr = expr.replace("sin", "math.sin")
18    expr = expr.replace("cos", "math.cos")
19    expr = expr.replace("tan", "math.tan")
20    expr = expr.replace("log", "math.log")
21    expr = expr.replace("pi", "math.pi")
22    expr = expr.replace("e", "math.e")
23
24    return expr
25
26 |
27 def biseccion_tabla():
28     funcion_str = input("Ingresa la función f(x) ejemplo: e^3x-4: ")
29     a = float(input("Ingresa el límite inferior a: "))
30     b = float(input("Ingresa el límite superior b: "))
31     tol = float(input("Ingresa la tolerancia(Error) Ejemplo(0.01): "))
32
33     funcion_str = preparar_funcion(funcion_str)
34
35     def f(x):
36         return eval(funcion_str, {"x": x, "math": math})
37
38     fa, fb = f(a), f(b)
39     if fa * fb > 0:
40         print("\n Error: f(a) y f(b) tienen el mismo signo. No se puede aplicar bisección.")
41         return
42
43     print(f"\n{'Iter':<5}{'a':>10}{'b':>10}{'m':>12}{'f(a)':>12}{'f(b)':>12}{'f(m)':>12}{'Error':>12}")
44     print("-"*85)
45

```

```

45
46     error = float("inf")
47     iteracion = 0
48     m_anterior = 0
49
50     while error > tol:
51         iteracion += 1
52         m = (a + b) / 2
53         fa, fb, fm = f(a), f(b), f(m)
54
55         if iteracion > 1:
56             error = abs(m - m_anterior)
57         m_anterior = m
58
59         print(f"iteracion:<5){a:>10.6f}{b:>10.6f}{m:>12.6f}{fa:>12.6f}{fb:>12.6f}{fm:>12.6f}{error:>12.6f}")
60
61         if fa * fm < 0:
62             b = m
63         else:
64             a = m
65
66         if error < tol:
67             break
68
69     print(f"Raíz aproximada: {m:.6f}")
70     print(f"f(raíz): {f(m):.6e}")
71     print(f"Iteraciones: {iteracion}")
72     print(f"Error estimado: {error:.6e}")
73
74
75 biseccion_tabla()
76
--

```

6. Resultados experimentales

En esta sección se presentan los resultados obtenidos al ejecutar el programa para distintas funciones. Las siguientes imágenes muestran el proceso iterativo y la convergencia hacia la raíz buscada.

```

Ingresa la función f(x) ejemplo: e^3x-4: e^3x-4
Ingresa el límite inferior a: 0
Ingresa el límite superior b: 1
Ingresa la tolerancia(Error) Ejemplo(0.01): 0.01

```

Iter	a	b	m	f(a)	f(b)	f(m)	Error
1	0.000000	1.000000	0.500000	-4.000000	16.085537	6.042768	inf
2	0.000000	0.500000	0.250000	-4.000000	6.042768	1.021384	0.250000
3	0.000000	0.250000	0.125000	-4.000000	1.021384	-1.489308	0.125000
4	0.125000	0.250000	0.187500	-1.489308	1.021384	-0.233962	0.062500
5	0.187500	0.250000	0.218750	-0.233962	1.021384	0.393711	0.031250
6	0.187500	0.218750	0.203125	-0.233962	0.393711	0.079875	0.015625
7	0.187500	0.203125	0.195312	-0.233962	0.079875	-0.077044	0.007812

```

Raíz aproximada: 0.195312
f(raíz): -7.704357e-02
Iteraciones: 7
Error estimado: 7.812500e-03

```

```

Ingresar la función f(x) ejemplo: e^3x-4: e^(3x)-4
Ingresar el límite inferior a: 0
Ingresar el límite superior b: 1
Ingresar la tolerancia(Error) Ejemplo(0.01): 0.1

```

Iter	a	b	m	f(a)	f(b)	f(m)	Error
1	0.000000	1.000000	0.500000	-3.000000	16.085537	0.481689	inf
2	0.000000	0.500000	0.250000	-3.000000	0.481689	-1.883000	0.250000
3	0.250000	0.500000	0.375000	-1.883000	0.481689	-0.919783	0.125000
4	0.375000	0.500000	0.437500	-0.919783	0.481689	-0.284549	0.062500

```

Raíz aproximada: 0.437500
f(raíz): -2.845493e-01
Iteraciones: 4
Error estimado: 6.250000e-02
|

```

7. Conclusión

El programa desarrollado permite determinar de manera eficiente una raíz aproximada de funciones continuas mediante el **método de bisección**. Gracias al control de tolerancia y a la presentación tabular de resultados, se obtiene una visión clara de la convergencia del método. Su diseño flexible e interactivo lo hace una herramienta útil para la enseñanza y el análisis numérico de ecuaciones no lineales.