Politechnika Wrocławska

Języki Formalne i Teoria Translacji

Lista Zadań 2, Zadanie 4.

Marcel Jerzyk
12 Listopad, 2019

1 Lista Zadań #2, Zadanie #4.

Czy język $L = \{0^{n!} : n \in N\}$ jest *regularny*?

2 Sposób na Zadanie

Używając lematu o pompowaniu, można dowieść, że dany język nie jest językiem regularnym. Lemat brzmi:

Jeżeli L - regularny $\implies \exists P \geq 1$, takie że $\forall S \in L \wedge |S| \leq P$ to istnieje podział S na podsłowa $x, y, z \in \Sigma^*$ $(S = xyz)$ z pewnymi właściwościami, wyjaśniając:

jeżeli język L jest *regularny*, oznacza to, że posiada pewną stałą *pumping length* P, taką, że dla każdego słowa S, które jest większe, bądź równe tej stałej, istnieje podział tego S na trzy części $S = xyz$, taki, który spełnia poniższe założenia:

- $xy^iz \in L$, dla każdego i ≥ 0
- $|y| > 0$
- $|xy| \leq P$

Nieformalnie lemat orzeka, że środkowa część każdego dostatecznie długiego słowa (w danym języku) może być "pompowana", czyli powielona dowolna ilość razy, a powstałe słowo dalej będzie należeć do tego języka.

Lemat ten będzie wykorzystany w zadaniu w dowodzie niewprost.

3 Rozwiązanie

$$L = \{0^{n!} : n \in N\}$$

Zakładamy, że L jest *regularny*, więc istnieje *pumping length* P. Wybierzmy *słowo* $S \in L$:

$$S = \underbrace{0^k}_{\text{x}} \underbrace{0^j}_{\text{y}} \underbrace{0^{P!-(k+j)}}_{\text{z}}$$

Będziemy pompować $y = 0^j \wedge j \in [1, P]$.

$$S = 0^k \ (0^j)^i \ 0^{P!-(k+j)}$$
$$S = (0^j)^i \ 0^{P!-j} \overset{i=2}{\implies} 0^{P!+j}$$

Pomijając na razie przypadek, gdy $P = 1$ i biorąc pod uwagę przypadki, gdy $P \geq 2$:

$$\begin{aligned} P! + j &< (P+1)! \\ P! + j &< P! * (P+1) \\ P! + j &< P * P! + P! \\ j &< P * P! \end{aligned}$$

Działa dla $j \in [2, P]$, ponieważ $P < P * P!$ Rozważając pominięty przypadek $P = 1$:

$$\begin{aligned} 0^{1!} &= 0 \\ i &= 3 \\ y = 0 \ &\wedge \ x, z = \varepsilon \\ \varepsilon(0)^3\varepsilon &= \mathbf{000} \notin \mathbf{L} \end{aligned}$$

Jest to sprzeczne z lematem o pompowaniu, więc język $L = \{0^{n!} : n \in N\}$ **nie jest językiem *regularnym***. □