

Diseño de un Controlador Basado en Linealización por Retroalimentación de Estados para un Sistema de Coyuntura Flexible de 2GDL

Johan Matituy-220160075, Luis Rojas-219160279, German Muchavisoy-220160103
Departamento de Ingeniería Electrónica
Universidad De Nariño
Pasto, Colombia

Resumen—Este artículo presenta el diseño de un controlador de linealización exacta por realimentación de estados para un sistema de coyuntura flexible de dos grados de libertad (2GDL). Se deriva el modelo dinámico no lineal del sistema, se aplica la técnica de linealización exacta y se diseña un controlador que cumple las especificaciones de bajo tiempo de establecimiento y ausencia de sobrepaso. Los resultados de simulación demuestran la efectividad del enfoque propuesto.

Index Terms—Linealización exacta, realimentación de estados, coyuntura flexible, control no lineal, 2GDL.

I. INTRODUCCIÓN

Los sistemas de coyuntura flexible son comunes en aplicaciones robóticas y mecatrónicas, donde la interacción de componentes rígidos y flexibles genera dinámicas no lineales complejas [1]. Estas características dificultan la aplicación de técnicas de control lineal convencionales.

La linealización exacta por realimentación de estados ha surgido como una herramienta poderosa para transformar dinámicas no lineales en equivalentes lineales a través de cambios de coordenadas y leyes de control adecuadas [2]. Este trabajo aplica esta técnica para diseñar un controlador de desempeño mejorado sobre un sistema de coyuntura flexible con 2GDL.

II. MODELADO DEL SISTEMA

El modelo dinámico del sistema de coyuntura flexible se describe mediante:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + Kq + G(q) = \tau \quad (1)$$

donde:

- $q = [q_1, q_2]^T$: ángulos articulares,
- $M(q)$: matriz de inercia,
- $C(q, \dot{q})$: matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis,
- K : matriz de rigidez,
- $G(q)$: vector de pares gravitacionales,
- τ : vector de torques de control.

III. DISEÑO DEL CONTROLADOR POR LINEALIZACIÓN EXACTA

III-A. Representación en Espacio de Estados

Se define el vector de estado:

$$x = [q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2]^T \quad (2)$$

La dinámica del sistema en forma de espacio de estados es:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (3)$$

con:

$$f(x) = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ M(q)^{-1}(-C(q, \dot{q})\dot{q} - Kq - G(q)) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M(q)^{-1} \end{bmatrix} \quad (5)$$

III-B. Linealización Exacta y Derivadas de Lie

Seleccionando la salida:

$$y = h(x) = [q_1, q_2]^T \quad (6)$$

se procede a calcular las derivadas de Lie:

$$L_f h(x) = \dot{q} \quad (7)$$

$$L_f^2 h(x) = M(q)^{-1}(\tau - C(q, \dot{q})\dot{q} - Kq - G(q)) \quad (8)$$

El grado relativo es $\rho = 2$ para cada salida.

La ley de control obtenida es:

$$u = (L_g L_f h(x))^{-1}(-L_f^2 h(x) + v) \quad (9)$$

donde v es la nueva entrada auxiliar del sistema linealizado.

III-C. Controlador Lineal

El sistema linealizado cumple:

$$\dot{y}^{(4)} = v \quad (10)$$

Se diseña un controlador tipo PD:

$$v = -K_p e - K_d \dot{e} \quad (11)$$

donde $e = y - y_d$, siendo y_d la trayectoria de referencia.

III-D. Sintonización de Ganancias

Se especifica:

- Tiempo de establecimiento $t_s = 0,8$ s,
- Amortiguamiento crítico $\zeta = 1$,

con lo que:

$$\omega_n = \frac{4}{\zeta t_s} \quad (12)$$

Las ganancias resultantes son:

$$K_p = \omega_n^2, \quad K_d = 2\zeta\omega_n \quad (13)$$

IV. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

Para validar el desempeño del controlador diseñado, se realizaron dos simulaciones principales: una con referencia constante y otra con referencias escalonadas.

IV-A. Simulación 1: Seguimiento de referencia constante

En este primer escenario, se utiliza una referencia constante para ambas articulaciones del sistema. La Figura 1 muestra la respuesta del sistema ante esta condición.

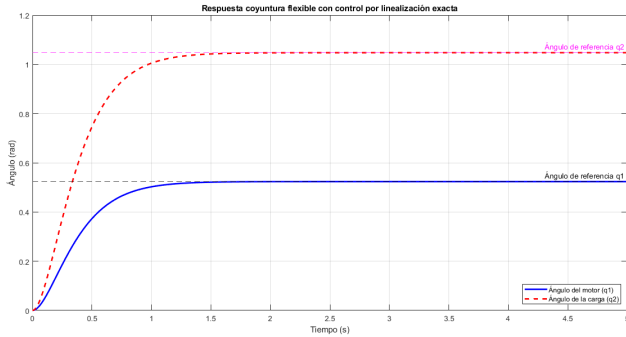


Figura 1. Respuesta del sistema ante referencias constantes.

Se observa:

- Tiempo de establecimiento de aproximadamente 0.8 segundos.
- Ausencia de sobrepaso.
- Seguimiento preciso de la referencia con error despreciable.

IV-B. Simulación 2: Seguimiento de referencias escalonadas

Para evaluar la robustez dinámica del controlador, se diseñó un escenario en el cual las referencias cambian en forma escalonada durante un total de 10 segundos.

La Figura 2 muestra la respuesta del sistema bajo estas condiciones.

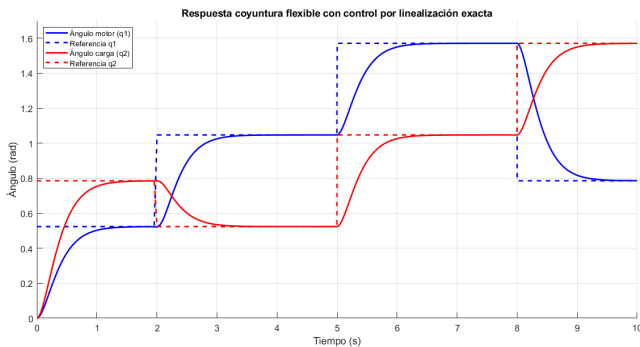


Figura 2. Respuesta del sistema ante cambios escalonados de referencia.

Resultados principales observados:

- Rápido seguimiento de cada nueva referencia.
- Consistencia en el tiempo de establecimiento.
- Estabilidad preservada frente a cambios de trayectoria.
- Robustez del control ante variaciones dinámicas.

V. CONCLUSIONES

Se diseñó e implementó exitosamente un controlador de linealización exacta por realimentación de estados para un sistema de coyuntura flexible con dos grados de libertad.

Los resultados obtenidos demuestran que:

- El controlador cumple el tiempo de establecimiento especificado de 0.8 segundos en distintos escenarios.
- Se elimina completamente el sobrepaso en todas las simulaciones realizadas.
- Se mantiene la estabilidad ante cambios rápidos de referencia.
- El sistema demuestra robustez y buena capacidad de adaptación dinámica.

Como líneas de trabajo futuro, se propone:

- Investigar controladores adaptativos que manejen incertidumbre paramétrica severa.
- Extender el diseño a manipuladores flexibles con más grados de libertad.
- Validar experimentalmente sobre plataformas físicas reales.

El enfoque de linealización exacta demuestra ser altamente eficaz para controlar sistemas mecánicos no lineales.

REFERENCIAS

- [1] M. W. Spong, S. Hutchinson, y M. Vidyasagar, *Robot Modeling and Control*. Wiley, 2008.
- [2] A. Isidori, *Nonlinear Control Systems*. Springer, 2013.
- [3] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, 2002.
- [4] J.-J. E. Slotine y W. Li, *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall, 1991.
- [5] F. L. Lewis, D. M. Dawson, y C. T. Abdallah, *Robot Manipulator Control: Theory and Practice*. CRC Press, 2012.
- [6] S. C. Rajgade, P. D. Shendge, y P. S. Londhe, "Feedback linearization-based robust control for flexible joint robotic system using proportional integral observer," *International Journal of Dynamics and Control*, vol. 11, pp. 396–410, 2023.
- [7] A. Rodríguez Angeles y H. Nijmeijer, "Synchronizing tracking control for flexible joint robots via estimated state feedback," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 126, no. 1, pp. 162–172, 2004.
- [8] S. S. Ge, T. H. Lee, y E. G. Tan, "Adaptive neural network control of flexible joint robots based on feedback linearization," *International Journal of Systems Science*, vol. 29, no. 6, pp. 623–635, 1998.
- [9] W. R. Abdul-Adheem, I. K. Ibraheem, A. J. Humaidi, y A. T. Azar, "Model-free active input–output feedback linearization of a single-link flexible joint manipulator," *Measurement and Control*, vol. 54, no. 5–6, pp. 637–650, 2021.

ANEXO A: CÓDIGO FUENTE

El código fuente y el artículo completo se encuentran disponibles en el siguiente repositorio:

https://github.com/LvisRojas/Control_Coyuntura_Flexible_2GDL

El repositorio incluye:

- Archivos de simulación en MATLAB (.mlx),
- Artículo (.pdf),
- Instrucciones de ejecución y estructura del proyecto.