



Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Centro de Tecnologia  
Departamento de Engenharia Elétrica  
ELE0648 - Tópicos Especiais em Transmissão de Energia Elétrica - 2020.6

## **Propagação de ondas e ferro-ressonância**

Levy Gabriel da Silva Galvão

Natal - RN, Novembro de 2020



Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Centro de Tecnologia  
Departamento de Engenharia Elétrica  
ELE0648 - Tópicos Especiais em Transmissão de Energia Elétrica - 2020.6

## **Propagação de ondas e ferro-ressonância**

Resumo referente ao assunto ministrado na disciplina de Tópicos Especiais em Transmissão de Energia Elétrica, como requisito para avaliação da terceira unidade.

Orientador: Prof<sup>o</sup>. Dr<sup>o</sup>. José Tavares de Oliveira

Natal - RN, Novembro de 2020

# Sumário

<b>1</b>	<b>Ferro-ressonância</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Propagação de ondas em linhas monofásicas</b>	<b>4</b>
2.1	Linha com terminal em vazio . . . . .	6
2.2	Linha com terminal em curto-circuito . . . . .	6
2.3	Linha com terminal resistivo . . . . .	6
2.4	Linha com terminal indutivo . . . . .	7
2.5	Linha com terminal capacitivo . . . . .	8
2.6	Impedância interna de geradores . . . . .	8
2.7	Impedâncias concentradas em série com linhas de transmissão . . . . .	9
2.8	Propagação de ondas por ramificações . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Representação de não-linearidades</b>	<b>10</b>
<b>4</b>	<b>Exemplos</b>	<b>11</b>

# 1 Ferro-ressonância

Os efeitos de ferro-ressonância estão presentes em capacitores e indutores com capacidade de sofrerem saturação. Dessa forma, assim como a ressonância normal, em que ocorre a partir do circuito ser excitado com uma tensão cuja frequência seja próxima ou igual à sua frequência natural, a ferro-ressonância se dará de forma semelhante. No regime de ferro-ressonância há uma variação rápida e descontínua nas amplitudes e fases das correntes e tensões de operação, resultando em formas de onda não senoidais (pode conter harmônicas) e com altos valores de pico e sobrefluxo no núcleo do transformador podendo prejudicar os equipamentos.

Situações de ferro-ressonância são:

- Ressonância entre cabos de elevada capacitância e reatores limitadores de corrente;
- Ressonância entre indutância linear e a capacitância de um sistema com linha levemente carregada;
- Ferro-ressonância entre TP's e a capacitância entre os enrolamentos de um transformador de distribuição;
- Ferro-ressonância em sistemas com elementos saturáveis e filtros harmônicos.

Para ilustrar a ferro-ressonância, imagina-se um circuito RLC série alimentado por uma fonte senoidal. Normalmente para um valor fixo de indutância, só haverá um ponto de ressonância para o circuito. Porém, se introduzir uma indutância variável de acordo com a saturação, haverá uma faixa de valores em que ocorrerá ressonância. A figura 1 ilustra ambos os casos, para (a) o caso da indutância fixa e (b) para o caso da indutância variável, marcando o ponto de maior corrente.

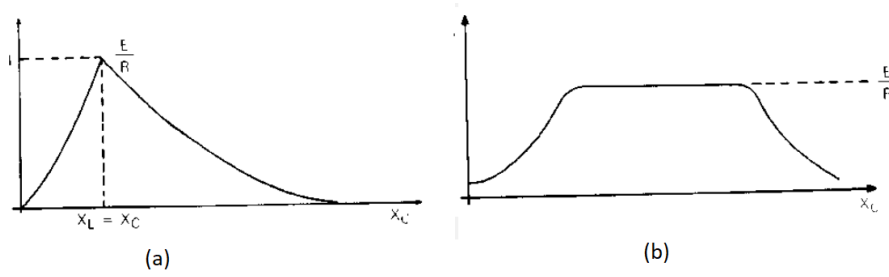


Figura 1: Circuito RLC para (a) indutância fixa e (b) indutância variável.

Outra forma de ilustrar é a partir de um circuito LC. Pela lei de Kirchhoff de tensões, tem-se:

$$E = V_C + V_L$$

A tensão na fonte  $E$ , a tensão no capacitor  $V_C = -IX_C$  negativa, pois tem sinal trocado em relação às quedas de tensão nos indutores da rede, com circuito circulado pela corrente  $I$  e tensão no indutor de  $V_L$ . O equivalente de Thévenin enxergando apenas o indutor é:  $E_t = E + IX_C$ . Esse valor é importante para se traçar uma curva linear da solução ideal do circuito e compará-la com o caso da curva de saturação dada em 2.

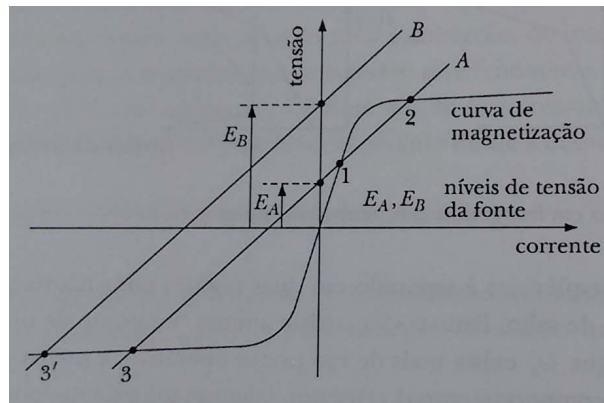


Figura 2: Circuito LC pelo equivalente de Thévenin, com comportamento linear e não-linear sobreposto..

Analisando a figura acima, o caso A possui três soluções e o B apenas uma, com apenas a solução 1 da curva A apresentando equilíbrio para variações pequenas de corrente,

enquanto que para as demais, uma menor variação de corrente resultará em uma operação durante a saturação, resultando em sobretensão.

Demais casos de circuitos que podem sofrer ferro-ressonância são:

- Gerador alimentando circuitos com acoplamento capacitivo, porém com presença de TP;
- Gerador alimentando linha de transmissão alimentando TP, em que chave seccionadora aberta na linha causa acoplamento capacitivo;
- Gerador alimentando linha com transformador trifásico ligado em  $Y - Y$ ,  $\Delta - Y$  aterrado, etc.

Algumas soluções para o caso de ferro-ressonância são:

- Trocar chaves fusíveis por disjuntores, evitando desbalanceamento de fases no sistema;
- Manobrar, por último, quando possível, o transformador mais próximo, evitando o circuito série de cabo-transformador;
- Alocar cargas resistivas no secundário do transformador, de forma que quando refletida no primário irá aumentar o amortecimento do circuito, porém danosamente aumentando o carregamento do cabo e do transformador ao aumentar a dissipação de potência;
- Modificação do circuito por aumentar o comprimento do cabo, alimentação aérea, reator de terciário, ou aumentando a resistência do aterramento, porém resulta em investimentos elevados;
- Ou reduzir a tensão aplicada para evitar que o transformador opere na saturação.

## 2 Propagação de ondas em linhas monofásicas

Considerando uma análise feita para uma linha semi-infinita com gerador de tensão  $f(t)$  e uma distância de interesse de  $l$ , cuja velocidade da onda é  $\nu$  (tempo de deslocamento de 0 a  $l$  é  $\tau = l/\nu$ ), tem-se uma onda de tensão de:

$$v(0, t) = v^+(0, t) = f(t), \text{ avaliada no ponto } x = 0$$

$$v(l, t) = v^+(0, t - l/\nu) = f(t - l/\nu), \text{ avaliada no ponto } x = l$$

Isso mostra que de acordo com que  $f(t)$  é deslocado em direção ao ponto  $x = l$ , este sofre um atraso temporal correspondente ao tempo de trânsito.

Agora a análise da passagem de uma onda no ponto de junção (descontinuidade) do encontro de duas linhas de impedâncias características diferentes. Considera-se que ao transmitir uma onda incidente  $(v^+, i^+)$ , até o ponto de junção, haverá uma parcela da onda que será refletida e outra refratada.

Assim, para a linha 1, tem-se a onda incidente relacionada por:  $i_1^+ = v_1^+/Z_1$ . A onda refletida será:  $i_1^- = -v_1^-/Z_1$ . E a onda refratada para a linha 2:  $i_2^+ = v_2^+/Z_2$ . No ponto de conexão deverá haver um equilíbrio das ondas, de forma que as relações abaixo sejam obedecidas:

$$\begin{aligned} v_1^+ + v_1^- &= v_2^+ \\ i_1^+ + i_1^- &= i_2^+ \end{aligned}$$

Se as equações acima forem desenvolvidas tendo em vista evidenciar a relação entre impedâncias, a relação abaixo pode ser obtida:

$$\begin{aligned} v_1^- &= \Gamma_r v_1^+ \\ v_2^+ &= (1 + \Gamma_r) v_1^+ \\ i_1^- &= -\Gamma_r i_1^+ \\ i_2^+ &= (1 - \Gamma_r) i_1^+ \end{aligned}$$

Essa relação entre onda incidente e refletida é mediada por um coeficiente amplamente conhecido, sendo ele chamado de coeficiente de reflexão e este indica a parcela da onda incidente que foi refletida  $\left(\Gamma_r = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}\right)$ . O coeficiente também pode ser usado para relacionar a onda incidente com a refratada. Comumente é desenvolvido o coeficiente de reflexão como  $\Gamma_t = 1 + \Gamma_r = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2}$

Este coeficiente mostra que se a impedância característica de ambas as linhas forem iguais, não haverá onda refletida e a onda refratada será integralmente composta pela onda incidente. Qualquer outro valor que faça as impedâncias diferentes, haverá reflexão.

## 2.1 Linha com terminal em vazio

Uma linha com terminal em vazio pode ser modelada como  $Z_2 \rightarrow \infty$ , em termos de coeficiente de reflexão e transmissão, tem-se que:

$$\Gamma_r = \lim_{Z_2 \rightarrow \infty} \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} = 1$$

$$\Gamma_t = \lim_{Z_2 \rightarrow \infty} \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} = 2$$

Isso implica dizer que a onda refletida é exatamente igual à onda incidente e a onda de tensão no fim da linha é o dobro da incidente.

## 2.2 Linha com terminal em curto-circuito

Uma linha com terminal em curto-circuito pode ser modelada como  $Z_2 \rightarrow 0$ , em termos de coeficiente de reflexão e transmissão, tem-se que:

$$\Gamma_r = \lim_{Z_2 \rightarrow 0} \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} = -1$$

$$\Gamma_t = \lim_{Z_2 \rightarrow 0} \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} = 0$$

Este resultado mostra que a onda refletida é de igual módulo que a onda incidente, porém com sinal trocado. Já para a onda refratada, esta é inexistente.

## 2.3 Linha com terminal resistivo

Para este tipo de linha o mesmo raciocínio é válido, resultando em coeficientes:



$$\Gamma_r = \frac{R - Z_1}{R + Z_1} = -1$$

$$\Gamma_t = \frac{2R}{Z_1 + R} = 0$$

## 2.4 Linha com terminal indutivo

Os resultados ainda são válidos quando se utiliza o domínio de Laplace, para  $Z_2(s) = sL$  e  $Z_1(s) = Z_1$ :

$$\Gamma_r = \frac{Z_2(s) - Z_1}{Z_2(s) + Z_1(s)} = -1$$

$$\Gamma_t = \frac{2Z_2(s)}{Z_1(s) + Z_2(s)} = 0$$

Analisando para um degrau de tensão  $E_0/s$  tal que  $v_1^+ = E_0$ :

$$V_2(s) = \frac{2Z_2(s)}{Z_1(s) + Z_2(s)} \frac{E_0}{s} = \frac{2E_0}{s + \frac{Z_1}{L}}$$

No domínio do tempo:

$$v_2(t) = 2E_0 e^{-\frac{Z_1}{L}t}$$

Dessa forma permite-se concluir que  $v_2(0) = 2E_0$  e  $v_2(\infty) = 0$ , resultante do comportamento indutivo.

A onda refletida ainda pode ser encontrada por:

$$v_1^-(t) = v_2 - v_1^+ = E_0(2e^{-\frac{Z_1}{L}t} - 1)$$

## 2.5 Linha com terminal capacitivo

Para a mesma análise que o caso anterior, porém com  $Z_2(s) = \frac{1}{sC}$ , a tensão no terminal pode ser:

$$v_2(t) = 2E_0(1 - e^{-\frac{t}{CZ_1}})$$

De forma que a tensão avaliada no início tende a ser nula e para um tempo muito grande,  $2E_0$

## 2.6 Impedância interna de geradores

Para um gerador de tensão  $e_0$  que alimenta uma linha de impedância  $Z_1$  por meio de uma resistência  $R_{int}$ . Por meio de um circuito equivalente série, permite-se concluir que a tensão enviada à linha é o divisor de tensão.

Trocando a resistência do caso anterior por uma indutância  $L_{int}$ , que facilmente modela a indutância interna de geradores síncronos. Assim, o mesmo divisor de tensão aplicado a um degrau na entrada resultará na tensão:

$$V_1^+(s) = \frac{E_0}{s} \frac{Z_1}{Z_1 + sL_{int}}$$

No tempo:

$$v_1^+(t) = E_0(1 - e^{-\frac{Z_1}{L_{int}}t})$$

No início da análise essa tensão será nula e em regime permanente tenderá à tensão do gerador.

## 2.7 Impedâncias concentradas em série com linhas de transmissão

Para duas linhas com impedâncias características  $Z_1$  e  $Z_2$  conectadas por meio de outra impedância  $Z(s)$  de natureza genérica, deseja-se verificar inicialmente os efeitos no coeficiente de reflexão visto do ponto 1. Para isso calcula-se o equivalente de impedância visto do ponto 1, que é:  $Z_{eq}(s) = Z_2 + Z(s)$ .

$$\Gamma_{r1} = \frac{Z_{eq}(s) - Z_1}{Z_{eq}(s) + Z_1(s)}$$
$$\Gamma_{t1} = \frac{2Z_{eq}(s)}{Z_1(s) + Z_{eq}(s)}$$

Assim a tensão transmitida será dada pelo divisor de tensão:

$$V_2^+(s) = \frac{2Z_{eq}(s)}{Z_1 + z_{eq}(s)} V_1^+(s) \frac{Z_2}{Z_{eq}(s)}$$

Vários modelos de  $Z(s)$  como de capacitância ou indutância podem ser experimentados para verificar os efeitos na tensão terminal.

## 2.8 Propagação de ondas por ramificações

Esse problema é ilustrado considerando que uma onda se propaga em uma linha de impedância  $Z_1$  encontra um nó que ramifica para duas outras linhas de impedâncias  $Z_2$  e  $Z_3$ . Para essa análise utiliza-se uma impedância equivalente ( $Z_{eq23} = Z_2 // Z_3$ ) ao paralelo entre as impedâncias depois do nó para o cálculo dos coeficientes de reflexão e transmissão.

$$\Gamma_r = \frac{Z_{eq23}(s) - Z_1}{Z_{eq23}(s) + Z_1(s)}$$
$$\Gamma_t = \frac{2Z_{eq23}(s)}{Z_1(s) + Z_{eq23}(s)}$$

Como os coeficientes não variam se analisada a onad que vai de 1 para 2 ou de 1 para 3, assim mantendo a simetria, observa-se que as tensões que são transmitidas para as

linhas 2 e 3 são as mesmas entre si, respeitando o princípio de que no ponto de junção entre as linhas, a tensão será a mesma. O mesmo raciocínio é válido para ondas trafegando no sentido contrário.

### 3 Representação de não-linearidades

Serão analisado o comportamento da rede frente a elementos resistivos não lineares. Essa análise é interessante para estuda de pára-raios, que controla, as sobretensões em sistemas de potência.

O modelo de linha segue a imagem abaixo:

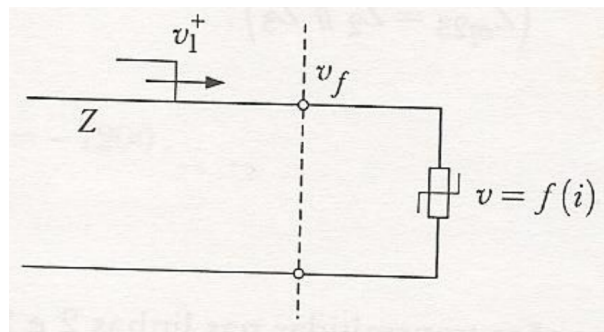


Figura 3: Linha terminada com pára-raios.

Pára-raios convencionais possuem centelhador em série com o resistor para saturar a tensão em um valor de sobretensão específico, com a finalidade de proteger o circuito. O exemplo tratado aqui não irá considerar tal centelhador.

A tensão incidente e a impedância características da linha podem ser representados por seu equivalente de Thèvenin, resultando em uma fonte de tensão de valor  $2v_1^+$  seguida de uma impedância série  $Z_1$  e que por fim se conecta ao pára-raios.

Portanto a tensão no pára-raios será:  $f(i) = 2v_1^+ - Z_1 i$ . Dada a solução pelo método gráfico abaixo (também existe o método iterativo):

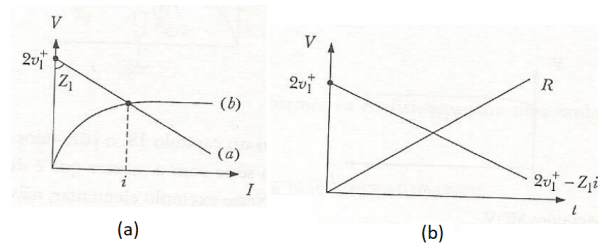


Figura 4: (a) solução gráfica e (b) terminação resistiva

O método é comparado para o caso em que a carga é linear e  $f(i) = Ri$ .

A solução do problema não linear é abordado de várias formas, incluindo a linearização por partes da curva  $V \times I$  do pára-raios. A escolha da quantidade de segmentos de reta pode variar de acordo com o esforço computacional desejado e o quão preciso será a resposta. Lembrando que quanto mais retas, mais precisa a solução, porém mais custosa.

Até agora a forma de onda da tensão incidente era considerada regular. Porém, as soluções traçadas anteriormente podem ser aplicadas para qualquer forma de onda.

## 4 Exemplos

### Exemplo 1

Uma linha que termina em uma reator e solicita a expressão no fim da linha, sendo esta suficientemente longa para desprezar reflexões. Assim, os dados e solução são apresentadas no código do MATLAB:

```

1 V1_inc = 100; % onda de tensao incidente [V]
2 Z1 = 200; % impedancia caracteristica da linha 1 [ohm]
3 Z2 = 300; % impedancia caracteristica da linha 2 [ohm]
4
5 Tr = (Z2-Z1)/(Z2+Z1); % coeficiente de reflexao
6 Tt = 1+Tr; % coeficiente de transmissao
7
8 V1_ref = Tr*V1_inc; % onda de tensao refletida [V]
9 V2_trans = Tt*V1_inc; % onda de tensao transmitida [V]
```

```
>> V1_ref = 20;
>> V2_trans = 120;
```

Isso mostra uma tensão refletida de 20V e uma refratada de 120V.

## Exemplo 2

Este exemplo fornece o modelo de uma linha com alimentação senoidal e com final como uma carga indutiva. Solicita-se a expressão para a tensão no fim da linha. Dito isso, uma vez identificado que o problema trata de uma linha com indutor, monta-se a função de transferência no domínio de Laplace do coeficiente de transmissão, com o intuito de facilitar os cálculos por meio das leis de Kirchhoff.

Na teoria a tensão senoidal da entrada também pode ser modelada no domínio de Laplace, multiplicada com o coeficiente de transmissão e logo em seguida ser aplicada a transformada inversa para obter a seguinte resposta no domínio do tempo:  $v_f(t) = -0.901e^{-600t} + 1.064\cos(377t - 32.14^\circ)$ .

Esse resultado pode ser encontrado facilmente pela manipulação das equações transformadas. O interesse desse tópico é simular no MATLAB a resposta no domínio do tempo:

```
1 Z = 300;           % impedancia caracteristica da linha [ohm]
2 L = 0.5;           % reator [H]
3 w = 377;           % frequencia angular [rad/s]
4 fs = 1e4;          % frequencia de amostragem
5 t = 0:1/fs:0.1-1/fs; % vetor tempo de simulacao
6 e = sin(w*t);       % tensao de entrada senoidal
7
8 s = tf('s');
9 Tt = 2*s*L/(Z+s*L); % coeficiente de transmissao
10 E = w/(s^2+w^2);    % transformada de Laplace da tensao de entrada
11 Vf = Tt*E;          % tensao no final da linha (dominio de Laplace)
12 lsim(Tt,e,t); legend('Tensao no fim da linha')
```

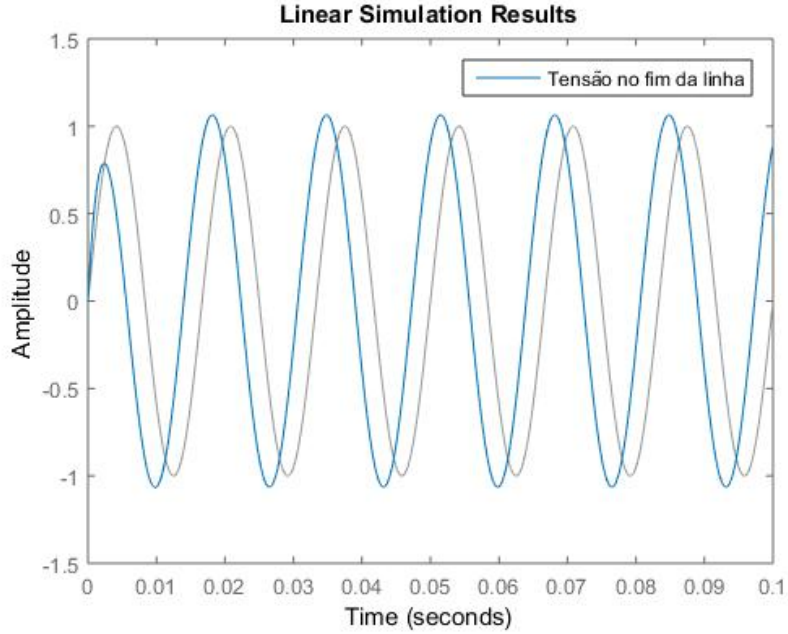


Figura 5: Tensão no final de uma linha com reator na extremidade.

De acordo com a figura 5 observa-se um rápido transitório devido à presença da exponencial  $e^{-600t}$  da resposta teórica. Como o argumento dessa exponencial é alto, seu decaimento é rápido e toma pouco mais de um ciclo para que seu efeito seja reduzido. O atraso de fase é presente devido aos  $32.14^\circ$  de atraso na parcela cossenoidal.

### Exemplo 3

Este exemplo solicita a análise das constantes de tempo de ondas aplicada em uma LT com  $Z = 250\Omega$  e  $f = 60Hz$  ou  $\omega = 277rad/s$ , energizada por um sistema cuja impedância equivalente é puramente indutiva. Potência de curto-circuito no valor nominal de tensão de  $500kV$  de  $25000MVA$  e  $2500MVA$ .

Primeiramente identifica-se que o sistema é composto do tipo da seção "impedâncias internas de geradores" para o caso da indutância do gerador. Para esse caso a tensão que chega à linha é:

$$v_1^+(t) = E_0(1 - e^{-\frac{Z_1}{L}t})$$

Portanto a constante de tempo será  $\tau = \frac{L}{Z_1}$ . Porém  $X = V^2/S_{CC}$  e  $L = X/\omega$ , assim:

$$\tau = \frac{V^2}{\omega Z_1 S_{CC}}$$

No MATLAB, para ambas as situações de potência de curto-circuito, tem-se:

```

1 V1_inc = 100; % onda de tensao incidente [V]
2 Z1 = 200; % impedancia caracteristica da linha 1 [ohm]
3 Z2 = 300; % impedancia caracteristica da linha 2 [ohm]
4
5 Tr = (Z2-Z1)/(Z2+Z1); % coeficiente de reflexao
6 Tt = 1+Tr; % coeficiente de transmissao
7
8 V1_ref = Tr*V1_inc; % onda de tensao refletida [V]
9 V2_trans = Tt*V1_inc; % onda de tensao transmitida [V]

>> tau = [0.0013, 0.00013];

```

Isso implica dizer que um aumento de  $10\times$  na potência de curto-circuito, ocasiona uma redução de  $10\times$  na constante de tempo, com a redução do tempo implicando em um efeito menor da indutância.

## Exemplo 4

Este exemplo trata de uma onda degrau que se propaga entre duas linhas com uma junção LC em série. Solicita-se a forma de onda da tensão no final da linha 2. Considerar as linhas com parâmetros idênticos e suficientemente longas para desprezar reflexões do ponto 2 em direção ao fim da linha. Novamente recorre-se ao auxílio do MATLAB para as operações algébricas para encontrar a equação transformada da tensão no final da linha:

```

1 Z1 = 200; Z2 = Z1; % impedancia caracteristica das linhas [ohm]
2 L = 0.1; % reator serie [H]
3 C = 10.4167e-6; % capacitancia serie [F]
4 t = 0:1/fs:0.05-1/fs; % vetor tempo de simulacao
5 n = length(t); % tamanho do vetor t
6 e = ones(1,n); % tensao de excitacao (degrau)
7
8 s = tf('s');

```



```

9 Z = s*L+1/(s*C); % impedancia equivalente da juncao
10 Tt2 = 2*Z2/(2*Z2+Z); % coeficiente de transmissao no ponto 2
11 Ttf = 2; % coeficiente de transmissao no fim da linha 2 vazia
12 E = 1/s; % transformada de Laplace da tensao de entrada
13 Vf = Tt*Tt2*E; % tensao no final da linha (dominio de Laplace)
14 lsim(Tt*Tt2,e,t); legend('Tensao no fim da linha')

```

A equação transformada para a tensão na linha 2 será:

```

>> Vf =
>>          0.004167 s
>> -----
>> 1.042e-06 s^3 + 0.002083 s^2 + s
>> Continuous-time transfer function.

```

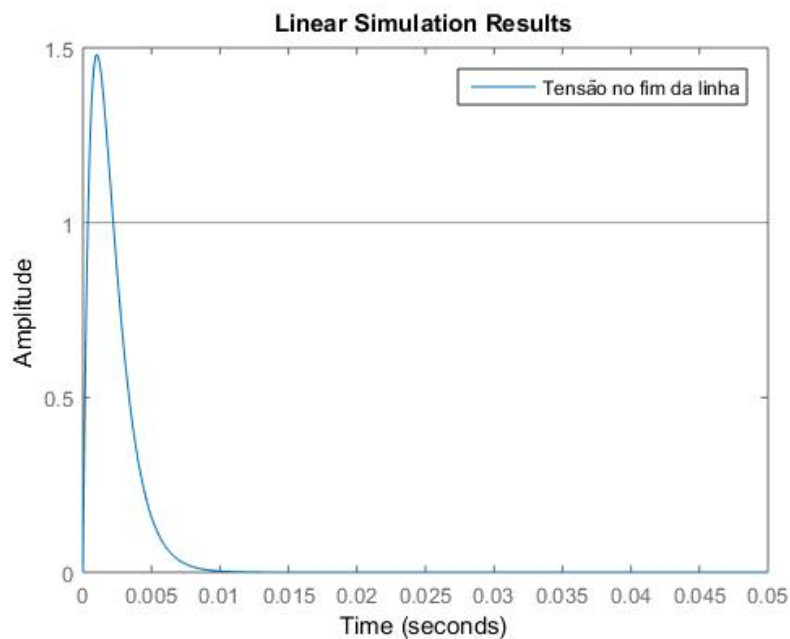


Figura 6: Tensão no final de uma linha aberta com junção LC entre outra linha.

Transformando a representação no domínio de Laplace para o domínio do tempo, tem-se:  $v_f(t) = 10.08(e^{-801.158t} - e^{1197.88t})$ . Essa composição de exponenciais também pode ser confirmada na figura 6 referente à simulação.

Tanto pela equação teórica, quanto pelo gráfico da simulação, observa-se que para um tempo  $t = 0$ , ambas as exponenciais valem a unidade e se anulam, resultando em 0.

Em seguida para  $t \rightarrow \infty$  também resultado em um valor nulo, pois ambas as exponenciais também serão nulas.

### Exemplo 5

Neste exemplo solicita-se para determinar a tensão no terminal de uma LT protegida por um pára-raios quando atingido por um degrau de tensão de  $1000kV$ . Impedância característica de  $400\Omega$ .

De acordo com a curva do problema, para uma corrente de até  $1kA$ , a tensão varia de  $0kV$  a  $300kV$ ; e no trecho da corrente de  $1kA$  a  $11kA$  a tensão varia de  $300kV$  a  $400kV$ .

Assim, dadas as equações linearizadas e não linear para a tensão no fim da linha:

$$\begin{aligned}v_f &= 2v_1^+ - Z_1 i \\v_f &= f(i)\end{aligned}$$

Para o caso linear, a solução será homogênea independente do trecho, de forma que:  $v_f = 2000 - 400i$ .

Porém para o primeiro trecho em que a tensão cresce do zero a uma taxa constante  $f(i) = 300i$ , entretanto:  $v_f = 2000 - 400i = f(i) = 300i$ , implicando em:  $i = \frac{2000}{300 + 400} = 2.85kA$ . Esse valor de corrente viola o limite da trecho estabelecido de  $1kA$ . Para o segundo trecho a tensão varia com  $f(i) = 10i + 290$  e igualando ao caso linear:  $v_f = 2000 - 400i = f(i) = 10i + 290$ , logo  $i = \frac{2000 - 290}{400 + 10} = 4.17kA$ .

Este último valor de corrente atende os requisitos do trecho e pode ser utilizado para modelar o circuito, de forma que a tensão  $v_f$  pode ser calculada com a equação do caso linear, porém considerando  $i = 4.17kA$ , resultando em  $v_f = 33.17kV$ .

### Exemplo 6

Calcular a tensão no terminal de linha para as condições de um raio que atinge a LT a uma certa distância do terminal de linha (proteção com pára-raios). A solução do problema

beira a análise gráfico. Os dados fornecidos são uma corrente de surto máxima de  $I = 10kA$ , impedância característica da LT  $Z_1 = 400\Omega$  e é fornecidas as curvas da forma de onda da corrente do raio e a curva VxI do pára-raios. Também considera-se:

$$\begin{cases} i = 0 \text{ se } v_f \leq 1000kV \\ v_f = 10i + 1000 \text{ se } v_f > 1000kV \end{cases} \quad (1)$$

Considerando simetria entre  $v_1^+$  e  $v_1^-$ , tem-se:  $v_1^+ = \frac{Z_1 i}{2} = 200i$ , apresentando assim a mesma forma da corrente, apenas escalonada. Assim, para o pico de corrente  $10kA$ , o pico de sobretensão é  $2000kV$ . A solução da saída pode ser obtida por:  $v_f = 2(v_1^+ - 200i)$ , isso causa um deslocamento vertical na curva em questão.

## Exemplo 7

Este exemplo considera uma onda de tensão de  $2000kV$  que atinge uma SE por uma impedância característica de  $400\Omega$  e se dirige a um nó com três ramos, dois deles resultam em LT com mesma impedância característica que a anterior e o outro ramo possui um pára-raios.

Como o pára raios é a carga não-linear, aplica-se o equivalente de Thèvenin do seu ponto de vista. Considera-se a mesma relação de tensão linear para o pára-raios que os problemas anteriores:  $v_f = 1000 - 10i$ . Tudo combinado resulta em uma tensão de  $v_f = 1023kV$ , segundo o código em MATLAB abaixo:

```

1 Z = 400; % impedancia caracterisca das linhas [ohm]
2 V = 2000; % tensao da onda [kV]
3
4 Zth = Z/3; % eq. de Thevenin
5 Tt = 2*(Z/2)/(Z+Z/2); % coeficiente de transmissao
6 Eth = V*Tt; % tensao em vazio sem o para-raios
7
8 % vf = 1000+10i % problema anterior
9 i = (Eth-1000)/(Zth+10); % corrente que circula no para-raios
10 Vf = Eth-Zth*i; % tensao no para-raios

```

## Referências

- [1] Transitórios Eletromagnético em Sistemas de Potência. Luiz Cera Zanetta Júnior. EDUSP.2003.
- [2] Coordenação de Isolamento. Vol. 8. Série P.T.I Convênio Eletrobrás/UFMS. 1979.
- [3] Transitórios Elétricos e Coordenação de Isolamento (aplicação em sistemas de Alta tensão). Ary D'ajuz e outros. EDUFF, Universidade Federal Fluminense. FURNAS, Centrais Elétricas S.A. 1987.
- [4] Equipamentos Elétricos (especificação e aplicação em subestações de alta tensão. Ary D'ajuz e outros. EDUFF. Universidade Federal Fluminense. FURNAS, Centrais Elétricas S.A. 1986.
- [5] Equipamentos de Alta Tensão (prospecção e hierarquização de inovações tecnológicas). Sergio O. Frontin e outros. ANEEL.taesa.BRASNORTE.FINATEC.Universidade de Brasília. 2013.
- [6] Alternativas não Convencionais para Transmissão de Energia Elétrica (estado da arte). Gerhard Ett e outros. FDTE.ANEEL.ISA.EATE.CEMIG.Elektrobras. Goya Editora LTDA.2011.