DCO1013 - Lista avaliativa 1

Levy Gabriel da S. G.
Engenharia elétrica - UFRN

A saída de um filtro casado pode ser replicada pelo uso de um integrador no sinal de entrada. Assim, para demonstrar esse resultado, será explicitada a saída de um filtro casado e depois comparada com a saída do sistema descrito com um integrador.

Considerando que o sinal de entrada no receptor é: $y(t) = \alpha p(t) + n(t)$. Sendo $n(t)$ o processo estocástico referente ao AWGN submetido ao sinal pelo canal e $p(t)$ o sinal pulsado transmitido com nível da informação regulado por α, de forma que só pode assumir dois valores ($\alpha = \{-1, 1\}$) para um sinal antipodal bipolar.

Filtro casado

Considerando que um filtro casado com o pulso $p(t)$ possui a resposta ao impulse de: $h(t) = p(T_b - t)$, sendo T_b o período de bit, a saída desse filtro será:

$$r(t) = y(t) * h(t)$$
$$r(t) = [\alpha p(t) + n(t)] * p(T_b - t)$$

Em termos da integral de convolução, tem-se:

$$r(t) = \alpha \int_{-\infty}^{\infty} p(\tau)p(\tau + T_b - t)d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} n(\tau)p(\tau + T_b - t)d\tau$$

A integral do ruído pode ser considerada como um processo $w(t)$, pois esta parcela não será relevante para extrair resultados sobre o integrador. Finalmente, a saída do filtro casado para um sinal não-causal será dada por:

$$r(t) = \alpha \int_{0}^{t} p(\tau)p(\tau + T_b - t)d\tau + w(t) \tag{1}$$

Além do mais, considerando $0 \leq t \leq T_b$ e amostrando o sinal de saída em instantes $t = T_b$ ($T_b - t = 0$), ter-se-á:

$$r(T_b) = \alpha \int_{0}^{T_b} p^2(\tau)d\tau + w(T_b) \tag{2}$$

Para um sinal $p(t)$ real, a integral 2 vai representar a energia de um bit sinalada por α somado ao ruído. Assim, preparando o sinal para ser analisado pelo dispositivo de decisão.

$$r(T_b) = \alpha E_b + w(T_b) \tag{3}$$

■

Integrador

A saída do integrador será dada por:

$$r(t) = \alpha \int_0^t y(\tau)p(\tau)d\tau = \int_0^t p(\tau)p(\tau)d\tau + \int_0^t n(\tau)p(\tau)d\tau$$

Dada as as mesmas considerações para $w(t)$:

$$r(t) = \alpha \int_0^t p^2(\tau)d\tau + w(t) \tag{4}$$

Além do mais, considerando o mesmo instante de amostragem $t = T_b$, poderá ser encontrado as mesmas condições de energia que o filtro casado na equação 3.

■

Essa implementação do integrador geralmente é chamada de correlator, pois este correlaciona a entrada com a formatação do pulso conhecida para identificar o quão semelhante o pulso de entrada é com o pulso gerado pelo receptor, permitindo detectar a forma de onda do sinal imerso em ruído.

Sendo $t = T_b - t$, a integral de autocorrelação de $p(t)$ será:

$$R_p(t) = \alpha p(t) \star p(t) = \alpha \int_{-\infty}^{\infty} p^*(\tau)p(T_b - t + \tau)d\tau$$

Como o sinal é real, o conjugado é irrelevante ($p(t) = p^*(t)$). Restringindo para $t = T_b$, retorna-se à hipótese das análises anteriores:

$$R_p(t) = \alpha \int_0^{T_b} p^2(\tau)d\tau \tag{5}$$