



Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Centro de Tecnologia  
Departamento de Engenharia Elétrica  
ELE0648 - Tópicos Especiais em Transmissão de Energia Elétrica - 2020.6

## **Análise do Regime Permanente e Sobretensões Temporárias**

Levy Gabriel da Silva Galvão

Natal - RN, Outubro de 2020



Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Centro de Tecnologia  
Departamento de Engenharia Elétrica  
ELE0648 - Tópicos Especiais em Transmissão de Energia Elétrica - 2020.6

## **Análise do Regime Permanente e Sobretensões Temporárias**

Resumo referente ao assunto ministrado na disciplina de Tópicos Especiais em Transmissão de Energia Elétrica, como requisito para avaliação da primeira unidade.

Orientador: Prof<sup>o</sup>. Dr<sup>o</sup>. José Tavares de Oliveira

Natal - RN, Outubro de 2020

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Energização de linhas e rejeição de carga</b>	<b>3</b>
2.1	Consumo e compensação de reativo . . . . .	6
2.2	Análise pelo divisor de tensão . . . . .	8
2.3	Efeito da potência de curto-circuito da rede . . . . .	10
2.4	Rejeição de carga . . . . .	11
2.5	Comportamento dinâmico da rejeição de carga . . . . .	11
2.6	Variações de frequência . . . . .	12
2.7	Efeito da saturação de transformadores . . . . .	12
<b>3</b>	<b>Curto-circuito</b>	<b>13</b>
<b>4</b>	<b>Exemplos resolvidos</b>	<b>14</b>

# 1 Introdução

As sobretensões são definidas como qualquer tensão que supere o pico da senoide referente à tensão nominal da linha de transmissão. Um dos tipos de sobretensões são as sobretensões temporárias, comumente conhecidas como sobretensões sustentadas e possuem duração de diversos ciclos e com baixo amortecimento. Elas ocorrem devido uma manobra ou falta, que faz com que uma sobretensão com frente de onda lenta seja gerada. Essa sobretensão só pode ser sanada quando os dispositivos de proteção atuarem.

Desta forma, sua importância na coordenação e isolamento se dá no fato de que equipamentos sujeitos a esse tipo de sobretensão devem ser capazes de suportá-la por muito tempo.

As causas das sobretensões temporárias são diversas, entre elas:

- Energização de linhas;
- Rejeição de cargas;
- Curto-circuito;
- Abertura de fase em linhas de transmissão;
- Religamento monopolar;
- Polo preso.

## 2 Energização de linhas e rejeição de carga

A energização da linha pode ser representada pelo emprego de quadripolos ou do modelo de circuito  $\pi$ . A energização se dá considerando a inexistência de carga no final da linha e pode ser representado pelo quadripolo da figura 1.

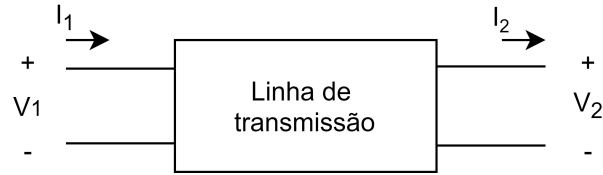


Figura 1: Quadripolo base para as análises. Fonte: própria.

Considerando a corrente e tensão de entrada do quadripolo como  $I_1$  e  $V_1$ , respectivamente e a corrente e tensão de saída como  $I_2$  e  $V_2$ , respectivamente, a equação 1 representa a relação entre entrada e saída, mediada pela matriz de coeficientes do quadripolo tomadas no ponto  $s = j\omega$ . As constantes do quadripolo vão depender do tipo de modelo utilizado para representar a linha.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C_q & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Para uma análise generalizada, observa-se que para uma linha em vazio ( $I_2 = 0$ ), a sobretensão pode ser avaliada pela relação:  $V_1 = AV_2$ . De forma que, determinando a constante generalizada A da linha de acordo com o modelo em questão, a sobretensão de energização poderá ser quantificada.

Os modelos de representação de linha são os modelos: de linha curta, linha média e linha longa; e estes devem ser utilizados de forma adequada à aplicação para permitir um esforço computacional menor e resultados com alta confiabilidade.

- Linha curta

O modelo de linha curta é utilizado para linhas de transmissão de comprimento até

80 km e o modelo não possui frequência de ressonância.

O circuito equivalente para esse tipo de linha é representado na figura 2 e ele mostra que apenas é representada a impedância longitudinal da linha, assim desprezando a admitância transversal da linha. Em resumo, pode-se dizer que nesse modelo o efeito capacitivo com a terra é desprezando, logo considerando apenas o efeito resistivo e indutivo da linha.

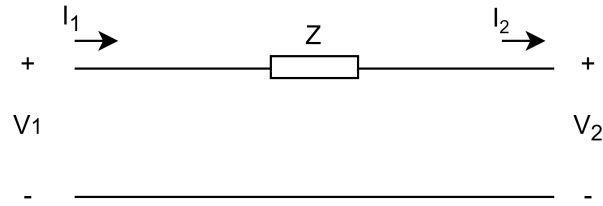


Figura 2: Modelo de linha curta. Fonte: própria.

Por meio do quadripolo da figura 2 é possível estabelecer as relações entre tensões e correntes e aplicá-las na forma matricial, assim tem-se que:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

- Linha média

Já o modelo de linha média é aplicado para linhas maiores que a linha curta, mas até 240 km de comprimento e o modelo possui uma frequência de ressonância.

A figura 3 permite observar que esse modelo de linha difere do anterior devido a adição de uma admitância *shunt* para modelar o efeito capacitivo que se torna muito mais evidente em linhas de transmissão desta magnitude.

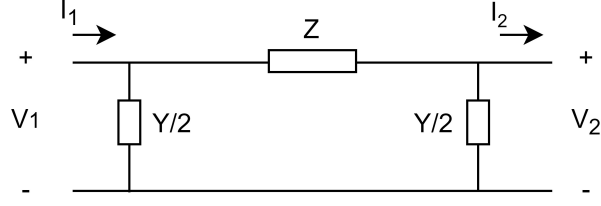


Figura 3: Modelo de linha média. Fonte: própria.

Por meio do quadripolo da figura 3 é possível estabelecer as relações entre tensões e correntes na forma matricial da equação 3.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{ZY}{2} + 1 & Z \\ Y \left( \frac{ZY}{4} + 1 \right) & \frac{ZY}{2} + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

- Linha longa

As linhas longas são consideradas qualquer uma que possua comprimento maior que 240 km. Para a sua análise é utilizado o modelo de parâmetros distribuídos. Assim, cada trecho infinitesimal da linha será representado pelo modelo de linha média com elementos infinitesimais de corrente e tensão a cada trecho. A solução da equação diferencial resultante resulta na equação 4 na forma matricial (a demonstração dessa fórmula foi foco da disciplina de análise de sistemas de potência 2).

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma l) & Z_c \sinh(\gamma l) \\ \frac{1}{Z_c} \sinh(\gamma l) & \cosh(\gamma l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

É intuitivo que o uso do modelo de linha longa para casos de linha curta ou média resultarão em resultados satisfatórios. Porém, esse modelo requer muita carga computacional, de forma que o erro gerado em comparação com o uso do modelo correto é pequeno o suficiente para restringir esse modelo apenas para casos realmente necessários.

Observa-se que para uma linha curta a constante generalizada  $A$  sempre terá valor unitário ( $A = 1$ ), implicando em uma sobretensão desprezível. Porém, no caso da linha média

e longa essa constante será menor que a unidade ( $A < 1$ ), necessitando de compensação para que a sobretensão resultante não seja prejudicial para o sistema.

## 2.1 Consumo e compensação de reativo

Devido a presença de elementos indutivos e capacitivos inerentes à linha de transmissão, é inevitável que exista um balanço de reativo na rede. Para ilustrar, o **exercício proposto 1** solicita o cálculo do consumo reativo para uma linha de 400 km e o **exercício proposto 2** solicita replicar os cálculos com um reator de compensação que atuará consumindo parte da potência reativa da rede.

Os dados da linha de transmissão para os exercícios foram montados na ferramenta computacional MATLAB, de acordo com o código fonte abaixo:

```
1 len = 400e3;           % comprimento da linha [m]
2 x = 0.377e-3;          % densidade de reatancia indutiva [ohm/m]
3 c = 14e-12;            % densidade de capacitancia [F/m]
4 Vn = 500e3;            % tensao nominal [V]
5 f = 60;                % frequencia [Hz]
6 w = 2*pi*f;           % velocidade angular [rad/s]
7 V1 = 1;               % tensao de entrada da linha [p.u]
8
9 z = 1j*x;              % densidade de impedancia [ohm/m]
10 y = 1j*w*c;           % densidade de admitancia [mho/m]
11
12 gamma = sqrt(z*y);    % constante de propagacao
13 Zc = sqrt(z/y);       % impedancia caracteristica
14
15 A = cosh(gamma*len);
16 B = Zc*sinh(gamma*len);
17 Cq = sinh(gamma*len)/Zc;
18 D = A;
19
20 M = [A,B;Cq,D];

>> gamma = 1.4106e-06i; Zc = 267.2644; A = 0.8450; B = 1.4292e+02i; Cq =
    0.0020i; D = 0.8450;
```

A partir dos parâmetros, torna-se possível calcular o balanço de potência reativa da



rede por meio da equação 5.

$$Q_c = V_1 I_1^* \quad (5)$$

Uma vez que a tensão de entrada é conhecida (basta convertê-la para valores reais e por fase), resta calcular a corrente de entrada. Já que na energização não há carga sendo alimentada pela linha, implica que  $I_2 = 0$  e por meio da equação 1, a corrente de entrada dependerá unicamente da tensão no final da linha e a constante generalizada  $C_q$ . Dessa forma, no MATLAB, tem-se:

```
1 V1_real = V1*Vn/sqrt(3);           % tensao de entrada por fase [V]
2 V2_real = V1_real/A;               % tensao de saida por fase [V]
3 I1_real = Cq*V2_real;              % corrente de entrada por fase [A]
4 Qc = V1_real*conj(I1_real);        % potencia reativa por fase [var]
5 % porcentagem da sobretensao
6 sobretensao = 100*(V2_real-V1_real)/V1_real;

>> V1_real = 2.8868e+05; V2_real = 3.4163e+05; sobretensao = 18.3435;
    I1_real = 6.8356e+02i; Qc = - 1.9733e+08i;
```

Os valores permitem identificar uma sobretensão de 18.34% e uma potência reativa por fase consumida pela linha de transmissão de 197,33 *Mvar*. Esse valor possuirá significância quando comparado com o valor obtido após a inserção do reator de compensação. O reator adicionado em paralelo com o final da linha pode ser modelado como um quadripolo em cascata com o quadripolo antes calculado, permitindo dizer que o novo quadripolo após a compensação será:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C_q & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{sL_r} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C'_q & D' \end{bmatrix} \quad (6)$$

O reator de compensação é projetado sob a premissa de que a tensão na saída deve ser igual à tensão na entrada, logo  $A' = 1$ . Assim, o valor deve ser definido de acordo com a relação:  $A' = A + \frac{B}{sL_r} = 1$ . Assim, o cálculo do reator e a nova sobretensão e potência reativa, será:

```
1 A_novo = 1;
2 Lr = B/(1j*w*(A_novo - A));        % reator de compensacao [H]
3 M_novo = M*[1,0;1/(1j*w*Lr),1];    % nova matriz do quadripolo
4 V2_real = V1_real/M_novo(1,1);     % tensao de saida por fase [V]
5 I1_real = Cq*V2_real;              % corrente de entrada por fase [A]
6 Qc = V1_real*conj(I1_real);        % potencia reativa por fase[var]
7 % porcentagem da sobretensao
8 sobretensao = 100*(V2_real-V1_real)/V1_real;
```

```
>> V2_real = 2.8868e+05; I1_real = 5.7761e+02i; Qc = - 1.6674e+08i;
    sobretensao = 0; M(1,1) = A_novo = 1;
```

A partir dos resultados com o reator de compensação de  $2.44H$ , permite-se observar que o valor da potência reativa consumida pela linha de transmissão reduziu para  $166.74Mvar$  e sobretensão nula. Porém, na prática, devido imprecisões nos equipamentos e arredondamentos nos cálculos, a sobretensão não será completamente anulada. Assim, torna-se necessário projetar um reator de compensação que permita que a sobretensão seja limitada até um valor necessário. Tentando simular isso, o **exercício proposto 3** propõe que, para a mesma linha, seja projetado um reator de compensação que permita uma sobretensão de até 10%, ou seja, com um valor de  $A'$  tal que  $\frac{V_2}{V_1} = 1.1$ , logo  $A' = 0.909$ .

```
1 A_10p = 0.909;
2 Lr = B/(1j*w*(A_10p - A)); % reator de compensacao [H]
3 V2_real = V1_real/A_10p; % tensao de saida por fase [V]
```

```
>> Lr = 5.9235; V2_real = 3.1757e+05;
```

Para a sobretensão especificada, o valor do reator de compensação ficou de  $5.92H$ , maior do que no caso anterior, pois seu valor é inversamente proporcional à diferença entre a constante generalizada  $A$  pretendida e a anterior.

## 2.2 Análise pelo divisor de tensão

A análise feita anteriormente pode ser abordada pelo simples divisor de tensão. Exemplificando na equação 7 para o modelo  $\pi$ , obtém-se a relação entre as tensões terminais e demonstra-se a constante generalizada  $A$ .

$$V_2 = \frac{\frac{2}{sC}}{\frac{2}{sC} + sL} V_1 = \frac{2 + s^2 LC}{2} V_2 = AV_2 \quad (7)$$

Para o caso da compensação reativa a análise será semelhante. Considerando a impedância resultante do paralelo entre o capacitor de saída e o reator de compensação ( $Z_{eq} = \frac{2}{sC} // sL_r$ ), tem-se a relação:

$$V_2 = \frac{Z_{eq}}{Z_{eq} + sL} V_1 \quad (8)$$

Com:

$$Z_{eq} = \frac{2sL_r}{2 + s^2L_rC} \quad (9)$$

Para máxima compensação, ou  $V_2 = V_1$ , a relação abaixo deve ser obedecida e com  $Z_{eq} \rightarrow \infty$ .

Para isso,  $2 + s^2L_rC = 0$

$$\frac{sL}{Z_{eq}} = 0 \Rightarrow L_r = -\frac{2}{s^2C} \quad (10)$$

No **exercício proposto 4** é solicitado que calcule o consumo de reativos para uma linha de 150 km com os mesmo dados das linhas anteriores. Neste caso, usar-se-á o método do divisor de tensão para demonstrar o seu uso.

O balanço de potência reativa pode ser calculado de acordo com a equação 5 vista anteriormente. Neste caso, como a tensão  $V_1$  de entrada da linha é  $1pu$ , basta encontrar a corrente  $I_1$ . O primeiro passo a ser seguido é o projeto do reator de compensação que é calculado com base na relação entre  $V_1$  e  $V_2$  da equação 8 considerando a associação do reator de compensação. Assim, de acordo com todas as considerações anteriores para que  $V_2 = V_1$ , o reator de compensação será calculado por meio de 10.

Em seguida, como o reator foi projetado para  $Z_{eq} \rightarrow \infty$ , não circulará corrente por esse ramo da linha de transmissão. Assim, na energização, a corrente  $I_1$  vai circular unicamente por  $C/2$  e é encontrada por:

$$I_1 = V_1 \left( \frac{2}{sC} \right)^{-1} \quad (11)$$

Finalmente a potência reativa consumida pela linha será de  $57.13Mvar$  trifásico com um reator de compensação de  $6.7011H$  de acordo com o cálculo:

```
1 len = 150e3;           % comprimento da linha [m]
2 x = 0.377e-3;          % densidade de reatancia indutiva [ohm/m]
3 c = 14e-12;            % densidade de capacitancia [F/m]
4 Vn = 500e3;            % tensao nominal [V]
5 f = 60;               % frequencia [Hz]
6 w = 2*pi*f;           % velocidade angular [rad/s]
7 V1 = 1;               % tensao de entrada da linha [p.u]
8
9 L = x*len/w;          % indutancia total da linha [H]
10 C = c*len;           % capacitancia total da linha [F]
11 s = 1j*w;
12 Lr = -2/(s^2*C);      % reator de compensacao [H]
13 V1_real = V1*Vn/sqrt(3); % tensao de entrada por fase [V]
```

```

14 I1_real = V1_real/(2/(s*C)); % corrente de entrada por fase [A]
15 Qc = V1_real*conj(I1_real); % potencia reativa por fase[var]

>> Lr = 6.7011; I1_real = 1.1427e+02i; Qc = - 3.2987e+07i; Qc3f = -
    5.7135e+07i;

```

Para o **exercício proposto 5** é solicitada a tensão em vazio no final da linha, ou seja,  $V_2$ .

## 2.3 Efeito da potência de curto-circuito da rede

Em um sistema de potência prático a energização de uma linha é influenciada pelas situações de curto-circuito na rede, sendo capaz de modelar o barramento infinito como uma barra energizada e o equivalente de Thèvenin. Ou seja, em termos do circuito elétrico, a fonte de tensão da barra terá uma impedância em série representando todo o sistema além daquele ponto de análise.

A relação entre a tensão  $V_1$  e  $V_2$  ainda é obtida pela constante generalizada A, porém o valor da tensão  $V_1$  é desconhecida devido a mudança de topologia da linha que é alimentada por um gerador  $E_1$  e impedância  $Z_t$ . Associando os quadripolos obtemos a relação entre  $E_1$  e  $V_2$ .

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z_t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ C_q & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + Z_t C_q & B + Z_t D \\ C_q & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Porém essas equações não dizem respeito a relação entre  $V_1$  e  $V_2$ . Assim, pode substituir  $E_1$  por uma relação equivalente a  $V_1$  com simplificações. Inicialmente faz-se necessário representar a linha por sua impedância equivalente. Do circuito da figura 3 observa-se que a impedância série é muito menor que a impedância paralela e a impedância equivalente da linha será apenas o paralelo entre os capacitores, resultando em:

$$Z_{LT-EQ} = \frac{2}{sC} // \left( Z + \frac{2}{sC} \right) = \frac{2}{sC} // \frac{2}{sC} = \frac{1}{sC} \quad (13)$$

Finalmente a linha pode ser representada como um capacitor e a relação entre  $E_1$  e  $V_1$  pode ser encontrada pelo divisor de tensão:

$$V_1 = \frac{\frac{1}{sC}}{Z_t + \frac{1}{sC}} E_1 = \frac{1}{1 + Z_t sC} E_1 \quad (14)$$

Para uma tensão nominal  $V$ , a equação 14 pode ser reescrita em termos da potência de curto-circuito trifásica ( $P_{CC} = V^2/Z_t$ ) e uma potência capacitiva trifásica ( $Q_C = sCV^2$ ), assim para  $s = j\omega$ :

$$V_1 = \frac{E}{1 + sCV^2 Z_t/Z_t} = \frac{E}{1 - \frac{Q_C}{P_{CC}}} \quad (15)$$

No caso de uma linha compensada, a relação acima é verdadeira se considerar  $Q_C$  como o saldo de potência após a compensação.

Em relação a impedância  $Z_t$ , comumente a componente indutiva se destaca da resistiva, assim promovendo uma característica de circuito LC para o equivalente da rede.

Para exercitar, o **exercício proposto 5** será discutido. Como os dados utilizados se referem ao exemplo 2, a constante generalizada da linha será  $A = 0.845$ . Tomando o resultado da tensão  $V_1$  do exemplo 4 de  $1.0123 pu$ , tem-se que a tensão na saída será:  $V_2 = V_1/A = 1.197 pu$ , ou seja, uma sobretensão de 18.24%.

## 2.4 Rejeição de carga

Considerando que uma carga possui impedância muito menor que a impedância paralela da linha, em condições normais de operação a linha pode ser simplificada para a parcela de impedância longitudinal, que promove uma queda de tensão do gerador para a carga. Para compensar a queda de tensão na impedância da linha, o gerador deve fornecer uma tensão maior à linha para suprir a demanda da carga.

Porém em situações de rejeição de carga, quando um disjuntor remove a carga da linha, os efeitos da capacitância no final do circuito possuirão relevância e causarão uma sobretensão na tensão terminal. Estudos de compensação fixa e manobrável buscam manter sobretensões sustentadas entre 40% e 50% de acordo com o perfil de operação da linha.

## 2.5 Comportamento dinâmico da rejeição de carga

Os reguladores associados ao gerador contribuem para manter uma tensão terminal regulada próxima de valores nominais. Em condições de rejeição, a tendência das tensões

terminais do gerador é aumentar, devido à predominância da característica capacitiva da linha. Os reguladores atuam para que essa tensão não se eleve. As tensões internas da máquina não possuem variações instantâneas devido a inércia do fluxo.

## 2.6 Variações de frequência

A predominância capacitiva da linha durante a rejeição também promove a aceleração do gerador, fazendo com que a frequência da tensão gerada se altere. O aumento da frequência aumenta a impedância longitudinal e reduz a impedância transversal da linha. Esse efeito também provoca sobretensões, pois para o circuito  $\pi$  com  $s = j\omega$  tem-se:

$$V_2 = \frac{E}{1 - \omega \frac{LC}{2}} \quad (16)$$

## 2.7 Efeito da saturação de transformadores

As sobretensões também podem gerar saturação nos transformadores e reatores em geral, podendo ocorrer ressonância.

### 3 Curto-circuito

O único tipo de curto-circuito trabalhado será o monofásico, pois este se associado com fase+terra gera maiores sobretensões. Para facilitar as análises, será considerado apenas as reatâncias e chamando  $K = X_0/X_1$  no local do curto. Abaixo, observa-se a fórmula para o fator de sobretensão para as fases não curto-circuitadas pela relação pré-falta e  $R \ll X$ , sendo exata para uma linha sem parcela resistiva.

$$f_{st} = \sqrt{3} \frac{\sqrt{K^2 + K + 1}}{2 + K} \quad (17)$$

Serão avaliadas três situações de curto-circuito:

- Curto-circuito em um sistema com relação  $K = 1$ , ( $X_0 = X_1$ )

Um sistema que possui essa relação é interpretado como um sistema sem acoplamento mútuo entre as fases, assim, não sendo necessário levar em consideração a influência entre fases, refletindo assim na igualdade da reatância entre todas as componentes de sequência.

- Curto-circuito monofásico em um sistema isolado  $X_0 = \infty$

Essa relação pode ser obtida a partir de um sistema que é interligado por um transformador com ligação delta e com uma fase aterrada. Desta forma o transformador vai funcionar filtrando as componentes de corrente de sequência zero.

- Curto-circuito em um sistema com relação  $X_0/X_1 > 1$

Essa relação é a mais generalista, pois considera a matriz impedância totalmente completa para o sistema com influência entre as fases, refletindo na presença das reatâncias mútuas foram da diagonal principal.

Se considerar a matriz de impedância da rede como:

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z \end{bmatrix} \quad (18)$$

Transformando em componentes simétricas, tem-se:  $Z_1 = Z_2 = Z - Z_m$  e  $Z_0 = Z + 2Z_m$ . Para o caso de uma carga estrela aterrada com impedância  $Z_n$  a situação será:  $Z_1 = Z_2 = Z$  e  $Z_0 = Z + 3Z_n$

## 4 Exemplos resolvidos

### Exemplo 1

O exemplo 1 solicita a análise de sobretensões sustentadas e consumo de reativo numa linha de transmissão caracterizada por:  $l = 150km$ ,  $X' = 0.377\Omega/km$ ;  $C' = 14nF/km$  e  $V_N = 500kV$ .

Uma vez que a extensão da linha é maior que  $80km$  e menor que  $240km$ , o modelo de linha média pode ser aplicado sem maiores problemas. De acordo com a equação matricial 3, considerando a energização com  $I_2 = 0$ , tem-se que a relação entre a tensão de entrada e a de saída será:

$$V_1 = \left( \frac{ZY}{2} + 1 \right) V_2 + ZI_2 = \left( \frac{ZY}{2} + 1 \right) V_2 \quad (19)$$

Já o consumo de reativo será:  $Q_c = V_1 I_1^*$ , porém apenas a tensão na entrada é conhecida. Para encontrar a corrente de entrada do quadripolo recorre-se à equação matricial 3, tomando:

$$I_1 = Y \left( \frac{ZY}{4} + 1 \right) V_2 + \left( \frac{ZY}{2} + 1 \right) I_2 = Y \left( \frac{ZY}{4} + 1 \right) V_2 \quad (20)$$

A sequência do problema é estabelecer os parâmetros longitudinais e transversais da linha e em seguida resolver a sobretensão, assim estabelecendo a tensão ao final do quadripolo. Em seguida esta tensão é utilizada para obter a corrente de entrada do quadripolo, permitindo que, finalmente encontre-se a potência reativa consumida.

Assim, considerando  $R = 0$ , a impedância longitudinal da linha será:  $Z = jX'l = j56.55\Omega$ ; e a admitância transversal será:  $Y = jC'l \times 2\pi f = 791.68\mu S$ . Desta forma os demais valores podem ser obtidos facilmente pelas expressões mostradas anteriormente, assim considerando apenas valores por fase, tem-se uma tensão na saída de  $V_2 = 1.0229p.u$  que corresponde a uma sobretensão de 2.29%. No que diz respeito à corrente por fase, já considerando os valores reais, tem-se  $I_1 = j231.16A$  que corresponde a uma potência reativa consumida por fase de  $Q_c = 66.72Mvar$ .



## Exemplo 2

O exemplo 2 solicita o cálculo da sobretensão e da compensação reativa para  $V_1 = V_2$  considerando uma linha com os mesmos parâmetros da anterior, porém sendo uma linha longa de  $l = 400km$ . Desta forma se faz necessário utilizar o modelo de linha longa da equação matricial 4.

De acordo com a equação do quadripolo, a constante generalizada  $A = \cosh(\gamma l)$  relaciona a tensão na entrada com a da saída, por meio de  $V_1 = AV_2$ . Assim, para encontrar o valor de A para a situação atual da linha se faz necessário encontrar  $\gamma$  e, conseqüentemente a densidade de impedância e admitância da linha ( $z$  e  $y$ , respectivamente).

Como  $z = jX' = j377\mu\Omega/m$  e  $y = jC' \times 2\pi f = j5.2779nS/m$ , tem-se que  $\gamma = \sqrt{zy} = j1.41\mu rad/m$ . Isso conclui que  $A = 0.845$ . Esse valor garante uma sobretensão de 18.34% ( $1 - A^{-1}$ ).

Para o projeto do reator de compensação deve ser levada em consideração a equação 6 que introduz o quadripolo do reator ao quadripolo da linha longa, assim permitindo que a constante generalizada A seja rescrita como:  $A' = A + \frac{B}{sL_r}$ , onde  $L_r$  é a indutância do reator de compensação,  $s = j\omega$  e  $B = Z_c \sinh(\gamma l) = j142.92$ , para  $Z_c = \sqrt{z/y} = 267.26\Omega/m$  como a impedância característica da linha.

Para  $A' = 1$ , o reator de compensação será:

$$L_r = \frac{B}{s(1 - A)} = 2.44H \quad (21)$$

## Exemplo 3

O exemplo 3 solicita que, com os dados do exemplo 1 da linha média de 150km, calcule o reator de compensação para  $V_1 = V_2$ . Isso significa dizer que a expressão do 21 do exemplo 2 pode ser usada, porém adaptando as constantes  $A = 0.9776$  (sobretensão de 2.29%) e  $B = j56.55$  para o modelo de linha média.

Para  $A' = 1$ , o reator de compensação será:

$$L_r = \frac{B}{s(1 - A)} = 6.7H \quad (22)$$

Neste caso, para uma sobretensão menor foi necessário um reator de maior indutância.

#### Exemplo 4

O exemplo 4 solicita que, com os mesmos dados do exemplo 2, calcular a tensão no início da linha de transmissão conectada a um sistema elétrico cuja corrente de curto-circuito simétrica (trifásica) seja de 50 kA.

O exemplo 2 considera a linha longa de 400km. Como foi dada a corrente de curto-circuito, o cálculo deve partir da sua relação com as potências de curto-circuito de forma a permitir o uso da equação 15, considerando  $E = 1 p.u.$

Como foi encontrado anteriormente, a sobretensão para esse caso é de 18.3%, ou seja,  $V_2 = 1.183V_1$

Como a única corrente circulando só passa pela parcela equivalente da linha em curto-circuito, a corrente dada será considerada como essa. A equivalência do circuito se resume a um capacitor de capacitância  $C$  como mostrado anteriormente. Esta é encontrada facilmente, fazendo  $C = C'l = 5.6\mu F$ .

Desta forma, ter-se-á uma potência reativa trifásica de curto-circuito equivalente a (lembrando  $V_n = 500kV$  como a tensão nominal trifásica):

$$Q_{CC3\phi} = sCV_n^2 = 527.79Mvar \quad (23)$$

A potência ativa é encontrada a partir da relação entre potência aparente e reativa, sendo que a aparente é dada pela corrente dada anteriormente e a tensão nominal da linha ( $S_{CC3\phi} = \sqrt{3}V_n I_{CC} = 4.3301 \times 10^{10}VA$ ):

$$P_{CC3\phi} = \sqrt{S_{CC3\phi}^2 - Q_{CC3\phi}^2} = 4.3298 \times 10^{10}W \quad (24)$$

Assim, a tensão  $V_1$  será:

$$V_1 = \frac{1}{1 - \frac{Q_{CC3\phi}}{P_{CC3\phi}}} = 1.0123 \text{ p.u} \quad (25)$$

Ou seja, um aumento de 1.23%.

### Exemplo 5 - curto-circuito

Este exemplo trata de um curto-circuito monofásico em um sistema com relação  $K = 1$ , ou seja,  $X_1 = X_2 = X_0$  e solicita as tensões nas fases não defeituosas, sendo a fase do curto a fase a ( $V_a = 0$ ), logo  $V_0 + V_1 + V_2 = 0$ .

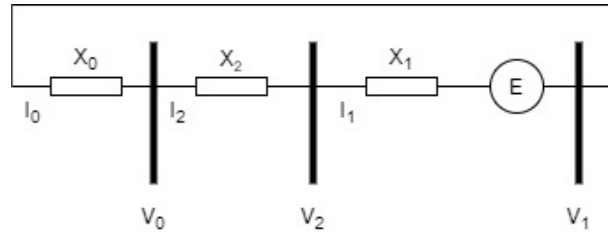


Figura 4: Circuito equivalente em componentes simétricas. Fonte: própria.

Considerando o circuito da figura 4, observa-se que a corrente que circula pelas reatâncias de sequência positiva, negativa e zero são iguais. Como todas as reatâncias também são iguais, as correntes podem ser expressas por:

$$I_0 = I_1 = I_2 = \frac{E}{X_1 + X_2 + X_0} = \frac{E}{3X_1} \quad (26)$$

Considerando  $E = 1 \text{ pu}$ , tem-se que cada uma das tensões em componentes simétricas são:

$$V_1 = E - I_1 X_1 = E - \frac{E X_1}{3X_1} = \frac{2}{3} E \quad (27)$$

$$V_2 = V_0 = -I_2 X_2 = -\frac{E X_1}{3X_1} = -\frac{1}{3} E \quad (28)$$

Agora para obter as tensões  $V_b$  e  $V_c$ , realiza-se a transformação inversa do domínio das componentes simétricas para o sistema de coordenadas abc, com  $\alpha = 1 \angle 120^\circ$ .

Uma vez que foi demonstrado os valores obtidos, recorre-se ao MATLAB para o cálculo da equação matricial de forma mais prática.

```

1 V1 = E;           % tensao de sequencia positiva [p.u]
2 V2 = 0;           % tensao de sequencia negativa [p.u]
3 V0 = -E;          % tensao de sequencia zero [p.u]

```

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1\angle -120^\circ \\ 1\angle 120^\circ \end{bmatrix} p.u \quad (29)$$

Assim observa-se que as tensões para as fases as demais fases se mantiveram as mesmas devido ao equilíbrio no sistema. Outra forma de observar a inexistência de sobretensão, toma-se  $K = 1$  aplicado à equação 17 do fator de sobretensão, assim obtendo um fator unitário.

### Exemplo 6 - curto-circuito

Agora será analisado o mesmo curto-circuito, porém para uma rede isolada devido a ligação delta em um transformador. O delta do transformador atua como um filtro da corrente de componente zero  $I_0 = 0$ . A figura 5 ilustra o problema.

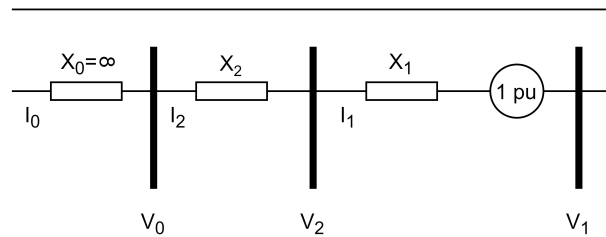


Figura 5: Circuito equivalente em componentes simétricas para uma rede isolada. Fonte: própria.

Em decorrência da ligação série do diagrama de componentes simétricas, todas as correntes serão nulas devido a isolação:  $I_1 = I_2 = I_0 = 0$ . A tensão  $V_1 = E$  e como a tensão de componente zero está diretamente em contato com a de componente positiva, seu valor será  $V_0 = -E$ . Assim, para as mesmas considerações de  $E$  e  $\alpha$  do exemplo anterior,

pela equação matricial 29 e a adaptação do código em MATLAB, encontra-se as tensões de componentes de fase:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.7321 \angle -150^\circ \\ 1.7321 \angle 150^\circ \end{bmatrix} p.u \quad (30)$$

Em termos de fator de sobretensão, considera-se  $K = \infty$ , pois  $X_0/X_1 = \infty$ . Logo a parcela  $\frac{\sqrt{K^2 + K + 1}}{2 + K} = \frac{\sqrt{1 + 1/K + 1/K^2}}{1 + 2/K}$  do fator de sobretensão tende à unidade, implicando em  $f_{st} = \sqrt{3}$ .

### Exemplo 7 - curto-circuito

Este exemplo considera um curto-circuito fase-terra no fim da linha, alimentada em 525 kV ( $V_L$ ), e solicita o cálculo das tensões nas fases não defeituosas. O circuito  $\pi$  equivalente pode ser considerado o de uma linha longa de 300 km ( $l$ ). A tensão do gerador  $E$  será o equivalente da tensão nominal por fase;  $X$  representa a reatância de linha; e  $2X_c$  representa a reatância capacitiva da linha em cada uma das extremidades para os capacitores  $C/2$ . Seus valores serão:

$$\begin{aligned} X_1 = X_2 = j90\Omega; X_{c1} = X_{c2} = -j1473.6\Omega \\ X_0 = j420\Omega; X_{c0} = -j2210.4\Omega \end{aligned}$$

Dessarte, para solucionar o problema é necessário retornar às equações impostas pela situação do exemplo 5 e generaliza-l-as para o caso da capacitância. Porém para a linha em aberto se faz necessário utilizar o equivalente de Thévenin para o caso genérico  $X_y//2X_{cy}$  (lembrando que o fator multiplicativo dois é oriundo de  $C/2$ ). Assim, para cada uma das componentes simétricas, o equivalente de Thévenin será:  $Z_{eq1} = Z_{eq2} = j92.83\Omega$  e  $Z_{eq0} = j464.09\Omega$ . Consequentemente, a tensão utilizada será a de vazio, que será a resultante sobre a parcela capacitiva da reatância, resultando no divisor de tensão:  $E_v = \frac{2X_{c1}}{X_1 + 2X_{c1}}E = 1.0315E$ . A tensão em vazio só é calculada para o circuito de sequência positiva, uma vez que apenas ele representa as fontes.

Retornando para as equações generalizadas das correntes e tensões, tem-se:

$$I = I_0 = I_1 = I_2 = \frac{E_v}{2Z_{eq1} + Z_{eq0}} \quad (31)$$

$$V_1 = E_v - IZ_{eq1} \quad (32)$$

$$V_2 = -IZ_{eq2} \quad (33)$$

$$V_0 = -IZ_{eq0} \quad (34)$$

Do código em MATLAB, as tensões em componentes simétricas e as tensões convertidas para componentes de fase serão:

```

1 Vn = 525e3;           % tensao nominal da linha [V]
2 E = Vn/sqrt(3);       % tensao do gerador [V]
3 len = 300e3;          % comprimento da linha [m]
4 a = -0.5+1j*sqrt(3)/2; %
5
6 % reatancias indutivas [ohm]
7 X1 = 1j*90;
8 X2 = X1;
9 X0 = 1j*420;
10 % reatancias capacitivas [ohm]
11 Xc1 = -1j*1473.6;
12 Xc2 = Xc1;
13 Xc0 = -1j*2210.4;
14 % impedancias de Thevenin
15 Zeq1 = X1*2*Xc1/(X1+2*Xc1);
16 Zeq2 = Zeq1;
17 Zeq0 = X0*2*Xc0/(X0+2*Xc0);
18 % tensoes e correntes em [V] e [A]
19 Ev = E*2*Xc1/(X1+2*Xc1);
20 I = Ev/(2*Zeq1+Zeq0);
21 V1 = Ev - I*Zeq1;
22 V2 = - I*Zeq2;
23 V0 = - I*Zeq0;
24
25 VC = [V0;V1;V2];
26 T = [1, 1, 1;           % matriz de transformacao
27      1, a^2, a;
28      1, a, a^2];
29
30 VF = T*VC;              % vetor de tensoes de componentes de fase

>> I = -0.481e3i; V1 = 267.99e3; V2 = -44.67e3; V0 = -223.21e3; Va = 0;
```

$$\text{abs}(\text{Vb}) = \text{abs}(\text{Vc}) = 430.72\text{e}3; \text{angle}(\text{Vb}) = - \text{angle}(\text{Vc}) = -141.05.$$

Isso demonstra uma corrente de componente simétrica da ordem de  $0.5kA$ , com tensões bem variadas ( $V_1 = 267.99kV$ ,  $V_2 = -44.67kV$  e  $V_0 = -223.21kV$ ). Quando transformadas para as componentes de fase nota-se a tensão da fase em curto realmente é nula  $V_a = 0$  e as demais são conjugadas entre si:  $V_b = V_c^* = 430.72\angle -141.05^\circ$ .

O fator de sobretensão deve ser calculado para um  $K = X_0/X_1 = 4.667$ , resultando em  $f_{st} = 1.3611$ . Se considerar a capacitância, e  $K$  a partir das impedâncias de Thévenin, ter-se-á  $K = 5$  e  $f_{st} = 1.3776$  que no caso também pode ser encontrado por  $E_v/|V_b|$ , ou seja, aumentando a sobretensão.

## Referências

- [1] Transitórios Eletromagnético em Sistemas de Potência. Luiz Cera Zanetta Júnior. EDUSP.2003.
- [2] Coordenação de Isolamento. Vol. 8. Série P.T.I Convênio Eletrobrás/UFMS. 1979.
- [3] Transitórios Elétricos e Coordenação de Isolamento (aplicação em sistemas de Alta tensão). Ary D'ajuz e outros. EDUFF, Universidade Federal Fluminense. FURNAS, Centrais Elétricas S.A. 1987.
- [4] Equipamentos Elétricos (especificação e aplicação em subestações de alta tensão. Ary D'ajuz e outros. EDUFF. Universidade Federal Fluminense. FURNAS, Centrais Elétricas S.A. 1986.
- [5] Equipamentos de Alta Tensão (prospecção e hierarquização de inovações tecnológicas). Sergio O. Frontin e outros. ANEEL.taesa.BRASNORTE.FINATEC.Universidade de Brasília. 2013.
- [6] Alternativas não Convencionais para Transmissão de Energia Elétrica (estado da arte). Gerhard Ett e outros. FDTE.ANEEL.ISA.EATE.CEMIG.Elektrobras. Goya Editora LTDA.2011.