



Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Centro de Tecnologia  
Departamento de Engenharia Elétrica  
ELE0648 - Tópicos Especiais em Transmissão de Energia Elétrica - 2020.6

## **Análise do Regime Permanente e Sobretensões Temporárias**

Levy Gabriel da Silva Galvão

Natal - RN, Novembro de 2020



Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Centro de Tecnologia  
Departamento de Engenharia Elétrica  
ELE0648 - Tópicos Especiais em Transmissão de Energia Elétrica - 2020.6

## **Análise do Regime Permanente e Sobretensões Temporárias**

Resumo referente ao assunto ministrado na disciplina de Tópicos Especiais em Transmissão de Energia Elétrica, como requisito para avaliação da segunda unidade.

Orientador: Prof<sup>o</sup>. Dr<sup>o</sup>. José Tavares de Oliveira

Natal - RN, Novembro de 2020

# Sumário

<b>1</b>	<b>Fases Abertas em Linhas de Transmissão - Religamento Monopolar</b>	<b>2</b>
1.1	Representação da rede . . . . .	2
1.1.1	Representação por matriz de admitâncias nodais . . . . .	2
1.1.2	Representação por componentes simétricas . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Polo preso - Religamento Monopolar</b>	<b>5</b>
2.1	Aspectos de estudo . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Tensões induzidas em circuitos paralelos</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Análise de resposta em frequência de redes</b>	<b>9</b>
4.1	Efeitos da circulação de harmônicas . . . . .	9
4.2	Filtragem de harmônicas . . . . .	10
<b>5</b>	<b>Exemplos</b>	<b>11</b>

# 1 Fases Abertas em Linhas de Transmissão - Religamento Monopolar

Para o estudo de fases abertas em linhas de transmissão são necessários os conceitos básicos abaixo:

- **Arco primário:** é o arco de potência formado pela cadeia de isoladores no caso de um curto-circuito fase-terra;
- **Arco secundário:** é a corrente que persiste devido ao acoplamento capacitivo e indutivo da fase defeituosa com as fases sãs após o seccionamento da fase defeituosa;
- **Polo preso:** condição do polo de um polo do disjuntor não operar em uma manobra de abertura;
- **Matriz admitância trifásica:** representa os acoplamentos indutivos e capacitivos da linha, outras linhas ou equivalentes do sistema e reatores;

## 1.1 Representação da rede

### 1.1.1 Representação por matriz de admitâncias nodais

Para a representação correta das redes é necessário estabelecer uma representação satisfatória da matriz de admitância dos reatores para poder incorporar à matriz de admitâncias da linha. Considerando reatores por fase de reatância  $X$  ( $Z = jX$  e  $y = 1/x$ ), ter-se-á dois casos:

- (a) Reatores monofásicos aterrados e possuem matriz admitância trifásica de:

$$Y_r = \begin{bmatrix} y & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & y \end{bmatrix} \quad (1)$$

- (b) Reatores monofásicos aterrados por meio de um reator de neutro ( $X_n$ ) comum aos reatores e possuem matriz admitância trifásica para o reator de:

$$Y = \begin{bmatrix} y & 0 & 0 & -y \\ 0 & y & 0 & -y \\ 0 & 0 & y & -y \\ -y & -y & -y & 3y + y_n \end{bmatrix} \quad (2)$$

Pela existência do reator de neutro, a reatância de sequência 0 não será mais igual às demais, resultando em:  $X_1 = X_2 = X$  e  $X_0 = 3X_n$ . Aplicando a redução de Kron, eliminando uma equação da matriz anterior, permitindo representá-la como uma matriz 3x3.

$$Y_r = \begin{bmatrix} y+k & k & k \\ k & y+k & k \\ k & k & y+k \end{bmatrix}, \text{ com } k = -\frac{y^2}{3y + y_n} \quad (3)$$

Para a matriz de admitância da linha ( $Y_{linha}$ ), são incluídos os efeitos da impedância série por meio da matriz de admitâncias  $G_1$  e os efeitos das admitâncias capacitivas por  $G_2$ . Vale destacar que a matriz de admitâncias  $Y_r$  pode ser inserida em qualquer terminal, representando a soma de  $Y_r$  ao elemento desejado da diagonal principal de  $Y_{linha}$ . Assim, considerando a inserção no terminal 1 e 2:

$$Y_a = Y_{linha} + \begin{bmatrix} Y_r & 0 \\ 0 & Y_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 + G_2 & -G_1 \\ -G_1 & G_1 + G_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_r & 0 \\ 0 & Y_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 + G_2 + Y_r & -G_1 \\ -G_1 & G_1 + G_2 + Y_r \end{bmatrix} \quad (4)$$

Esse modelo permite uma representação completa da rede, podendo ser simplificada ao eliminar a matriz que representa impedâncias em série e resultam na queda de tensão.

### 1.1.2 Representação por componentes simétricas

A representação considera uma linha: trifásica, transposta, acoplamentos através da sequência positiva e zero, desprezando impedância série e acoplamento das fases pelas

capacitâncias totais concentradas pontualmente.

Analisando o modelo com tensões de sequência positiva (tensões equilibradas) a tensão no neutro é nula. A capacitância resultante será  $C_1$ . No caso de tensões de sequência zero o modelo não possuirá diferença de potencial entre as fases uma vez que  $V = [V_0; V_0; V_0]$  de forma que a corrente que circula é a fase-terra na parte inferior do circuito. Por meio da capacitância mútua entre fases  $C_m$ , tem-se:  $3C_m = C_1 - C_0$ , de forma que para ao transformar de estrela para triângulo de  $C_1 - C_0$  para  $(C_1 - C_0)/3$ , resultando em uma capacitância entre fases de  $C_0$ .

Para reatores de compensação a análise é a mesma, resultando em um equivalente de  $X_1$  para sequência positiva e  $X_0$  para sequência zero.

Para um modelo mais completo de linha com reator, associa-se em paralelo ambos os modelos individuais para cada componente sequência.

Assim resulta na conclusão de que: quando não houver reator de neutro só é considerada a parte inferior do modelo pois  $X_1 = X_0$ . Desprezar a impedância do alimentador não causa problemas, pois esta é inferior às demais.

Assim, o modelo da linha com os capacitores e reatâncias será:

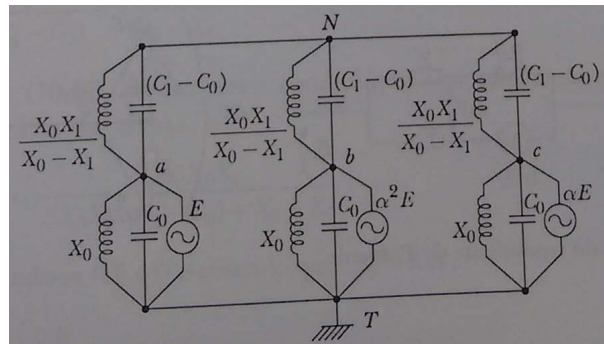


Figura 1: Modelo de linha com reatores acoplados. Fonte: Júnior, 2003.

## 2 Polo preso - Religamento Monopolar

Para o modelo descrito na figura 1, as reatância e capacitâncias podem ser tratadas em termos de impedâncias, sendo a impedância da parte superior  $Z$  e a da parte inferior (que conecta com a terra)  $Z_0$ . Sendo:

$$Z = -\frac{j}{\omega(C_1 - C_0)} // j \frac{X_0 X_1}{X_0 - X_1} \quad (5)$$

$$Z = -\frac{j}{\omega C_0} // j X_0 \quad (6)$$

Para uma linha com a fase  $a$  desconectada, a tensão e impedância de Thévenin serão:  $E_t = -E/2$  e  $Z_t = Z/2$ . Já a tensão na fase aberta é:

$$V_a = \frac{E}{2} \frac{Z_0}{1.5Z + Z_0} \quad (7)$$

Essa tensão é encontrada pelo circuito simplificado série da tensão  $E_t$  e das impedâncias  $Z_t$ ,  $Z_0$  e  $Z$ . Ao aterrar o ponto  $V_a$ , a corrente que circula será a de arco secundário.

A partir da equação 7 observa-se que há um valor de compensação reativa que pode gerar uma tensão infinita, esse valor de ressonância será tal que:  $Z_0 = -1.5Z$ . Assim, desenvolvendo  $Z_0$  e  $Z_1$ , com  $X_0 = kX_1$ , pode-se encontrar que a relação entre a reatância e as capacitâncias será:

$$X_1 = \frac{k + 0.5}{k\omega(C_1 + 0.5C_0)} \quad (8)$$

Com o valor de reatância de ressonância encontrado, valores como a potência reativa pode ser encontrada:  $Q_1 = V^2/X_1 [volt^2/\Omega] M[var]$ .

Uma impedância  $Z$  muito alta representa uma anulação da tensão e corrente de arco secundário. Isso significa um desacoplamento das fases da linha de transmissão. A viabilização do religamento monopolar é feito com condições que favoreçam a extinção dessa

corrente. Para isso são projetados reatores de neutro para aterramento que possibilite a extinção, ao máximo, dessa corrente. A corrente de arco secundário pode ser calculada como:

$$I_s = \frac{V}{3Z} \quad (9)$$

Assim, igualando  $Z$  a zero, permite-se encontrar a seguinte condição de ressonância que desacopla as fases, resultando em:

$$X_n = \frac{X_1^2 \omega (C_1 - C_0)}{3[1 - X_1 \omega (C_1 - C_0)]} \quad (10)$$

## 2.1 Aspectos de estudo

- O arco secundário será extinto se as tensões nas fases abertas não forem elevadas;
- Condições próximas da ressonância devem ser evitadas devido a imprecisão dos valores;
- O arco secundário pode ser extinto no religamento monopolar com valores de corrente e tensões de restabelecimento adequados.

## 3 Tensões induzidas em circuitos paralelos

Em operação normal as tensões são impostas pelos geradores, pois a sua conexão com a linha é feita por uma impedância menor que as de acoplamento. Quando o circuito sai de operação, a impedância de conexão com o solo passa a ser tão grande quanto as de acoplamento, permitindo que as tensões sejam determinadas por essas impedâncias em um acoplamento capacitivo e indutivo.

Durante a conexão entre circuitos será considerado o modelo apenas por acoplamento capacitivo devido a sua maior influência. O efeito indutivo pode ser utilizado para refinamento. O problema é formulado a partir da matriz admitância de capacitâncias considerando uma linha transposta.



Assim, em termos de circuito duplo a matriz de admitâncias será representada por uma composição de submatrizes simétricas e balanceadas na forma matricial compacta:

$$Y_{abc} = \begin{bmatrix} Y_{11(abc)} & Y_{12(abc)} \\ Y_{12(abc)} & Y_{22(abc)} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Onde as matrizes  $Y_{11(abc)}$  e  $Y_{22(abc)}$  representam as matrizes com as respectivas capacitâncias próprias (diagonal) e mútuas entre as fases dentro do circuito em questão. Enquanto que as matrizes  $Y_{12(abc)} = Y_{21(abc)}$  se referem às capacitâncias mútuas entre as fases do circuito um para as fases do circuito 2.

A representação em componentes simétricas pode ser obtida ao aplicar a matriz de transformação para a forma compacta:

$$Y_{012} = \begin{bmatrix} T^{-1} & \\ & T^{-1} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Y_{11(abc)} & Y_{12(abc)} \\ Y_{12(abc)} & Y_{22(abc)} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} T & \\ & T \end{bmatrix} \quad (12)$$

Aplicando essa matriz nas tensões de sequência positiva de ambos os circuitos ( $[v_{1(012)} v_{2(012)}]$ ), obtém-se o vetor das correntes ( $[i_{1(012)} i_{2(012)}]$ ). Esses vetores são uma composição de dois vetores trifásicos para a grandeza em questão de cada circuito.

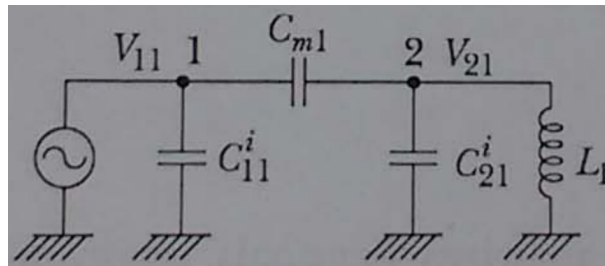


Figura 2: Circuito transposto de sequência positiva com reator. Fonte: Júnior, 2003.

Após a transposição, ainda consta-se a presença de capacitâncias mútuas entre seqüências no circuito da figura 2. Implicando que ao alimentar o circuito 1 com uma tensão de seqüência X, uma tensão induzida referente a seqüência X será gerada no circuito 2.

Pelo divisor de tensão no circuito transposto desconsiderando a reatância, fica claro que

a tensão  $V_{21}$  será menor que a tensão  $V_{11}$ . O emprego de reatores no fim da linha permitem que a situação de tensão possa se reverter, pois eles alteram as relações de impedância do divisor de tensão.

Realizando a análise com a presença de um reator aterrado com um reator de neutro, obtendo o circuito de sequência positiva da figura 2. Em termos das matrizes, a mudança é obtida na matriz  $Y_{22(012)}$ , que agora, em sua diagonal principal possui seus elementos somados com as reatâncias de componentes de sequência. A consequência direta nas correntes será:

$$\begin{bmatrix} i_{1(012)} \\ i_{2(012)} + i_{r(012)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11(012)} & Y_{12(012)} \\ Y_{12(012)} & Y'_{22(012)} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} v_{1(012)} \\ v_{2(012)} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Para evidenciar as condições ressonantes, faz-se o equacionamento das correntes por meio da lei de Kirchoff para o circuito 2 na figura 2:

$$i_{2(012)} + i_{r(012)} = 0 \quad (14)$$

Reaplicando a condição de ressonância expressa em 14 de volta na equação matricial em 13, obtém-se a seguinte relação entre as tensões dos circuitos:

$$v_{2(012)} = -Y_{22(012)}^{-1} Y_{21(012)} v_{1(012)}$$

A expressão pode ser resumida em termos das admitâncias da matriz correspondente e em termos do circuito de sequência positiva, assim permitindo obter:

$$V_{21} = -\frac{y_{m1}}{y_{21} + y_{r1}} V_{11}$$

A condição ressonante é tal que:  $y_{21} = -y_{r1}$ . Com  $y_{21} = j\omega C_{21}$  e  $-y_{r1} = j/\omega L_1$ . O termo  $C_{21}$  é a soma de todas as capacitâncias no nó 2 da rede de sequência positiva:  $C_{21} = C_{m1} + C_{21}^i$ . Assim a frequência de ressonância da rede será:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{(C_{m1} + C_{21}^i) L_1}} \quad (15)$$

Em geral a componente mútua da capacitância é muito baixa, podendo ser desconsiderada. As conclusões acima se refletem nos circuitos de componente negativa e zero.

## 4 Análise de resposta em frequência de redes

Distorções na rede elétrica pode ser oriunda da saturação de transformadores, circuitos retificadores (CA-CC), compensadores estáticos (bancos de capacitores ou reatores) ou até fornos a arco.

A análise é feita a partir da decomposição da onda distorcida em série de Fourier, permitindo analisar suas harmônicas. Isso é feito por meio das matrizes admitância e impedância aplicadas no ponto de frequência desejada.

A modelagem da rede leva em conta os seguintes componentes: linhas, geradores, transformadores, reatores, capacitores e cargas.

Por meio de análises anteriores para o circuito  $\pi$  de uma linha longa, tem-se a seguinte matriz de admitâncias:

$$Y = \frac{1}{Z_c \sinh(\gamma l)} \begin{bmatrix} \cosh(\gamma l) & -1 \\ -1 & \cosh(\gamma l) \end{bmatrix} \quad (16)$$

A inversão dessa matriz permite encontrar a matriz impedância  $Z_{barra}$ .

### 4.1 Efeitos da circulação de harmônicas

A distorção harmônica de tensão procura analisar a circulação de harmônicas de uma rede por meio de um sinal decomposto em série de Fourier. Assim, a distorção harmônica total é mensurada pelo DHT:

$$DHT = \sqrt{\sum_{h=2}^{50} \left( \frac{V_h}{V_1} \right)^2} \quad (17)$$

De forma que  $V_1$  é o valor eficaz da fundamental e  $V_h$  o valor eficaz da harmônica para  $h$  maiores que a unidade (para não confundir com a fundamental). Assim o DHT vai mostrar o quão relevante as componentes harmônicas estão em comparação com a fundamental e quanto maior seu valor, maior influência de harmônicas.

## 4.2 Filtragem de harmônicas

A obtenção da resposta em frequência da rede é fundamental para o projeto de filtros de harmônicas. Para o estudo de filtros é utilizado o seguinte modelo de rede:

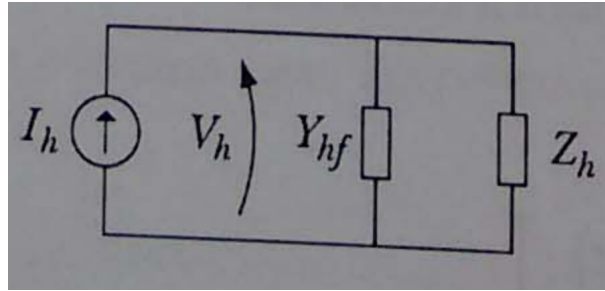


Figura 3: Rede elétrica e filtro.

De forma que  $I_h$  é a corrente harmônica injetada;  $V_h$  a tensão harmônica;  $Z_h$  a impedância da rede avaliada na harmônica desejada; e  $Y_{hf}$  é a admitância do filtro para a harmônica desejada.

A filosofia de projeto do filtro busca um filtro que seja quase um circuito aberto do ponto de vista da corrente injetada, pois isso significaria uma tensão harmônica nula. O filtro é projetado para que isso ocorra na frequência nominal da rede e que a impedância gerada minimize a tensão harmônica de acordo com o seguinte divisor de tensão:

$$V_h = \frac{I_h}{Y_{hf} + Y_h} \quad (18)$$

Porém a associação paralela de filtros é dificultada, pois:

- A configuração da rede é variável devido a chaveamentos e dificuldade de representar as cargas no domínio da frequência;
- As correntes harmônicas são sujeitas a processos aleatórios;
- Otimização dos filtros visto sua interação com a rede;

exemplo 14, 16, 17

## 5 Exemplos

Os problemas serão resolvidos com o auxílio do MATLAB/Octave para agilizar os cálculos e manter um registro das soluções para a posteridade para fins de adaptação em aplicações reais.

### Exemplo 7

O exemplo 7 solicita as tensões na fase aberta de uma linha de transmissão com matrizes de admitâncias trifásicas  $G_1$  e  $G_2$  fornecidas para uma linha de  $l = 100km$  e tensão nominal trifásica de  $V_n = 230kV$ . Os dados são:

```
1 %% INICIO [dados do exemplo]
2 l = 100e3; % comprimento da linha [m]
3 Vn = 230e3; % tensao nominal de linha [V]
4 Vf = Vn/sqrt(3); % tensao nominal de fase [V]
5 % tensoes nos terminais das fases boas [kV]
6 E1b = -66.5-1j*115.2;
7 E1c = -66.5+1j*115.2;
8 E2b = -85.49-1j*101.9;
9 E2c = -45.49+1j*125;
10 % matriz de admitancias dos elementos serie
11 G1 = 1j*[-0.027778, 0.011111, 0.005555; ...
12         0.011111, -0.031111, 0.011111; ...
13         0.005555, 0.011111, -0.27778];
```

```

14 % matriz de capacitancias concentradas em um lado da linha
15 G2 = 1j*[1.5, -0.25, -0.1; ...
16     -0.25, 1.54, -0.25; ...
17     -0.1, -0.25, 1.5]*1e-4;
18 %%% FIM [dados do exemplo]

```

A matriz de admitâncias da linha pode ser calculada pela expressão 4. Assim as correntes podem ser calculadas como  $I = Y_{linha}V$ , sendo  $I$  e  $V$  os vetores corrente e tensão, porém com as tensões da fase  $a$  para ambos os circuitos desconhecidas e correntes da fase  $a$  para ambos os circuitos nula, devido à abertura da fase.

Para calcular as tensões na fase aberta, será necessário comparar as equações do sistema de equações que igualem às correntes nulas. Para isso extraí-se o produto que refere apenas à primeira e quarta linha da matriz, resultando em outra equação matricial com duas equações.

Porém os termos a serem computados ( $V_{1a}$  e  $V_{2a}$ ) estarão na primeira e quarta linha do vetor tensão. A solução para esse problema será ilustrado abaixo de uma forma genérica.

Considerando o sistema matricial:

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Se  $y$  for a componente genérica desconhecida, a equação matricial pode ser reescrita como:

$$\begin{bmatrix} a & c \\ d & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} b \\ e \end{bmatrix} y$$

Assim demonstrado, pode-se isolar as parcelas que multiplicam as tensões em outra matriz que multiplica o vetor de duas componentes, sendo estas as tensões desconhecidas. Por fim, basta multiplicar o sistema matricial pela inversa da matriz que multiplica os termos desconhecidos e, resolvendo o sistema as tensões nas fases abertas para os dois circuitos serão encontradas. O código em MATLAB/Octave abaixo direciona os passos para resolver o problema com bases nos dados mostrados anteriormente.

```

1 %% INICIO [solucao do exemplo]
2 % matriz admitancias da linha [S]
3 Ylinha = [G1+G2, -G1; -G1, G1+G2];
4 % matriz reduzida para o problema
5     % (apenas as duas linhas necessarias)
6     % linha 1 e 4
7 M = [Ylinha(1,:);Ylinha(4,:)];
8 % matriz dos termos conhecidos
9     % (apenas as quatro colunas da matriz reduzida)
10    % colunas de 1 a 6, exceto 1 e 4
11 M1 = [M(:,2:3), M(:,5:6)];
12 % matriz dos termos desconhecidos
13     % (apenas as duas colunas da matriz reduzida)
14     % colunas 1 e 4
15 M2 = [M(:,1), M(:,4)];
16 % computacao das tensoes em ambos
17 % os circuitos da fase desconhecida [kV]
18 Va = -inv(M2)*M1*[E1b;E1c;E2b;E2c];
19 %%% FIM [solucao do exemplo]

```

Assim os resultados em  $kV$  e ângulo em graus para as tensões da fase  $a$  no circuito 1 e 2, respectivamente, serão:

```

>> Va = 1e4*[-1.4699 - 1.3731i; -1.8098 - 0.6439i]; abs(Va) = [20.1149;
    19.2096]; angle(Va)*180/pi = [-136.9514; -160.4149];

```

## Exemplo 8

Este exemplo trata tensões nas extremidades dos circuitos iguais ( $1a \equiv 2a$ ,  $1c \equiv 2c$  e  $1c \equiv 2c$ ). Isso quer dizer que não haverá circulação de corrente pela linha, restando apenas as componentes capacitivas da linha dada pela matriz  $G_2$ , tornando a matriz de admitâncias da linha como  $Y_{linha} = 2G_2$ .

Para encontrar a tensão na fase  $a$  basta fazer o equacionamento  $I = Y_{linha}V$ . Porém só leva em conta a primeira linha da matriz e o primeiro vetor de tensão que está relacionado à corrente nula.

Considerando os dados do exemplo anterior, a tensão na fase aberta será:  $V_{1a} = V_{2a} = 19.3256 \angle -143.4088$  kV. Encontrado a partir de:

```

1 %% INICIO [solucao do exemplo]
2 % matriz admitancias da linha [S]
3 Ylinha = 2*G2;
4 % tensao na fase a considerando
5 % a linha 1 da matriz adm.
6 % em [kV]
7 V1a = Ylinha(1,2:3)*[E1b;E1c]/(-Ylinha(1,1));
8 %%% FIM [solucao do exemplo]

>> V1a = -15.5167 -11.5200i; abs(V1a) = 19.3256; angle(V1a)*180/pi =
-143.4088;

```

Esse resultado se mostra bem aproximado aos resultados obtidos anteriormente ao possuir diferença de tensão entre as extremidades da linha. Esse exemplo mostra que, essa aproximação pode ser válida em problemas que exigem maior esforço computacional, pois o exemplo anterior demanda de operações mais complexas como a inversão de matrizes. Porém, devido à dimensionalidade das matrizes, o esforço não será tão grande como em outros problemas.

## Exemplo 9

Este exemplo apenas solicita que o exemplo anterior seja refeito ao considerar a linha perfeitamente transposta e compensada por um reator de  $10Mvar$  a  $230kV$ , rigidamente aterrado.

Para isso utiliza-se a matriz  $Y_{linha}$  transposta dada no exemplo (código em MATLAB/Octave). Sendo as tensões nas fases sãs as mesmas que as anteriores.

Assim considerando a corrente na fase a nula e a equação matricial  $I = Y_{linha}V$  e a primeira equação do sistema para encontrar  $V_{1a} = -17.581kV$

```

1 %% INICIO [dados do exemplo]
2 % matriz admitancia da linha [S]
3 Ylinha = 2j*[1.513, -0.2, -0.2; ...
4     -0.2, 1.513, -0.2; ...
5     -0.2, -0.2, 1.513]*1e-4;
6 % tensoes nos terminais das fases boas [kV]
7 E1b = -66.5-1j*115.2;
8 E1c = -66.5+1j*115.2;

```



```

9  %%% FIM [dados do exemplo]
10
11 %%% INICIO [solucao do exemplo]
12 % tensao na fase a considerando
13 % a linha 1 da matriz adm.
14 % em [kV]
15 V1a = Ylinha(1,2:3)*[E1b;E1c]/(-Ylinha(1,1));

```

Agora para a compensação, utiliza os dados do problema para encontrar a matriz admitância dos reatores a partir da matriz diagonal composta por:  $y = -jQ/V_n^2$ .

A matriz admitância resultante agora será a soma da matriz dos reatores com a da linha:  $Y_a = Y_{linha} + 2Y_r$ .

Finalmente calcula-se da mesma forma que anteriormente a tensão da fase desativada:  $V_{1a} = 70.49kV$

```

1 Q = 10e6; % potencia reativa do reator [var]
2 Vn = 230e3; % tensao nominal da linha [V]
3 y = -1j*Q/Vn^2; % admitancia dos reatores [S]
4 Yr = [y 0 0; 0 y 0; 0 0 y]; % matriz admitancia dos reatores
5 Ya = Ylinha + 2*Yr; % matriz resultante da linha compensada [S]
6 % tensao na fase a considerando
7 % a linha 1 da NOVA matriz adm.
8 % em [kV]
9 V1a = Ya(1,2:3)*[E1b;E1c]/(-Ya(1,1));
10 %%% FIM [solucao do exemplo]

```

## Exemplo 11

Para uma linha transposta de tensão de linha  $V_n = 500kV$  com:  $l = 200km$  e capacitâncias dos circuitos de sequência de  $C'_1 13.3nF/km$  e  $C'_0 = 8nF/km$ .

(a) O primeiro item solicita a tensão na fase aberta para uma compensação reativa de 40%. Como a potência devido ao acoplamento capacitivo de sequência positiva é  $Q_{c1} = V_n^2 \times 2\pi f \times C_1$ , a compensação reativa será tal que  $Q_{r1} = 0.4 \times Q_{c1}$ . A reatância  $X_1$  pode ser encontrada pela equação posterior a 8 que relaciona tensão e reatância com potência a  $Q_{r1}$ .

A tensão de fase aberta é dada pela equação 7. Resta encontrar as impedâncias  $Z_0$  e  $Z$  a partir da expansão de 6 com  $X_1 = X_0$ , para assim determinar a tensão na fase pelo divisor de tensão. Assim resultando em uma tensão  $V_a = 82.21kV$ :

```

1 %% INICIO [dados do exemplo]
2 l = 200; % comprimento da linha [km]
3 f = 60; % frquencia da rede [Hz]
4 Vn = 500e3; % tensao nominal de linha [V]
5 Vf = Vn/sqrt(3); % tensao nominal de fase [V]
6 C1 = 13.3*1e-9; % capacitancia de seq. positiva [F]
7 C0 = 8*1e-9; % capacitancia de seq. zero [F]
8 %%% FIM [dados do exemplo]
9
10 %% INICIO [solucao do exemplo]
11 % a)
12 Qc1 = Vn^2*2*pi*f*C1; % potencia reativa capacitiva [var]
13 Qr1 = 0.4*Qc1; % potencia reativa de compensacao [var]
14 X1 = Vn^2/Qr1; % reatancia de seq. positiva [ohm]
15 X0 = X1; % reatancia de seq. zero [ohm]
16 Z0 = -1j*X0/(2*pi*f*C0*X0-1); % imp. de seq. zero [ohm]
17 Z = -1j*X1*X0/(X1*X0*2*pi*f*0.4*C1); % imp. de seq. positiva [ohm]
18 Va = Vf*0.5*abs(Z0)/(abs(Z0)+1.5*abs(Z)); % tensao na fase aberta [V]

```

(b) Para a corrente de arco secundário aplica-se a equação 9 para a tensão nominal, resultando em cerca de  $I_S = 38.6A$ .

```

1 % b)
2 Is = Vf/(3*abs(Z)); % corrente de arco secundario [A]

```

(c) Solicita-se a tensão para um reator de neutro com  $k = 1.7$  e grau de compensação de 40%. De acordo com o valor de  $k$  a reatância de sequência zero se altera para  $X_0 = kX_1$ . O reator de neutro ainda será:  $3X_n = X_0 - X_1$ . A tensão será calculada da mesma forma que anteriormente, resultando em  $V_a = 43.28kV$

```

1 % c)
2 k = 1.7;
3 X0 = k*X1; % reatancia de seq. zero [ohm]
4 Xn = (X0-X1)/3; % reatancia de neutro [ohm]
5 Z0 = -1j*X0/(2*pi*f*C0*X0-1); % imp. de seq. zero [ohm]
6 Z = -1j*X1*X0/(X1*X0*2*pi*f*0.4*C1-(3*Xn)); % imp. de seq. positiva [ohm]
7 Va = Vf*0.5*abs(Z0)/(abs(Z0)+1.5*abs(Z)); % tensao na fase aberta [V]

```

(d) Neste momento solicita-se o reator de neutro ideal para anular a corrente de arco

secundário. Desta forma será utilizada a equação 10. O valor ideal é um valor bastante grande, podendo até ser considera um circuito aberto:  $X_n = 220.2175k\Omega$ .

```
1 % d)
2 Xn = X1^2*2*pi*f*(C1-C0)/(3*(1-X1*2*pi*f*(C1-C0))); % reatancia de neutro
   [ohm]
```

(e) Para a compensação da linha em 60%, retorna-se às diretrizes do item (a), resultando em uma compensação de  $X_1 = 1662\Omega$ ,  $X_1 = 4948\Omega$  ( $k = 2.97$ ) e  $X_n = 1095\Omega$ .

```
1 % e)
2 Qr1 = 0.6*Qc1; % potencia reativa de compensacao [var]
3 X1 = Vn^2/Qr1; % reatancia de seq. positiva [ohm]
4 Xn = X1^2*2*pi*f*(C1-C0)/(3*(1-X1*2*pi*f*(C1-C0))); % reatancia de neutro
   [ohm]
5 X0 = 3*Xn+X1; % reatancia de seq. zero [ohm]
6 %%% FIM [solucao do exemplo]
```

Apesar de o valor de  $X_n$  ser baixo em relação ao item (d), ele ainda se constitui como um valor alto para a prática. Os autores orientam usar relações de  $k$  de 1.7 a 2.

## Exemplo 12

O exemplo considera um circuito duplo de 440 kV e solicita as tensões induzidas no circuito 2, que está em aberto, com o circuito 1 operante de sequência positiva sem reator. Logo após verificar as condições ressonantes e calcular as tensões induzidas para um nível de compensação reativa de 60%. Os dados são apresentados no código abaixo:

```
1 %%% INICIO [dados do exemplo]
2 l = 200; % comprimento da linha [km]
3 f = 60; % frquencia da rede [Hz]
4 w = 2*pi*f; % velocidade angular [rad/s]
5 Vn = 440e3; % tensao nominal de linha [V]
6 Vf = Vn/sqrt(3); % tensao nominal de fase [V]
7 C1 = 14*1e-9; % capacitancia de seq. positiva do ckt. 1 e 2 [F]
8 C0 = 8*1e-9; % capacitancia de seq. zero do ckt. 1 e 2 [F]
9 Cm1 = 0.4*1e-9; % capacitancia mutua de seq. positiva do ckt. 1 e 2 [F]
10 Cm0 = 1.6*1e-9; % capacitancia mutua de seq. zero do ckt. 1 e 2 [F]
11 % matriz de capacitancias para linha transposta [S]
12 Y = 1j*w*[12 -2 -2 -0.8 -0.4 -0.4; ...
13         0 12 -2 0 -0.8 -0.4; ...
```

```

14      0 0 12 0 0 -0.8; ...
15      -0.8 -0.4 -0.4 12 -2 -2; ...
16      0 -0.8 -0.4 0 12 -2; ...
17      0 0 -0.8 0 0 12]*1e-4;
18 %%% FIM [dados do exemplo]

```

Uma vez que o circuito 1 está operante, sua tensão de seq. positiva será:  $V_{11} = V_n/\sqrt{3}$ . Assim a tensão de mesma seq. e induzida no circuito 2 será dada pela fórmula anteriormente discutida para  $y_r = 0$ :

$$V_{21} = -\frac{-j\omega C_{m1}}{j\omega C_1} V_{11}$$

Assim, resultando em:  $V_{21} = 7.258kV$ .

```

1 %%% INICIO [solucao do exemplo]
2 V11 = Vf; % tensao de seq. positiva do ckt. 1 [V]
3 V21 = - (-1j*w*Cm1)/(1j*w*C1)*V11; % tensao de seq. positiva induzida no
    ckt. 2 [V]

```

Agora ao inserir a compensação reativa trabalhando com os circuitos de sequência positiva, calcula-se, inicialmente a potência reativa capacitiva e em seguida aplica a porcentagem de 60% em cima dessa potência para encontrar a potência de compensação reativa. Dado este valor, encontra-se a admitância do reator e a aplica somando ao denominador da fórmula anterior, resultando em uma tensão induzida  $V_{21} = 18.145kV$ .

```

1 Qc1 = Vn^2*w*C1; % potencia reativa capacitiva de seq. positiva [var]
2 Qr1 = 0.6*Qc1; % potencia reativa de compensacao reativa de seq. positiva
    [var]
3 yr1 = -1j*Qr1/Vn^2; % admitancia do reator de seq. positiva [S]
4 V21 = - (-1j*w*Cm1)/(1j*w*C1 + yr1)*V11; % tensao de seq. positiva
    induzida no ckt. 2 [V]
5 %%% FIM [solucao do exemplo]

```

### Exemplo 13

Este exemplo solicita novamente as tensões induzidas em um circuito duplo, porém sem transposição, os dados são;

```

1 %% INICIO [dados do exemplo]
2 l = 200; % comprimento da linha [km]
3 f = 60; % frquencia da rede [Hz]
4 w = 2*pi*f; % velocidade angular [rad/s]
5 Vn = 440e3; % tensao nominal de linha [V]
6 Vf = Vn/sqrt(3); % tensao nominal de fase [V]
7 % matriz capacitancia sem transposicao [F]
8 C = [11.6 -1.8 -2 -0.8 -0.25 -0.6; ...
9      -1.8 12.5 -2.1 -0.6 -0.3 -1.3; ...
10     -2 -2.1 12.3 -0.25 -0.1 -0.3; ...
11     -0.8 -0.6 -0.25 11.6 -2 -1.8; ...
12     -0.25 -0.3 -0.1 -2 12.3 -2.1; ...
13     -0.6 -1.3 -0.3 -1.8 -2.1 12.5] * 1*1e-9;
14 Y = 1j*w*C; % matriz admitancia [S]
15 % tensoes de fase do ckt 2 [V]
16 V2a = Vf;
17 V2b = Vf*exp(-1j*2*pi/3);
18 V2c = Vf*exp(1j*2*pi/3);
19 %%% FIM [dados do exemplo]

```

Dessarte o vetor tensões do circuito 1 ( $\bar{V}_1$ ) podem ser encontradas pela equação matricial com a matriz Y nas condições de corrente nula para todo o circuito 1:  $[\bar{0} \ \bar{I}_2] = Y[\bar{V}_1 \ \bar{V}_2]$ .

Assim, com um raciocínio semelhante ao aplicado no exemplo 7, encontra-se o vetor de tensões do circuito 1, considerando apenas as três primeiras linhas e reaplicando as três primeira colunas como a inversa:  $V_{1a} = 14.014\angle 54.46kV$ ,  $V_{1b} = 20.909\angle 97.05kV$  e  $V_{1c} = 9.177\angle 77.93kV$ .

```

1 %% INICIO [solucao do exemplo]
2 % matriz reduzida para o problema
3 % (apenas as 3 linhas necessarias)
4 % linha 1 a 3
5 M = Y(1:3,:);
6 % matriz dos termos conhecidos
7 % (apenas as 3 colunas finais da matriz reduzida)
8 % colunas de 1 a 6, exceto 1 e 4
9 M1 = M(:,4:6);
10 % matriz dos termos desconhecidos
11 % (apenas as 3 colunas finais da matriz reduzida)
12 % colunas 1 e 4
13 M2 = M(:,1:3);
14 % computacao das tensoes em ambos

```

```

15 % os circuitos da fase desconhecida [kV]
16 V1 = -inv(M2)*M1*[V2a;V2b;V2c];
17 %%% FIM [solucao do exemplo]

```

## Exemplo 14

Este exemplo considera uma linha de transmissão em vazio com uma tensão harmônica injetada no início da linha. Assim solicita-se a tensão no fim da linha e o cálculo da constante A do quadripolo e indutância constante. Os dados são:

```

1 %% INICIO [dados do exemplo]
2 l = 400; % comprimento da linha [km]
3 f = 60; % frequencia da rede [Hz]
4 C = 14*1*1e-9; % capacitancia da linha [F]
5 L = 1*1*1e-3; % indutancia da linha [H]
6 h = [2,3,5,7,9,11,13,25]; % harmonicas
7 wh = 2*pi*f*h; % frequencias harmonicas [rad/s]
8 gamma_l = 1j*wh*sqrt(L*C); % constante de propagacao * comprimento
9 %%% FIM [dados do exemplo]
10
11 %% INICIO [solucao do exemplo]
12 A = cosh(gamma_l);
13 %%% FIM [solucao do exemplo]

```

```

>> A = 0.4281    -0.1216    -0.9491    -0.6909     0.3576     0.9971     0.4960
        0.0314
>> h = 2        3        5        7        9        11        13        25

```

De acordo com o cálculo da constante generalizada A para cada harmônica e a relação entre a tensão de entrada e saída  $V_2 = V_1/A$ , observa-se que as componentes harmônicas da tensão de saída aumentam, principalmente para  $h = 25$ . Mas também observa-se que aA sempre estará limitado por  $[-1, 1]$  devido ao seu comportamento senoidal.

## Exemplo 16

Este exemplo considera um conversor CC conectado na rede CA. O objetivo é projetar um filtro para limitar a tensão de harmônica  $h = 11$  gerada pelo conversor CC. Os dados

são: corrente fundamental  $I_1 = 1400A$  a  $60Hz$  e corrente de décima primeira harmônica de  $I_{11} = 0.046I_1$ .

Também é oferecido o comportamento de  $Z(\omega)$ , que para a frequência fundamental possui valor  $Z(11 \times \omega) = 620\angle 82$ .

Com essa configuração desconsiderando qualquer filtro de harmônica o módulo das tensões serão:  $V_1 = 224.54kV$  e  $V_{11} = 39.928kV$ . Isso gera uma porcentagem de 17.78% da tensão fundamental para a tensão de harmônica 11. O filtro deve ser projetado para corrigir essa porcentagem para 2%, ou seja, uma tensão de harmônica 11 correspondente a  $V_{11} = 4490.7kV$ .

O projeto do filtro obedece a equação 18 que pode ser adaptada para:

$$\frac{1}{Z_{11f}} = \frac{I_{11}}{V_{11}} - \frac{1}{Z_{11}}$$

Finalmente a impedância do filtro em paralelo será  $Z_{11f} = 0.0021\angle 0.852$ .

## Referências

- [1] Transitórios Eletromagnético em Sistemas de Potência. Luiz Cera Zanetta Júnior. EDUSP.2003.
- [2] Coordenação de Isolamento. Vol. 8. Série P.T.I Convênio Eletrobrás/UFMS. 1979.
- [3] Transitórios Elétricos e Coordenação de Isolamento (aplicação em sistemas de Alta tensão). Ary D'ajuz e outros.EDUFF,Universidade Federal Fluminense.FURNAS, Centrais Elétricas S.A. 1987.
- [4] Equipamentos Elétricos (especificação e aplicação em subestações de alta tensão. Ary D'ajuz e outros. EDUFF. Universidade Federal Fluminense. FURNAS, Centrais Elétricas S.A. 1986.
- [5] Equipamentos de Alta Tensão (prospecção e hierarquização de inovações tecnológicas). Sergio O. Frontin e outros. ANEEL.taesa.BRASNORTE.FINATEC.Universidade de Brasília. 2013.
- [6] Alternativas não Convencionais para Transmissão de Energia Elétrica (estado da arte).Gerhard Ett e outros.FDTE.ANEEL.ISA.EATE.CEMIG.Elektrobras. Goya Editora LTDA.2011.