



Experimento: Filtros ativos

1 Introdução

O presente relatório visa detalhar o experimento laboratorial realizado na disciplina laboratório de circuitos eletrônicos no dia 19 de novembro de 2019 abordando o assunto de filtros ativos, implementando dois filtros Butterworth passa-baixas de 1ª e 2ª ordem, numa configuração que usa amplificadores operacionais (AMPOPS), mais especificamente os do circuito integrado (CI) TL082. A razão para sua escolha, ao invés do LM741 ou LF353, é o seu maior produto banda-ganho (GBW) que os CIs anteriores.

A prática possui o objetivo de observar a topologia dos circuitos e determinar experimentalmente a função de transferência e frequência de corte de cada um, permitindo comparar os valores teóricos esperados com os resultados práticos obtidos e também comparar os filtros de 1ª e 2ª ordem entre si.

O primeiro circuito a ser montado e experimentado é um filtro Butterworth passa-baixas de 1ª ordem como pode ser observado no circuito da figura 1. O segundo circuito é um filtro Butterworth passa-baixas de 2ª ordem como pode ser observado no circuito da figura 2.

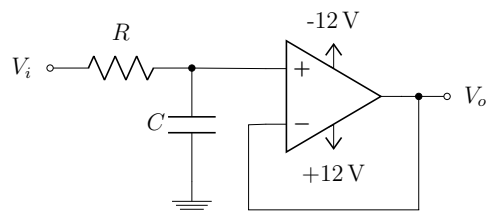


Figura 1: Filtro Butterworth de 1ª ordem ($R = 15k\Omega$ e $C = 10nF$)

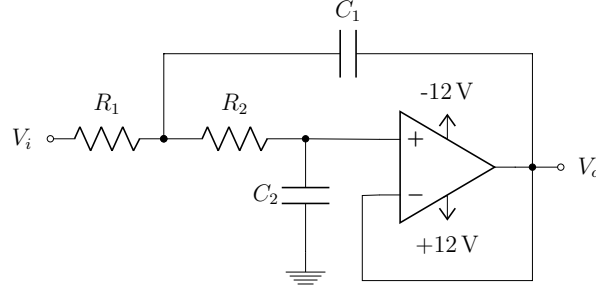


Figura 2: Filtro Butterworth de 2ª ordem ($R_1 = 8.2k\Omega$, $R_2 = 15k\Omega$, $C_1 = 22nF$ e $C_2 = 10nF$)

O gerador de sinais foi utilizado para gerar os sinais senoidais de entrada na porta V_i de cada circuito. Já o osciloscópio foi utilizado para medir as formas de onda tanto na entrada V_i , quanto na saída V_o de cada circuito, permitindo a comparação direta.

2 Análise Teórica

Como os circuitos das figuras 1 e 2 constituem filtros de Butterworth de primeira e segunda ordem, devemos notar que ambos os circuitos são ativos devido a presença do buffers na suas respectivas saídas. Para analisar tais circuitos devemos primeiro obter as suas frequências de corte (f_o), pela suas funções de transferência $T(s)$.

Para o filtro de primeira ordem de Butterworth, podemos calcular analisando $T(s)$, onde podemos obter.

$$T(s) = \frac{1}{1 + RCs} = \frac{1}{1 + 150 \times 10^6 s} \quad (1)$$

Podemos observar pela equação 1 $k = 1$ e $w_o = \frac{1}{RC}$, logo poderemos obter f_o .

$$w_o = \frac{1}{RC} = \frac{1}{15 \times 10^3 \cdot 10 \times 10^{-9}} = 6666,7 \text{ rad/s} \quad (2)$$

$$f_o = \frac{w_o}{2\pi} = \frac{1}{2\pi \cdot RC} = \frac{1}{2\pi \cdot 15 \times 10^3 \cdot 10 \times 10^{-9}} = 1,061 \text{ kHz} \quad (3)$$

É possível notar que o ganho k em dB será nulo, logo o circuito não amplifica para frequências abaixo de f_o . Podemos traçar as curvas de bode de amplitude e fase para

notamos o efeito mais importante do filtro que é o de atenuar a saída em -20dB/dec para frequências acima de f_0 .

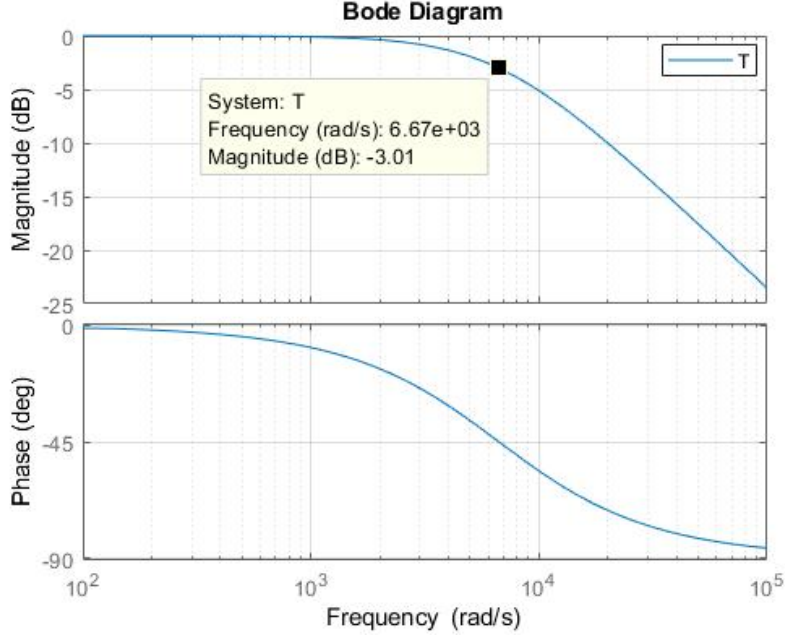


Figura 3: Diagrama de bode para o filtro de Butterworth de 1ª ordem obtido no MATLAB.

A partir dos gráficos da figura 3, podemos notar na frequência de corte (f_o) o circuito tem aproximadamente -3dB de ganho na amplitude e uma fase de -45° . Portanto nesse ponto o circuito apresentará uma $V_o = 0.707V_{in}$.

Agora analisando o circuito da figura 2, ou seja um filtro de Butterworth de 2ª ordem, podemos representar o circuito pela a função de transferência abaixo.

$$T(s) = \frac{w_o^2}{s^2 + \frac{w_o}{Q}s + w_o^2} = \frac{36.954 \times 10^6}{s^2 + 8574.11s + 36.954 \times 10^6} \quad (4)$$

Onde w_o , f_o e Q são:

$$w_o = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} = \frac{1}{\sqrt{8,2 \times 10^3 15 \times 10^3 22 \times 10^{-9} 10 \times 10^{-9}}} = 6079,06 \text{ rad/s}$$

$$f_o = \frac{w_o}{2\pi} = \frac{6079,06}{2\pi} = 967,51 \text{ Hz} \quad (5)$$

$$Q = C_1 \times (R_1 || R_2) \times w_o \approx 0,709$$

Com os parâmetros obtidos podemos traçar a curva de bode para o filtro de 2ª ordem pela sua função de transferência. Portanto,

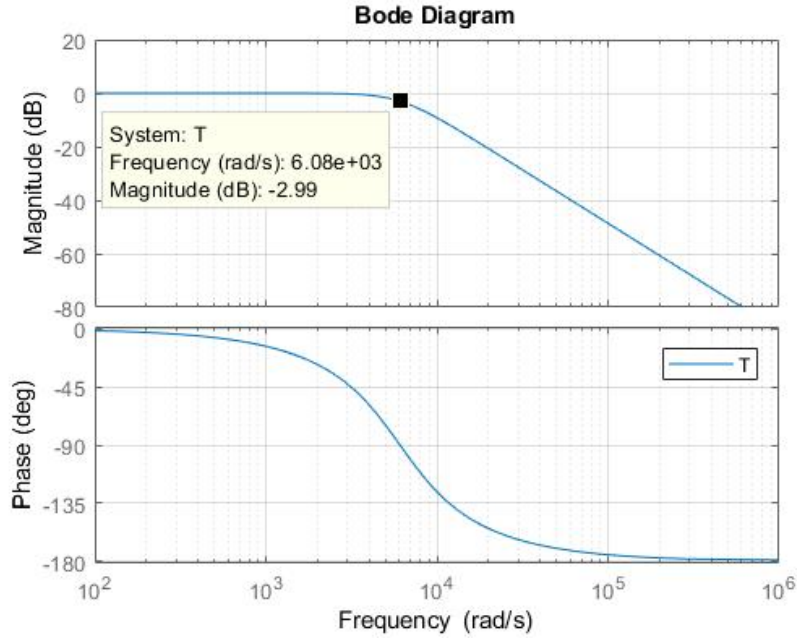


Figura 4: Diagrama de bode para o filtro de Butterworth de 2ª ordem obtido no MATLAB.

É possível notar que o ganho k em dB não será zero, logo o circuito amplifica/atenua para frequências em torno de f_o . pelas as curvas de bode de amplitude nota-se a tensão de entrada é atenuada em -40dB/dec para frequências acima de f_o .

Percebe-se ainda que em f_o os valores serão de -3dB para magnitude, ou seja $V_o = 0,707V_{in}$. E para a fase é de -90° . Nota-se também que os filtros de 2ª ordem são muito suscetíveis ao fator Q , tendo grandes mudanças com alteração deste valor, veremos melhor esse efeito na seção seguinte.

3 Resultados e discussão

Para encontrar todos os resultados necessários para comprovar a teoria, a prática foi dividida em algumas etapas, sendo elas:

- Inicialmente foram montados os circuitos da figura 1 e 2;
- Para cada um dos circuitos foi utilizada uma senoide de 5V de pico (10V de pico-a-pico) e frequência variável na entrada, de forma que: $V_i(t) = 5\text{sen}(2\pi ft)$, para traçar a função de transferência de módulo e de fase para cada um dos circuitos;

- Com a mesma senoide do item anterior a frequência foi variada para encontrar a exata frequência de corte de cada filtro.

Para medir a frequência de corte de cada circuito os critérios de ganho e de fase foram utilizados, de forma que a frequência de corte ocorre na curva de Bode de ganho quando esta possui uma queda de 3dB. O critério de fase diverge para o filtro de 1ª ordem e o filtro de 2ª ordem, sendo que neste a frequência de corte ocorre em -90° e naquele ocorre em -45° na curva de Bode de fase.

Considerando o filtro passa-baixa de 1ª ordem, a frequência da tensão de entrada foi variada de 1Hz a 20kHz, permitindo obter os dados da tabela 11. Com esses dados foi possível montar as curvas de Bode da figura 5.

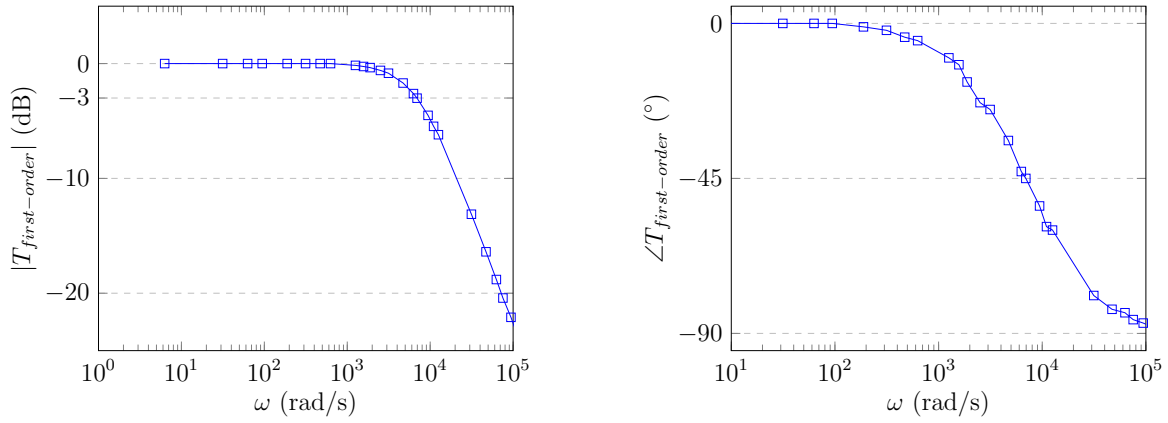


Figura 5: Curvas de bode com os resultados práticos da função de transferência do filtro passa-baixas de 1ª ordem.

No filtro passa-baixa de 1ª ordem esperava-se que para uma tensão de entrada de 10V de pico-a-pico, a saída fosse de 7.07 V de pico-a-pico e que a defasagem entre a forma de onda de tensão da entrada e da saída fosse de -45° . Isso foi perfeitamente obtido na prática, da forma como foi encontrada na tabela e cujas formas de onda podem ser observadas na figura 6.

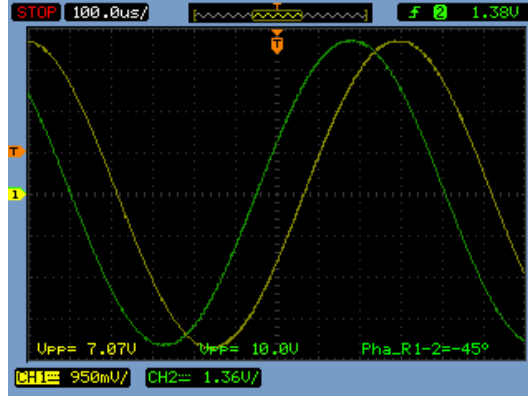


Figura 6: Formas de onda obtidas no osciloscópio para o filtro passa-baixa de 1ª ordem na frequência de corte, sendo a saída no CH1 e a entrada no CH2.

A frequência de corte obtida na prática foi de 1105.4Hz, uma vez que a esperada era de 1061Hz, o erro relacionado à frequência é de 4.01%.

A partir dos dados da tabela 11, se escolher o ganho para a frequência de 2kHz (-6.196 dB) e o ganho uma década depois, ou seja, em 20kHz (-24.324 dB), observa-se um queda de 18.128 dB, um valor bem próximo do esperado pela curva teórica, que é uma atenuação de 20 dB por década, com um erro de 9.36%. Ao conferir as curvas de Bode da figura 5, observa-se uma boa concordância com as curvas da figura ?? obtidas no MATLAB.

Para o filtro passa-baixa de 2ª ordem, a frequência da tensão de entrada também foi variada de 1Hz a 20kHz, permitindo obter os dados da tabela 12. Com esses dados foi possível montar as curvas de Bode da figura 7.

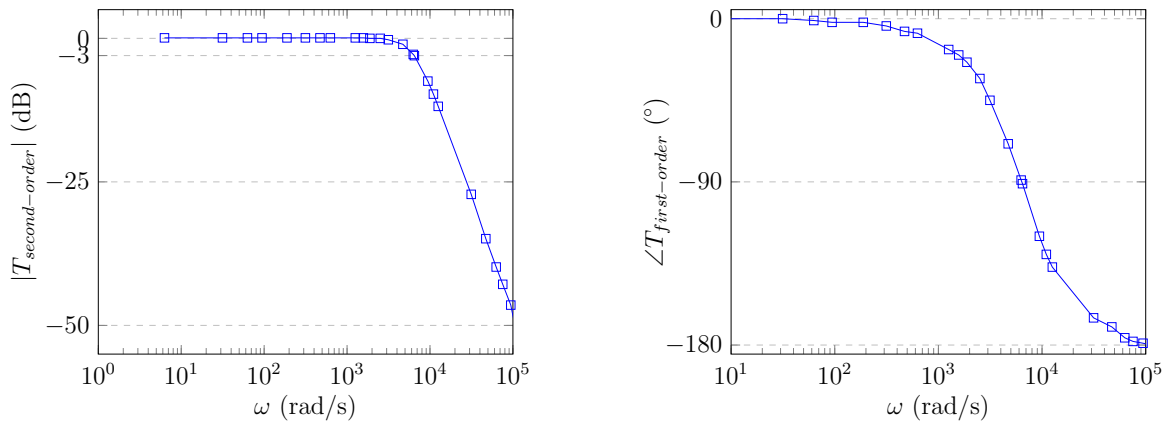


Figura 7: Curvas de bode com os resultados práticos da função de transferência do filtro passa-baixas de 2ª ordem

No filtro passa-baixa de 2ª ordem, esperava-se que para uma tensão de entrada de

10V de pico-a-pico, a saída fosse de 7.07 V de pico-a-pico e que a defasagem entre a forma de onda de tensão da entrada e da saída fosse de -90° . Isso foi quase que perfeitamente obtido na prática, da forma como foi encontrada na tabela e cujas formas de onda podem ser observadas na figura 8, com uma defasagem de -91° ao invés de 90° , com um erro de 1.09%.

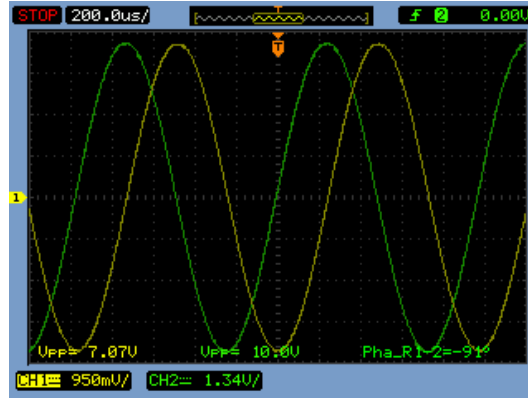


Figura 8: Formas de onda obtidas no osciloscópio para o filtro passa-baixa de 2ª ordem na frequência de corte, sendo a saída no CH1 e a entrada no CH2.

A frequência de corte obtida na prática foi de 1031Hz, uma vez que a esperada era de 967.51Hz, o erro relacionado à frequência é de 6.15%.

A partir dos dados da tabela 11, se escolher o ganho para a frequência de 2kHz (-11.843 dB) e o ganho uma década depois, ou seja, em 20kHz (-54.420 dB), observa-se um queda de 42.577 dB, um valor bem próximo do esperado pela curva teórica, que é uma atenuação de 40 dB por década, com um erro de 6.05%. Ao conferir as curvas de Bode da figura 7, observa-se uma boa concordância com as curvas da figura 4 obtidas no MATLAB.

Uma medida importante do filtro de 2ª ordem é o seu fator de qualidade (Q). Reconhecendo a forma geral da função de transferência de um filtro de segunda ordem na equação 6 e os seus polos na equação 7, observa-se que a um valor alto de Q permite que a distância dos polos até o eixo $j\omega$ diminua, tornando assim o filtro mais seletivo.

$$T(s) = \frac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{s^2 + (\omega/Q)s + \omega^2} \quad (6)$$

$$p_1, p_2 = -\frac{\omega}{2Q} \pm j\omega\sqrt{1 - (1/4Q)^2} \quad (7)$$

Para o caso do filtro de 2ª ordem implementado na prática, o valor de Q é 0.709, que é um valor próximo de 0.707, cuja resposta obtida para esse fator de qualidade é chamada

Butterworth, ou a resposta mais achatada e que foi constatada na prática. Na figura 9 observa-se que ao diminuir o fator Q da função de transferência do filtro passa-baixa de segunda ordem o filtro se torna menos seletivo e, de acordo com que Q aumenta, a seletividade aumenta, porém a resposta apresenta picos de ressonância na frequência de corte.

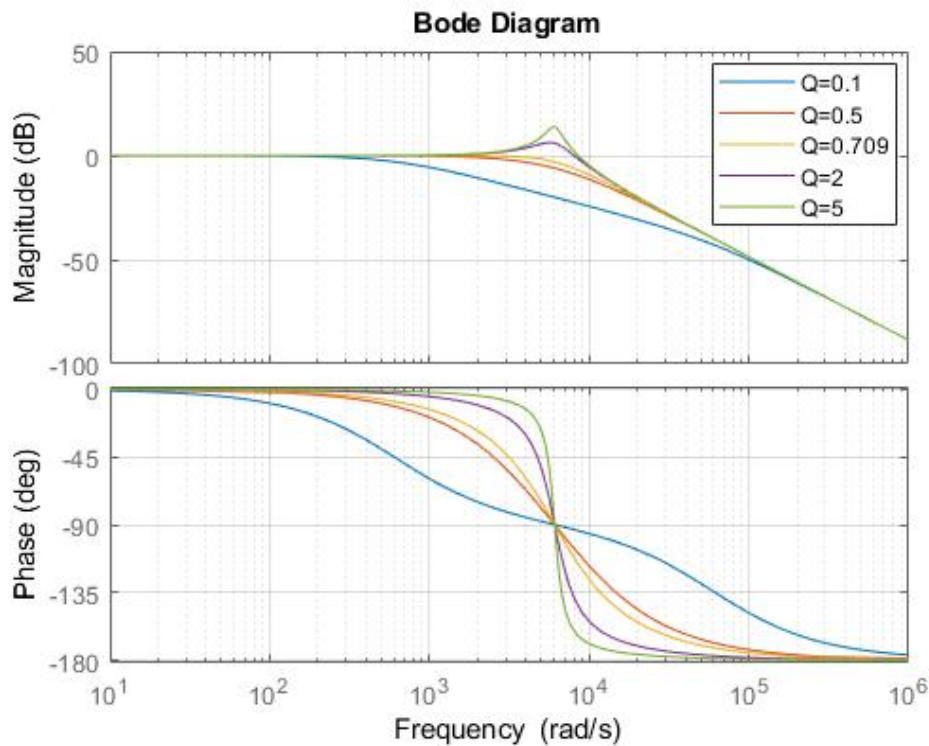


Figura 9: Ensaio para valores variáveis de Q na função de transferência do filtro passa-baixas de 2ª ordem.

Por fim a figura 10 mostra a comparação direta das curvas de Bode do filtro passa-baixas de 1ª e 2ª ordem, mostrando que de fato o filtro de 2ª ordem possui uma maior seletividade representada na capacidade de atenuar frequências acima da de corte com um fator 40dB por década, ao passo que o filtro de 1ª ordem só atenua 20dB por década. Porém esta conclusão não tira o mérito do filtro de 1ª ordem, pois ele ainda se apresenta uma alternativa um pouco mais barata ao filtro de 2ª ordem.

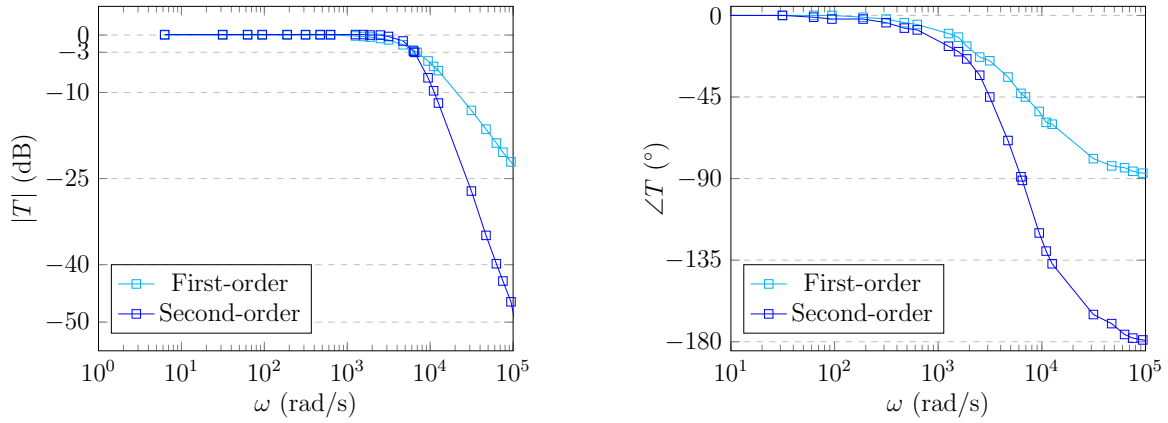


Figura 10: Comparação entre as funções de transferência de cada filtro.

4 Conclusões

A prática permitiu compreender melhor os filtros ativos, em especial uma categoria de filtros ativos chamados de Butterworth, que usa o amplificador operacional na saída, como Buffer. Dessa forma, vimos a aplicação para filtros de primeira e segunda ordem seus efeitos aplicando uma tensão senoidal na entrada. Utilizando para construção da curva de transferência destes dois tipos de filtros.

Apesar das dificuldades teóricas oriundas da complexidade teórica do circuito, a prática foi executada sem mais problemas, permitindo comprovar a teoria a partir dos resultados práticos.

A importância desse tipo de circuito se reflete por toda a engenharia elétrica, sondando diversas aplicações, que vão desde a modulação na engenharia de telecomunicações até a utilização em um circuito complexo em eletrônica.

5 Anexos

Frequency (Hz)	Angular velocity (rad/s)	First order				
		Magnitude (V/V)	Magnitude (dB)	Phase (°)	Input (Vpp)	Output (Vpp)
1	6,28	1,000	0,000	0	10,2	10,2
5	31,42	1,000	0,000	0	10,2	10,2
10	62,83	1,000	0,000	0	10,2	10,2
15	94,25	1,000	0,000	0	10,2	10,2
30	188,50	1,000	0,000	-1	10,2	10,2
50	314,16	1,000	0,000	-2	10,2	10,2
75	471,24	1,000	0,000	-4	10,2	10,2
100	628,32	1,000	0,000	-5	10,1	10,1
200	1256,64	0,982	-0,156	-10	10,1	9,92
250	1570,80	0,971	-0,253	-12	10,1	9,81
300	1884,96	0,960	-0,351	-17	10,1	9,7
400	2513,27	0,934	-0,596	-23	10,1	9,43
500	3141,59	0,908	-0,839	-25	10,1	9,17
750	4712,39	0,823	-1,694	-34	10,1	8,31
1000	6283,19	0,740	-2,615	-43	10	7,4
1105,4	6945,43	0,707	-3,012	-45	10	7,07
1500	9424,78	0,595	-4,510	-53	10	5,95
1750	10995,57	0,533	-5,465	-59	10	5,33
2000	12566,37	0,490	-6,196	-60	10	4,9
5000	31415,93	0,221	-13,120	-79	10,1	2,23
7500	47123,89	0,151	-16,393	-83	10,1	1,53
10000	62831,85	0,115	-18,808	-84	10,2	1,17
12000	75398,22	0,095	-20,419	-86	10,2	0,972
15000	94247,78	0,079	-22,099	-87	10,2	0,801
18000	113097,34	0,065	-23,703	-88	10,2	0,666
20000	125663,71	0,061	-24,324	-89	10,2	0,62

Figura 11: Tabela contendo os valores medidos na prática para o filtro passa-baixa de 1ª ordem.

Frequency (Hz)	Angular velocity (rad/s)	Second order				
		Magnitude (V/V)	Magnitude (dB)	Phase (°)	Input (Vpp)	Output (Vpp)
1	6,28	1,010	0,086	0	10	10,1
5	31,42	1,010	0,086	0	10	10,1
10	62,83	1,010	0,086	-1	10	10,1
15	94,25	1,010	0,086	-2	10	10,1
30	188,50	1,010	0,086	-2	10	10,1
50	314,16	1,010	0,086	-4	10	10,1
75	471,24	1,010	0,086	-7	10,1	10,2
100	628,32	1,010	0,086	-8	10,1	10,2
200	1256,64	1,010	0,086	-17	10,1	10,2
250	1570,80	1,010	0,086	-20	10,1	10,2
300	1884,96	1,000	0,000	-24	10,1	10,1
400	2513,27	1,000	0,000	-33	10,1	10,1
500	3141,59	0,972	-0,244	-45	10,1	9,82
750	4712,39	0,888	-1,031	-69	10,1	8,97
1000	6283,19	0,725	-2,796	-89	10,1	7,32
1031	6477,96	0,707	-3,012	-91	10	7,07
1500	9424,78	0,424	-7,447	-120	9,97	4,23
1750	10995,57	0,327	-9,710	-130	9,97	3,26
2000	12566,37	0,256	-11,843	-137	9,97	2,55
5000	31415,93	0,044	-27,171	-165	10	0,438
7500	47123,89	0,018	-34,895	-170	10	0,18
10000	62831,85	0,010	-39,830	-176	10,1	0,103
12000	75398,22	0,007	-42,844	-178	10,1	0,0728
15000	94247,78	0,005	-46,462	-179	10,1	0,048
18000	113097,34	0,002	-52,197	-180	10,1	0,0248
20000	125663,71	0,002	-54,420	-180	10,1	0,0192

Figura 12: Tabela contendo os valores medidos na prática para o filtro passa-baixa de 2ª ordem.