

Tarefa 8 - Imagens Médicas 2

October 1, 2021

Universidade Federal de Uberlândia

Faculdade de Engenharia Elétrica

Imagens Médicas 2

Discente: Levy Gabriel da S. G.

1 Tarefa 8 - Filtros de frequência

1.1 Introdução

A principal diferença entre um filtro passa-baixas ideal e um filtro de média no domínio espacial é que, o filtro ideal só pode ser aplicado no domínio da frequência e digitalmente, já que estes não podem ser implementados fisicamente por meio de componentes eletrônicos. Outra diferença é que os filtros de média espacial possuem seletividade crescente com o tamanho do *kernel* do filtro, enquanto que para o domínio da frequência o tamanho do *kernel* é sempre o mesmo.

Considerando resultados semelhantes para ambas as categorias de filtro, aquele no domínio espacial possui simples construção uma vez que basta montar o seu *kernel* que será convolucionado com a imagem de interesse. Já a construção do filtro na frequência deve ser levado em conta vários fatores de desempenho e suavidade na resposta em frequência para que a região de corte e passagem sejam atendidas e que o efeitos de *ringing* seja atenuado.

Em relação ao desempenho computacional, como cada filtro na frequência pode ser implementado no domínio espacial e, se há um simples *kernel* no domínio espacial que obtenha o efeito desejado, um filtro espacial possui vantagens por gastar menos recursos computacionais, uma vez que basta seu *kernel* ser convolvido com a imagem de interesse que o resultado pode ser obtido.

Porém ao aumentar drasticamente o tamanho do *kernel* do filtro no domínio espacial será requisitado maiores recursos computacionais, enquanto que os filtros no domínio da frequência possuem um gasto de recurso computacional independente da função do filtro.

1.2 Processamento

Inicialmente carrega-se e mostra-se a imagem que será utilizada durante a tarefa.

```
[ ]: pkg load image  
img = double(imread('ressonancia 7_1.jpg'));
```

```
imshow(img)
```



Também considerando a matrícula de número: **1202XPMV508**

Os enunciados explicitas que a frequência de corte dos filtros sejam correspondente aos dois últimos algarismos do número de matrícula anteriormente especificado. Já a ordem dos filtros (quando solicitados), devem ser igual ao último número da matrícula mais um, portanto:

```
[ ]: f_cutoff = 8;  
     order = 8+1;
```

Comum aos filtros projetados existe o fato $D(u, v)$ que corresponde à distância do ponto (u, v) à origem do plano de frequência, dado por:

$$D(u, v) = (u^2 + v^2)^{1/2} \quad (1)$$

1.2.1 Filtro passa-baixas ideal

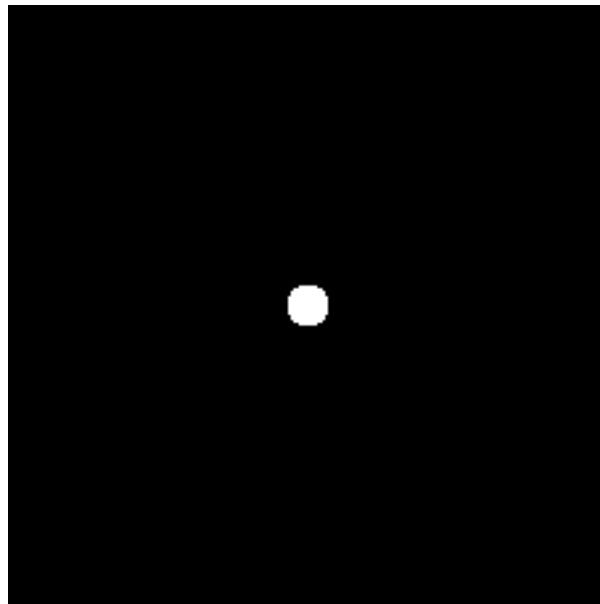
O projeto do filtro passa-baixas ideal foi realizado de acordo com a seguinte lei matemática:

$$H(u, v) = 1 \text{ se } D(u, v) \leq D_0 \quad (2)$$

$$H(u, v) = 0 \text{ se } D(u, v) > D_0 \quad (3)$$

Para o projeto do filtro passa-baixas ideal, tem-se:

```
[ ]: [M,N] = size(img);
ideal_LP = zeros(M,N);
cx = floor(M/2)+1;
cy = floor(N/2)+1;
for x= 1:M
    for y= 1:N
        D=sqrt(power((x-cx),2)+power((y-cy),2));
        if (D < f_cutoff)
            ideal_LP(x,y)=1;
        end
    end
end
imshow(ideal_LP)
```



Em sua resposta nota-se que apenas o centro está preenchido por pixels de valor 1 e que representam as componentes de baixa frequência.

1.2.2 Filtro passa-altas ideal

Uma vez que o filtro passa-altas ideal possui mesma frequência de corte que o filtro passa-baixas ideal, tem-se que sua resposta é complementar a este filtro, portanto:

$$H(u, v) = 0 \text{ se } D(u, v) \leq D_0 \quad (4)$$

$$H(u, v) = 1 \text{ se } D(u, v) > D_0 \quad (5)$$

Computacionalmente:

```
[ ]: ideal_HP = 1-ideal_LP;  
      imshow(ideal_HP)
```



Mas para um resultado mais conclusivo, também será mostrado o passo-a-passo completo para projetar o filtro:

```
[ ]: [M,N] = size(img);  
      ideal_HP = zeros(M,N);  
      cx = floor(M/2)+1;  
      cy = floor(N/2)+1;  
      for x= 1:M  
          for y= 1:N  
              D=sqrt(power((x-cx),2)+power((y-cy),2));  
              if (D >= f_cutoff)  
                  ideal_HP(x,y)=1;  
              end  
          end  
      end  
      imshow(ideal_HP)
```



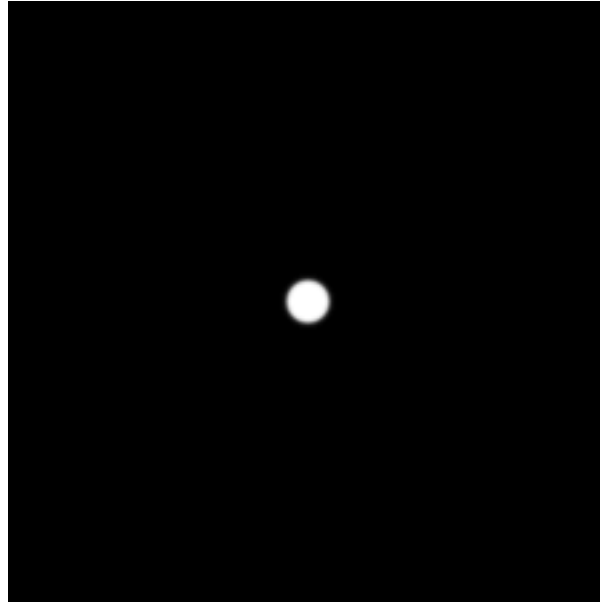
Em sua resposta nota-se o oposto do filtro passa-baixas, uma vez que não mais o centro limitado pela frequência de corte está preenchido por pixels de valor 1, mas sim o entorno e que representa as frequências acima da de corte.

1.2.3 Filtro passa-baixas Butterworth

Vide abaixo a implementação do filtro passa-baixas Butterworth de acordo com a regra:

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v)/D_0]^{2n}} \quad (6)$$

```
[ ]: [M,N] = size(img);  
butterworth_LP = zeros(M,N);  
cx = floor(M/2)+1;  
cy = floor(N/2)+1;  
for x= 1:M  
    for y= 1:N  
        D=sqrt(power((x-cx),2)+power((y-cy),2));  
        butterworth_LP(x,y)=1/(1+power(D/f_cutoff,2*order));  
    end  
end  
imshow(butterworth_LP)
```



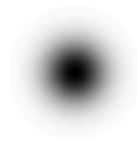
A resposta do filtro passa-baixas Butterworth é semelhante à do filtro ideal, porém observa-se nos pixels vizinhos à frequência de corte um borramento com pixels em escala de cinza, mostrando a transição suave entre frequências que é a característica principal desse filtro e que o permite ser implementado fisicamente.

1.2.4 Filtro passa-altas gaussiano

Vide abaixo a implementação do filtro passa-altas gaussiano de acordo com a regra:

$$H(u, v) = 1 - e^{-D^2(u,v)/2D_0^2} \quad (7)$$

```
[ ]: [M,N] = size(img);
gaussian_HP = zeros(M,N);
cx = floor(M/2)+1;
cy = floor(N/2)+1;
for x= 1:M
    for y= 1:N
        D=sqrt(power((x-cx),2)+power((y-cy),2));
        gaussian_HP(x,y)=1 - exp(-power(D,2)/(2*power(f_cutoff,2)));
    end
end
imshow(gaussian_HP)
```



A resposta do filtro passa-altas Gaussiano associa a resposta do filtro passa-altas ideal com a implementabilidade do filtro Butterworth. Neste caso como a função do filtro é diferente da do Butterworth, o seu resultado na banda de corte do filtro é diferente, mostrando-se mais longa e com uma seletividade menor que a do filtro Butterworth, excluindo o fato de serem filtros de naturezas diferentes.

1.3 Resultados

Nesta seção os filtros serão aplicados à imagem original e comparados em grupos, primeiro comparando os filtros passa-baixas e logo após os filtros passa-altas.

Porém, antes de qualquer implementação, a imagem original deve ser transformada para o domínio da frequência por meio da transformada discreta de Fourier 2D.

```
[ ]: img_freq = fft2(img); % Fourier transform  
img_freq_cent = fftshift(img_freq); % image frequency spectrum centralized
```

Em seguida os filtros são aplicados e em seguida a transformada inversa de Fourier é aplicada a cada resultado para que seja obtida a imagem filtrada no domínio espacial:

```
[ ]: % Ideal low-pass  
img_LP = ifftshift(img_freq_cent.*ideal_LP);  
img_LP_filt = uint8(real(ifft2(img_LP)));  
  
% Butterworth low-pass  
img_BLP = ifftshift(img_freq_cent.*butterworth_LP);  
img_BLP_filt = uint8(real(ifft2(img_BLP)));  
  
% Ideal high-pass
```

```
img_HP = ifftshift(img_freq_cent.*ideal_HP);
img_HP_filt = uint8(real(ifft2(img_HP)));

% Gaussian high-pass
img_GHP = ifftshift(img_freq_cent.*gaussian_HP);
img_GHP_filt = uint8(real(ifft2(img_GHP)));
```

1.3.1 Filtros passa-baixas

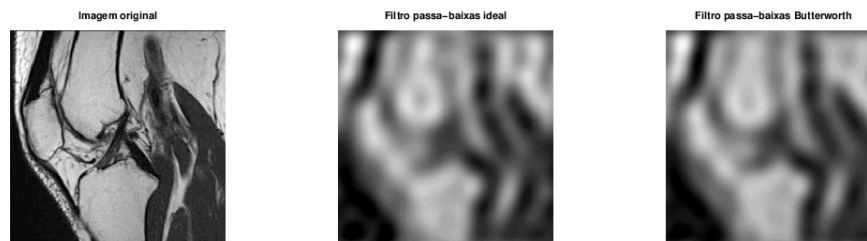
```
[ ]: figure();

subplot(1,3,1);
imshow(uint8(img));
title('Imagem original');

subplot(1,3,2);
imshow(uint8(img_LP_filt));
title('Filtro passa-baixas ideal');

subplot(1,3,3);
imshow(uint8(img_BLP_filt));
title('Filtro passa-baixas Butterworth');

set(gcf,'Position',[0 0 1200 400])
```



Ao observar os resultados dos filtros passa-baixas ideal e de Butterworth para essa imagem e essa frequência de corte (e ordem no caso do Butterworth), não se observa tanta diferença, apesar das imagens estarem borradas ao ponto de não perceber tanta diferença.

Mas o fato de que ambos os filtros possuem resultados semelhantes, mostra que, mesmo o Butterworth não sendo um filtro ideal, i.e. um filtro real, este ainda compartilha da efetividade da sua contraparte ideal.

1.3.2 Filtros passa-altas

```
[ ]: figure();

subplot(2,3,1);
imshow(uint8(img));
title('Imagem original');

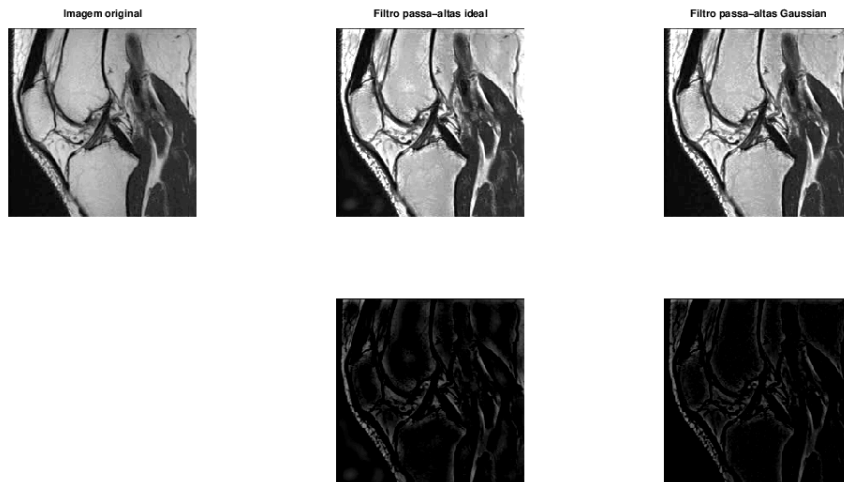
subplot(2,3,2);
imshow(uint8(img+img_HP_filt));
title('Filtro passa-altas ideal');

subplot(2,3,3);
imshow(uint8(img+img_GHP_filt));
title('Filtro passa-altas Gaussian');

subplot(2,3,5);
imshow(uint8(img_HP_filt));

subplot(2,3,6);
imshow(uint8(img_GHP_filt));

set(gcf, 'Position', [0 0 1200 600])
```



O mesmo raciocínio aplicado aos filtro passa-baixas podem ser replicado a estes. Isso pois o resultado dos filtros ideal e real compartilham das semelhanças com bons resultados de realce e mostra um caminho seguro para implementar os filtros reais na prática.