

整除分块

对于 $f(i)$ = 数 i 的约数个数 求 $\sum_{i=1}^n f(i)$ 来说 如果 n 很大的话, 我们需要一种方法: 整除分块

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
20	10	6	5	4	3	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

通过 $n=20$ 的表格来说, 我们发现对于拥有约数 x 的个数很大部分是可能重叠的, 但是我们并不知道最多有多少个个数

集合 V 的元素个数 = $\{n \mid d, d \in 1, n\}$

当 $d \leq \sqrt{n}$ 的时候最多只有 \sqrt{n} 个因子

当 $d > \sqrt{n}$ 的时候 $\lfloor \frac{n}{d} \rfloor \leq \sqrt{n}$

所以最多只有 $2 * \sqrt{n}$ 个因子

所以倘若我们知道每一段连续区间的 起点和终点的话, 我们就可以在 \sqrt{n} 的复杂度内解决这个问题

接下来我们就要解决以下的问题

$$\lfloor \frac{n}{l} \rfloor = \lfloor \frac{n}{r} \rfloor \text{ 求 } r = l_{\max}$$

$$\text{设 } k = \lfloor \frac{n}{l} \rfloor = \lfloor \frac{n}{l+1} \rfloor = \lfloor \frac{n}{l+1} \rfloor = \dots = \lfloor \frac{n}{r} \rfloor = \lfloor \frac{n}{r+1} \rfloor + 1$$

$$k \leq \frac{n}{l} < k + 1$$

$$\frac{n}{k} \geq l > \frac{n}{k+1}$$

$$\text{所以 } l \leq r \leq \frac{n}{k} = \frac{n}{\lfloor \frac{n}{l} \rfloor} = \left\lceil \frac{n}{\lfloor \frac{n}{l} \rfloor} \right\rceil$$

所以我们最后的主要核心式子就是

```
for(long long l = 1, r; l <= n; l = r + 1){
    r = n / (n / l);
    res += n / l * (r - l + 1);
}
```

