2004～2005 学年第二学期《 高等数学 》期末考试试题（180 学时）

专业班级____________________学号________________ 姓名__________

一、 填空题（本大题满分 24 分，每小题 4 分）

1、设 $f(x)$ 于 R 上连续，$F(u,v)=(v+u)\int_v^u f(t)dt$，则 $\left.\dfrac{\partial^2 F(u,v)}{\partial u\partial v}\right|_{(0,0)}=$ __0__。

2、已知 L: $x^2+y^2=r^2$，逆时针方向，$I=\oint_L \dfrac{bydx+axdy}{x^2+y^2}$（$a$、$b$ 为常数），则积分 I 非零的充要条件是: __$a\neq b$__。

3、设 Ω_1: $x^2+y^2+z^2\le 4$, Ω_2: $(x-1)^2+y^2\le 1$, $\Omega=\Omega_1\cap\Omega_2$，$\Sigma$ 是 Ω 的边界，则第一型曲面积分

$I=\iint_\Sigma (z^2\sqrt{x^2+y^2}+x+y)zds=$ __0__。（$\iiint_\Omega z\sqrt{x^2+y^2}dv=$ _0_）

4、设 $I=\int_{-1}^0 dx\int_{1-\sqrt{1-x^2}}^{-x} dy$，则交换积分顺序后 $I=$ __$\int_0^1 dy\int_{-\sqrt{2y-y^2}}^{-y} dx$__，其积分值为 __$\dfrac{\pi-2}{4}$__。

5、设 $f(x)=\cos x(1+\sin x)$ $(-\pi\le x\le\pi)$，则其以 2π 为周期的傅里叶级数在 $x=-\pi$ 处收敛到 __-1__；

其傅里叶系数 $a_0=$ _0_；$a_1=$ _1_；$b_2=$ _0.5_。

6、设 $y_1=x+e^{2x}$, $y_2=x+e^{-x}$, $y_3=x+e^{2x}+e^{-x}$ 是某个二阶线性非齐次微分方程的三个解，则此微分方程为 __$y''-y'-2y=-2e^x$__，且其通解是 $y=$ __$c_1e^{-x}+c_2e^{2x}+x$__。

二、计算下列各题（本大题满分 40 分，每题 10 分）

1、设 $u=f(x,z)$，而 $z(x,y)$ 是由方程 $z=x+y\varphi(z)$ 所确的函数，f 、 z 及 φ 均可微，$y\varphi'(z)-1\neq 0$，求 du。

2、计算 $\iint_D \dfrac{\sin x+\sin y+x^2+y^2}{1+x^2+y^2}dxdy$。其中 D：$x^2+y^2\leq 1$。

3、计算 $\iiint_\Omega (x+y+z)dv$。其中 Ω 表示球体 $x^2+y^2+z^2\leq R^2$ 及 $x^2+y^2+(z-R)^2\leq R^2$ 的公共部分。

4、设空间流动的流体，其密度 $\mu(x,y,z)=1$。已知流速函数 $\vec{V}=xz^2\vec{i}+yx^2\vec{j}+zy^2\vec{k}$，求流体在单位时间内经曲面 $\sum$：$x^2+y^2+z^2=2z$ 由内侧流向外侧的流量。

三、解答下列各题（本大题满分 36 分，每题 12 分）

1、求曲面 $\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}=\sqrt{k}\quad (x>0,\ y>0,\ z>0,\ k>0)$ 上点 (a,b,c) 处的切平面方程及其与三个坐标平面所围成四面体体积之最小值。

2、对函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$，讨论下列问题：

1)、 $f(x,y)$ 在原点是否可微？给出理由。

2)、 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处沿 $\vec{l}=(1,1)$ 之方向导数是否存在？其理由是何？

3、已知 φ 具二阶连续导数，且 $\varphi(1)=1$，$\varphi'(1)=2$，试确定 $\varphi(x)$，使

$$2\left(\varphi(x)+\varphi'(x)y-y^2\right)dx+\left(x\varphi'(x)-4xy-2y^2\right)dy=0$$

为全微分方程，并求出此方程的通解。