

2001~2002 学年第二学期《高等数学》期末考试试题(180 学时)

专业班级\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_

一、填空题(每小题 4 分)

1、曲线  $\begin{cases} x^2 - y^2 + z^2 = 0 \\ x = 2 \end{cases}$  在点  $(2, 3, \sqrt{5})$  处的切线与 Z 轴正向所成的倾角为\_\_\_\_\_。

2、设  $f(x, y)$  是连续函数, 改变  $\int_{-1}^0 dx \int_{x+1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$  的积分次序\_\_\_\_\_。

3、L 是从 A  $(1, 6)$  沿  $xy=6$  至点 B  $(3, 2)$  的曲线段, 则  $\int_L e^{x+y}(ydx + xdy) =$  \_\_\_\_\_。

4、 $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 1}$  的和等于\_\_\_\_\_。

5、若  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  收敛,  $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ , 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} (S_{n+1} + S_{n-1} - 2S_n) =$  \_\_\_\_\_。

二、试解下列各题(每小题 5 分)

- 1、设  $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$ ,  $\vec{b} = -2\vec{j} + \vec{k}$ , 求以向量  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  为边的平行四边形的对角线的长度。
- 2、设  $u = \sec(2y - xyz)$ , 求  $u_x$ ,  $u_y$ ,  $u_z$ 。

三、(10 分) 计算  $\iint_{\Sigma} x(y-z)dydz + (x-y)dxdy$ , 其中  $\Sigma$  是曲线  $z = y^2$  ( $0 \leq z \leq 3$ )

绕 Z 轴旋转一周而成, 且从 Z 轴正向看的下侧。

四、(10 分) 设函数  $z(x, y)$  由方程组  $\begin{cases} x = e^{u+v} \\ y = e^{u-v} \\ z = uv \end{cases}$ , ( $u, v$  为参数) 所确定, 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big|_{\substack{x=1 \\ y=1}}$ 。

五、(10 分) 计算  $\iint_D |x^2 + y^2 - 2|dxdy$ , 其中区域 D 为  $x^2 + y^2 \leq 3$ 。

六、(11 分) 有一母线平行于  $Z$  轴的三棱柱, 它的底是  $xoy$  面上以  $A(1, 0), B(1, 0), C(-1, 0)$  为顶点的三角形, 试求此三棱柱介于平面  $z=0$  与旋转面  $z = x^2 + y^2$  之间的那部分体积。

七、(10 分) 计算  $\iint_{\Sigma} z^2 ds$ , 其中  $\Sigma$  是柱面  $x^2 + y^2 = 4$  介于  $0 \leq z \leq 6$  的部分。

八、(12 分) 设  $\widehat{AB}$  在极坐标系下的方程为  $r = f(\theta)$ , 其中  $f(\theta)$  是  $[0, 2\pi]$  上具有连续导数的正值函数, 且  $\theta = \alpha$  对应点  $A$ ,  $\theta = \beta$  对应点  $B$  ( $0 < \alpha < \beta < 2\pi$ )。试证明:

$$\int_{\widehat{AB}} -ydx + xdy = \int_{\alpha}^{\beta} f^2(\theta) d\theta$$

九、(7 分) 求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!} x^n$  的收敛区间及和函数。