2003～2004 学年第二学期《高等数学》期末考试试题 B 卷（180 学时）

专业班级____________________学号________________ 姓名__________

一、**填空题**（每小题 4 分，共 5 小题）

1．曲面 $\sin xy+\sin yz+\sin zx=1$ 在点 $(1,\frac{\pi}{2},0)$ 处的切平面方程为 ________________ 。

2．函数 $f(x,y)=x^2-xy+2y^2$ 在指定点 $(1,-1)$ 沿指定方向 $\vec{S}=(\frac{3}{5},\ \frac{4}{5})$ 的方向导数是______。

3. 设 $f(x,y)=arc\tan\frac{y}{x}$，$x\neq 0$，则 $[f_x(x,y)]^2+[f_y(x,y)]^2=$_______________ 。

4．设周期为 2 的奇函数 $f(x)$ 在 $\left[-1,0\right]$ 上的表达式为 $f(x)=x+1$，它的傅里叶级数的和函数为 $S(x)$，

则 $S(-4)$ =_______。

5．设 $f(x)$ 在区间 $\left[0,1\right]$ 上连续，且 $\int_0^1 f(x)dx=A$，则 $\int_0^1 dx\int_x^1 f(x)f(y)dy$ =_______________。

二、**解下列各题**（每题 7 分，共 5 题）

1. 验证函数 $z=xf(\frac{y}{x^2})$，$x\neq 0$，满足方程式 $x\frac{\partial z}{\partial x}+2y\frac{\partial z}{\partial y}=z$，其中 f 为任意的可微函数。

2．求微分方程 $y''-3y'+2y=xe^{2x}$ 的通解。

3．计算二重积分：$\iint\limits_D \sin\sqrt{x^2+y^2}dxdy,\quad D\colon \pi^2\le x^2+y^2\le 4\pi^2$ 。

4．计算线积分 $\int_L zdx+xdy+yzdz$，其中 L 是曲线 $x=\cos t$，$y=\sin t$，$z=t$ 上从点 $A(1,0,0)$ 到点 $B(1,0,2\pi)$ 的一条曲线段。

5．讨论函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{|x|+|y|}, & (x,y)\neq(0,0),\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ 在 $(0,0)$ 的连续性和可微性。

三、（9 分）设 $\varphi(x)$ 二次可微，对任意闭曲线 c 有 $\oint_c y[\varphi'(x)+e^x]dx+\varphi'(x)dy=0$ 且

$\varphi(0)=0,\ \varphi'(0)=1$，

求$\varphi(x)$。

四、（9 分）设 $f(x, y)$ 为连续函数，$I=\int_{-1}^{0}dx\int_{-x}^{1}f(x, y)dy+\int_{0}^{1}dx\int_{1-\sqrt{1-x^2}}^{1}f(x, y)dy$

交换所给积分的积分次序。

五、（10 分）计算$\iint\limits_{\Sigma}(y+z)dxdy+(x-z)dydz$其中$\Sigma$是平面$x+z=1$，曲面$y=\sqrt{x}$及坐标面$y=0, z=0$所围

成立体的外表面，但除去$z=0$那个表面。

六、（10 分）求函数$f(x\ y\ z)=x^2+y^2+z^2$在条件$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1\ (a>b>c)$下的最大值与最小值。

七、（7 分）求三重积分$\iiint\limits_{\Omega}zdxdydz$，其中$\Omega$是由球面$x^2+y^2+z^2=4$与抛物面$x^2+y^2=3z$所围成的区域。