

武汉大学 2018—2019 学年度第一学期期末考试

高等数学 B (A 卷)

1. 计算  $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \sin \frac{1}{n})^{\sqrt{n^2+1}}$ .

2. 计算  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x+x^2)-x}{e^{\cos x}-e}$ .

3. 计算  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2 \sqrt{1+x^2}} dx$ .

4. 已知函数  $y = f(x)$  由方程  $xy^2 + \sin \frac{\pi}{2} = ye^x$  确定, 求  $y'(0)$ .

5. (1) 求方程  $y''' - y' = 0$  的通解;

(2) 求方程  $y''' - y' = xe^x + \sin x$  的特解形式.

6. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x < 0, \\ ax + b, & x \geq 0. \end{cases}$  可导, 求  $a^2 + b^2$ .

7. 已知参数方程  $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = t \cos t. \end{cases}$  求  $\frac{d^2 y}{dx^2} \Big|_{t=0}$ .

8. 已知函数  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$  在  $x=1$  和  $x=2$  处取得极值.

(1) 求  $a, b$ ;

(2) 求函数  $f(x)$  的拐点;

(3) 证明  $f(2)$  是极小值.

9. 已知函数  $f(x) = \int_{x^2}^1 e^{-t^2} dt$ , 求积分  $\int_0^1 xf(x) dx$ .

10. 已知曲线  $y = \int_0^x \sqrt{\sin t} dt$  ( $0 \leq x \leq \pi$ ), 求曲线的弧长.

11. 求曲线  $y = x^2$ ,  $y = x$  和  $y = 2x$  所围成图形的面积.

12. 已知函数  $f(x)$  在  $[1, 2]$  上连续, 在  $(1, 2)$  上可导, 且  $f(2) = 0$ , 证明: 至少存在一点  $\xi \in (1, 2)$  使得  $\xi f'(\xi) \ln \xi + f(\xi) = 0$ .