2003～2004学年第二学期《高等数学》期末考试试题B卷（216学时）

专业班级____________________学号________________ 姓名__________

一、填空题（每小题4分，共24分）

1、(　)已知$\left(axy^3-y^2\cos x\right)\mathrm{d}x+\left(1+by\sin x+3x^2y^2\right)\mathrm{d}y$为某个二元函数$f(x,y)$的全微分，则$a$和$b$的值分别是________。

A．-2和2　　B．2和-2　　C．-3和3　　D．3和-3

2、(　)曲面$z=\sin x\sin y\sin(x+y)$上点$(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3},\frac{\sqrt{3}}{4})$处的法线与$xoy$面交角的正弦值为：

A.$\frac{2\sqrt{26}}{13}$　　B.$\frac{3\sqrt{26}}{26}$　　C.$\frac{\sqrt{13}}{13}$　　D.$\frac{1}{\sqrt{26}}$

3、(　)$\lim\limits_{r\to 0}\frac{1}{\pi r^2}\iint\limits_D e^{x^2-y^2}\cos(x+y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$

A.π　　B.$\frac{1}{\pi}$　　C.1　　D.-1

4、(　)母线平行于x轴且通过曲线$\begin{cases}2x^2+y^2+z^2=16\\ x^2-y^2+z^2=0\end{cases}$的柱面方程是______

A. $3x^2+2z^2=16$　　B. $3y^2-z^2=16$

C. $x^2+2y^2=16$　　D. $3y^2-z=16$

5、(　)累次积分$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_0^{\cos\theta}f(r\cos\theta,r\sin\theta)r\mathrm{d}r$可写成________。

A. $\int_0^1\mathrm{d}y\int_0^{\sqrt{y-y^2}}f(x,y)\mathrm{d}x$　　B. $\int_0^1\mathrm{d}y\int_0^{\sqrt{1-y^2}}f(x,y)\mathrm{d}x$

C. $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^1 f(x,y)\mathrm{d}y$　　D. $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^{\sqrt{x-x^2}}f(x,y)\mathrm{d}y$

6、(1)(　)级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^{2n}}{n4^n}$的收敛域为：

A．$(0,4)$　　B. $(0,4]$　　C. $[0,4)$　　D. $[0,4]$

二、(12分)设函数$f(x,y)=\begin{cases}(x^2+y^2)\sin\frac{1}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\neq 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$，问在原点$(0,0)$处：

(1)偏导数是否存在？(2)偏导数是否连续？(3)是否可微？均说明理由。

三、(6分)设$z=f(x,y,u)=xy+xF(u)$，其中F为可微函数，且$u=\frac{y}{x}$，

试证明：$x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=z+xy$。

四、（6 分）设 D 是矩形域：$0 \le x \le \pi$ ，$0 \le y \le \pi$ ，计算二重积分

$$\iint\limits_D \max\{x, y\} \sin x \sin y \mathrm{d}x\mathrm{d}y \text{；}$$

五、（10 分）将函数 $f(x) = 2 + |x|$，（$-1 \le x \le 1$）展成以 2 为周期的傅立叶级数，并用之求级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ 的和。

六、（12 分）设 $f(u)$ 连续，$F(t) = \iiint\limits_{G_t} [z^2 + f(x^2 + y^2)]\mathrm{d}V$ ，

其中 $G_t : 0 \le z \le h, x^2 + y^2 \le t^2$，求 $\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}t}$ 及 $\lim\limits_{t \to 0^+} \frac{\int_0^1 F(xt)\mathrm{d}x}{t}$ 。

七、（8 分）求微分方程 $y'' - 4y' + 4y = 3\mathrm{e}^{2x}$ 的通解；

八、（12 分）已知平面两定点 $A(1,3)$，$B(4,2)$。试在方程为 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$（$x \ge 0, y \ge 0$）的椭圆周上求一点 C，使 ΔABC 的面积最大？

九、（10 分）计算：

$$I = \iint\limits_{\sigma} [f(x, y, z) + x]\mathrm{d}y\mathrm{d}z + [2f(x, y, z) + y]\mathrm{d}z\mathrm{d}x + [f(x, y, z) + z]\mathrm{d}x\mathrm{d}y \text{，}$$

其中 $f(x, y, z)$ 为连续函数，σ 为平面 $x - y + z = 1$ 在第 4 卦限部分的上侧。