2002～2003学年第二学期《高等数学》期末考试试题A卷（180学时）

专业班级____________________学号________________ 姓名__________

一、填空题（每小题4分）

1、$u=\ln(x+\sqrt{y^2+z^2})$在点A（1，0，1）处沿点A指向B（3，-2，2）方向的方向导数为______________。

2、方程$y''-y=e^x$的特解形式 ________________。

3、设$D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le\rho^2\}$，$f$为为连续函数，则

$$\lim_{\rho\to0}\frac{1}{\pi\rho^2}\iint_D f(x,y)dxdy=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。$$

4、设周期为2的函数$f(x)$在[-1，1]上的表达式为$f(x)=|x|$，它的傅里叶级数的和函数为$s(x)$，则$s(-5)=$_________。

5、曲面$F(x,y,z)=4x^2+4z^2-17y^2+2y-1=0$，在点M（2，1，0）处的切平面方程为____________________。

二、计算下列各题（每小题7分）

1、 求微分方程$(2x-xy^2)dx+(3y-x^2y)dy=0$满足$y(2)=1$的特解函数。

2、 讨论函数$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{\sin2(x+y)}{x+y} & x+y\ne0\\ 2 & x+y=0\end{cases}$在点（0，0）处的连续性。

3、 交换$\int_1^e dx\int_0^{\ln x}f(x,y)dy$的积分次序。

4、 设L是由$|y|=1-x^2\,(-1\le x\le1)$表示的正向曲线，求$\oint_L\dfrac{2xdx+ydy}{2x^2+y^2}$的值。

5、 设S为：$x^2+y^2+z^2=4$，求$\oiint_S(x^2+y^2)ds$。

三、（10 分）设 $z = f(e^x \sin y, y)$， f 有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$， $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$。

四、（8 分）求曲面 $xy - z^2 + 1 = 0$ 上离原点最近的点。

五、（10 分）计算 $\oiint\limits_S x^3 dydz + y^3 dxdz + z^3 dxdy$，其中 S 是空间立体

$\Omega: x^2 + y^2 + z^2 \le 2Rz$，$x^2 + y^2 \le 3z^2$ 的整个表面外侧。

六、（12 分）试确定可微函数 $\varphi(x)$（已知 $\varphi(1)$=0），使曲线积分 $I = \int_L [x - \varphi(x)] \dfrac{y}{x} dx + \varphi(x) dy$

与路径无关屏求当 L 的起点为 A（1，0），终点为 B（ π, π ）时此积分的值。

七、（5 分）设 $f(x)$ 在[-1，1]上连续，且 $\Omega: x^2 + y^2 + z^2 \le 1$，证明：

$$\iiint\limits_\Omega f(x) dxdydz = \pi \int_{-1}^{1} f(x)(1 - x^2) dx \quad 。$$