2003～2004学年第二学期《高等数学》期末考试试题A卷（180学时）

专业班级____________________学号_________________ 姓名__________

一、 填空题（每小题4分）

1．曲线 $x=t^3, y=2t, z=t$ 上相应于 $y=2$ 的点处的切线方程是__________。

2．$u=z\arctan\dfrac{y}{x}$ 在点A（1，0，1）处沿点A指向点B（3，-2，2）方向的方向导数为_______。

3．设 $V=\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2+z^2\le\rho^2\}$，则 $\lim\limits_{\rho\to0}\dfrac{1}{\pi\rho^3}\iiint\limits_V e^{x^4+y^2+z^4}dxdydz$ =______。

4．设周期为4的偶函数 $f(x)$ 在[0，2]上的表达式为 $f(x)=x$，它的傅里叶级数的和函数为 $s(x)$，则 $s(-5)$ =_______。

5．微分方程 $y^{(4)}-y=0$ 的通解是_______________。

二、 计算下列各题（每小题7分）

1． 求微分方程 $y''+3y'+2y=4e^{-2x}$ 的通解。

2．设 f 具有二阶连续偏导数，且 $z=xf(x,\dfrac{y}{x})$，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

3．计算 $I=\int_1^2 dx\int_{\sqrt{x}}^{x}\sin\dfrac{\pi x}{2y}dy+\int_2^4 dx\int_{\sqrt{x}}^{2}\sin\dfrac{\pi x}{2y}dy$。

4．计算 $I=\int_L(e^x\sin y-my)dx+(e^x\cos y-m)dy$，其中 L 为从点 $A(a,a)$ 沿曲线 $y=\sqrt{2ax-x^2}$ 到点 $O(0,0)$ 的曲线弧（$a>0$）。

5．计算 $\iint\limits_S(x^2\cos\alpha+y^2\cos\beta+z^2\cos\gamma)ds$，其中S为锥面 $x^2+y^2=z^2$ 上位于 $0\le z\le h$ 的部分，而 $\cos\alpha,\cos\beta,\cos\gamma$ 为S的外法线的方向余弦。

三、讨论函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & x^2+y^2\ne0\\ 0 & x^2+y^2=0\end{cases}$ 在（0，0）处的连续性、可导性、可微性。（10分）

四、求旋转椭球面 $x^2+y^2+\dfrac{z^2}{4}=1$ 在第一卦限部分上的一点,使该点处的切平面与三标面所围成的四面体的体积最小。(10 分)

五、试将 $I=\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} dy \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{2-x^2-y^2}} z^2 dz$ 分别表示为柱面坐标和球面坐标下的三次积分,并计算其值。(10 分)

六、试确定可微函数 $\varphi(x)$ (已知 $\varphi(1)=1$),使曲线积分

$$I=\int_L y\varphi(x)dx+[2x\varphi(x)-x^2]dy$$

在右半平面($x>0$)与路径无关。(8 分)

七、设 $z=f(x,y)$ 在平面有界闭区域 D 上具有二阶连续偏导数,且 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}\equiv 0$, $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\neq 0$,在 D 内处处成立,证明 Z 的最大值与最小值只能在 D 的边界上达到。(7 分)