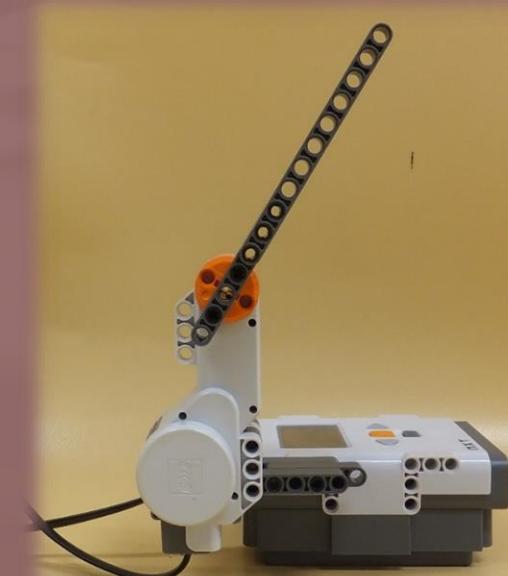
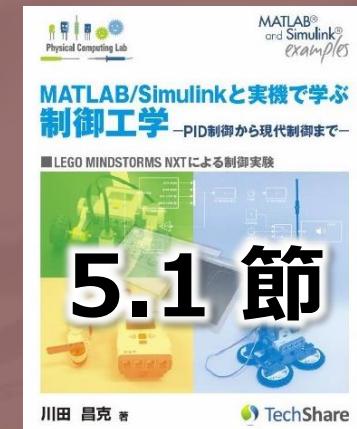


モデルに基づいた PID コントローラの設計

- MBD とは
- モータ駆動系のモデリング
 - 出力を角速度とした場合
 - 出力を角度とした場合
- モデルマッチング
 - P-D 制御系設計
 - I-PD 制御系設計



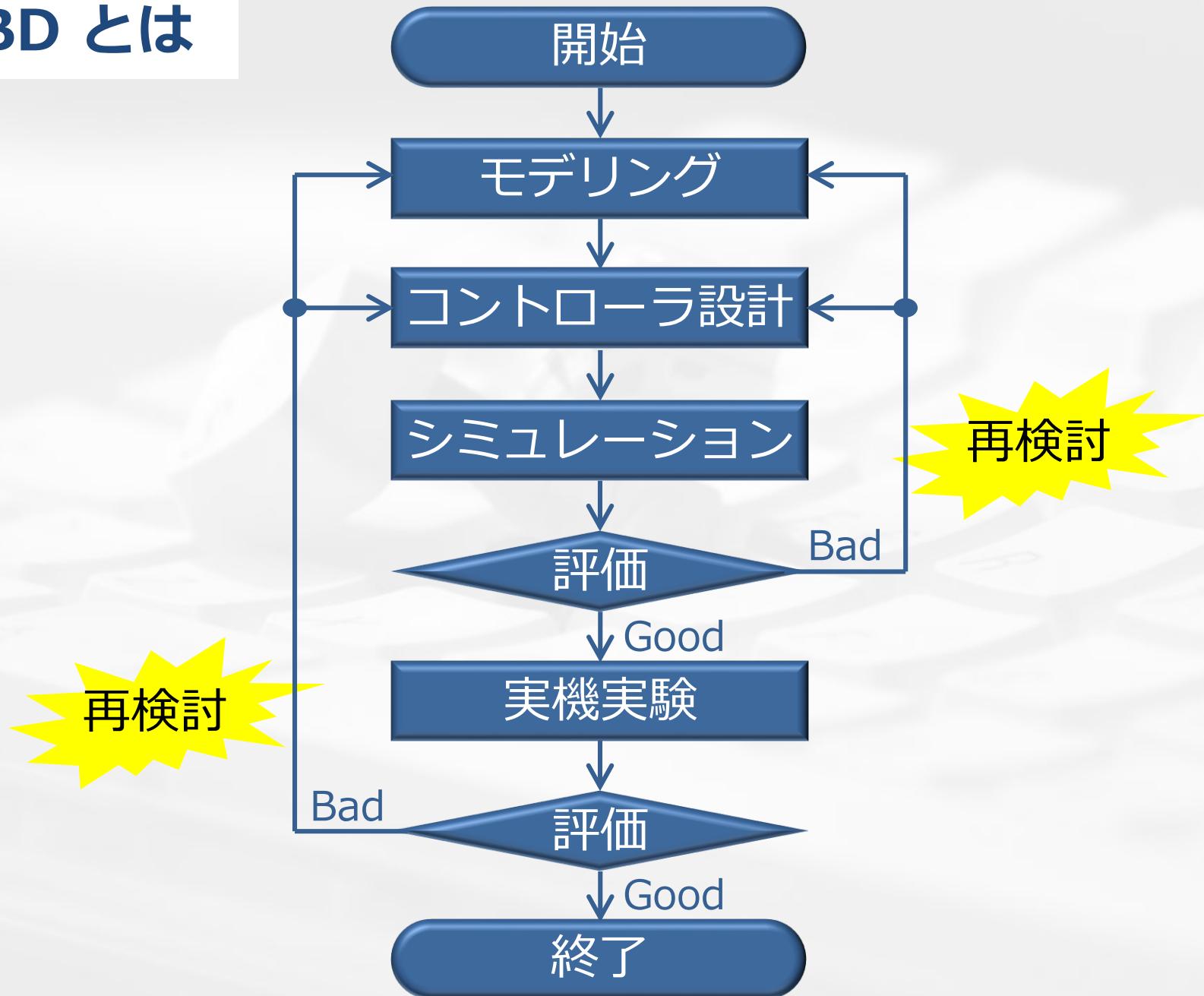
MBD とは

MBD: Model Based Design
(モデルベース設計)

Model Based Development
(モデルベース開発)

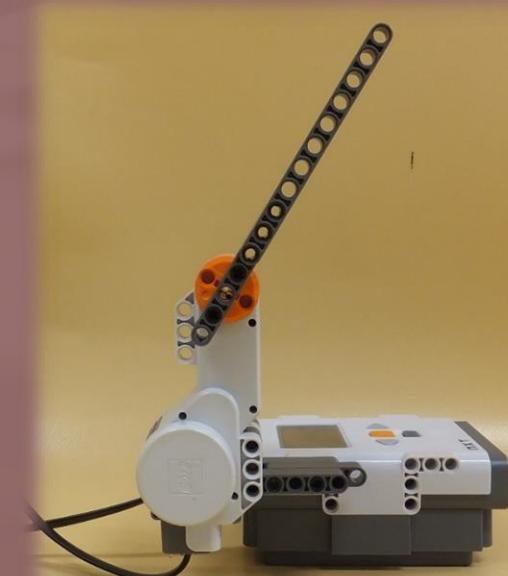
制御対象のモデルに基づいて、
系統的にコントローラを設計 !

MBD とは



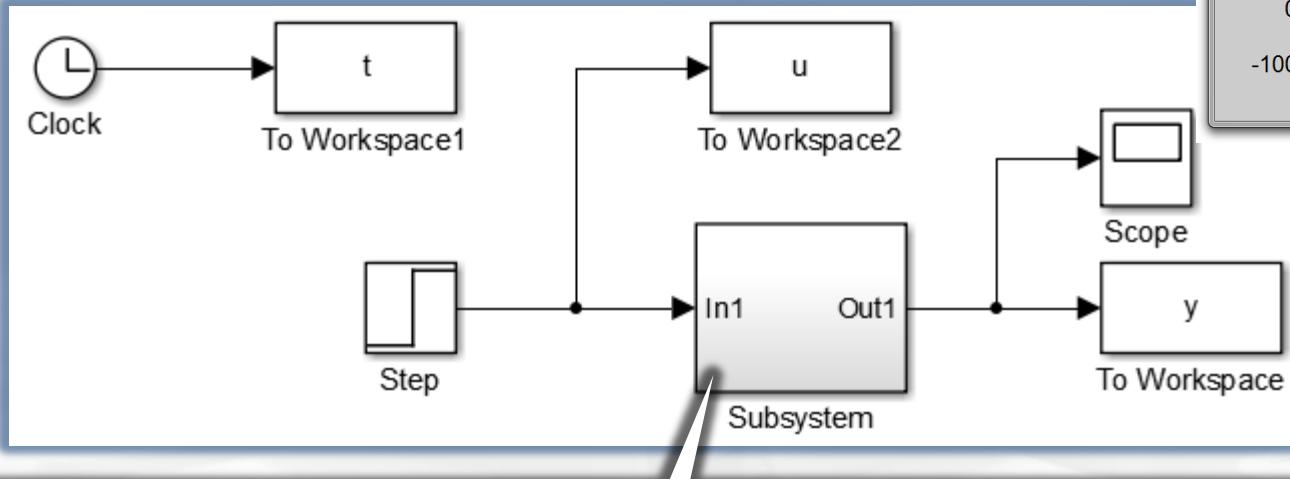
モデルに基づいた PID コントローラの設計

- MBD とは
- モータ駆動系のモデリング
 - 出力を角速度とした場合
 - 出力を角度とした場合
- モデルマッチング
 - P-D 制御系設計
 - I-PD 制御系設計

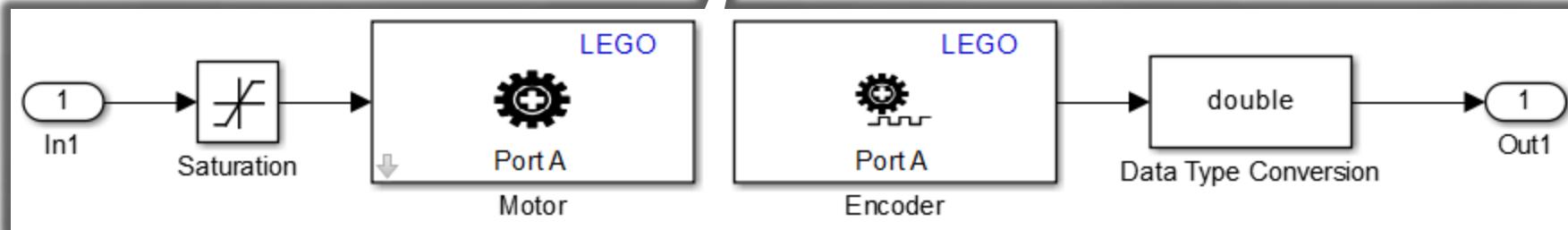


角度の計測

ステップ1



model_c.slx



```
>> h = 0.01;
```

```
>> t = t - 1;
```

```
>> save id_data h t y
```

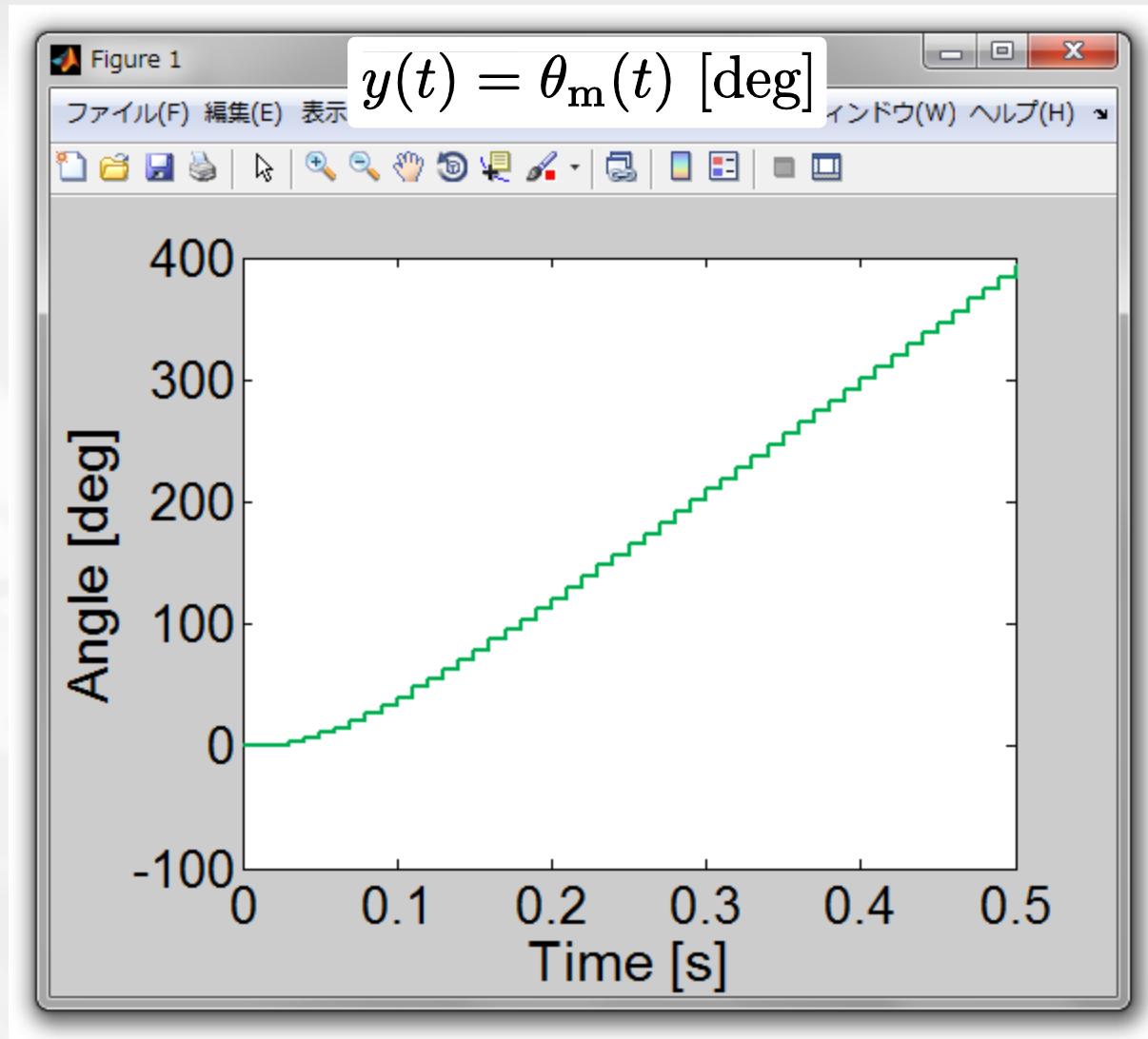
角度の計測

ステップ 1 $u(t) = u_c = 100$

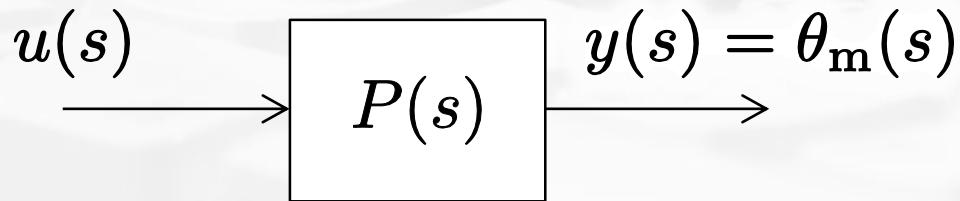
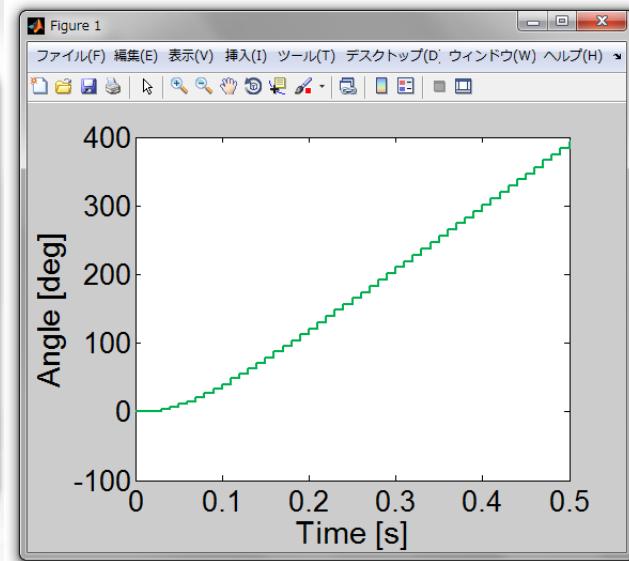
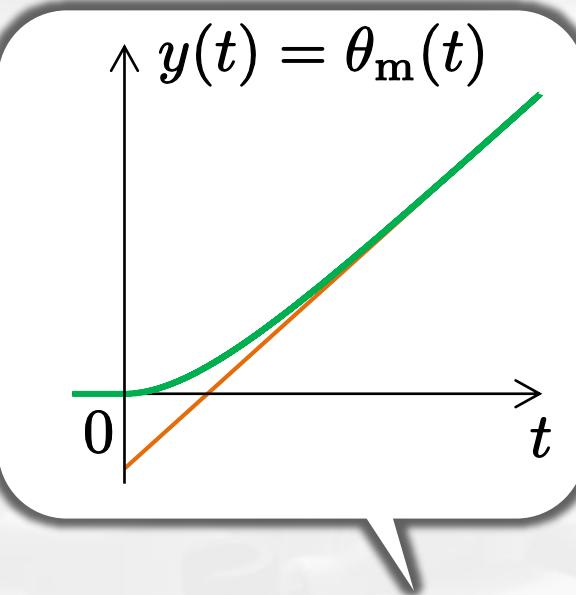
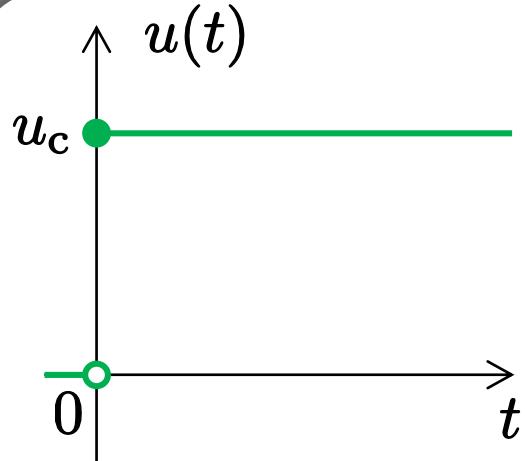
動画：NXT_const.wmv



角度の計測



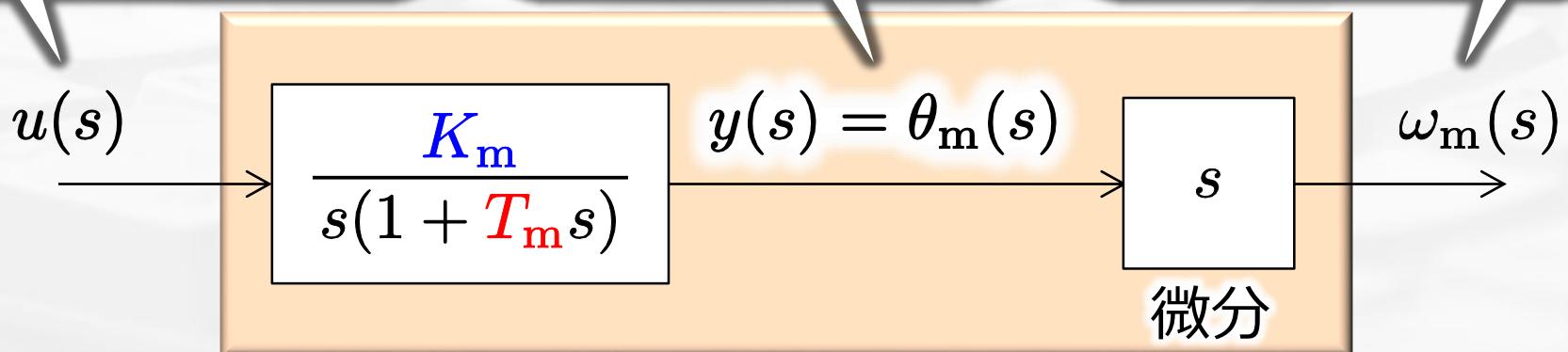
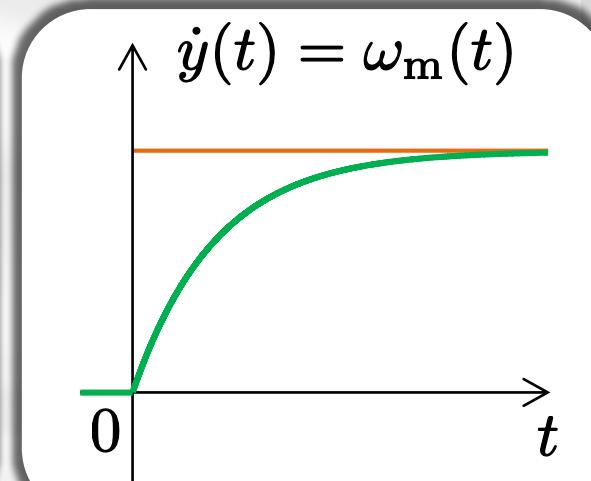
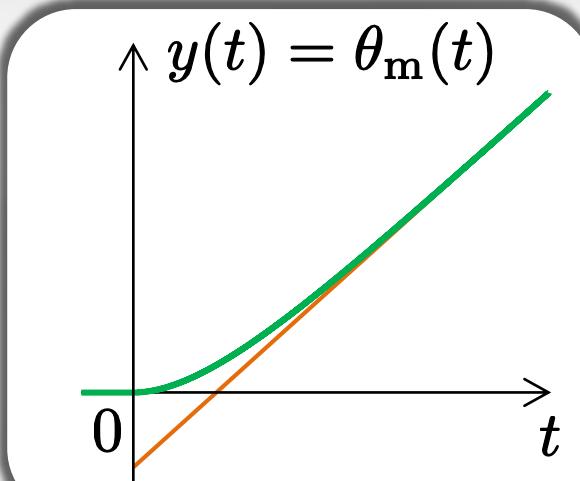
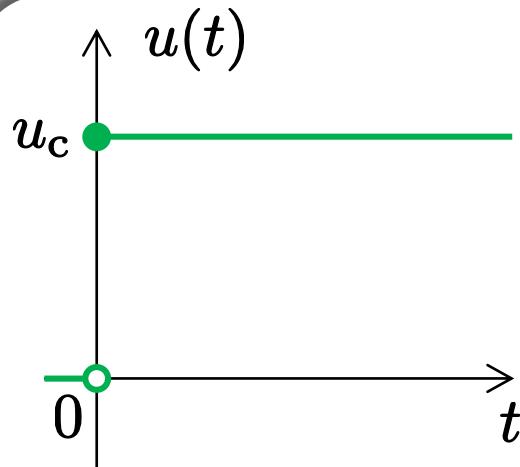
モータ駆動系のモデル(出力:角度)



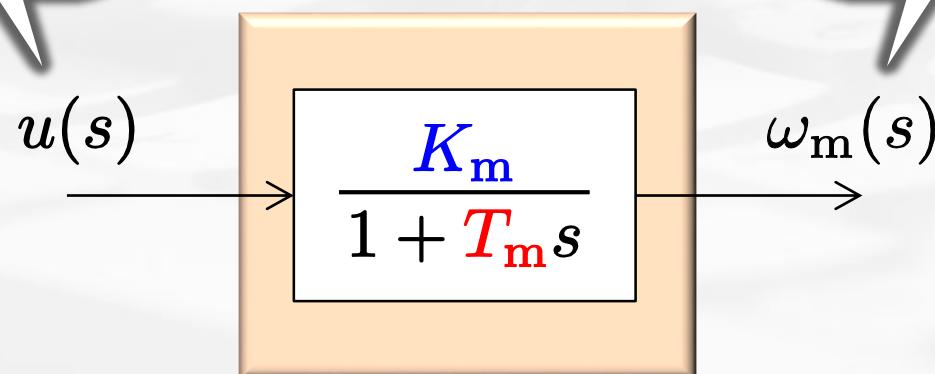
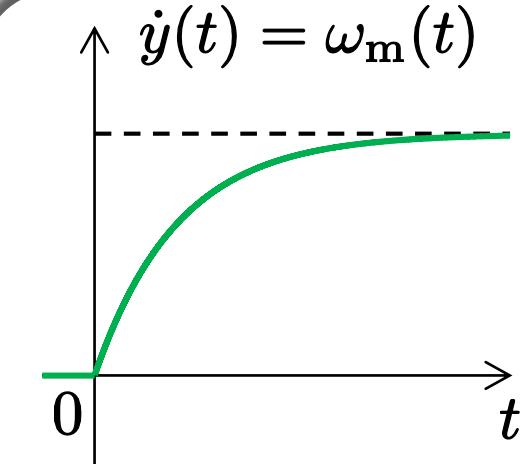
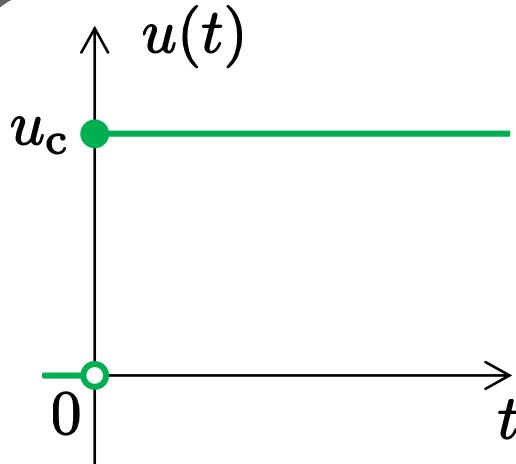
$$P(s) = \frac{K_m}{s(1 + T_m s)}$$

T_m, K_m
を定める

モータ駆動系のモデル（出力：角速度）



モータ駆動系のモデル（出力：角速度）



1 次遅れ要素

ラプラス変換表

ラプラス変換

$$f(s) = \mathcal{L}[f(t)]$$

逆ラプラス変換

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}[f(s)] \quad (t \geq 0)$$

$f(t)$	$f(s)$	$f(t)$	$f(s)$
$\delta(t)$	1	$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
1	$\frac{1}{s}$	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
t	$\frac{1}{s^2}$	$e^{-at} \cos \omega t$	$\frac{s + a}{(s + a)^2 + \omega^2}$
e^{-at}	$\frac{1}{s + a}$	$e^{-at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s + a)^2 + \omega^2}$
te^{-at}	$\frac{1}{(s + a)^2}$		

1 次遅れ要素のステップ応答

$$\omega_m(s) = P_v(s)u(s), \quad P_v(s) = \frac{K_m}{1 + T_m s}$$

$$u(t) = u_c \iff u(s) = \frac{1}{s} \times u_c$$

部分分数分解

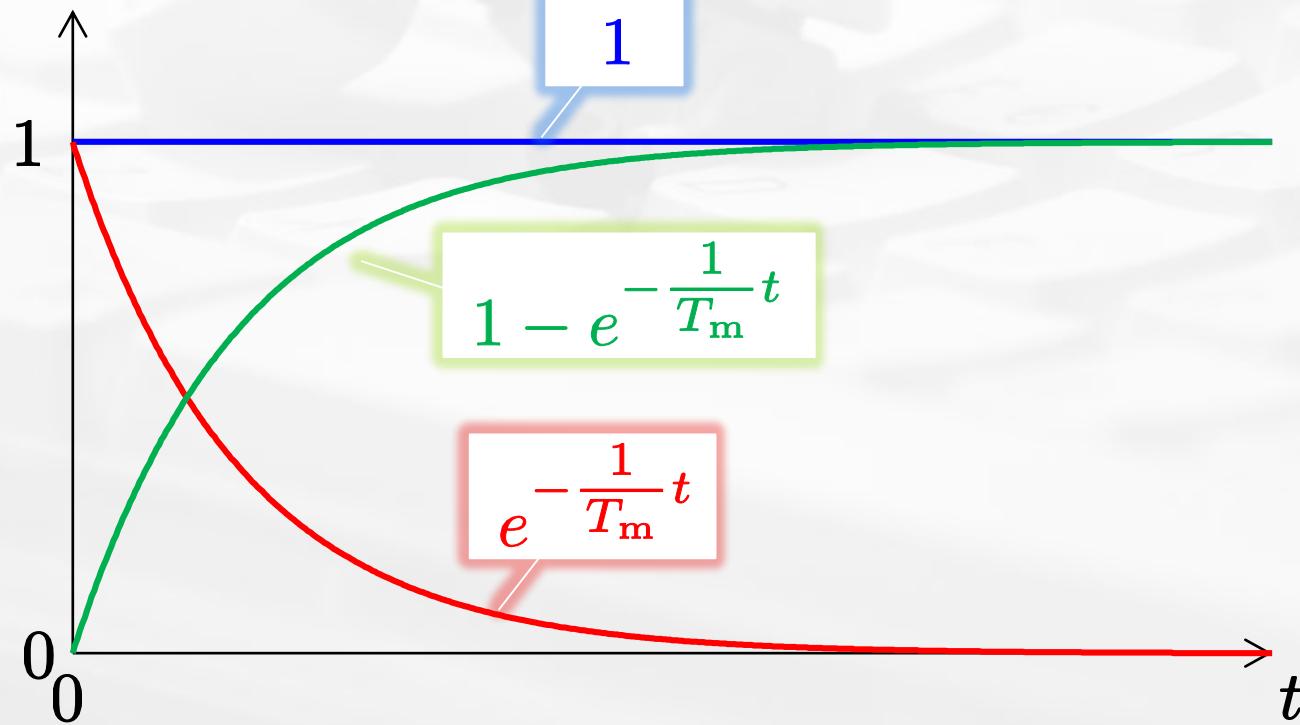
$$\omega_m(s) = \frac{K_m u_c}{s(1 + T_m s)} = K_m u_c \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s + 1/T_m} \right)$$

逆ラプラス変換

$$\begin{aligned}\omega_m(t) &= K_m u_c \left(\mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{s} \right] - \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{s + 1/T_m} \right] \right) \\ &= K_m u_c \left(1 - e^{-\frac{1}{T_m} t} \right)\end{aligned}$$

1次遅れ要素のステップ応答

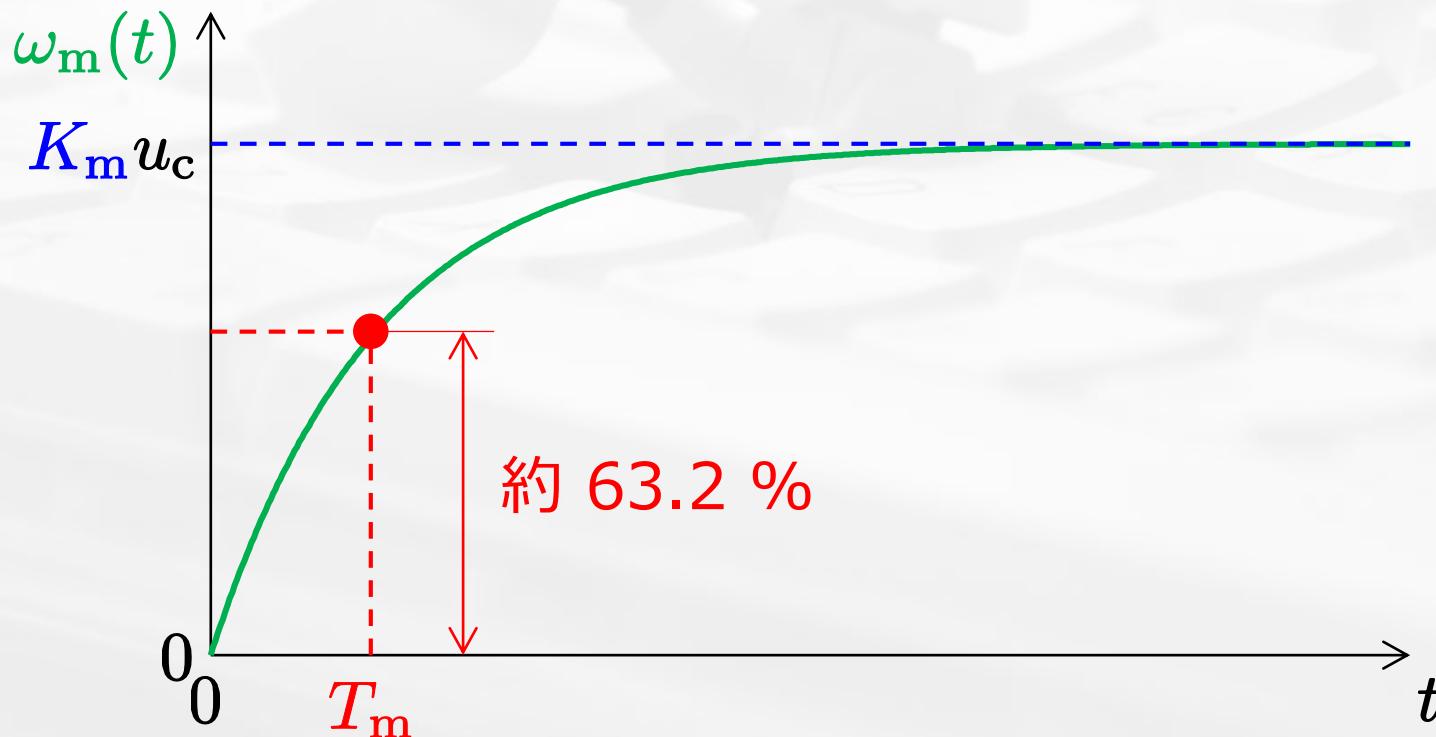
$$\omega_m(t) = K_m u_c \left(1 - e^{-\frac{1}{T_m}t} \right)$$



1次遅れ要素のステップ応答

$$\omega_m(t) = K_m u_c \left(1 - e^{-\frac{1}{T_m} t} \right)$$

- $\lim_{t \rightarrow \infty} \omega_m(t) = K_m u_c$
- $\omega_m(T_m) = K_m u_c (1 - e^{-1}) \doteq 0.632 \times K_m u_c$



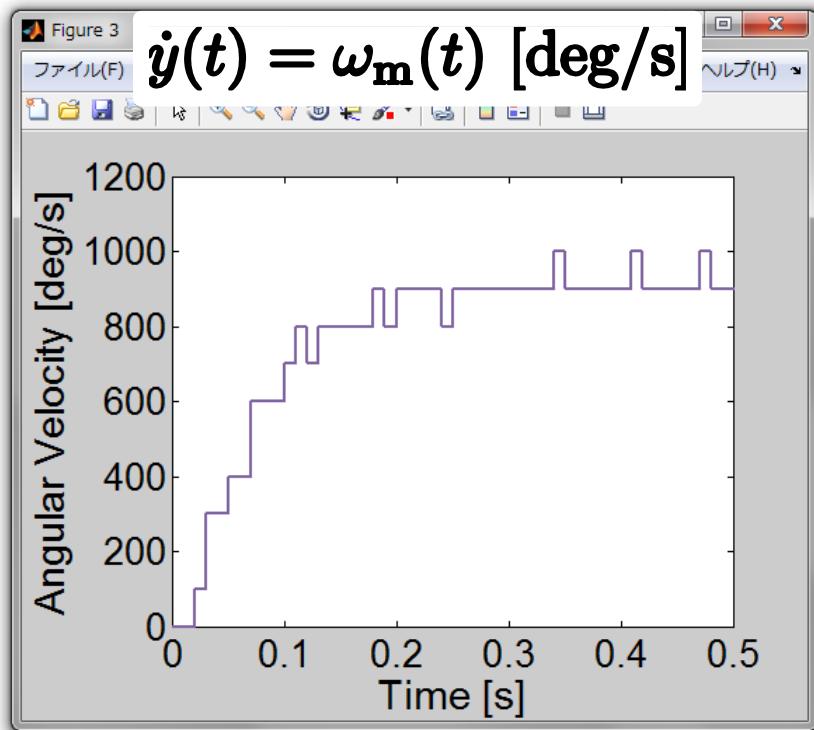
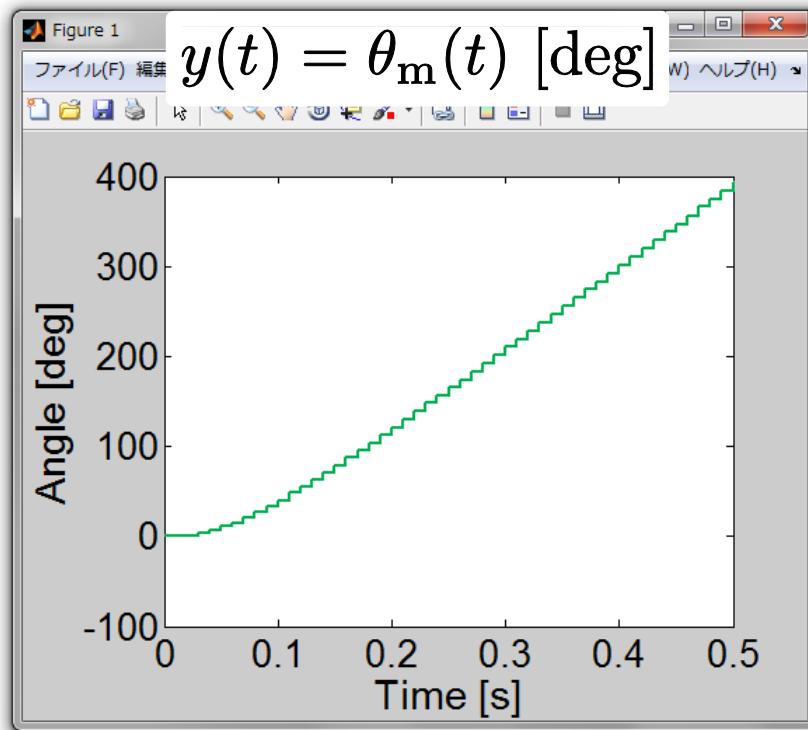
角速度の算出 (後退差分近似)

$$\begin{cases} \omega_m[1] = 0 \\ \omega_m[k] = \frac{y[k] - y[k-1]}{h} \quad (k = 2, 3, \dots, n) \end{cases}$$

- チャタリングが大きい
- 時間が遅れる

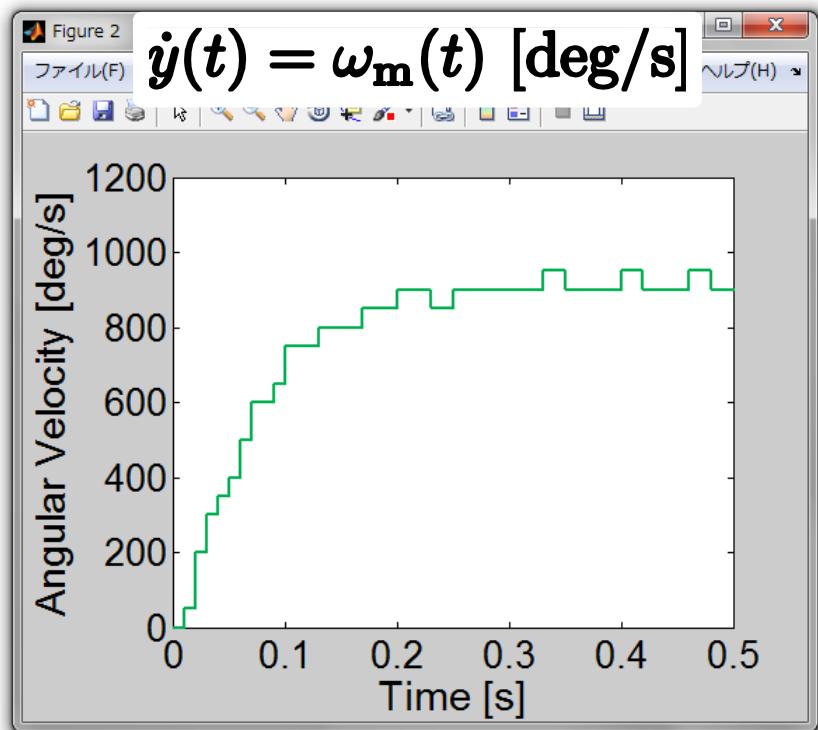
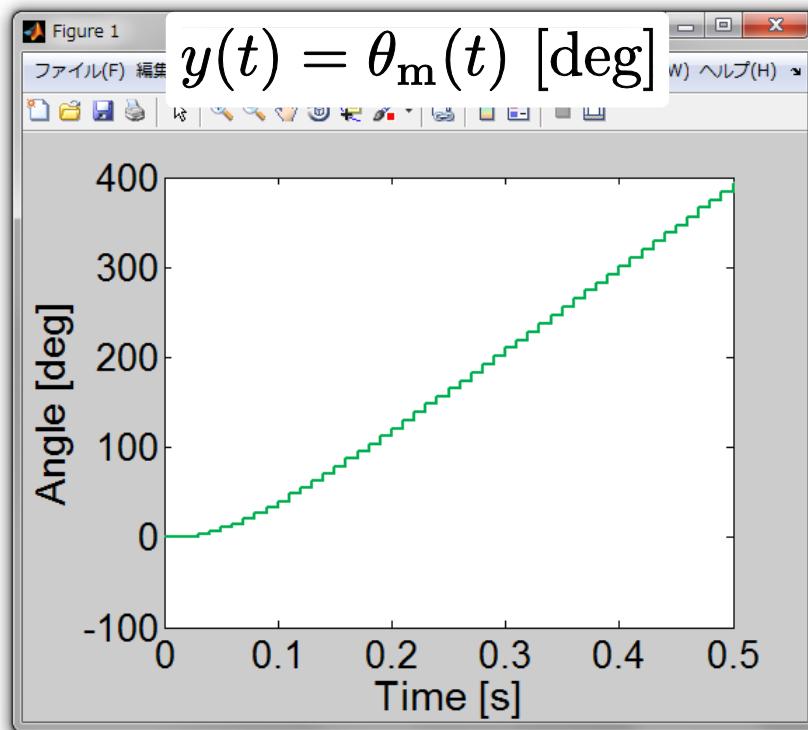
オンライン
で処理

>> velocity_calc



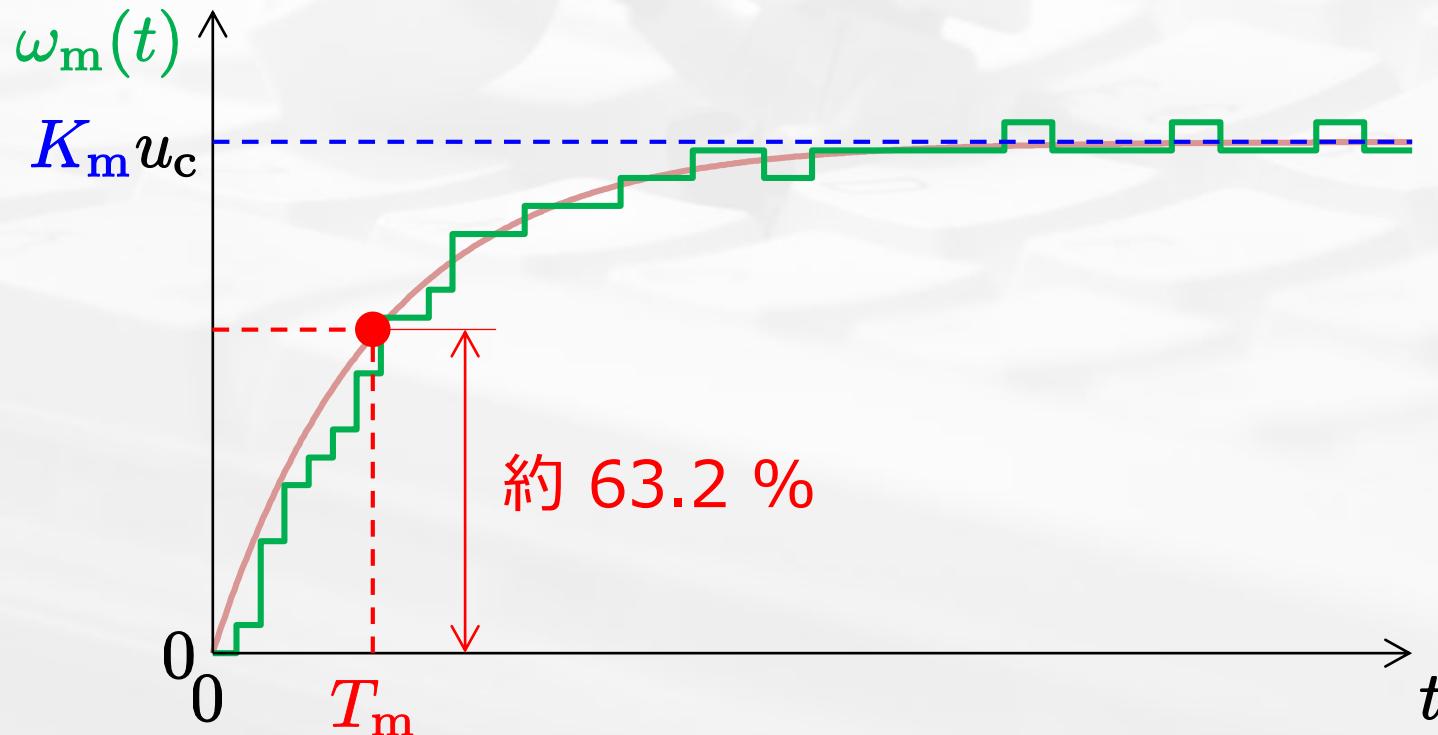
角速度の算出 (中心差分近似)

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_m[1] = \frac{-3y[1] + 4y[2] - y[3]}{2h} \\ \omega_m[k] = \frac{y[k+1] - y[k-1]}{2h} \quad (k = 2, 3, \dots, n-1) \\ \omega_m[n] = \frac{y[n-2] - 4y[n-1] + 3y[n]}{2h} \end{array} \right.$$



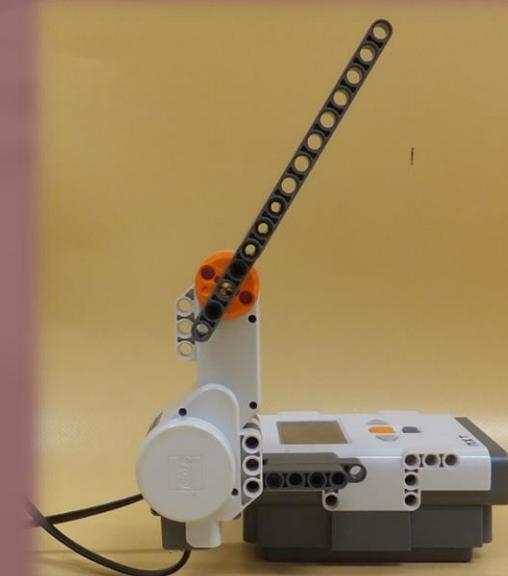
1 次遅れ要素のステップ応答

- 定常値と定常値の 63.2% に至る時間から未知パラメータ T_m , K_m を決定可能
- チャタリングの影響や分解能の大きさなど、データが悪条件

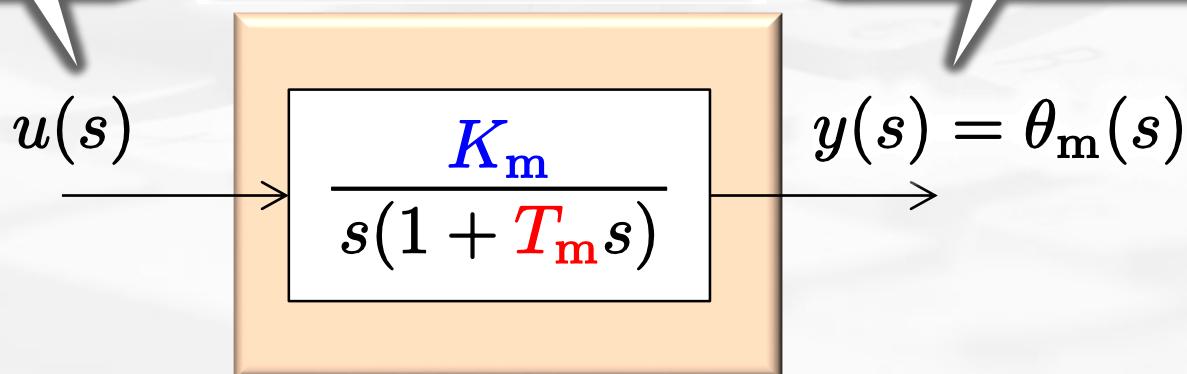
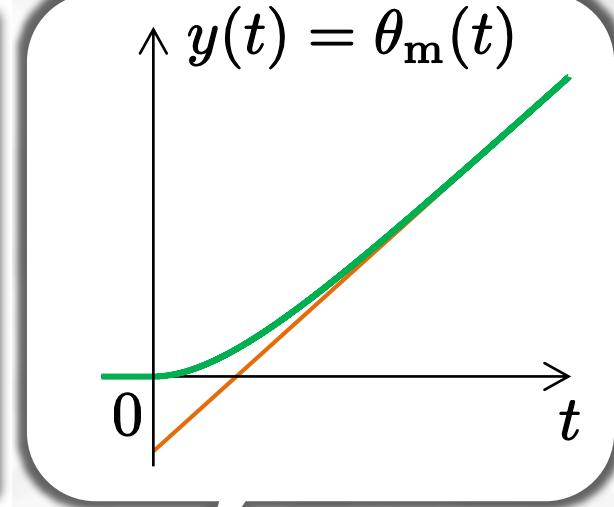
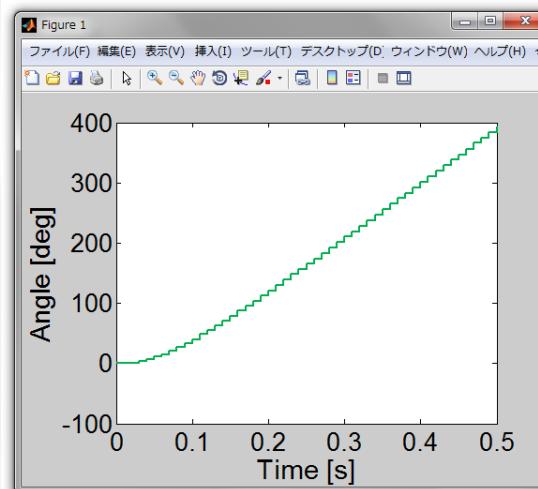
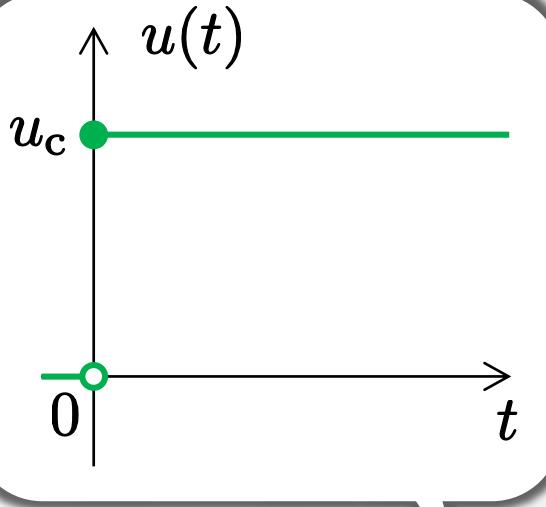


モデルに基づいた PID コントローラの設計

- MBD とは
- モータ駆動系のモデリング
 - 出力を角速度とした場合
 - 出力を角度とした場合
- モデルマッチング
 - P-D 制御系設計
 - I-PD 制御系設計



モータ駆動系のモデル (出力 : 角度)



1 次遅れ要素 + 積分器

“1次遅れ要素”+“積分器”のステップ応答

$$y(s) = P(s)u(s), \quad P(s) = \frac{K_m}{s(1 + T_m s)}$$

$$u(t) = u_c \iff u(s) = \frac{1}{s} \times u_c$$

部分分数分解

$$y(s) = \frac{K_m u_c}{s^2(1 + T_m s)} = K_m u_c \left(\frac{1}{s^2} - \frac{T_m}{s} + \frac{T_m}{s + 1/T_m} \right)$$

逆ラプラス変換

$$\begin{aligned} y(t) &= K_m u_c \left(\mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{s^2} \right] - T_m \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{s} \right] + T_m \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{s + 1/T_m} \right] \right) \\ &= K_m u_c \left(t - T_m + T_m e^{-\frac{1}{T_m}t} \right) \end{aligned}$$

“1次遅れ要素”+“積分器”のステップ応答

$$y(t) = \theta_m(t) = K_m u_c \left(t - T_m + T_m e^{-\frac{1}{T_m}t} \right)$$

初期状態

$$y(0) = 0$$

定常状態

$$t \rightarrow \text{大のとき } y(t) \doteq K_m u_c (t - T_m)$$

1次関数

単調増加



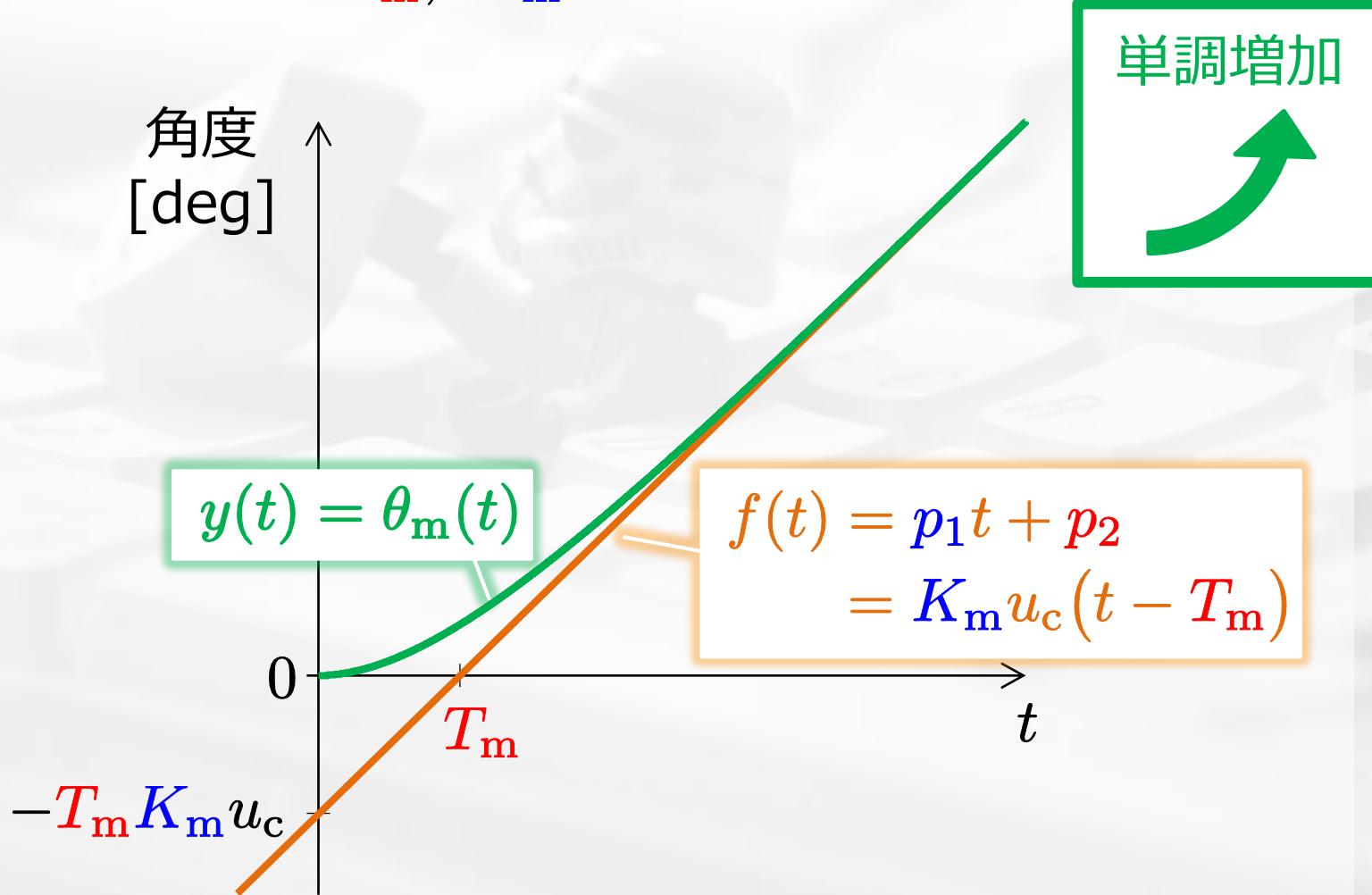
時間微分

$$\dot{y}(t) = \omega_m(t) = K_m u_c \left(1 - e^{-\frac{1}{T_m}t} \right) \geq 0 \quad (t \geq 0)$$

$$\ddot{y}(t) = \alpha_m(t) = \frac{K_m}{T_m} u_c e^{-\frac{1}{T_m}t} > 0 \quad (t \geq 0)$$

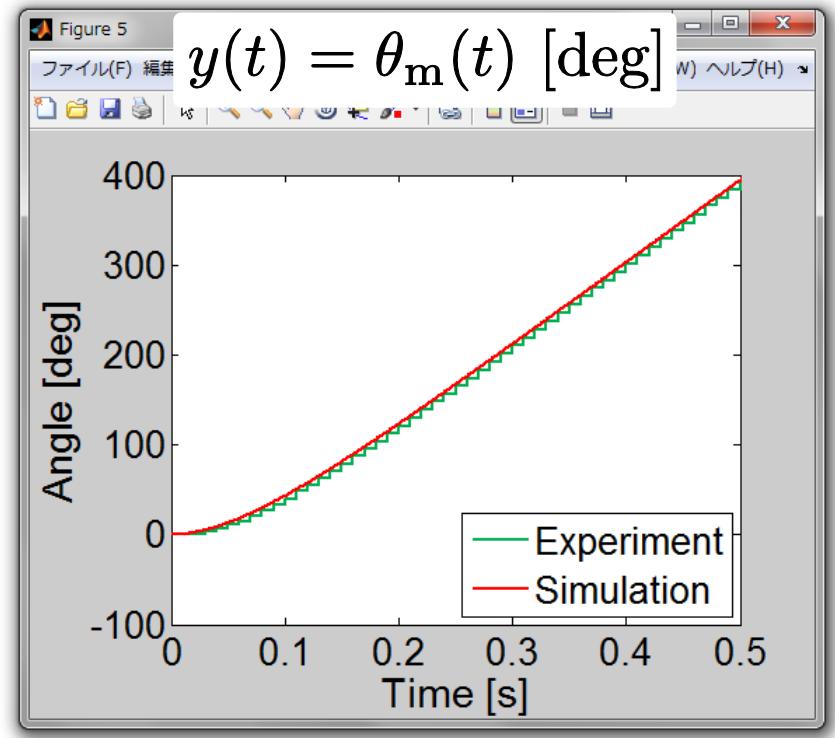
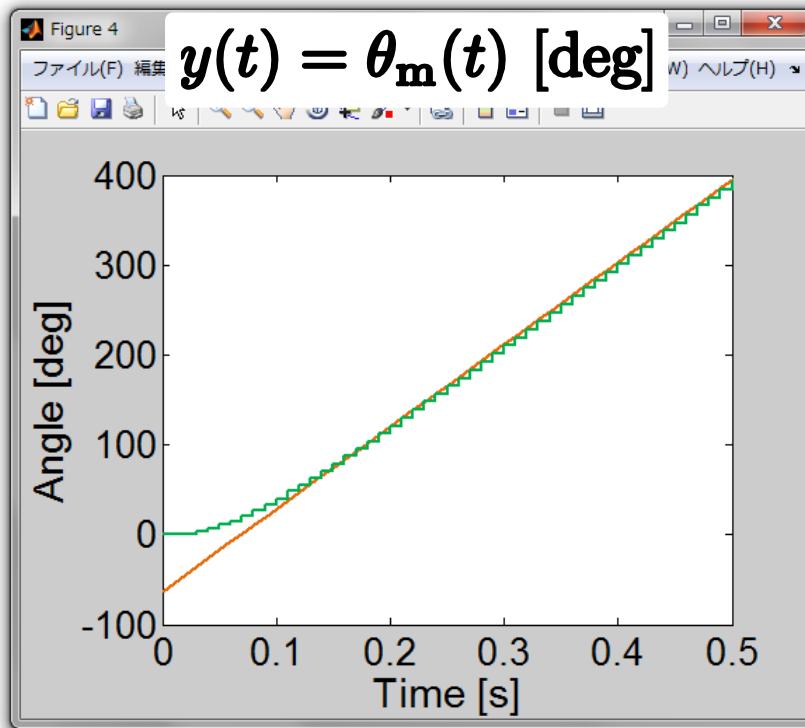
“1次遅れ要素”+“積分器”のステップ応答

- 漸近線の傾きと漸近線が時間軸と交わる値から未知パラメータ T_m , K_m を決定可能



最小二乗法によるパラメータ同定

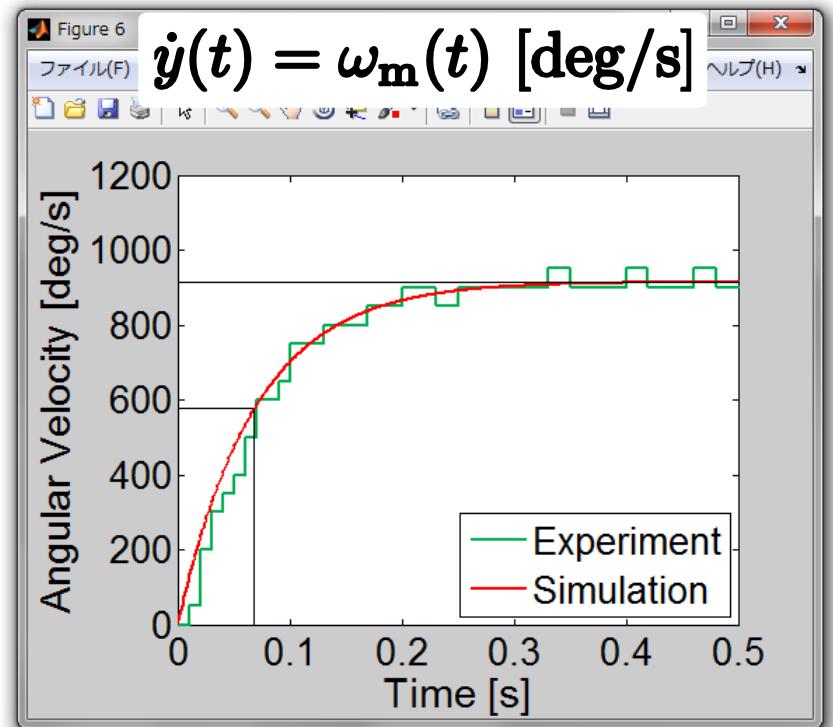
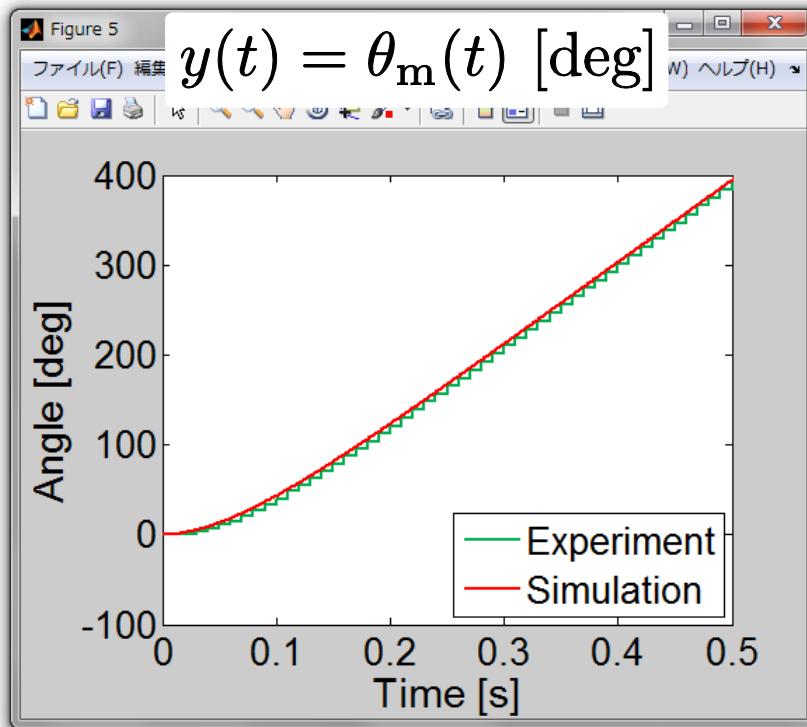
>> ident_para



$$f(t) = p_1 t + p_2 \\ = K_m u_c (t - T_m) \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} K_m = \frac{p_1}{u_c} = 9.15 \times 10^0 \\ T_m = -\frac{p_2}{K_m u_c} = 6.87 \times 10^{-2} \end{array} \right.$$

最小二乗法によるパラメータ同定

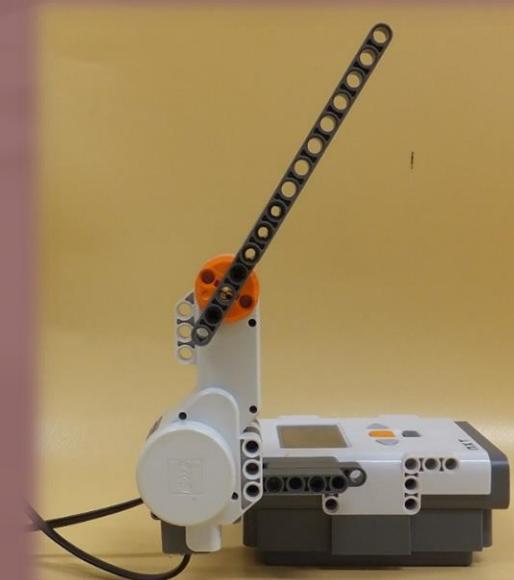
>> ident_para



$$f(t) = p_1 t + p_2 \\ = K_m u_c (t - T_m) \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} K_m = \frac{p_1}{u_c} = 9.15 \times 10^0 \\ T_m = -\frac{p_2}{K_m u_c} = 6.87 \times 10^{-2} \end{array} \right.$$

モデルに基づいた PID コントローラの設計

- MBD とは
- モータ駆動系のモデリング
 - 出力を角速度とした場合
 - 出力を角度とした場合
- モデルマッチング
 - P-D 制御系設計
 - I-PD 制御系設計



P-D 制御 (微分先行型 PD 制御)

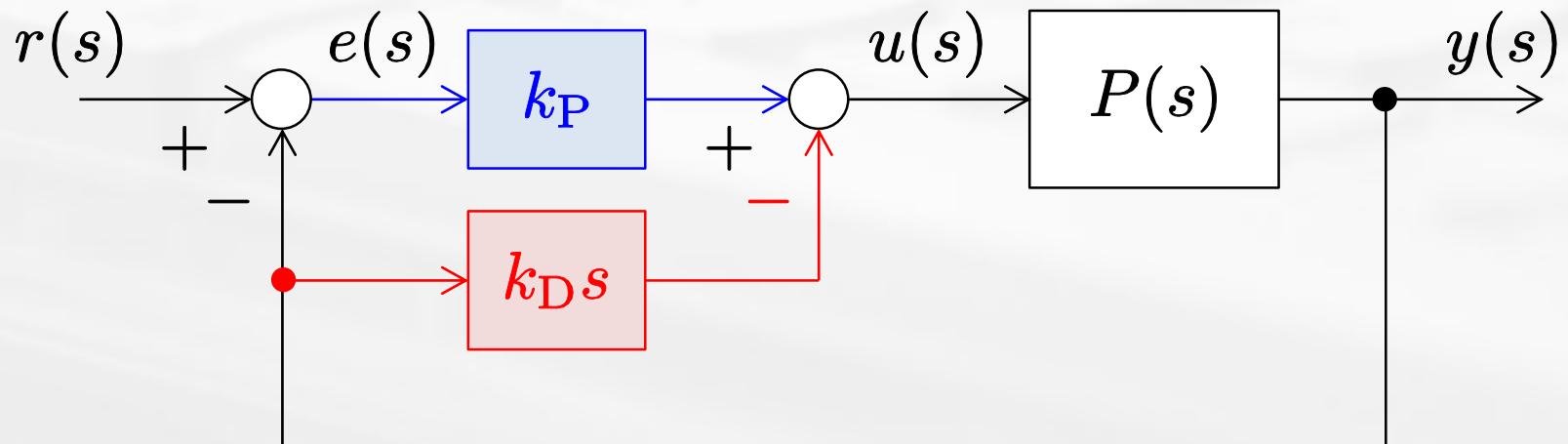
制御対象のモデル：1 次遅れ要素 + 積分器

$$y(s) = P(s)u(s)$$

$$P(s) = \frac{K_m}{s(1 + T_m s)} = \frac{b}{s(s + a)}, \quad \begin{cases} a = 1/T_m \\ b = K_m/T_m \end{cases}$$

P-D コントローラ

$$u(t) = k_P e(t) - k_D \dot{y}(t) \leftrightarrow u(s) = k_P e(s) - k_D s y(s)$$



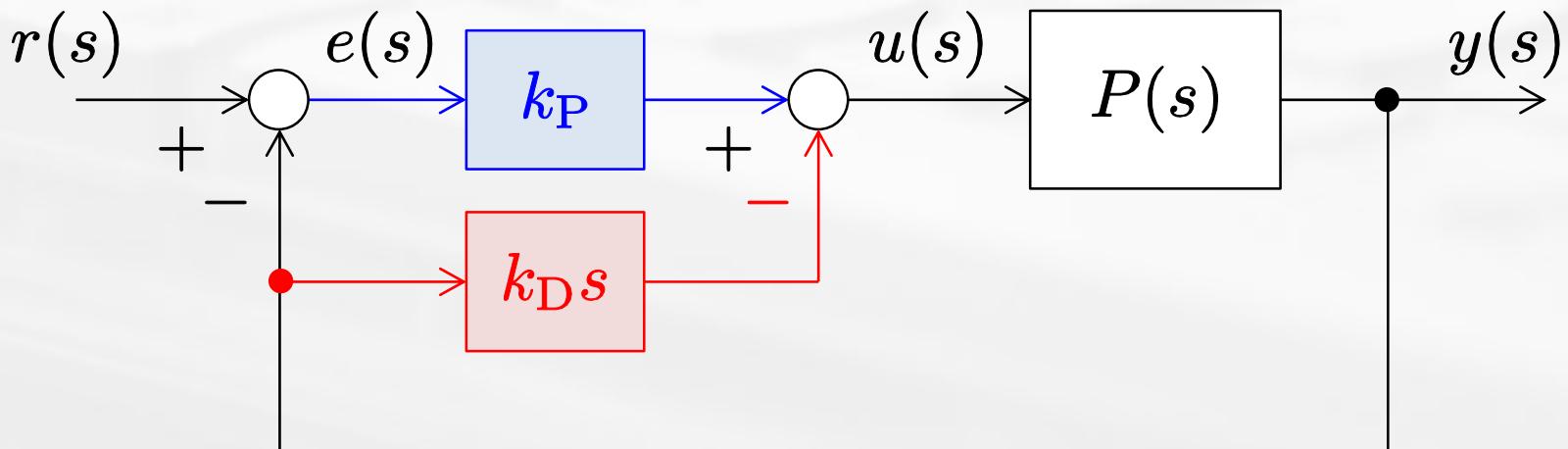
P-D 制御 (微分先行型 PD 制御)

2 次遅れ
要素

$$y(s) = G_{yr}(s)r(s)$$

$$G_{yr}(s) = \frac{bk_P}{s^2 + (a + bk_D)s + bk_P} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$\begin{cases} bk_P = \omega_n^2 \\ a + bk_D = 2\zeta\omega_n \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \omega_n = \sqrt{bk_P} \\ \zeta = \frac{a + bk_D}{2\omega_n} = \frac{a + bk_D}{2\sqrt{bk_P}} \end{cases}$$

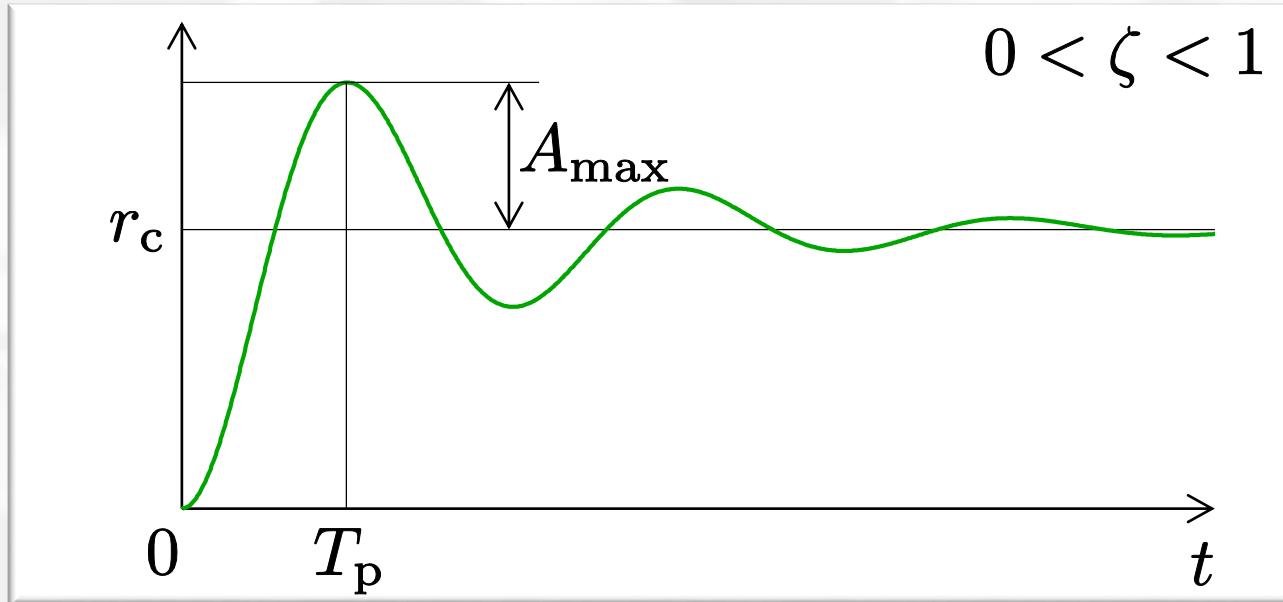


P-D 制御 (微分先行型 PD 制御)

2 次遅れ
要素

$$y(s) = G_{yr}(s)r(s)$$

$$G_{yr}(s) = \frac{bk_P}{s^2 + (a + bk_D)s + bk_P} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$



$$\begin{cases} A_{\max} \\ T_p \end{cases} \xrightarrow{\hspace{2cm}} \begin{cases} \zeta \\ \omega_n \end{cases} \xrightarrow{\hspace{2cm}} \begin{cases} k_P = \frac{\omega_n^2}{b} \\ k_D = \frac{2\zeta\omega_n - a}{b} \end{cases}$$

P-D 制御 (微分先行型 PD 制御)

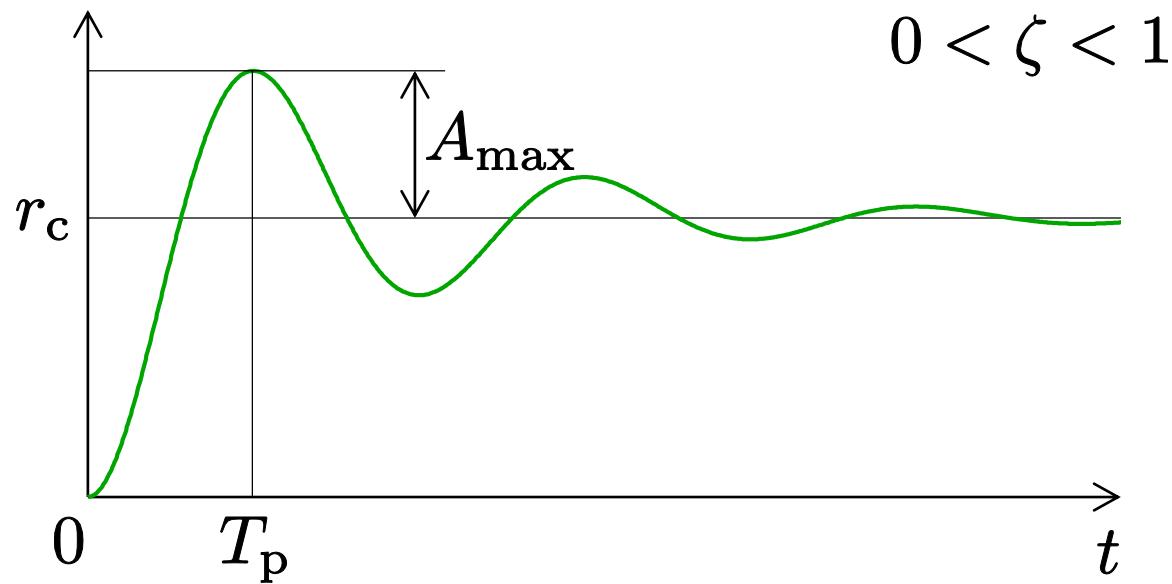
行き過ぎ時間

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} \text{ [s]}$$

オーバーシュート

$$A_{\max} = r_c \exp\left(-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}\right) \text{ [deg]}$$

$$\rightarrow A'_{\max} = \frac{A_{\max}}{r_c} \times 100 \text{ [%]}$$



P-D 制御 (微分先行型 PD 制御)

行き過ぎ時間

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} \text{ [s]}$$

オーバーシュート

$$A'_{\max} = \exp\left(-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}\right) \times 100 \text{ [%]}$$

2 次遅れ系の行き過ぎ時間とオーバーシュート

$r(t) = r_c$ ($t \geq 0$)としたとき,

$$\begin{aligned}y(s) &= G_{yr}(s)r(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \times \frac{r_c}{s} \\&= \frac{r_c \omega_n^2}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} \\&= r_c \left(\frac{1}{s} - \frac{s + 2\zeta\omega_n}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \right) \quad \text{部分分数分解} \\&= r_c \left\{ \frac{1}{s} - \frac{s + 2\zeta\omega_n}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_d^2} \right\}, \quad \omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \\&= r_c \left[\frac{1}{s} - \left\{ \frac{s + \zeta\omega_n}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_d^2} \right. \right. \\&\quad \left. \left. + \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \frac{\omega_d}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_d^2} \right\} \right]\end{aligned}$$

2次遅れ系の行き過ぎ時間とオーバーシュート

$r(t) = r_c$ ($t \geq 0$)としたとき、

$$y(s) = r_c \left[\frac{1}{s} - \left\{ \frac{s + \zeta \omega_n}{(s + \zeta \omega_n)^2 + \omega_d^2} + \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \frac{\omega_d}{(s + \zeta \omega_n)^2 + \omega_d^2} \right\} \right]$$

逆ラプラス変換

$$\begin{aligned} y(t) &= r_c \left[1 - \left\{ e^{-\zeta \omega_n t} \cos \omega_d t + \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} e^{-\zeta \omega_n t} \sin \omega_d t \right\} \right] \\ &= r_c \left[1 - \left\{ e^{-\zeta \omega_n t} \left(\cos \omega_d t + \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin \omega_d t \right) \right\} \right] \end{aligned}$$

2次遅れ系の行き過ぎ時間とオーバーシュート

ステップ応答

$$y(t) = r_c \left[1 - \left\{ e^{-\zeta \omega_n t} \left(\cos \omega_d t + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \omega_d t \right) \right\} \right]$$

時間微分

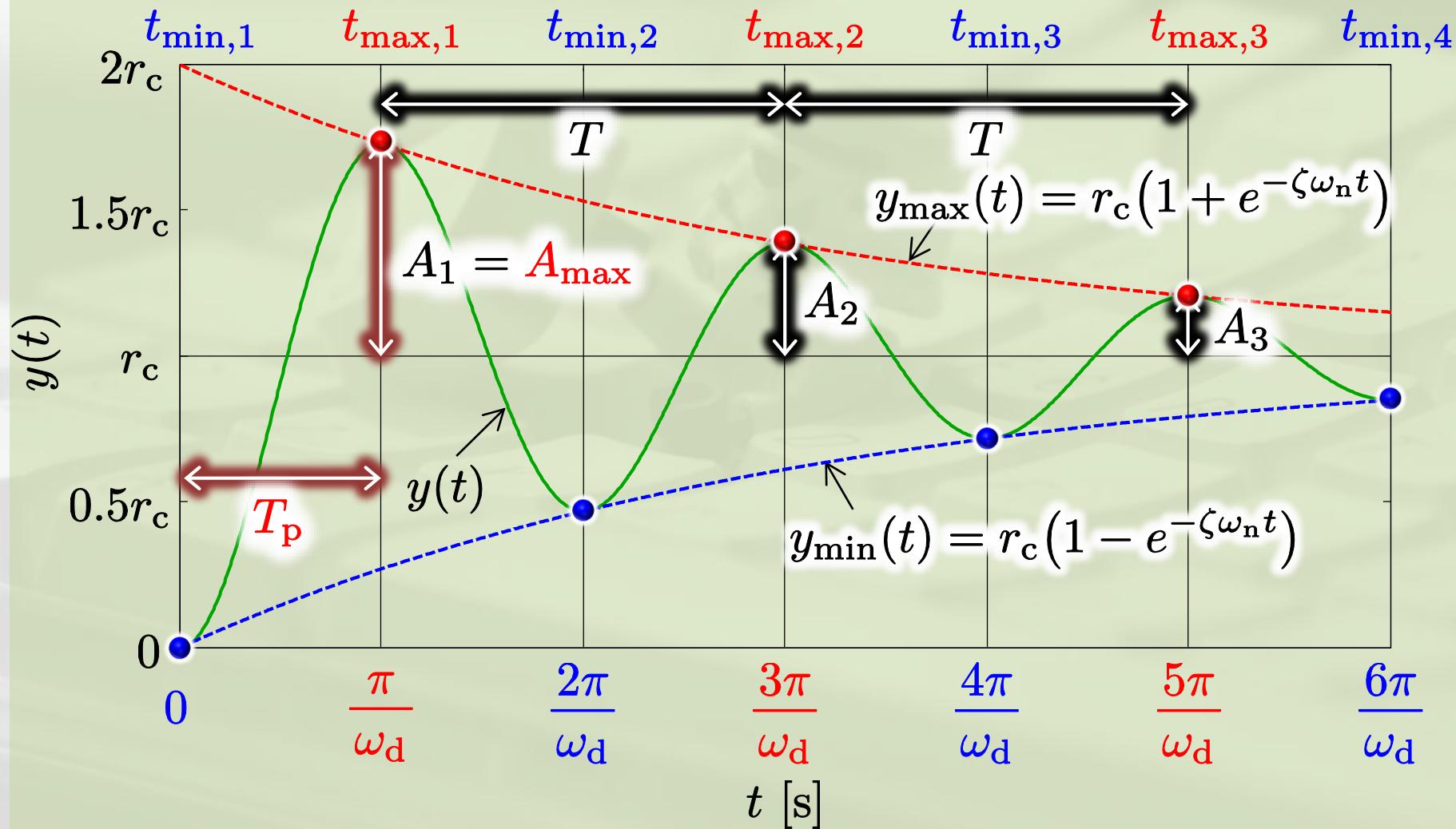
$$\dot{y}(t) = \frac{r_c \omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta \omega_n t} \sin \omega_d t$$

$\dot{y}(t) = 0$ となる時刻は……

$$\sin \omega_d t = 0 \quad \rightarrow \quad \omega_d t = \begin{cases} 0, 2\pi, 4\pi, \dots \\ \pi, 3\pi, 5\pi, \dots \end{cases}$$

$$\rightarrow t = \begin{cases} t_{\min,1}, t_{\min,2}, t_{\min,3}, \dots \\ t_{\max,1}, t_{\max,2}, t_{\max,3}, \dots \end{cases} = \begin{cases} 0, \frac{2\pi}{\omega_d}, \frac{4\pi}{\omega_d}, \dots \\ \frac{\pi}{\omega_d}, \frac{3\pi}{\omega_d}, \frac{5\pi}{\omega_d}, \dots \end{cases}$$

2次遅れ系の行き過ぎ時間とオーバーシュート



P-D 制御 (微分先行型 PD 制御)

行き過ぎ時間

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} \text{ [s]}$$

オーバーシュート

$$A'_{\max} = \exp\left(-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}\right) \times 100 \text{ [%]}$$

逆算式

$$\frac{A'_{\max}}{100} = \exp\left(-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}\right)$$

$$\rightarrow \delta = \log_e \frac{A'_{\max}}{100} = -\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \rightarrow \delta^2 = \frac{\pi^2 \zeta^2}{1 - \zeta^2}$$

$$\rightarrow \zeta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\pi^2 + \delta^2}}, \quad \omega_n = \frac{\pi}{T_p \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

P-D 制御 (微分先行型 PD 制御)

比例ゲイン k_P , 微分ゲイン k_D の設計

$$\left\{ \begin{array}{l} A'_\text{max} [\%] \\ T_p [\text{s}] \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \delta = \log_e \frac{A'_\text{max}}{100} \\ \zeta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\pi^2 + \delta^2}} \\ \omega_n = \frac{\pi}{T_p \sqrt{1 - \zeta^2}} \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} k_P = \frac{\omega_n^2}{b} \\ k_D = \frac{2\zeta\omega_n - a}{b} \end{array} \right.$$

P-D 制御 (微分先行型 PD 制御)

```
1 - ident_para
2 - close all
3 -
4 - a = 1/Tm;
5 - b = Km/Tm;
6 -
7 - h = 0.01;
8 - Tf = 0.02;
9 -
10 - Amax_d = 10;
11 - Tp = 0.2;
12 -
13 - delta = log(Amax_d/100);
14 - zeta = sqrt(delta^2/(pi^2 + delta^2));
15 - wn = pi/(Tp*sqrt(1 - zeta^2));
16 - a1 = 2*zeta;
17 -
18 - kP = wn^2/b;
19 - kD = (a1*wn - a)/b;
20 - kI = 0;
21 -
22 - fprintf('%n')
23 - fprintf('zeta = %5.4e%n',zeta)
24 - fprintf('wn = %5.4e%n',wn)
25 - fprintf('kP = %5.4e%n',kP)
26 - fprintf('kD = %5.4e%n',kD)
```

pd_para_matching.m

$$\left\{ \begin{array}{l} A'_{\max} \\ T_p \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta = \log_e \frac{A'_{\max}}{100} \\ \zeta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\pi^2 + \delta^2}} \\ \omega_n = \frac{\pi}{T_p \sqrt{1 - \zeta^2}} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k_P = \frac{\omega_n^2}{b} \\ k_D = \frac{2\zeta\omega_n - a}{b} \end{array} \right.$$

P-D 制御 (微分先行型 PD 制御)

$$\begin{cases} T_p = 0.2 \text{ [s]} \\ A'_{\max} = 10 \text{ [%]} \end{cases}$$

```
>> pd_para_matching
Km = 9.1501e+00
Tm = 6.8741e-02

zeta = 5.9116e-01
wn = 1.9475e+01
kP = 2.8495e+00
kD = 6.3697e-02
```

$$\begin{cases} T_p = 0.2 \text{ [s]} \\ A'_{\max} = 30 \text{ [%]} \end{cases}$$

```
>> pd_para_matching
Km = 9.1501e+00
Tm = 6.8741e-02

zeta = 3.5786e-01
wn = 1.6822e+01
kP = 2.1259e+00
kD = -1.8838e-02
```

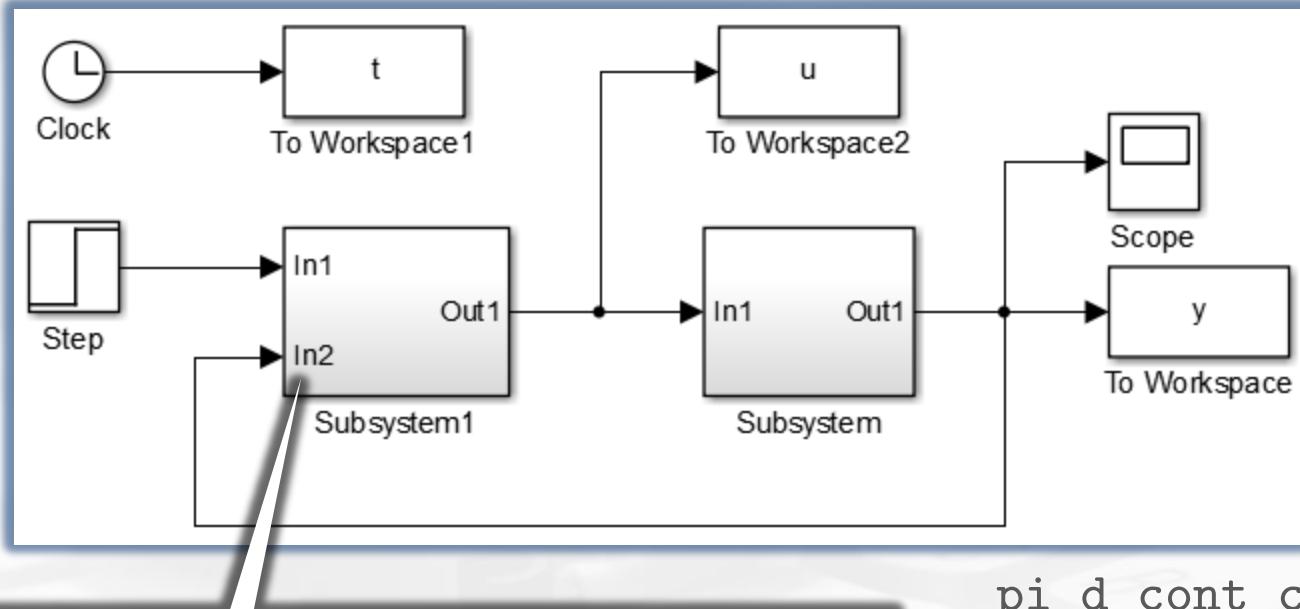
$$\begin{cases} \zeta = 0.59116 \\ \omega_n = 19.475 \end{cases}$$

$$\begin{cases} k_P = 2.8495 \\ k_D = 0.063697 \end{cases}$$

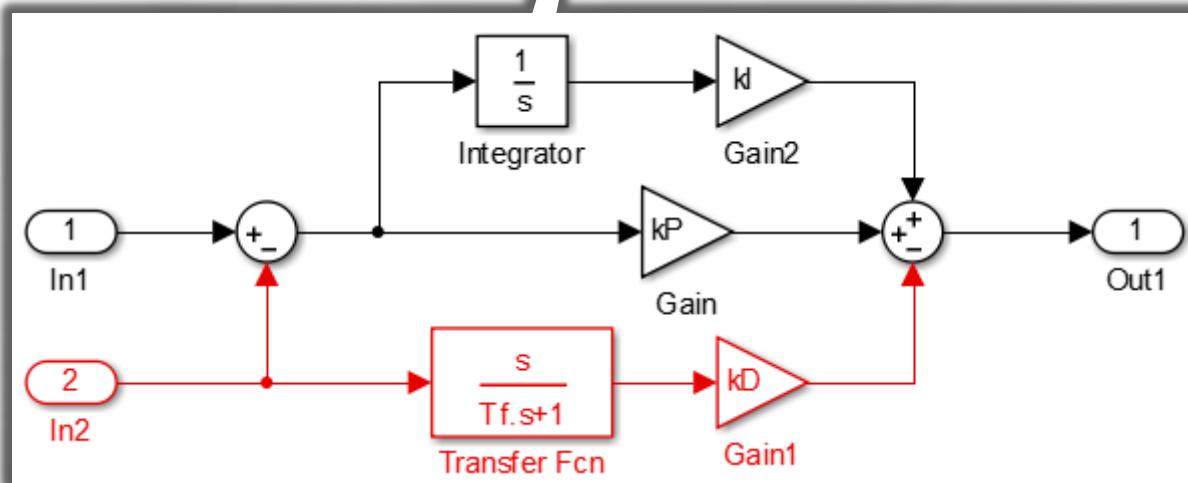
$$\begin{cases} \zeta = 0.35786 \\ \omega_n = 16.822 \end{cases}$$

$$\begin{cases} k_P = 2.1259 \\ k_D = -0.018838 \end{cases}$$

P-D 制御 (微分先行型 PD 制御)



pi_d_cont_c.slx

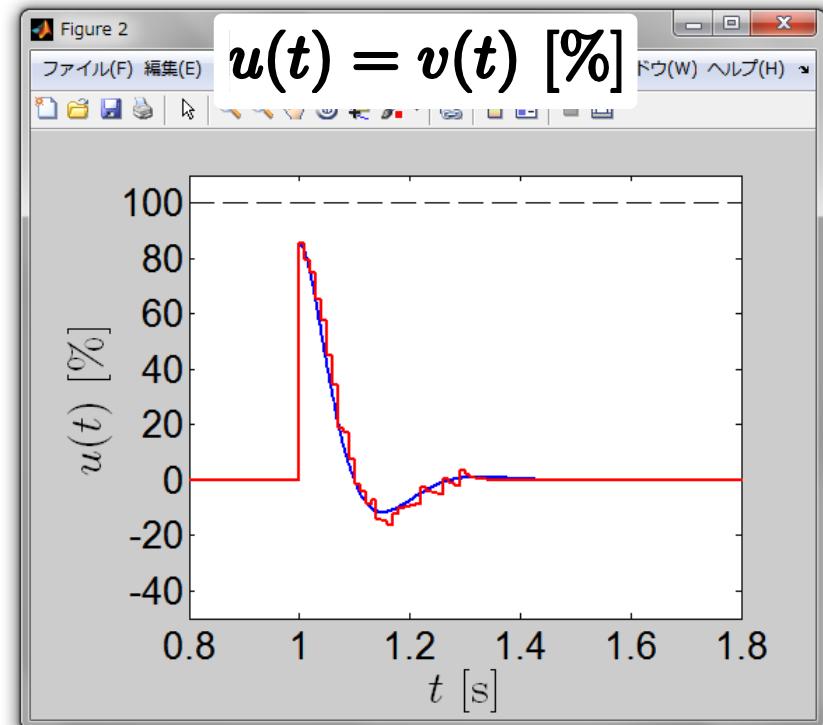
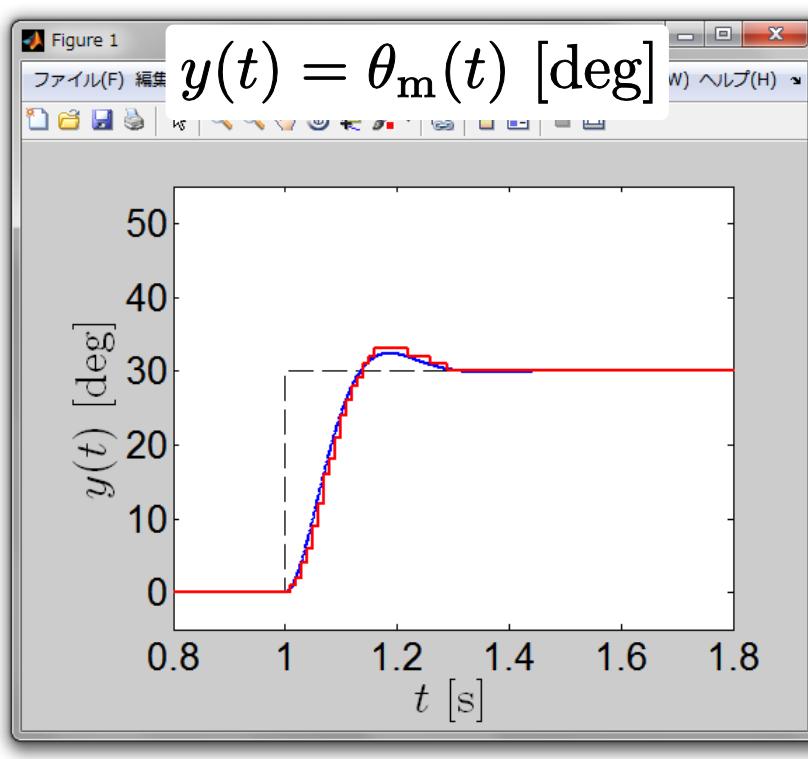


>> plot_pi_d

P-D 制御 (微分先行型 PD 制御)

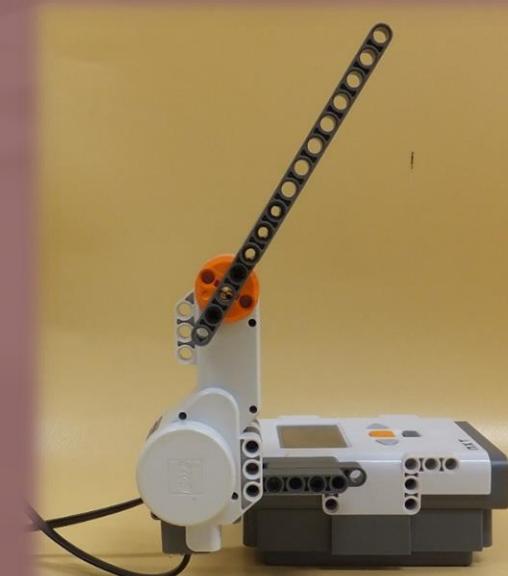
$$\begin{cases} T_p = 0.2 \text{ [s]} \\ A'_{\max} = 10 \text{ [%]} \end{cases}$$

— シミュレーション
— 実機実験



モデルに基づいた PID コントローラの設計

- MBD とは
- モータ駆動系のモデリング
 - 出力を角速度とした場合
 - 出力を角度とした場合
- モデルマッチング
 - P-D 制御系設計
 - I-PD 制御系設計

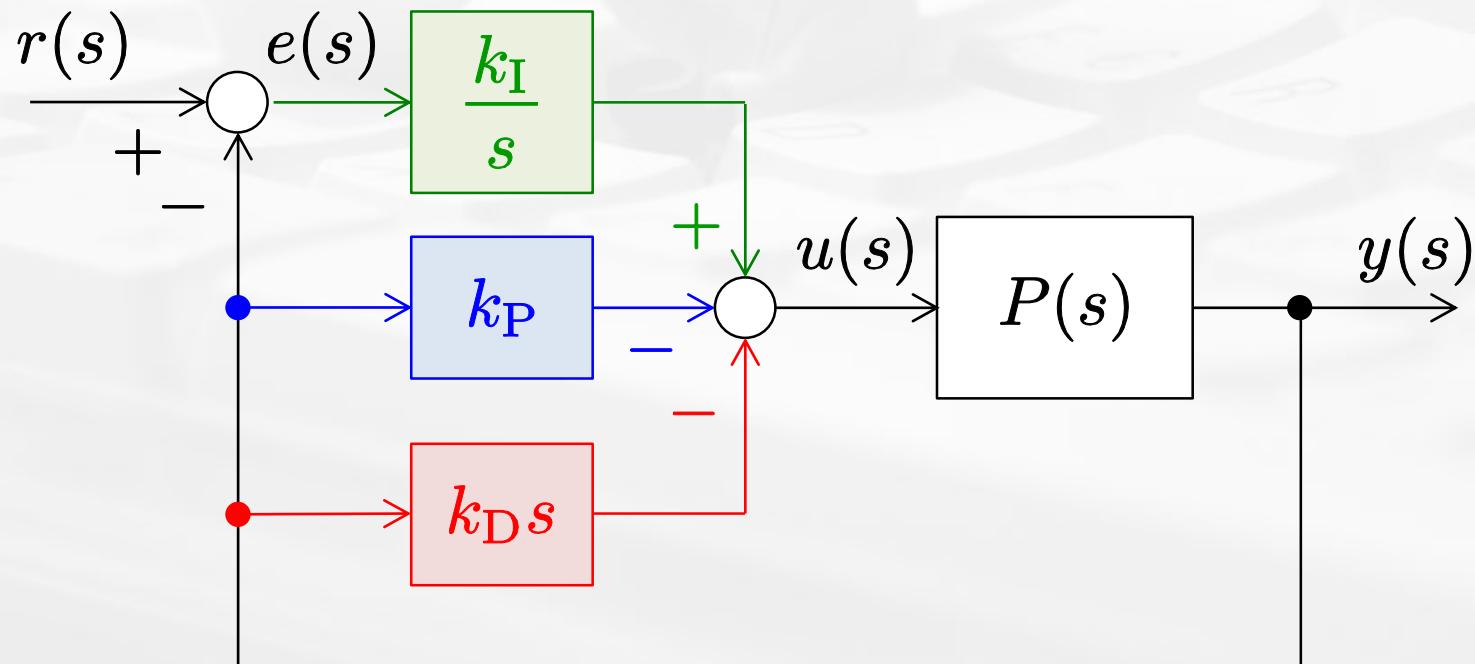


I-PD 制御 (比例・微分先行型 PID 制御)

$$y(s) = G_{yr}(s)r(s)$$

$$\begin{aligned}G_{yr}(s) &= \frac{bk_I}{s^3 + (a + bk_D)s^2 + bk_P s + bk_I} \\&= \frac{\omega_n^3}{s^3 + \alpha_2\omega_n s^2 + \alpha_1\omega_n^2 s + \omega_n^3}\end{aligned}$$

3 次遅れ
要素



I-PD 制御 (比例・微分先行型 PID 制御)

$$y(s) = G_{yr}(s)r(s)$$

$$G_{yr}(s) = \frac{bk_I}{s^3 + (a + bk_D)s^2 + bk_P s + bk_I}$$

$$= \frac{\omega_n^3}{s^3 + \alpha_2\omega_n s^2 + \alpha_1\omega_n^2 s + \omega_n^3}, \quad \left\{ \begin{array}{l} bk_I = \omega_n^3 \\ bk_P = \alpha_1\omega_n^2 \\ a + bk_D = \alpha_2\omega_n \end{array} \right.$$

3 次遅れ
要素

積分ゲイン k_I , 比例ゲイン k_P , 微分ゲイン k_D の設計

$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 : \text{減衰係数に相当} \\ \alpha_2 : \text{減衰係数に相当} \\ \omega_n : \text{固有角周波数} \end{array} \right.$



$$\left\{ \begin{array}{l} k_I = \frac{\omega_n^3}{b} \\ k_P = \frac{\alpha_1\omega_n^2}{b} \\ k_D = \frac{\alpha_2\omega_n - a}{b} \end{array} \right.$$

3次遅れ要素の代表的な標準形

$$G_{yr}(s) = \frac{\omega_n^3}{s^3 + \alpha_2 \omega_n s^2 + \alpha_1 \omega_n^2 s + \omega_n^3}$$

二項係数標準形

…… 2次遅れ要素の臨界制動 ($\zeta = 1$) に相当

極 : $s = -\omega_n$ (三重根)

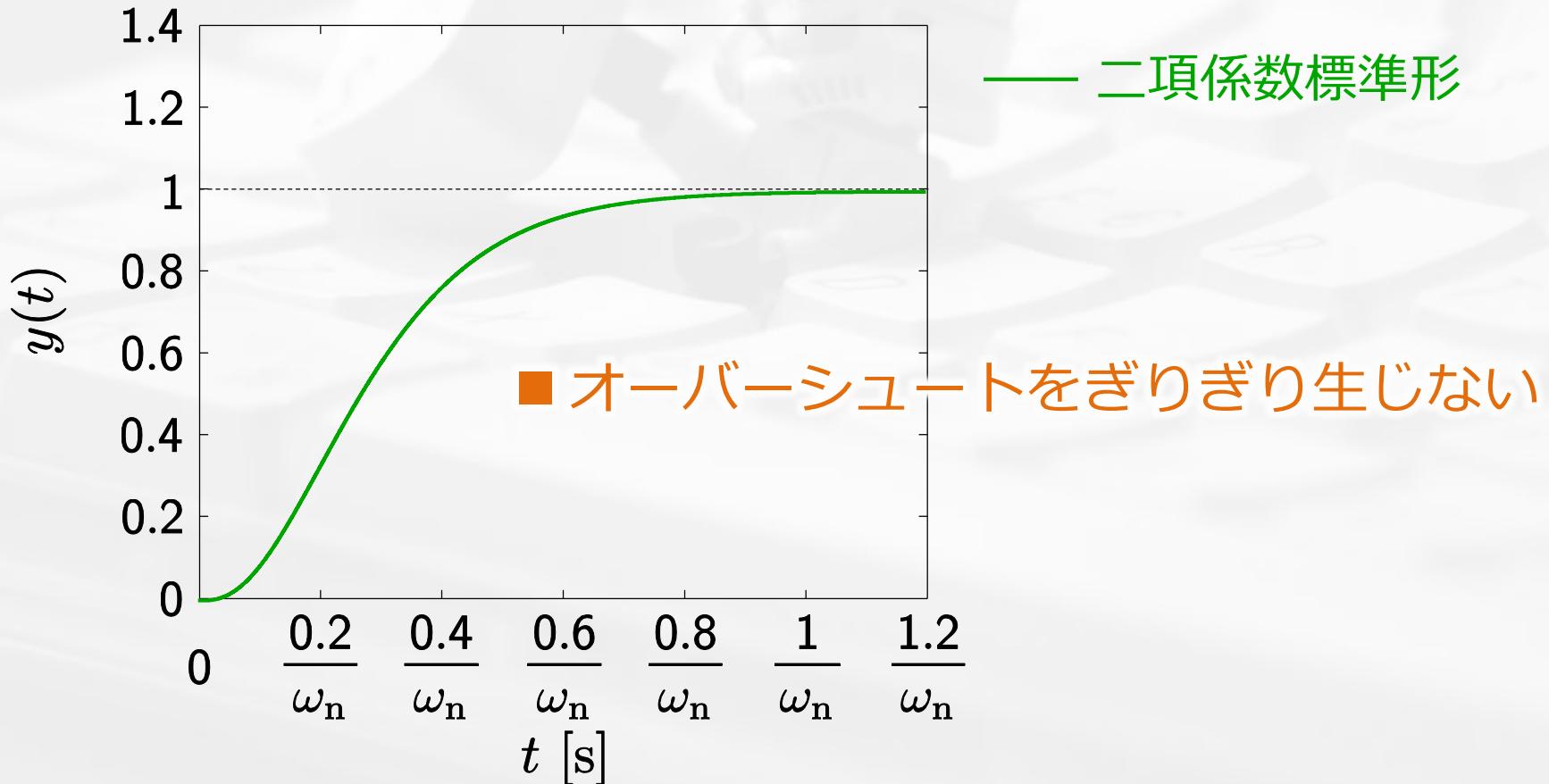
$$G_{yr}(s) = \frac{\omega_n^3}{(s + \omega_n)^3} = \frac{\omega_n^3}{s^3 + 3\omega_n s^2 + 3\omega_n^2 s + \omega_n^3}$$

$$\rightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = 3$$

3次遅れ要素の代表的な標準形

二項係数標準形

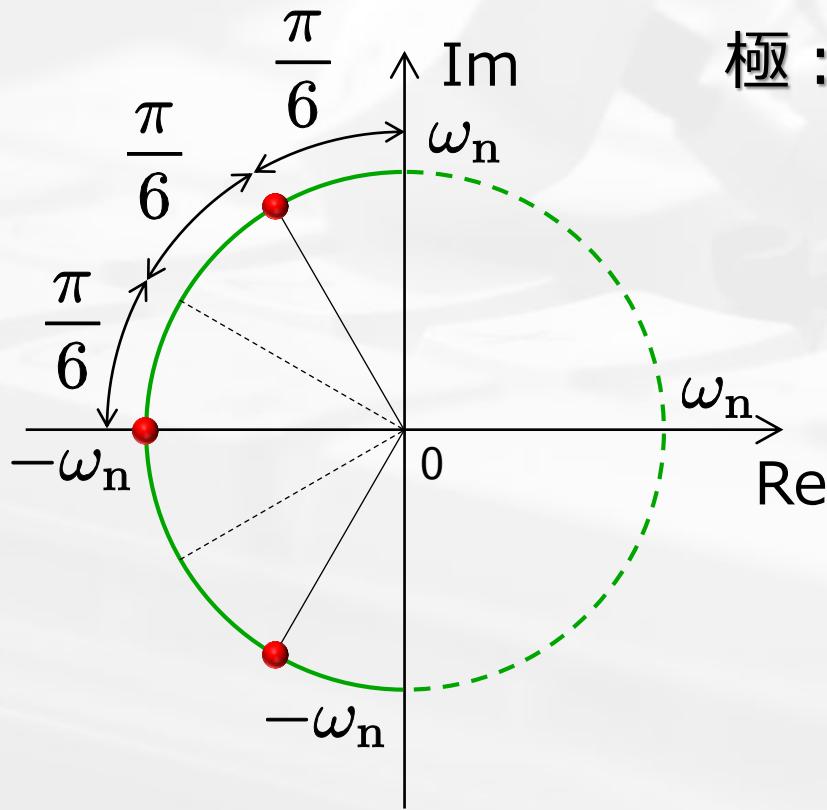
$$G_{yr}(s) = \frac{\omega_n^3}{s^3 + 3\omega_n s^2 + 3\omega_n^2 s + \omega_n^3}$$



3次遅れ要素の代表的な標準形

$$G_{yr}(s) = \frac{\omega_n^3}{s^3 + \alpha_2 \omega_n s^2 + \alpha_1 \omega_n^2 s + \omega_n^3}$$

バターワース (Butterworth) 標準形



極 : $s = -\omega_n, \left(-\cos \frac{\pi}{3} \pm \sin \frac{\pi}{3} j \right) \omega_n$

S. Butterworth (1885–1958)

3 次遅れ要素の代表的な標準形

$$G_{yr}(s) = \frac{\omega_n^3}{s^3 + \alpha_2 \omega_n s^2 + \alpha_1 \omega_n^2 s + \omega_n^3}$$

バターワース (Butterworth) 標準形

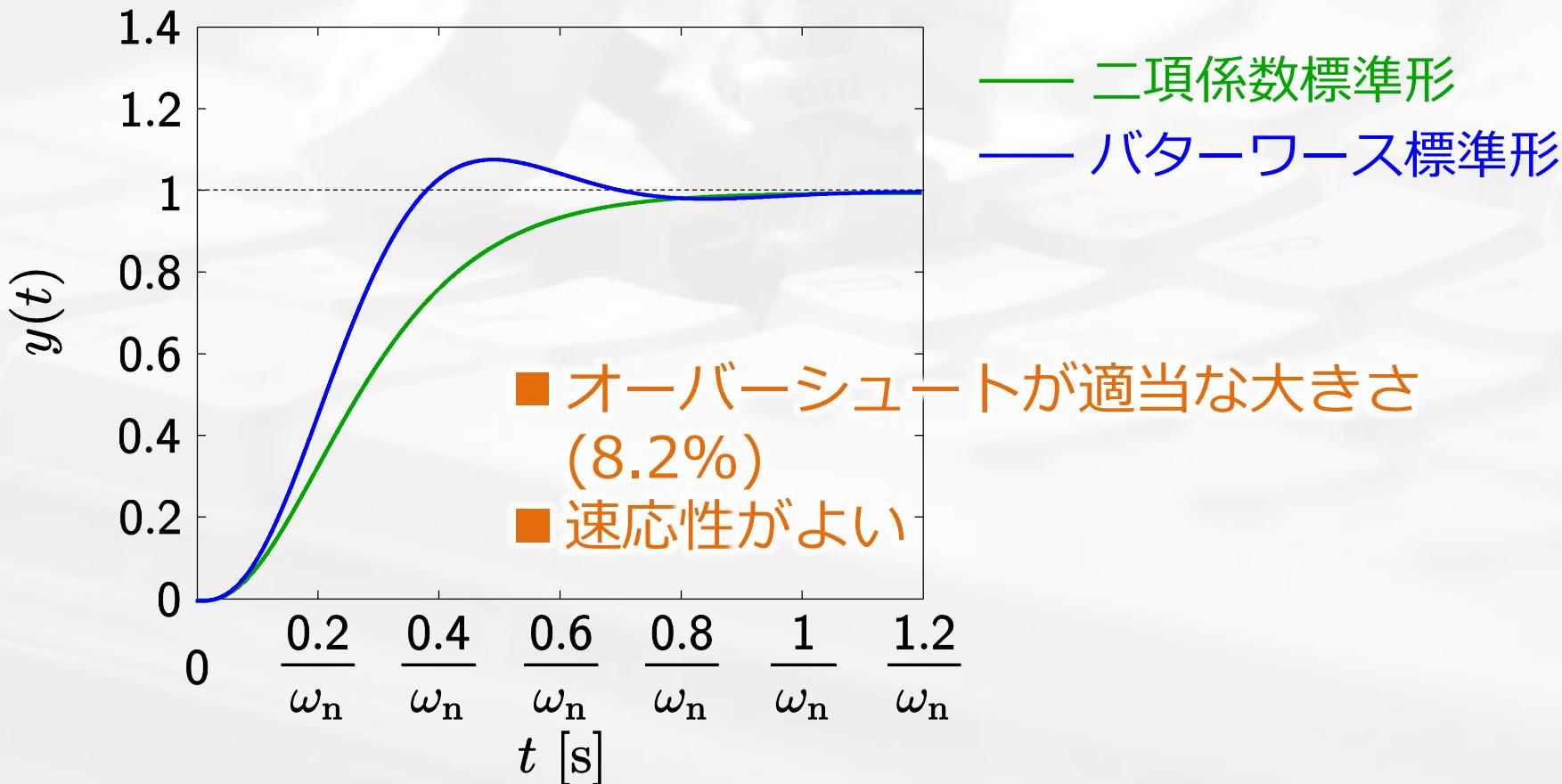
極: $s = -\omega_n, \left(-\cos \frac{\pi}{3} \pm \sin \frac{\pi}{3}j \right) \omega_n$
 $= -\omega_n, \left(-\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}j \right) \omega_n$

$$\begin{aligned} G_{yr}(s) &= \frac{\omega_n^3}{(s + \omega_n) \left\{ \left(s + \frac{1}{2}\omega_n \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\omega_n \right)^2 \right\}} \\ &= \frac{\omega_n^3}{s^3 + 2\omega_n s^2 + 2\omega_n^2 s + \omega_n^3} \quad \rightarrow \quad \alpha_1 = \alpha_2 = 2 \end{aligned}$$

3次遅れ要素の代表的な標準形

バターワース (Butterworth) 標準形

$$G_{yr}(s) = \frac{\omega_n^3}{s^3 + 2\omega_n s^2 + 2\omega_n^2 s + \omega_n^3}$$



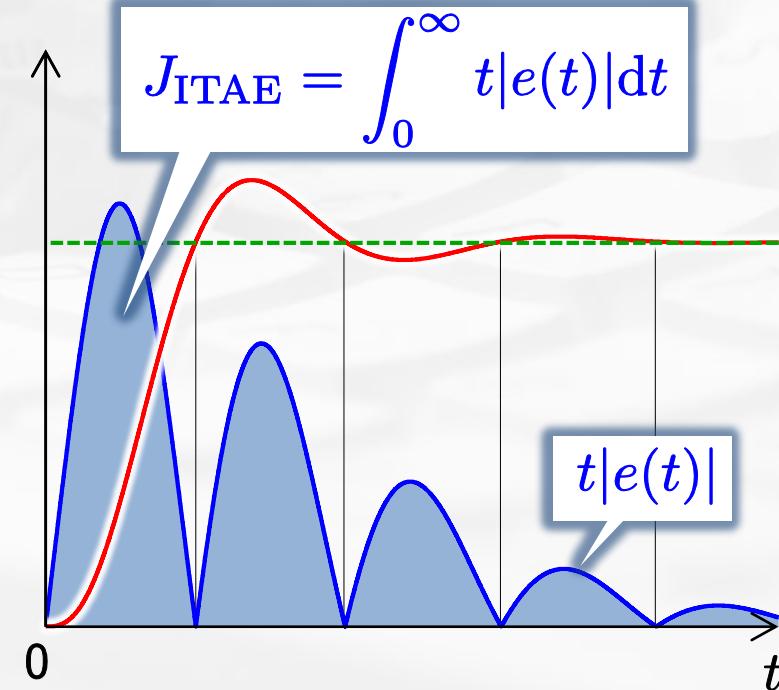
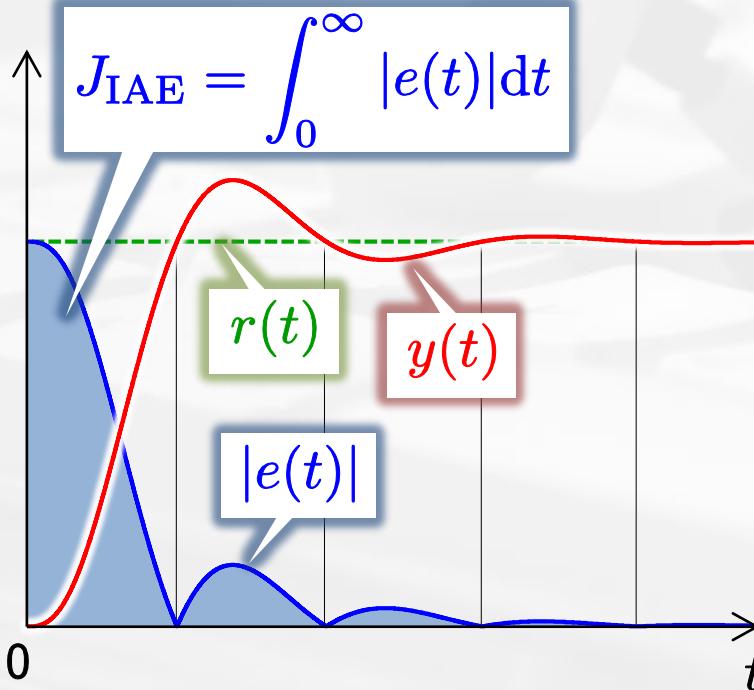
3次遅れ要素の代表的な標準形

$$G_{yr}(s) = \frac{\omega_n^3}{s^3 + \alpha_2\omega_n s^2 + \alpha_1\omega_n^2 s + \omega_n^3}$$

ITAE 最小標準形

IAE (Integral of Absolute Error)

ITAE (Integral of Time weighted Absolute Error)



大きな時間が経過した後の偏差
を許容しない評価

3 次遅れ要素の代表的な標準形

$$G_{yr}(s) = \frac{\omega_n^3}{s^3 + \alpha_2\omega_n s^2 + \alpha_1\omega_n^2 s + \omega_n^3}$$

ITAE 最小標準形

$$J_{\text{ITAE}} = \int_0^\infty t|e(t)|dt \rightarrow \min$$

となるように α_1 , α_2 を数値的に決定

$$G_{yr}(s) = \frac{\omega_n^3}{s^3 + 1.75\omega_n s^2 + 2.15\omega_n^2 s + \omega_n^3}$$



$$\alpha_1 = 2.15, \alpha_2 = 1.75 \text{ (ほぼ最小)}$$

D. Graham and R.C. Lathrop (1953)

$$\alpha_1 = 2.17, \alpha_2 = 1.78$$

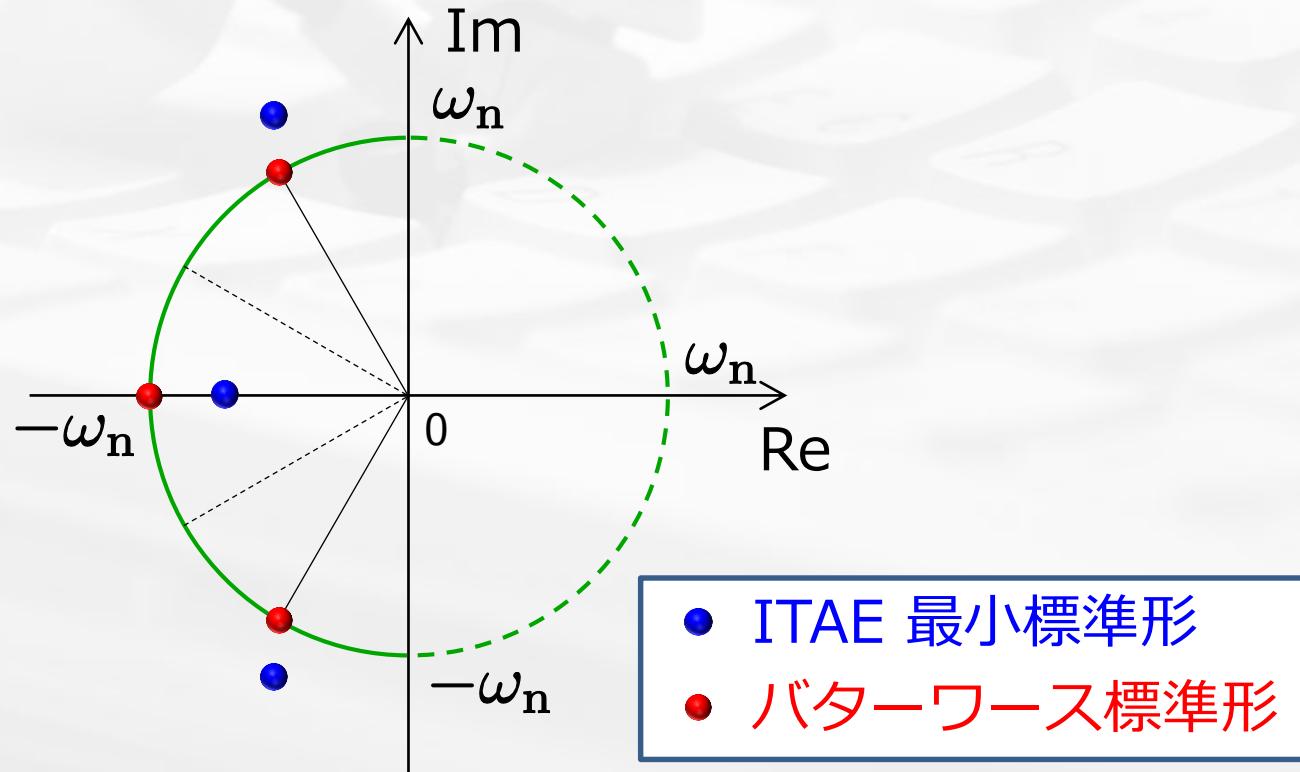
Y. Cao (1989)

3 次遅れ要素の代表的な標準形

ITAE 最小標準形

$$G_{yr}(s) = \frac{\omega_n^3}{s^3 + 1.75\omega_n s^2 + 2.15\omega_n^2 s + \omega_n^3}$$

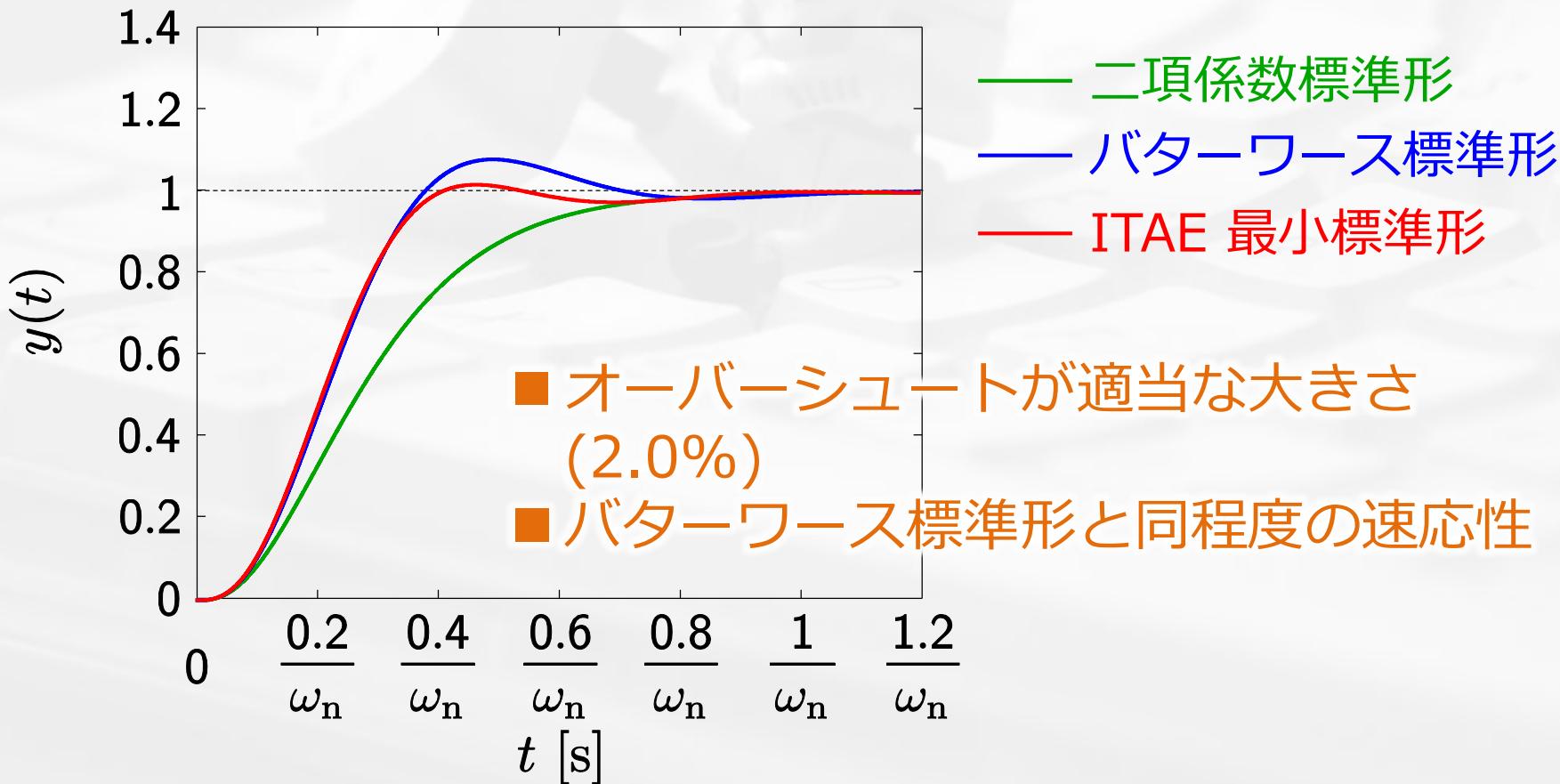
極 : $s = -0.7081\omega_n, (-0.5210 \pm 1.0681j)\omega_n$



3次遅れ要素の代表的な標準形

ITAE 最小標準形

$$G_{yr}(s) = \frac{\omega_n^3}{s^3 + 1.75\omega_n s^2 + 2.15\omega_n^2 s + \omega_n^3}$$



I-PD 制御 (比例・微分先行型 PID 制御)

```
1 - ident_para
2 - close all
3 -
4 - a = 1/Tm;
5 - b = Km/Tm;
6 -
7 - h = 0.01;
8 - Tf = 0.02;
9 -
10 - % 選択する標準形に応じてコメントを外す
11 - a1 = 3;      a2 = 3;      % 二項係数標準形
12 - % a1 = 2;      a2 = 2;      % バターワース標準形
13 - % a1 = 2.15;   a2 = 1.75;  % ITAE 最小標準形
14 - wn = 20;
15 -
16 - kI = wn^3/b;
17 - kP = a1*wn^2/b;
18 - kD = (a2*wn - a)/b;
19 -
20 - fprintf('n')
21 - fprintf('kP = %5.4e\n',kP)
22 - fprintf('kI = %5.4e\n',kI)
23 - fprintf('kD = %5.4e\n',kD)
```

ipd_para_matching.m

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \omega_n \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k_I = \frac{\omega_n^3}{b} \\ k_P = \frac{\alpha_1 \omega_n^2}{b} \\ k_D = \frac{\alpha_2 \omega_n - a}{b} \end{array} \right.$$

I-PD 制御 (比例・微分先行型 PID 制御)

(a) 二項係数標準形

$$\alpha_1 = 3, \alpha_2 = 3, \omega_n = 20$$

```
>> ipd_para_matching
```

Km = 9.1501e+00

Tm = 6.8741e-02

kP = 9.0152e+00

kI = 6.0101e+01

kD = 3.4147e-01

(b) バターワース標準形

$$\alpha_1 = 2, \alpha_2 = 2, \omega_n = 20$$

```
>> ipd_para_matching
```

Km = 9.1501e+00

Tm = 6.8741e-02

kP = 6.0101e+00

kI = 6.0101e+01

kD = 1.9122e-01

(c) ITAE 最小標準形

$$\alpha_1 = 2.15, \alpha_2 = 1.75, \omega_n = 20$$

```
>> ipd_para_matching
```

Km = 9.1501e+00

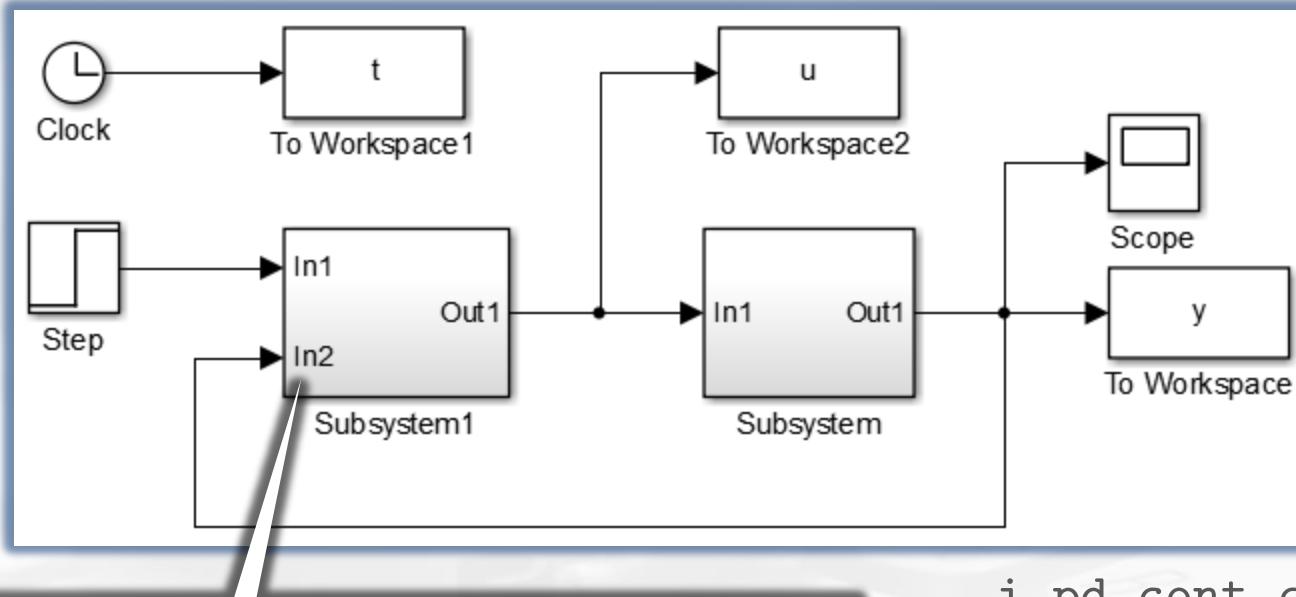
Tm = 6.8741e-02

kP = 6.4609e+00

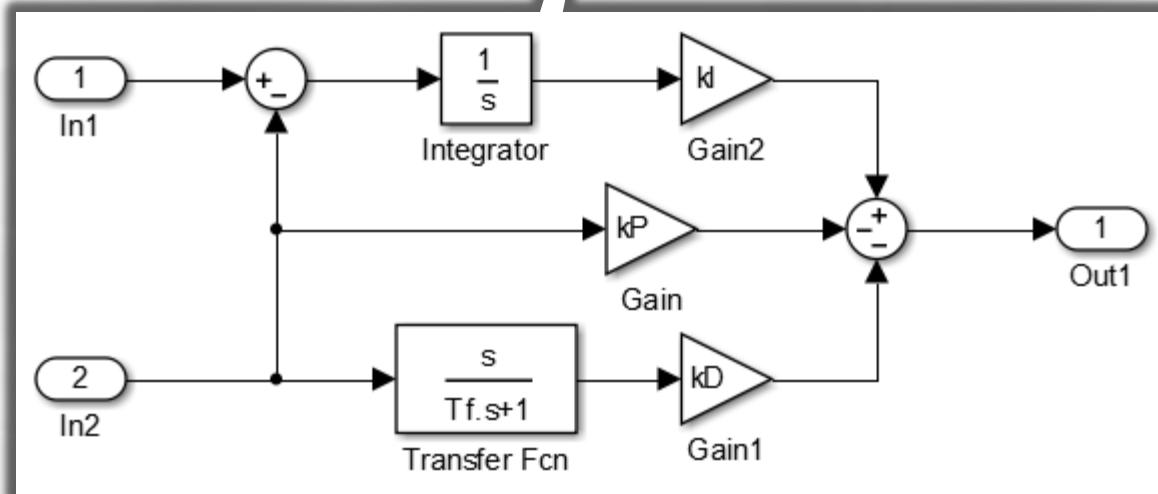
kI = 6.0101e+01

kD = 1.5365e-01

I-PD 制御 (比例・微分先行型 PID 制御)



i_pd_cont_c.slx



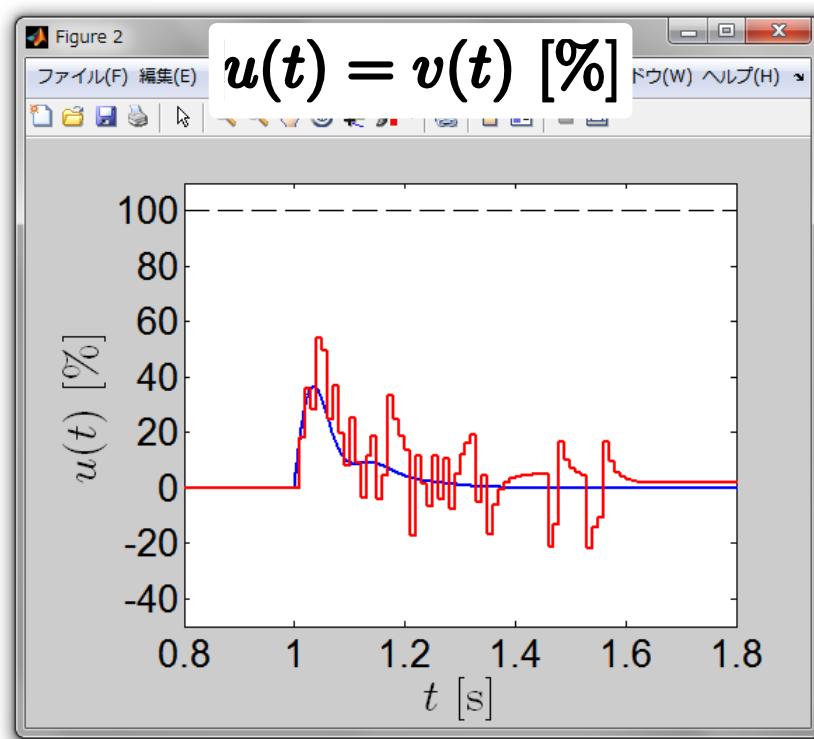
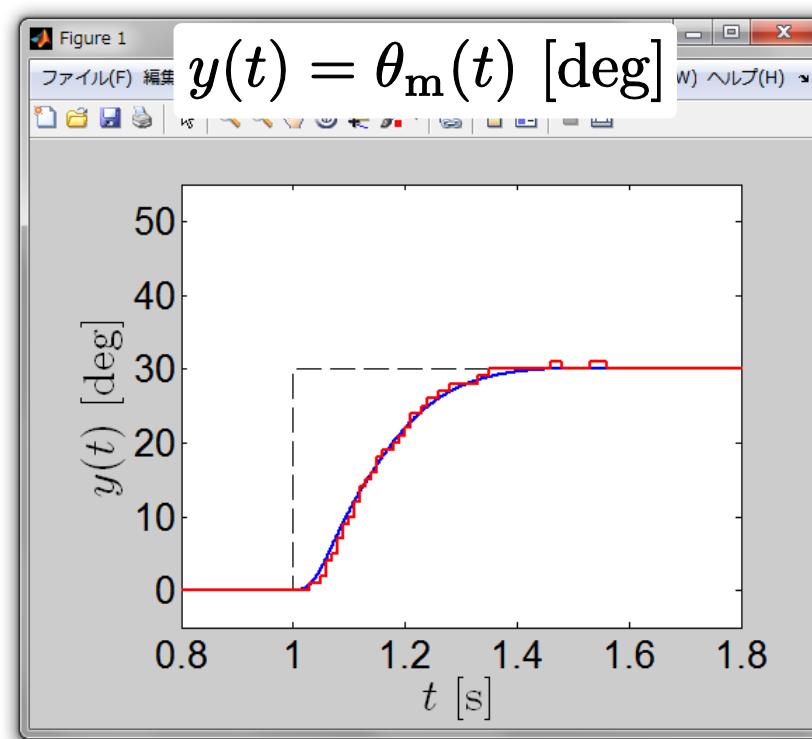
>> plot_i_pd

I-PD 制御 (比例・微分先行型 PID 制御)

(a) 二項係数標準形

$$\alpha_1 = 3, \alpha_2 = 3, \omega_n = 20$$

— シミュレーション
— 実機実験



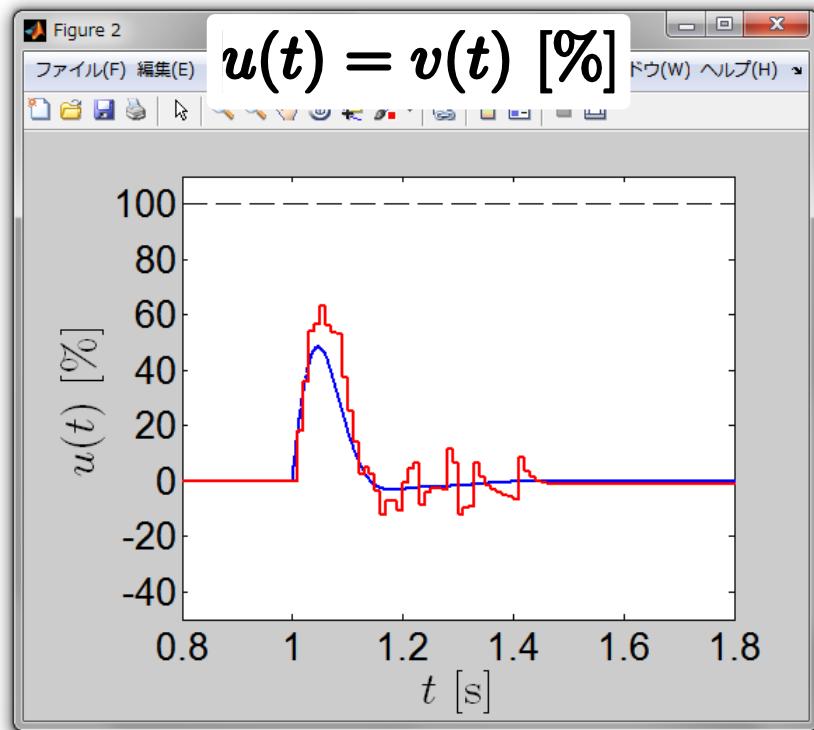
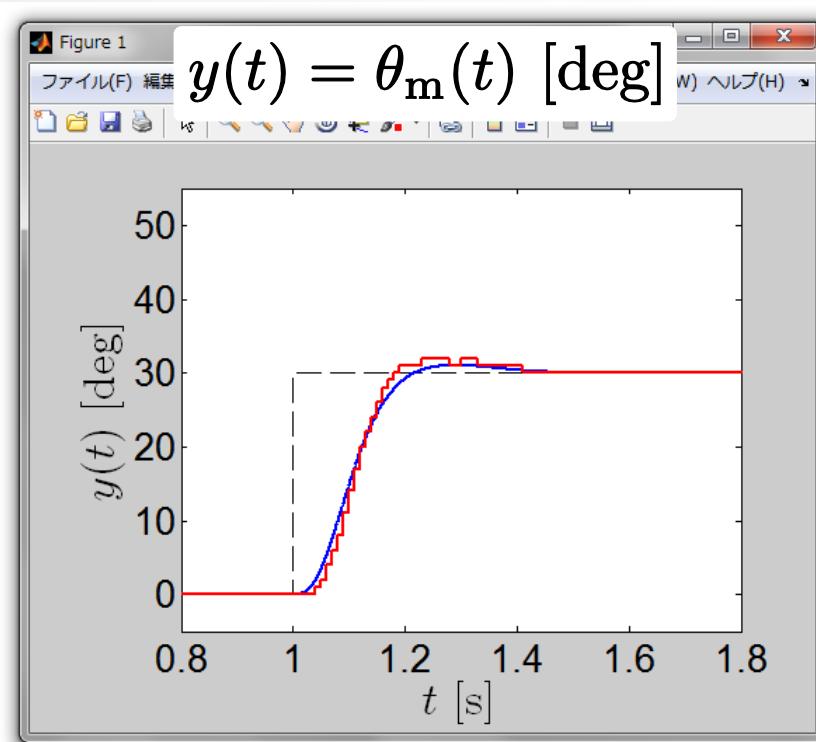
- (a) 二項係数標準形 : $k_P = 9.0152, k_I = 60.101, k_D = 0.34147$
- (b) バターワース標準形 : $k_P = 6.0101, k_I = 60.101, k_D = 0.19122$
- (c) ITAE 最小標準形 : $k_P = 6.4609, k_I = 60.101, k_D = 0.15365$

I-PD 制御 (比例・微分先行型 PID 制御)

(b) バターワース標準形

$$\alpha_1 = 2, \alpha_2 = 2, \omega_n = 20$$

— シミュレーション
— 実機実験



(a) 二項係数標準形 : $k_P = 9.0152, k_I = 60.101, k_D = 0.34147$

(b) バターワース標準形 : $k_P = 6.0101, k_I = 60.101, k_D = 0.19122$

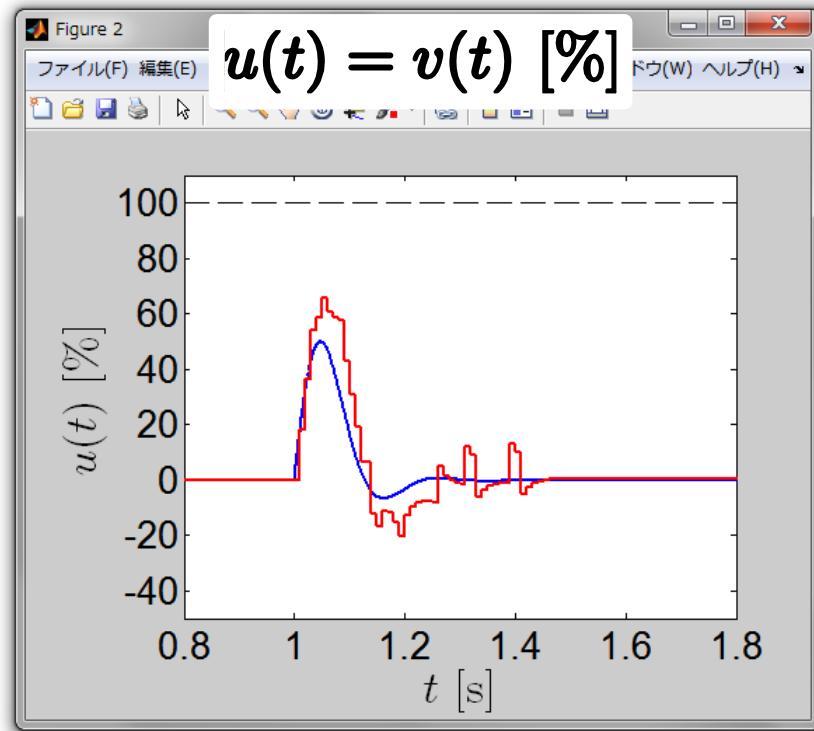
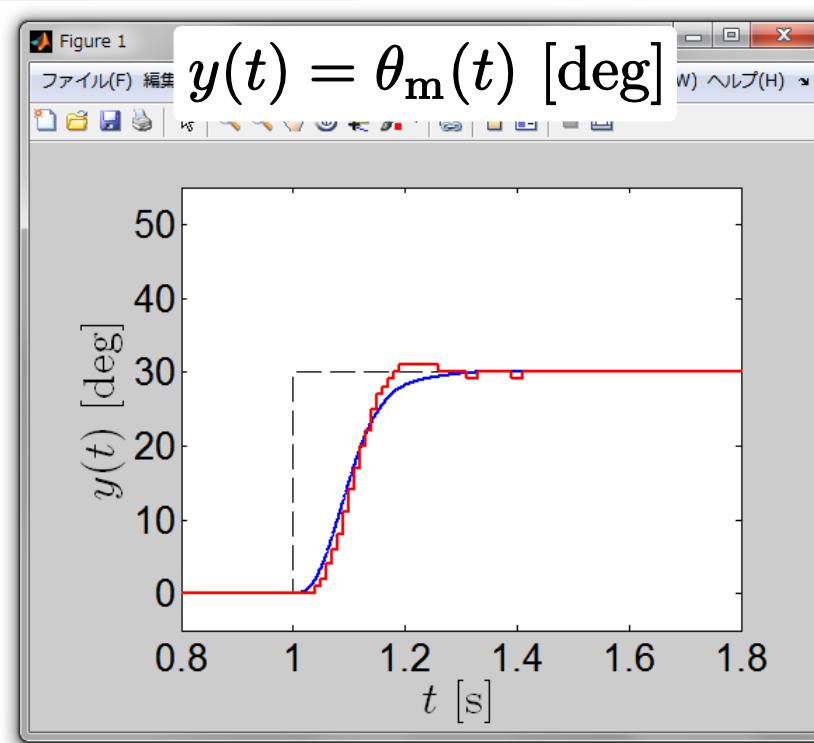
(c) ITAE 最小標準形 : $k_P = 6.4609, k_I = 60.101, k_D = 0.15365$

I-PD 制御 (比例・微分先行型 PID 制御)

(c) ITAE 最小標準形

$$\alpha_1 = 2.15, \alpha_2 = 1.75, \omega_n = 20$$

— シミュレーション
— 実機実験



- (a) 二項係数標準形 : $k_P = 9.0152, k_I = 60.101, k_D = 0.34147$
- (b) バターワース標準形 : $k_P = 6.0101, k_I = 60.101, k_D = 0.19122$
- (c) ITAE 最小標準形 : $k_P = 6.4609, k_I = 60.101, k_D = 0.15365$