

Numération

I- Introduction :

La numération permet de convertir un nombre d'une base vers une autre.

L'homme utilise en général un système numérique qui va de 0 à 9 (sur 10 chiffres, puisqu'il a 10 doigts). Le système **décimal** est aussi appelé **base 10** (système à 10 chiffres).

L'ordinateur et les appareils électroniques d'une manière générale, ne savent dialoguer qu'avec le système **binaire** basé sur deux chiffres, 0 ou 1 (le courant ne passe pas ou il passe). Ce système est aussi appelé **base 2**.

Pour traduire de grands nombres binaires, on peut utiliser un système plus grand, comme le système **hexadécimal (base 16)** qui utilise 16 chiffres :

de 0 à 9, puis A, B, C, D, E, F.

Bits :

Le système binaire n'a que deux chiffres possibles : 0 ou 1.

Une unité pouvant prendre la valeur 0 ou 1 est appelée un bit (binary digit). C'est la plus petite unité d'information manipulable.

Sur 1 bit, on peut avoir 2 (2^1) valeurs possibles : 0 ou 1

Sur 2 bits, on peut avoir 4 (2^2) valeurs possibles : 00 ou 01 ou 10 ou 11

Sur 3 bits, on peut avoir 8 (2^3) valeurs possibles : 000 ou 001 ou 010 ou 011
ou 100 ou 101 ou 110 ou 111

Sur 4 bits, on peut avoir 16 (2^4) valeurs possibles : ...

Octets :

Un octet représente un ensemble de 8 bits :

$2^7 = 128$	$2^6 = 64$	$2^5 = 32$	$2^4 = 16$	$2^3 = 8$	$2^2 = 4$	$2^1 = 2$	$2^0 = 1$
0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1

C'est l'unité de base en informatique. Il permet de stocker une valeur (un caractère, un chiffre, ...)

En binaire cela peut valoir : de 00000000 à 11111111

En décimal : de 0 à 255

En hexadécimal : de 00 à FF

II- Conversions :

Tableau des 16 premiers chiffres en différentes bases :

<i>Base Binaire</i>	<i>Base décimale</i>	<i>Base Hexadécimale</i>
0000	0	0
0001	1	1
0010	2	2
0011	3	3
0100	4	4
0101	5	5
0110	6	6
0111	7	7
1000	8	8
1001	9	9
1010	10	A
1011	11	B
1100	12	C
1101	13	D
1110	14	E
1111	15	F

Note : les indices $_{10}$, $_{16}$ et $_2$ indiquent la base dans laquelle on se trouve.

Binaire > Décimal

Pour traduire 110101101_2 en décimal :

Méthode : multiplication de chaque bit à 1 par la puissance de 2 lui correspondant :

2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	
*	*	*	*	*	*	*	*	*	
1	1	0	1	0	1	1	0	1	
=	=	=	=	=	=	=	=	=	
256 +	128 +	0 +	32 +	0 +	8 +	4 +	0 +	1 =	429 ₁₀

Binaire > Hexadécimal

Puisque l'hexadécimal est la base 16 (= puissance de 2), c'est très simple de convertir un nombre binaire en hexadécimal :

Méthode : Découper le nombre par groupe de 4 chiffres en partant de la droite et on utilise le tableau pour les convertir :

$$11011101011_2 = ?_{16}$$

110	1110	1011
6	E	B

$$\text{Résultat : } 11011101011_2 = 6EB_{16}$$

Hexadécimal > Binaire

Dans l'autre sens c'est la même chose.

Méthode : On sépare chaque chiffre du nombre hexadécimal et on le traduit en binaire :

$$A2C_{16} = ?_2$$

A	2	C
1010	0010	1100

$$\text{Résultat : } 101000101100_2$$

Décimal > Hexadécimal

On utilise la **méthode de divisions successives par 16** :

$$941_{10} = ?_{16}$$

$$\begin{array}{r|l} 941 & 16 \\ \hline D & 58 \\ \hline & A & 3 \end{array}$$

$$941/16 = 58 \text{ il reste } 13 \text{ (D)}$$

$$58/16 = 3 \text{ il reste } 10 \text{ (A)}$$

Une fois arrivé à un chiffre inférieur à 16, on lit de droite à gauche.

$$\text{Résultat : } 941_{10} = 3AD_{16}$$

Hexadécimal > Décimal

Méthode : Multiplication du nombre hexadécimal par les puissances de 16

$$B0F_{16} = ?_{10}$$

16^2	16^1	16^0
*	*	*
B	0	F
=	=	=
$256 * 11 +$	$0 +$	$15 =$
2831_{10}		

III- Exercices :

Convertir le nombre décimal en binaire et en hexadécimal :

 189_{10} $= ?_2$ $= ?_{16}$ 171_{10} $= ?_2$ $= ?_{16}$ 1030_{10} $= ?_2$ $= ?_{16}$ 256_{10} $= ?_2$ $= ?_{16}$ 16_{10} $= ?_2$ $= ?_{16}$ 1023_{10} $= ?_2$ $= ?_{16}$

Convertir le nombre binaire en décimal et en hexadécimal :

 11101011010_2 $= ?_{10}$ $= ?_{16}$ 10101010111101_2 $= ?_{10}$ $= ?_{16}$ 110101011_2 $= ?_{10}$ $= ?_{16}$ 10000001_2 $= ?_{10}$ $= ?_{16}$ 101010111100_2 $= ?_{10}$ $= ?_{16}$ 101111101_2 $= ?_{10}$ $= ?_{16}$

Convertir le nombre hexadécimal en décimal et en binaire :

 $F2C_{16}$ $= ?_{10}$ $= ?_2$ 1111_{16} $= ?_{10}$ $= ?_2$ $3E8_{16}$ $= ?_{10}$ $= ?_2$ $2AC_{16}$ $= ?_{10}$ $= ?_2$ $15A_{16}$ $= ?_{10}$ $= ?_2$ 222_{16} $= ?_{10}$ $= ?_2$