Phần II

Câu 1:

a)

Hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} x \le 18 \\ y \le 18 \\ y - \dfrac{\sqrt{3}}{3}x \ge 0 \\ y - \sqrt{3}x \le 0 \end{cases}$$

b)

Khoảng cách từ S tới các cạnh lần lượt là(Vì S là một điểm nằm trong tứ giác nên s1,s2 phải là nghiệm của hệ bất phương trình ở câu a):

$$d_{[S;AB]} = \frac{\left| s_2 - \dfrac{\sqrt{3}}{3}s_1 \right|}{\sqrt{1 + \left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)^2}}$$

$$d_{[S;BC]} = \frac{|18 - s_1|}{1}$$

$$d_{[S;CD]} = \frac{|18 - s_2|}{1}$$

$$d_{[S;DA]} = \frac{\left|\sqrt{3}s_1 - s_2\right|}{2}$$

Từ điều kiện trên ta xét dấu và phá trị tuyệt đối của biểu thức, ta được:

$$d_{[S;AB]}=\frac{\left|s_2-\frac{\sqrt{3}}{3}s_1\right|}{\sqrt{1+\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2}}=\frac{\sqrt{3}s_2-s_1}{2}$$

$$d_{[S;BC]}=\frac{|18-s_1|}{1}=18-s_1$$

$$d_{[S;CD]}=\frac{|18-s_2|}{1}=18-s_2$$

$$d_{[S;DA]}=\frac{\left|\sqrt{3}s_1-s_2\right|}{2}=\frac{\sqrt{3}s_1-s_2}{2}$$

c)

Vì S là một điểm nằm trong tứ giác nên tọa độ của điểm $S(s_1,s_2)$ phải là nghiệm của hệ bất phương trình ở câu (a)

$$\begin{cases} s_1\le 18\\ s_2\le 18\\ s_2-\frac{\sqrt{3}}{3}s_1\ge 0\\ s_2-\sqrt{3}s_1\le 0\end{cases}$$

$$<=>\begin{cases} s_1\le 18\\ s_2\le 18\\ \sqrt{3}s_2-s_1\ge 0\\ s_2-\sqrt{3}s_1\le 0\end{cases}$$

$$<=>\begin{cases} s_1\le 18\\ s_2\le 18\\ \sqrt{3}s_2-s_1\ge 0\\ -s_2+\sqrt{3}s_1\ge 0\end{cases}$$

Ta có r là bán kính của cái đế dự kiến được cắt. Do đó,r không được vượt quá khoảng cách của điểm S tới các cạnh của tứ giác ABCD. Ta lập được hệ bất phương trình như sau:

$$\begin{cases} r \le \dfrac{\sqrt{3}s_2 - s_1}{2} \\ r \le 18 - s_1 \\ r \le 18 - s_2 \\ r \le \dfrac{\sqrt{3}s_1 - s_2}{2} \\ r \ge 0 \end{cases}$$

Vậy để cắt được một cái đế hình tròn từ tứ giác ABCD có tâm là $S(s_1, s_2)$ và bán kính r, 3 giá trị s_1, s_2, r phải thỏa hệ phương trình:

$$\begin{cases} r \le \dfrac{\sqrt{3}s_2 - s_1}{2} \\ r \le 18 - s_1 \\ r \le 18 - s_2 \\ r \le \dfrac{\sqrt{3}s_1 - s_2}{2} \\ r \ge 0 \end{cases}$$

Câu 2:

- Để dễ dàng trong việc giải thích, ta sẽ điền các giá trị của bộ k^2 số vào ma trận vuông A có kích thước k x k có a_{ij} là các phần tử với $1 \le i \le k, 1 \le j \le k$ theo qui tắc $A_{ij} = x_{ij}$.

  Khi đó, ta có thể hiểu cá điều kiện của bài toán như sau:

1) $x_{ij} \in \{0;1\}$ với mọi i,j thỏa đề

   Vậy các phần tử trong ma trận chỉ mang giá trị 0 hoặc 1

2) $\sum_{i=1}^{k} x_{ij} = 1$ với mọi j thỏa đề

   Tổng các phần tử có cùng giá trị j luôn bằng 1 với mọi j thỏa đề

Vậy ta suy ra được trên mỗi cột của ma trận, chỉ có đúng một phần tử mang giá trị bằng 1

3) $\sum_{j=1}^{k} x_{ij} = 1$ với mọi i thỏa đề

Tổng các phần tử có cùng giá trị i luôn bằng 1 với mọi i thỏa đề

Vậy ta suy ra được trên mỗi hàng của ma trận, chỉ có đúng một phần tử mang giá trị bằng 1

Từ đây, ta có thể hiểu biến số $x_{ij} \in \{0;1\}$ là một giá trị để chỉ bạn A_i có làm công việc j hay không, theo nguyên tắc sau:

- Nếu bạn A_i là người được phân công làm công việc j , $x_{ij} = 1$.
- Nếu bạn A_i không phải là người được phân công làm công việc j , $x_{ij} = 0$.
- Một bạn chỉ được phân công đúng một công việc
- Một công việc chỉ được phân công cho đúng một người

Nhận thấy z là tổng thời gian của các bạn để hoàn thành được nhiệm vụ mình được giao.

Để z đạt giá trị nhỏ nhất thì ta cần tìm phương án tối ưu để phân công nhiệm vụ sao cho tổng thời gian hoàn thành ngắn nhất.