

## Практична робота № 6

**Тема.** Графи. Найкоротші шляхи

**Мета:** набути практичних навичок розв'язання задач пошуку найкоротших шляхів у графі та оцінювання їх асимптотичної складності.

### Постановка завдання.

Виконати індивідуальне завдання. Завдання полягає у знаходженні найкоротших шляхів від вершини 1 до всіх інших за допомогою алгоритму, вказаному у варіанті. Номер варіанта відповідає номеру студента у списку групи. У разі, якщо було досягнуто кінця списку задач, потрібно циклічно повернутися на його початок.

### Контрольні запитання.

1. **Граф** - це абстрактна математична структура, що складається з вершин (вузлів) та ребер (зв'язків), які з'єднують ці вершини. Основні складові графа:
  - **Вершини (nodes або vertices):** Представляють собою об'єкти або сутності, які можуть бути з'єднані між собою.
  - **Ребра (edges):** Визначають взаємозв'язки між вершинами, вони можуть мати напрямок (орієнтовані графи) або бути безнапрямковими (неорієнтовані графи).
  - **Ваги (weights):** Деякі ребра можуть мати числові значення, що вказують на вагу або відстань між вершинами.
2. Для пошуку найкоротших шляхів у графах застосовуються такі алгоритми:
  - **Алгоритм Дейкстри**
  - **Алгоритм Беллмана-Форда**
  - **Алгоритм Флойда-Уоршелла**
3. **Алгоритм Дейкстри** - це алгоритм пошуку найкоротшого шляху в зваженому графі з невід'ємними вагами ребер. Він працює шляхом розглядання вершин графу в порядку їхньої відстані від стартової вершини, знаходячи найкоротший шлях до кожної вершини за допомогою "жадібного" вибору найменш вагомого ребра.
4. **Алгоритм Беллмана-Форда** - це алгоритм пошуку найкоротшого шляху в графі з вагами ребер, які можуть бути від'ємними. Він працює за принципом релаксації ребер, тобто поступово покращує найкращі оцінки відстаней між вершинами до моменту, коли вони стають найкоротшими можливими.
5. **Алгоритм Флойда-Уоршелла** - це алгоритм для пошуку найкоротших шляхів між кожною парою вершин у зваженому графі. Він базується на принципі динамічного програмування і здатен працювати з графами, які містять ваги ребер навіть з від'ємними значеннями. Переваги включають

простоту реалізації та здатність знаходити всі найкоротші шляхи в одному виклику. Недолік полягає в тому, що він вимагає  $O(V^3)$  пам'яті та часу, що може бути неефективним для великих графів.

середньостатистично

8

11

8, 11

(7, 11) (5, 8)

|        | Київ | Харків | Одеса | Львів |
|--------|------|--------|-------|-------|
| Київ   | 0    | 472    | 978   | 542   |
| Харків | 472  | 0      | 789   | 1056  |
| Одеса  | 978  | 789    | 0     | 789   |
| Львів  | 542  | 1056   | 789   | 0     |

Харків → Одеса

|   | K   | X | O   | L    |
|---|-----|---|-----|------|
| a | 0   | 1 | 0   | 0    |
| b | 472 | 0 | 789 | 1056 |
| c | x   | 1 | x   | x    |

$789 < 472 + 428 = 960$   
 $1056 < 972 + 582 = 1104$

|   | K   | X | O   | L    |
|---|-----|---|-----|------|
| a | 1   | 1 | 0   | 0    |
| b | 472 | 0 | 789 | 1056 |
| c | x   | 1 | x   | x    |

$789 < 1056 + 789$

В: 789 см (Харків - Одеса) найкоротший шлях