

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
Институт компьютерных наук и технологий  
Высшая школа интеллектуальных систем и суперкомпьютерных технологий

**Отчёт по лабораторной работе №5**  
**Дисциплина:** Телекоммуникационные технологии  
**Тема:** Автокорреляция

Работу выполнил:  
Ляшенко В.В.  
Группа: 3530901/80201  
Преподаватель:  
Богач Н.В.

Санкт-Петербург  
2021

# Оглавление

<b>1</b>	<b>Упражнение 5.1</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Упражнение 5.2</b>	<b>6</b>
2.1	Функция <code>estimate_fundamental</code> . . . . .	6
2.2	Спектрограмма . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Упражнение 5.3</b>	<b>9</b>
<b>4</b>	<b>Упражнение 5.4</b>	<b>11</b>
<b>5</b>	<b>Выводы</b>	<b>16</b>

# Список иллюстраций

1.1	Автокорреляция первого сегмента . . . . .	4
1.2	Автокорреляция второго сегмента . . . . .	5
2.1	Спектрограмма сегмента . . . . .	7
2.2	Спектрограмма сегмента . . . . .	8
3.1	Данные о BitCoin . . . . .	9
3.2	Автокорреляция BitCoin . . . . .	10
4.1	Спектр сегмента . . . . .	11
4.2	Автокорреляция . . . . .	12
4.3	Спектр без основной частоты . . . . .	13
4.4	Автокорреляция . . . . .	14
4.5	Фильтрованный спектр . . . . .	15
4.6	Автокорреляция фильтрованного спектра . . . . .	15

# Листинги

1.1	Получение сегмента . . . . .	4
1.2	Использование автокорреляцию . . . . .	4
1.3	Уточнение значения lag . . . . .	5
1.4	Нахождение частоты . . . . .	5
1.5	Получение сегмента . . . . .	5
2.1	Функция estimate_fundamental . . . . .	6
2.2	Применение функции . . . . .	6
2.3	Построение спектрограммы . . . . .	6
2.4	Наложение оценки высоты на спектрограмму . . . . .	7
3.1	Получение данных о BitCoin . . . . .	9
3.2	Вычисление автокорреляции . . . . .	10
4.1	Выделение сегмента . . . . .	11
4.2	Построение спектра сегмента . . . . .	11
4.3	Получение треугольной волны . . . . .	12
4.4	Функция автокорреляции . . . . .	12
4.5	Применение функции . . . . .	12
4.6	Удаление основной частоты . . . . .	13
4.7	Фильтрация гармоник . . . . .	14

# Глава 1

## Упражнение 5.1

Блокнот Jupyter `chap05.ipynb` содержит приложение, в котором можно вычислить автокорреляции для различных `lag`. Воспользуемся им и оценим высоту тона вокального чирпа для нескольких времен начала сегмента.

Для начала скачаем запись с чирпом и выделим небольшой сегмент.

```
wave = read_wave('28042__bcjordan__voicedownbew.wav')
wave.normalize()
segment = wave.segment(start=0.1, duration=0.01)
```

Листинг 1.1: Получение сегмента

Теперь используем автокорреляцию (Рис.1.1).

```
lags, corrs = autocorr(segment)
plt.plot(lags, corrs)
decorate(xlabel='Lag (index)', ylabel='Correlation')
```

Листинг 1.2: Использование автокорреляцию

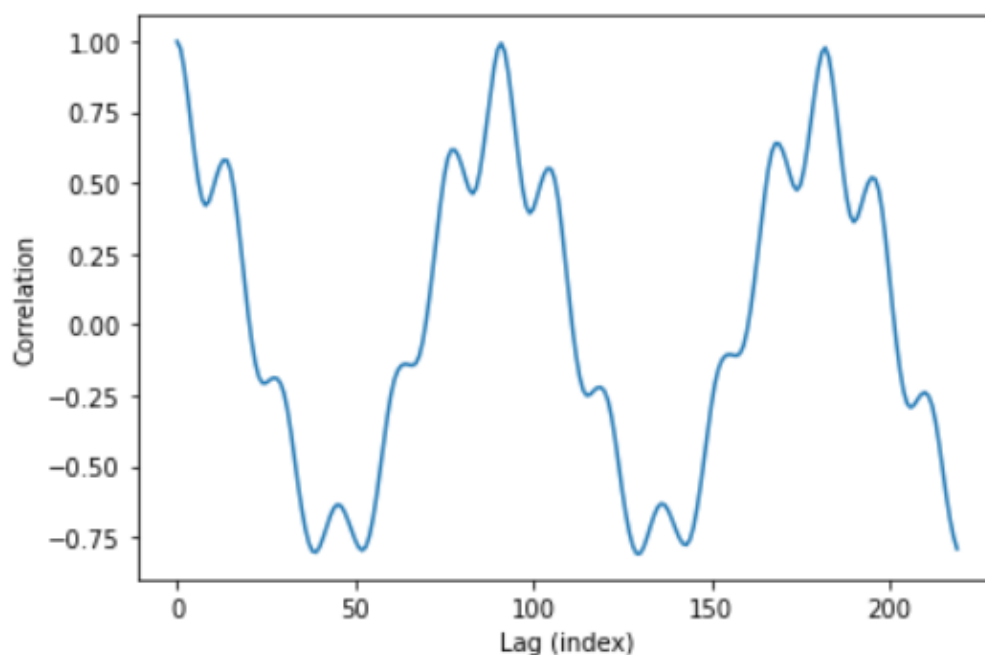


Рис. 1.1: Автокорреляция первого сегмента

Первый пик находится близко к `lag = 100`. Уточним значение, используя `argmax`.

```
low=70
high=150
lag = np.array(corrs[low:high]).argmax() + low
lag
```

Листинг 1.3: Уточнение значения lag

Полученное значение lag = 91.

Затем вычислим частоту для найденного lag.

```
period = lag / segment.framerate
frequency = 1 / period
frequency
```

Листинг 1.4: Нахождение частоты

Полученная частота: 485 Гц.

Возьмем теперь другой сегмент того же сигнала и выполним те же действия (Рис.1.2).

```
segment2 = wave.segment(start=0.6, duration=0.01)
```

Листинг 1.5: Получение сегмента

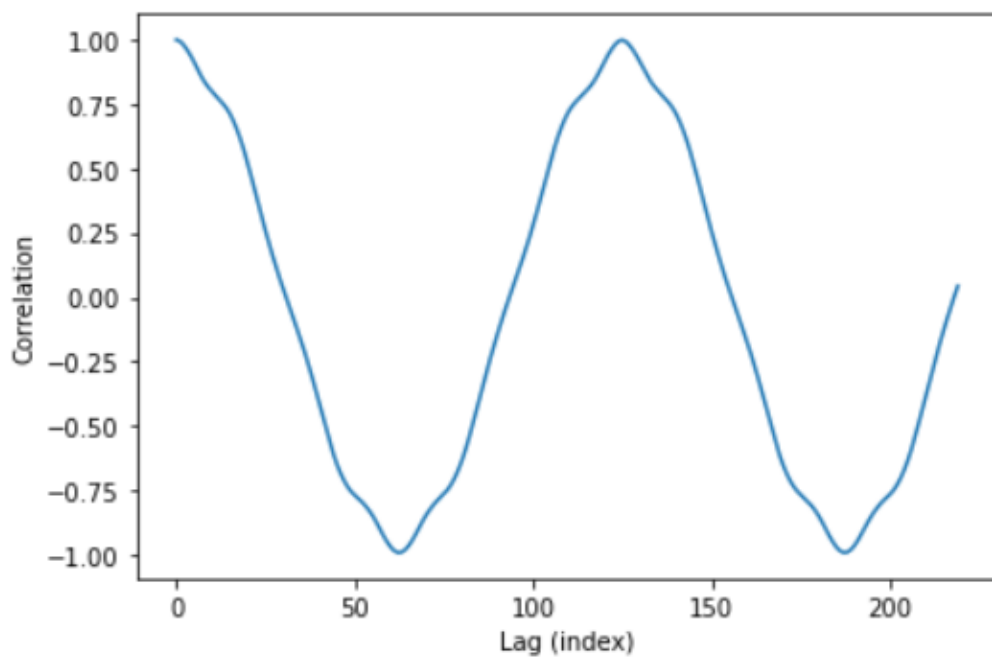


Рис. 1.2: Автокорреляция второго сегмента

Полученное значение lag = 125. Полученная частота: 353 Гц.

Таким образом, при увеличении времени начала сегмента частота уменьшается.

# Глава 2

## Упражнение 5.2

### 2.1 Функция `estimate_fundamental`

Пример кода в `chap05.ipynb` показывает, как использовать автокорреляцию для оценки основной частоты периодического сигнала. Инкапсулируем этот код в функцию, названную `estimate_fundamental`.

```
def estimate_fundamental(segment, low=70, high=150):
    lags, corrs = autocorr(segment)
    lag = np.array(corrs[low:high]).argmax() + low
    period = lag / segment.framerate
    frequency = 1 / period
    return frequency
```

Листинг 2.1: Функция `estimate_fundamental`

Используем ее для отслеживания высоты тона записанного звука.

```
wave = read_wave('28042__bcjordan__voicedownbew.wav')
wave.normalize()
segment = wave.segment(start=0.6, duration=0.01)
freq = estimate_fundamental(segment)
freq
```

Листинг 2.2: Применение функции

Полученная частота: 353 Гц.

### 2.2 Спектрограмма

Проверим ее работу функции.

В начале построим спектрограмму записи (Рис.2.1).

```
wave.make_spectrogram(2048).plot(high=4200)
decorate(xlabel='Time (s)', ylabel='Frequency (Hz)')
```

Листинг 2.3: Построение спектрограммы

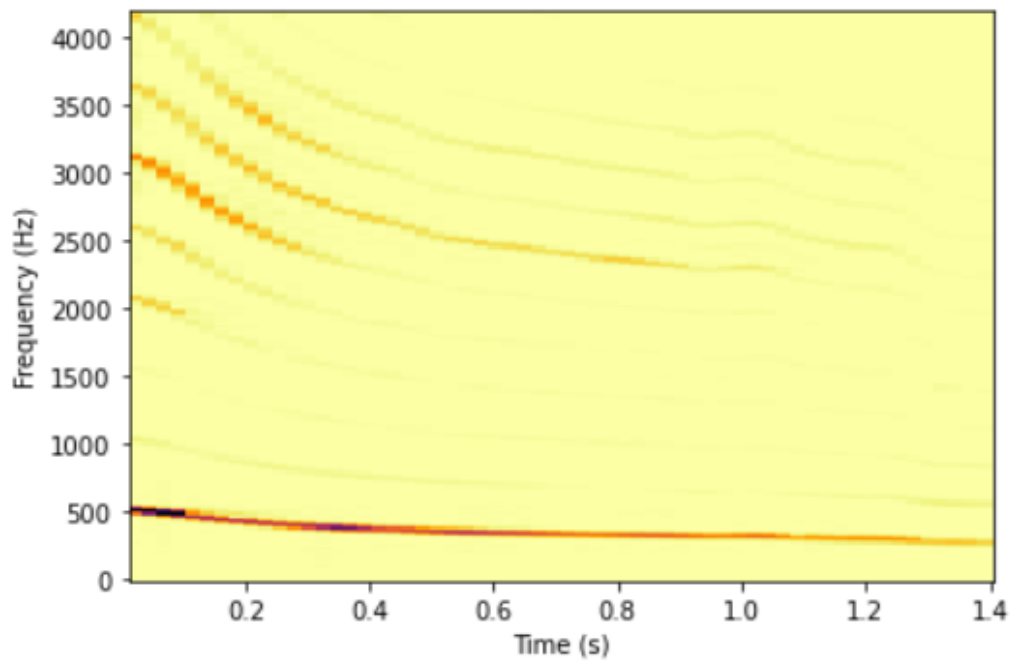


Рис. 2.1: Спектрограмма сегмента

Теперь будем накладывать оценки высоты на спектрограмму.

```
step = 0.05
starts = np.arange(0.0, 1.4, step)

ts = []
freqs = []

for start in starts:
    ts.append(start + step/2)
    segment = wave.segment(start=start, duration=duration)
    freq = estimate_fundamental(segment)
    freqs.append(freq)

wave.make_spectrogram(2048).plot(high=900)
plt.plot(ts, freqs, color='white')
decorate(xlabel='Time (s)', ylabel='Frequency (Hz)')
```

Листинг 2.4: Наложение оценки высоты на спектрограмму



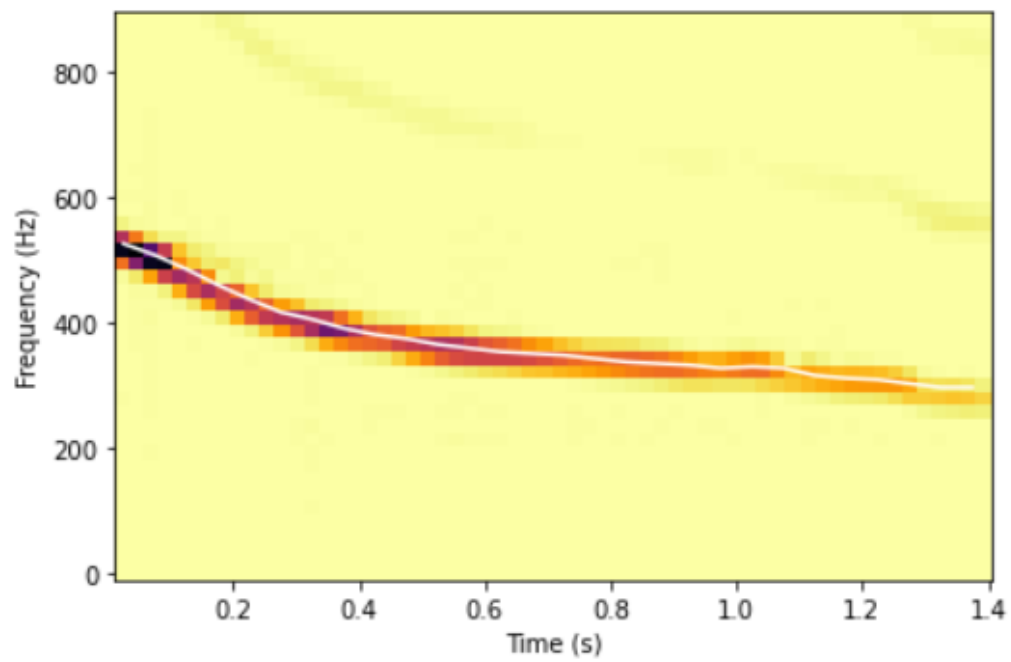


Рис. 2.2: Спектрограмма сегмента

Как мы можем видеть из рис.2.2, наложение оценки совпадает с кривой на спектрограмме, что говорит нам о правильной работе функции.

## Глава 3

### Упражнение 5.3

Используя данные о BitCoin из предыдущей лабораторной (Рис.3.1), вычислим автокорреляцию цен в платежной системе BitCoin.

```
import pandas as pd
from thinkdsp import Wave

df = pd.read_csv('files/BTC_USD_2020-04-12_2021-04-11-CoinDesk.csv',
                 parse_dates=[0])
ys = df['Closing Price (USD)']
ts = df.index
wave = Wave(ys, ts, framerate=1)
wave.plot()
decorate(xlabel='Time (days)')
```

Листинг 3.1: Получение данных о BitCoin

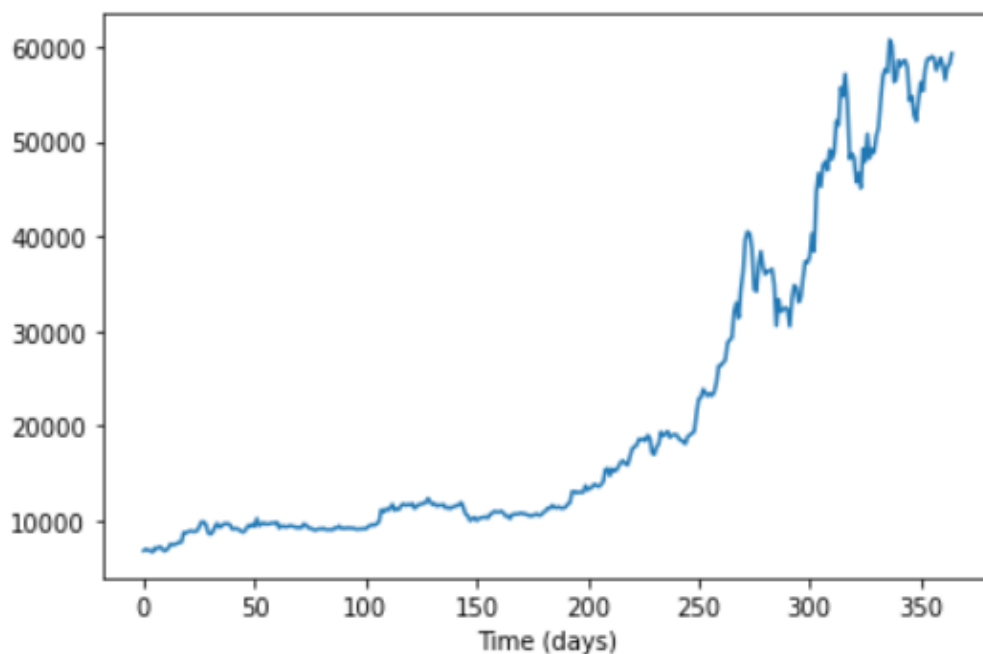


Рис. 3.1: Данные о BitCoin

Вычислим автокорреляцию.

```
lags, corrs = autocorr(wave)
plt.plot(lags, corrs)
decorate(xlabel='Lag', ylabel='Correlation')
```

Листинг 3.2: Вычисление автокорреляции

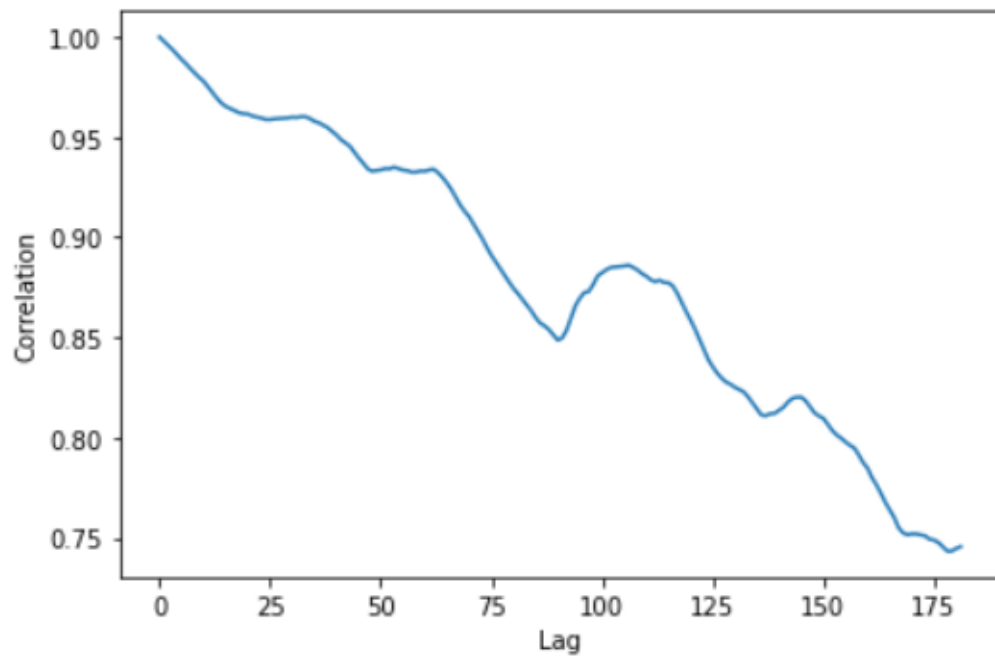


Рис. 3.2: Автокорреляция BitCoin

Как мы можем видеть на рис.3.2, автокорреляция спадает не очень быстро по мере увеличения задержки, что указывает на то, что перед нами розовый шум.

# Глава 4

## Упражнение 5.4

Воспользуемся блокнотом `saxophone.ipynb`, в котором исследуются автокорреляция, восприятие высоты тона и явление под названием «подавленная основная». Запустим примеры из него. Затем выберем другой сегмент записи и вновь поработаем с примерами. Пусть новый сегмент будет иметь ту же длину, но начнётся с 5 с.

```
start = 5.0
duration = 0.5
segment = wave.segment(start=start, duration=duration)
segment.make_audio()
```

Листинг 4.1: Выделение сегмента

Построим спектр этого сегмента (Рис.4.1).

```
spectrum = segment.make_spectrum()
spectrum.plot(high=3000)
decorate(xlabel='Frequency (Hz)', ylabel='Amplitude')
```

Листинг 4.2: Построение спектра сегмента

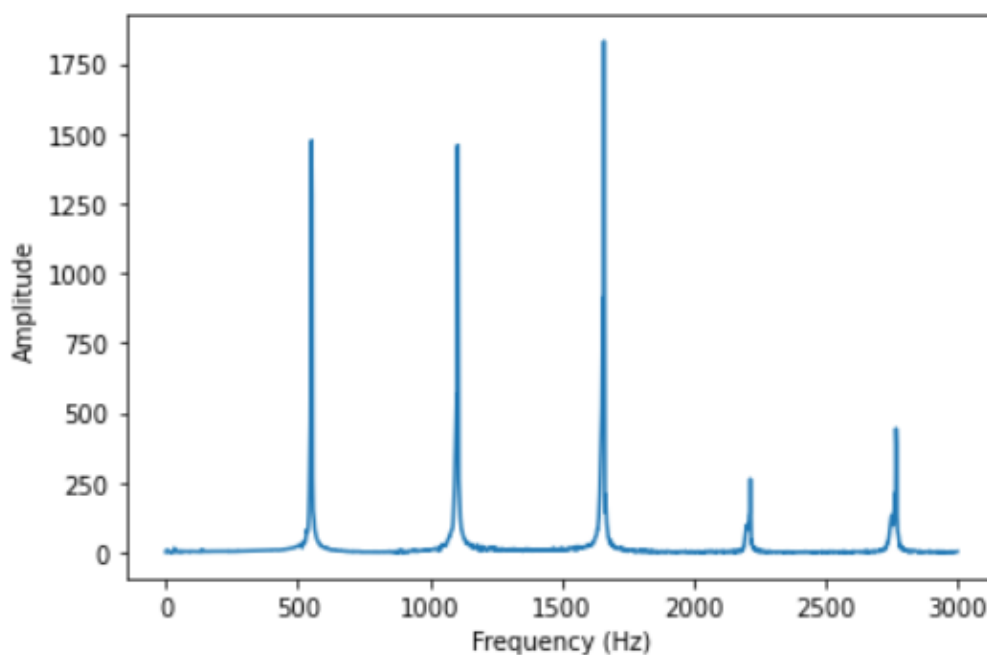


Рис. 4.1: Спектр сегмента

Затем получим все пики спектра. Пики в спектре находятся на частотах 552, 1106 и 1660 Гц.

Высота 552 Гц, которую мы воспринимаем, является основной, но не доминирующей. Сравним ее с треугольной волной на частоте 552 Гц.

```
from thinkdsp import TriangleSignal
TriangleSignal(freq=552).make_wave(duration=0.5).make_audio()
```

Листинг 4.3: Получение треугольной волны

У них одинаковая воспринимаемая высота звука.

Чтобы понять, почему мы воспринимаем основную частоту, даже если она не является доминирующей, используем автокорреляцию.

```
def autocorr(segment):
    corrs = np.correlate(segment.ys, segment.ys, mode='same')
    N = len(corrs)
    lengths = range(N, N//2, -1)

    half = corrs[N//2:].copy()
    half /= lengths
    half /= half[0]
    return half
```

Листинг 4.4: Функция автокорреляции

```
corrs = autocorr(segment)
plt.plot(corrs[:200])
decorate(xlabel='Lag', ylabel='Correlation', ylim=[-1.05, 1.05])
```

Листинг 4.5: Применение функции

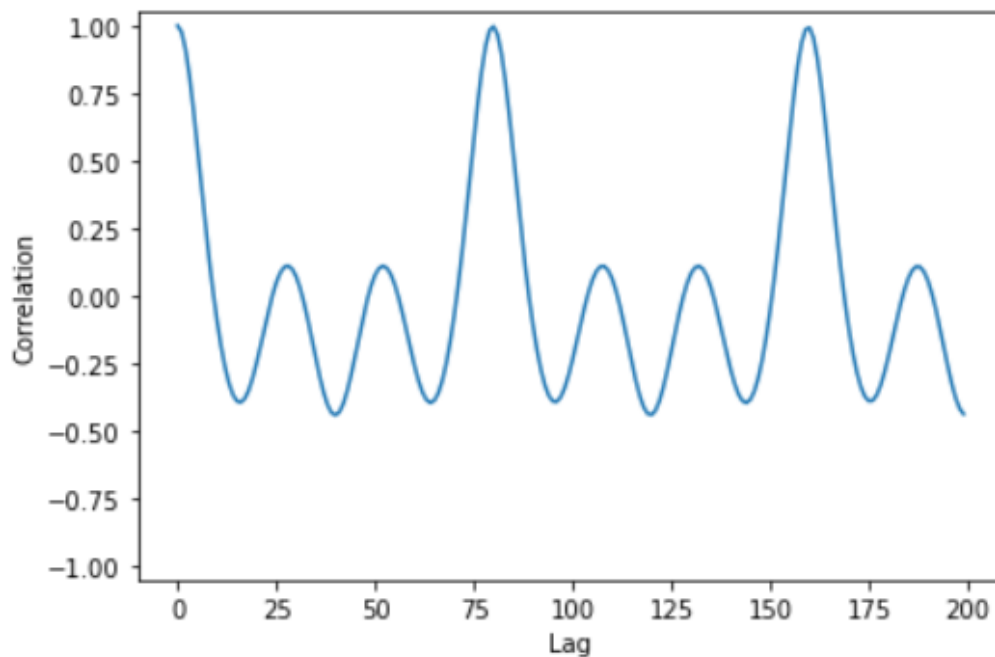


Рис. 4.2: Автокорреляция

Из рис.4.2 мы видим, что первый главный пик находится рядом с  $\text{lag} = 75$ .

Затем используем функцию `find_frequency`, которая находит самую высокую корреляцию в заданном диапазоне задержек и возвращает соответствующую частоту. Находим lag самого высокого пика и его частоту.

Полученный значения: lag = 80, частота = 551 Гц.

Высота звука, которую мы воспринимаем, соответствует наивысшему пику автокорреляционной функции, а не самому высокому компоненту спектра.

Теперь попробуем удалить основную частоту (Рис.4.3).

```
spectrum2 = segment.make_spectrum()  
spectrum2.high_pass(600)  
spectrum2.plot(high=3000)  
decorate(xlabel='Frequency (Hz)', ylabel='Amplitude')
```

Листинг 4.6: Удаление основной частоты

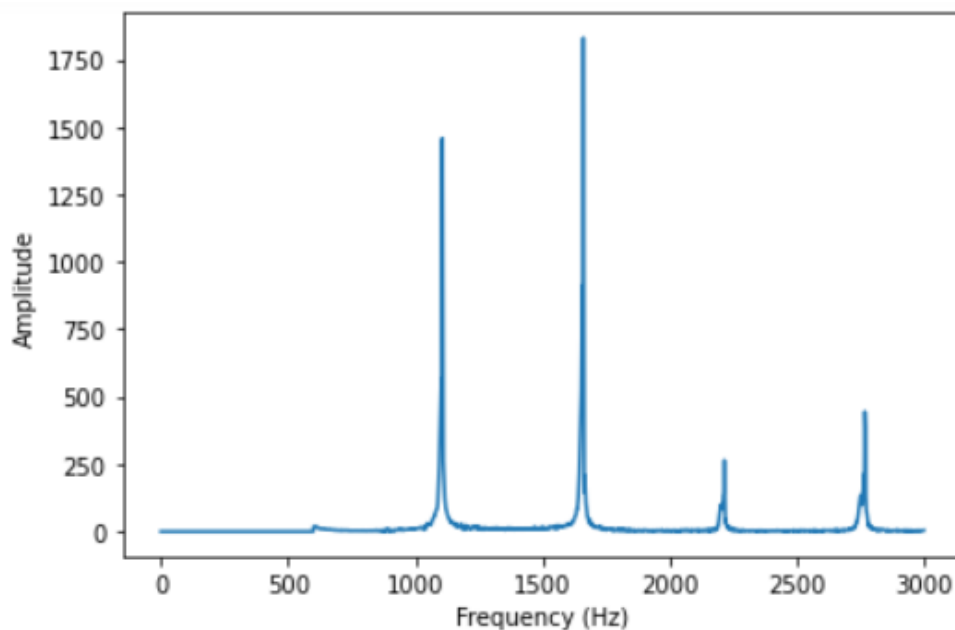


Рис. 4.3: Спектр без основной частоты

Послушаем полученный сегмент. Воспринимаемая высота звука по-прежнему составляет 551 Гц, хотя на этой частоте нет мощности. Это явление называют «подавленная основная».

Чтобы понять, почему мы слышим частоту, которой нет в сигнале, посмотрим на функцию автокорреляции (Рис.4.4).

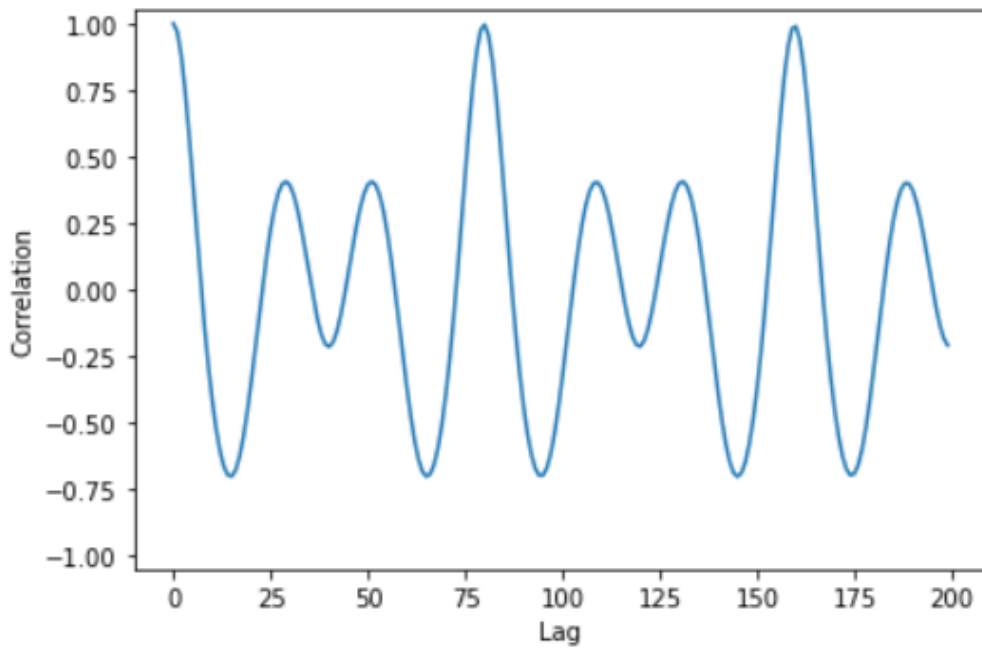


Рис. 4.4: Автокорреляция

Третий пик, соответствующий 551 Гц, по-прежнему самый высокий.

Но есть еще два пика, соответствующие 1521 Гц и 558 Гц. Но мы их не воспринимаем, так как высшие компоненты, которые присутствуют в сигнале, представляют собой гармоники 551 Гц, а не гармоники 558 или 1521 Гц.

Наше ухо интерпретирует высокие гармоники как свидетельство того, что «правильная» основная частота составляет 551 Гц.

Если избавиться от высоких гармоник, эффект исчезнет. Вот спектр с удаленными гармониками выше 1200 Гц (Рис.4.5).

```
spectrum4 = segment.make_spectrum()
spectrum4.high_pass(600)
spectrum4.low_pass(1200)
spectrum4.plot(high=3000)
decorate(xlabel='Frequency (Hz)', ylabel='Amplitude')
```

Листинг 4.7: Фильтрация гармоник

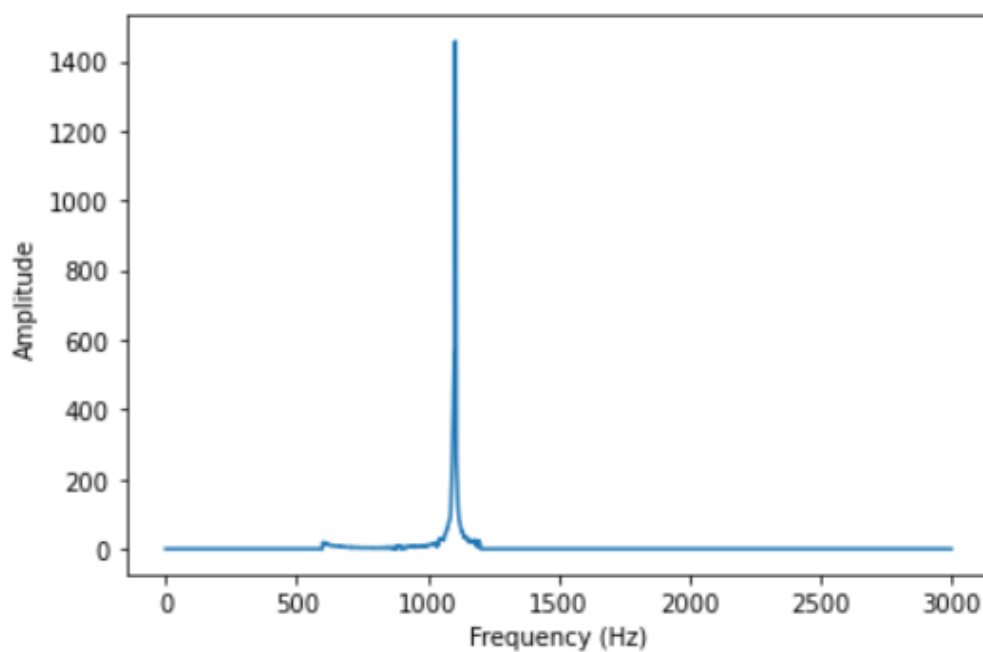


Рис. 4.5: Фильтрованный спектр

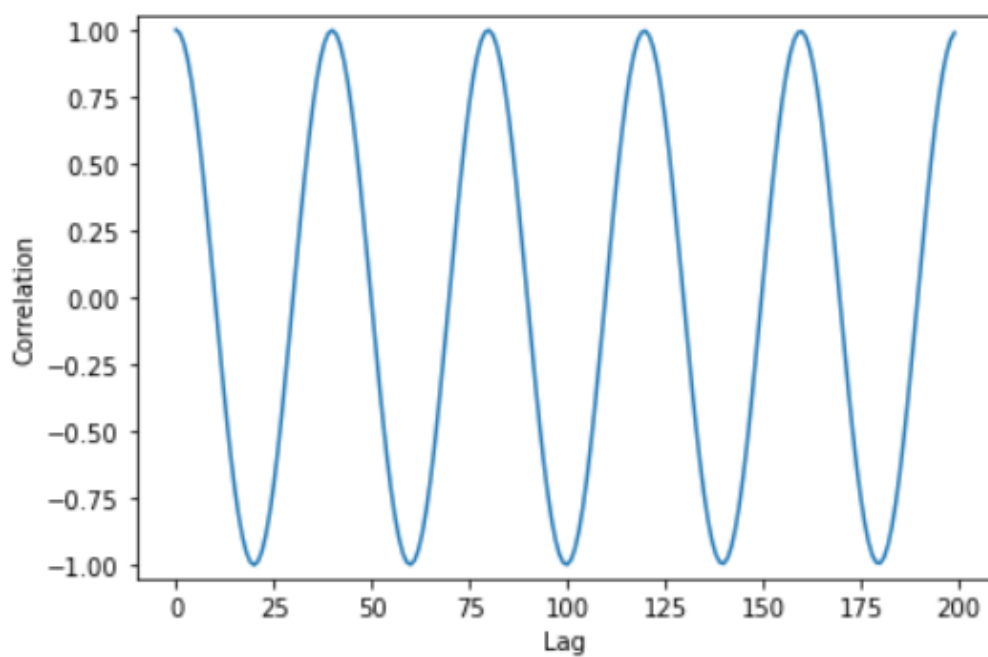


Рис. 4.6: Автокорреляция фильтрованного спектра

Теперь воспринимаемая высота звука 1106 Гц. Если мы посмотрим на функцию автокорреляции (Рис. 4.6), то самый высокий пик будет на  $\text{lag} = 40$ , что соответствует 1102 Гц.

Таким образом, эти эксперименты показывают, что восприятие высоты звука не полностью основано на спектральном анализе, но также определяется автокорреляцией.



## Глава 5

### Выводы

В результате выполнения данной работы мы познакомились с понятием автокорреляции и научились использовать ее для оценки высоты тона.

Также мы исследовали понятие «подавленная основная».