Évolution de la population en Argentine

Le tableau ci-dessous indique la population de l'Argentine, en millions d'habitants, tous les dix ans, de 1970 à 2020, ainsi que le taux d'évolution de la population, en pourcentage, arrondi à 0,1 %, d'une décennie sur l'autre.

Année	**1970**	**1980**	**1990**	**2000**	**2010**	**2020**
Population en millions d'habitants	23,88	27,90	32,62	36,87	40,79	45,38
Taux d'évolution (en %)		+16,8	+16,9	?	+10,6	+11,3

Source : www.donneesmondiales.com

Ainsi, on lit qu'entre 1970 et 1980, la population de l'Argentine a augmenté de 16,8 % environ.
Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

1- Calculer le taux d'évolution de la population de l'Argentine entre 1990 et 2000. Le résultat sera donné en pourcentage arrondi à 0,01 %.

Différence de population = 36,87-32,62 = 4,25 millions

$\boxed{Taux\ d'évolution = \frac{4,25}{32,62} \times 100 \approx 13,0\,\%}$ (pour confirmer et être sûr.e de soi, on peut refaire le calcul pour une des autres cases du tableau)

2- On admet que le taux d'évolution global de la population de l'Argentine entre 1970 et 2020 est de 90 % environ.

Montrer que le taux d'évolution annuel moyen de la population de l'Argentine entre 1970 et 2020 est d'environ 1,3 %.

On peut essayer de modéliser l'augmentation par une suite géométrique de raison 1,013 (ce qui correspond à une augmentation de 1,3%), avec u_0 la population en 1970 et u_n la population en 1970+n.
Alors le terme général de la suite donne :

$\boxed{u_n = u0 \times q^n = 23,88 \times 1,013^n}$

en particulier, pour 2020 :

$\boxed{u_{50} = 23,88 \times 1,013^{50} \approx 45,55\,millions}$

Donc un taux d'évolution annuel moyen de 1,3 % correspond assez bien à la situation.

Partie B

Dans cette partie, on se propose de modéliser l'évolution de la population en Argentine pour les années qui suivent l'année 2020.

3- On choisit un premier modèle pour obtenir une estimation de la population de l'Argentine, en millions d'habitants après 2020. On estime que la population, après 2020, augmente de 0,46 million d'habitants par an. On modélise alors cette évolution par une suite (u_n) où u_n représente la population, en millions d'habitants, pour l'année $(2020+n)$. On a $u_0=45{,}38$.

3-a- Calculer u_1.

$\boxed{u_1=u_0+0{,}46=45{,}38+0{,}46=45{,}84}$

3-b- Quelle est la nature de la suite (u_n)? Donner sa raison.

C'est une suite arithmétique de raison r=0,46.

3-c- Exprimer, pour tout entier naturel n, u_n en fonction de n.

Terme général d'une suite arithmétique : $u_n=u_0+n\times r$

Et ici : $u_n=45{,}38+n\times 0{,}46$

3-d- Déterminer l'année à partir de laquelle, selon ce modèle, la population de l'Argentine dépassera 50 millions d'habitants.

En testant différentes valeurs de n, on obtient :

$\boxed{u_{10}=49{,}98}$ **et** $\boxed{u_{11}=50{,}44}$

La population de l'Argentine dépassera donc 50 millions pour la première fois à l'année 2020+11, soit en 2031.

(On peut aussi résoudre l'équation $\boxed{45{,}38+0{,}46n=50}$ **)**

4- On choisit maintenant un autre modèle. On estime dans cette question que la population de l'Argentine, après 2020, continue d'augmenter de 1,3 % par an. On modélise alors cette évolution, par une suite (v_n) où v_n représente la population, en millions d'habitants, pour l'année $(2020+n)$. Ainsi $v_0=45{,}38$.

4-a- Calculer v_1.

Une augmentation de 1,3 % correspond à un coefficient multiplicateur de 1,013.

Alors $\boxed{v_1=v_0\times 1{,}013\approx 45{,}97}$

4-b- Montrer que la suite (v_n)est géométrique. Donner sa raison.

On obtient le terme suivant en multipliant par 1,013 donc (v_n) est géométrique de raison q=1,013.

4-c- Exprimer, pour tout entier naturel n, v_n en fonction de n.

Le terme général d'une suite géométrique est : $\boxed{u_n=u_0\times q^n}$

et ici : $\boxed{u_n = 45{,}38 \times 1{,}013^n}$

5- Les prévisions des Nations-Unies donnent pour 2025 une population de 47,48 millions d'habitants en Argentine. Des deux modèles proposés, lequel se rapproche le plus de cette prévision ? Justifier la réponse.

2025 correspond à n=5

$\boxed{u_5 = 45{,}38 + 5 \times 0{,}46 = 47{,}68}$

$\boxed{v_5 = 45{,}38 \times 1{,}013^5 \approx 48{,}41}$

Le modèle de la suite arithmétique se rapproche donc plus de cette prévision.