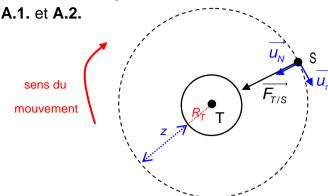
Spécialité physique chimie Exercice 1- La mission GRACE-FO (10 points)

A. Caractéristiques de l'orbite



$$\overrightarrow{F_{T/S}} = G. \frac{m.M_T}{(R_T + z)^2}.\overrightarrow{u_n}$$

Rq: nous prenons la liberté d'utiliser la notation usuelle $\overrightarrow{u_n}$ pour désigner le vecteur unitaire dirigé du satellite vers la Terre (au lieu de \overrightarrow{n} demandé dans l'énoncé).

A.3. Rq: l'énoncé confond les notations du champ de **pesanteur** terrestre \vec{g} et celle du champ **gravitationnel** $\vec{\mathcal{G}}$; nous proposons les deux réponses.

- Par définition du champ gravitationnel : $\overrightarrow{F_{T/S}} = m \cdot \overrightarrow{\mathcal{G}} \text{ donc } \overrightarrow{\mathcal{G}} = G \cdot \frac{M_T}{(R_T + z)^2} \cdot \overrightarrow{u_n}$
- En assimilant le poids à la force d'interaction gravitationnelle au niveau du sol (z = 0):

$$\overrightarrow{P} = \overrightarrow{F_{T/S}}$$
 donc $\overrightarrow{m.g} = G.\frac{\overrightarrow{m.M_T}}{R_T^2}.\overrightarrow{u_n}$ donc $\overrightarrow{g} = G.\frac{\overrightarrow{M_T}}{R_T^2}.\overrightarrow{u_n}$

A.4. Appliquons la $2^{\text{ème}}$ loi de Newton au système {satellite} dans le référentiel géocentrique considéré galiléen : $\Sigma \overrightarrow{F_{\text{ext}}} = m.\vec{a}$.

Le système n'est soumis qu'à la force d'interaction gravitationnelle $\overline{F_{T/S}}$ donc $G.\frac{m.M_T}{(R_T+z)^2}.\overrightarrow{u_n} = m.\overrightarrow{a} \Leftrightarrow \overrightarrow{a} = G.\frac{M_T}{(R_T+z)^2}.\overrightarrow{u_n}$

A.5. et A.6. Dans le repère de Frenet,
$$\vec{a} = \frac{v^2}{R_\tau + z} . \vec{u_n} + \frac{dv}{dt} . \vec{u_\tau}$$

En égalant les deux expressions de \vec{a} , on obtient :

- selon $\overrightarrow{u_{\tau}}$: $0 = \frac{dv}{dt}$ donc $\mathbf{v} = \mathbf{constante}$: le mouvement est uniforme (et circulaire) ;
- selon $\overrightarrow{u_n}$: $G \cdot \frac{M_T}{(R_T + z)^2} = \frac{v^2}{R_T + z} \Leftrightarrow v^2 = G \cdot \frac{M_T}{R_T + z} \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + z}}$

A.7. La vitesse étant constante, on peut écrire :
$$v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{2\pi \cdot (R_T + z)}{T}$$
 pour une révolution.

Ainsi :
$$T = \frac{2\pi . (R_T + z)}{v} = \frac{2\pi . (R_T + z)}{\sqrt{\frac{G.M_T}{R_T + z}}} = 2\pi . \frac{(R_T + z)^{3/2}}{\sqrt{G.M_T}}$$

$$T = 2\pi \times \frac{((6371 + 490) \times 10^{3})^{3/2}}{\sqrt{6,67 \times 10^{-11} \times 5,98 \times 10^{24}}} = 5,65 \times 10^{3} \text{ s} = 1,57 \text{ h}$$

Ainsi, en un jour (soit 24 h), les satellites parcourent 24/1,57 soit environ 15 fois leur orbite conformément à l'information de l'énoncé.

A.8. En reprenant les réponses aux questions **A.3.** et **A.4.** : l'expression du vecteur accélération d'un satellite est : $\vec{a} = G \cdot \frac{M_T}{(R_T + z)^2} \cdot \vec{u_n} = \vec{\mathcal{G}}$ (champ gravitationnel à l'altitude z).

Les vecteurs accélération de chaque satellite sont donc égaux à $\overrightarrow{\mathcal{G}}$ (notés $\overrightarrow{g_1}$ et $\overrightarrow{g_2}$ sur le sujet).

- Pour le satellite de tête, le vecteur accélération $\overrightarrow{a_1} = \overrightarrow{g_1}$ est **dirigé dans le sens du mouvement** ce qui est caractéristique d'un mouvement circulaire accéléré : **la vitesse du 1**^{er} **satellite augmente**.
- Pour le $2^{\text{ème}}$ satellite, le vecteur accélération $\overrightarrow{a_2} = \overrightarrow{g_2}$ est **centripète** ce qui est caractéristique d'un mouvement circulaire uniforme : **la vitesse du 2^{\text{ème}} satellite ne varie pas**.

Conclusion : la distance *L* entre les deux satellites augmente *(conformément à la partie B de l'exercice)*.

B. Principe de fonctionnement de l'interféromètre embarqué

- **B.1.** Pour observer le phénomène d'interférences, il faut que des ondes de même fréquence et de déphasage constant se croisent. Cela est possible ici car les deux ondes arrivant au détecteur sont issues de la même source monochromatique (le laser).
- **B.2.** Le phénomène d'interférences constructives a lieu quand les deux ondes qui interfèrent sont **en phase**. L'amplitude de l'onde résultante est alors maximale.
- **B.3.** La différence de marche entre les deux faisceaux qui se séparent au point A est : $\delta = (AB + BC + CD) AD = (L + h + L) h = 2L$
- **B.4.** Par un raisonnement similaire, la nouvelle différence de marche devient : $\delta' = 2 \times (L + d)$.

Ainsi, la variation de la différence de marche est : $\Delta \delta = \delta' - \delta = 2 \times (L + d) - 2L = 2d$

B.5. Dans le cas d'interférences constructives, $\delta = k \times \lambda$ avec k entier relatif. Ainsi, pour deux états successifs d'interférences constructives, $\Delta \delta = (k+1) \times \lambda - k \times \lambda = \lambda$.

En reprenant le résultat de la question **B.4.** : $\Delta \delta = 2d = \lambda \, \text{donc} \, d = \frac{\lambda}{2}$.

B.6. L'interféromètre est donc capable de détecter une variation de distance $d = \frac{1064}{2} = 532,0$ nm tandis que les satellites sont distants de 220 km !

C. Principe des accéléromètres

- C.1. Quand X augmente, la distance D = e + X augmente donc la capacité C du condensateur diminue car D est au dénominateur dans la relation $C = \frac{\varepsilon_0.S}{D}$.
- **C.2.** L'expression du champ \vec{E} entre les plaques d'un condensateur est : $E = \frac{U}{D} = \frac{U}{e+X}$

Le champ \vec{E} étant orienté de l'armature chargée positivement vers l'armature chargée négativement, $\vec{E} = \frac{U}{e+X}.\vec{i}$

C.3. Le champ électrique \vec{E} est orienté vers la droite ici (voir réponse précédente).

De plus, la force électrique est orientée en sens opposée à \vec{E} car $\vec{F} = -q.\vec{E_1} = -q.\vec{E_2}$ ici.

Conclusion : c'est le schéma 2 qui convient.

C.4. D'après l'énoncé, les deux forces électrostatiques se compensent donc $\overrightarrow{F_g} + \overrightarrow{F_d} = \overrightarrow{0}$. Or $\overrightarrow{F_g} = -q.\overrightarrow{E_g}$ (armature négative) et $\overrightarrow{F_d} = q.\overrightarrow{E_d}$ (armature positive) donc $-q.\overrightarrow{E_g} + q.\overrightarrow{E_d} = \overrightarrow{0}$ soit

 $q.\left(-\overrightarrow{E_g}+\overrightarrow{E_d}\right)=\vec{0}$ donc $\overrightarrow{E_g}=\overrightarrow{E_d}$: les deux champs ont même direction, même sens et même

valeur.