DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Cursos Técnicos Superiores Profissionais

Fundamentos de Matemática

Folha teórica — Generalidades sobre números

1. Generalidades sobre números

1.1 Conjuntos de números $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$

$\mathbb{N}$: números naturais

$$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5, \cdots$$

$\mathbb{Z}$: números inteiros (aos naturais acrescem os números negativos e o zero)

$$\cdots,\ -4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5, \cdots$$

$\mathbb{Q}$: números racionais (aos inteiros acrescem as frações de dois números inteiros, em que o denominador é não nulo)

Qualquer número racional pode escrever-se na forma:

$$q = \frac{m}{n}$$

onde m e n são números inteiros com $n \neq 0$.

Exemplos:

$$\frac{1}{3}; \quad -\frac{2}{7}; \quad 52 = \frac{52}{1}; \quad 0,13 = \frac{13}{100}$$

Observações:

- $\dfrac{2}{-7} = -\dfrac{2}{7}$
- A divisão por zero não está definida, assim expressões como $\dfrac{5}{0}$ e $\dfrac{0}{0}$ não estão definidas.

$\mathbb{R}$: números reais (aos racionais acrescem os outros números reais que não podem ser expressos como uma fração de dois números inteiros e são, portanto, chamados de *números irracionais*)

Exemplos de números irracionais:

$$\sqrt{2}, \quad -\sqrt{5}, \quad \sqrt[3]{2}, \quad \pi, \quad \frac{7}{\pi}$$

Todo o número real admite uma representação decimal. Se o número é racional, então a sua correspondente representação decimal ou é finita (*dízima finita*) ou repete-se a partir de determinada ordem (*dízima infinita periódica*).

Exemplos:

$$\frac{1}{4} = 0,25; \quad \frac{1}{3} = 0,33333\cdots = 0,(3); \quad \frac{157}{495} = 0,3171717\cdots = 0,3(17)$$

Se o número é irracional, então a sua representação decimal é infinita e não admite qualquer fator de repetição consecutiva (*dízima infinita não periódica*).

Exemplos:

$\sqrt{2} = 1,414213562373095\cdots$; $\pi = 3,141592653589793\cdots$; $e = 2,718281828459045\cdots$

Se dado um número irracional cortarmos a sua expansão decimal em determinada posição, obtemos uma aproximação para o número. Por exemplo, podemos escrever

$$\sqrt{2} \approx 1,41421; \quad \pi \approx 3,14159265; \quad e \approx 2,7183$$

onde o símbolo $\approx$ é lido aproximadamente igual a. Note que quantas mais casas decimais tiver a aproximação melhor ela será.

Observação: Toda a dízima infinita periódica pode ser convertida numa fração de dois números inteiros.

Exemplo: Seja $x = 3,547474747\cdots = 3,5(47)$

Para converter x numa fração de dois números podemos proceder do seguinte modo:

- Multiplicar x por uma potência de 10 por forma a que na parte inteira apareça o fator de repetição completo.
  Neste exemplo, vamos multiplicar x por 1000 obtendo-se:

$$1000x = 3547,474747\cdots$$

- Multiplicar x por uma potência de 10 de modo a que na parte inteira fiquem apenas todos os dígitos que não pertencem à parte que se repete.
  Neste exemplo, vamos multiplicar x por 10 obtendo-se:

$$10x = 35,4747474\cdots$$

- Efetuar a subtração entre a primeira e o segunda igualdade obtidas acima.
  Obtém-se assim a seguinte igualdade,

$$990x = 3512,0$$

  resultando então que $x = \frac{3512}{990}$. Note que esta fração pode ser simplificada e apresentada na sua forma irredutível $x = \frac{1756}{495}$.

Na tabela que segue são apresentadas as propriedades dos números reais.

Propriedade	**Exemplo**
Propriedades comutativas	
$a+b=b+a$	$4+5=5+4$
$a\times b=b\times a$	$3\times 5=5\times 3$
Propriedades associativas	
$(a+b)+c=a+(b+c)$	$(4+7)+3=4+(7+3)$
$(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$	$(3\times 5)\times 4=3\times(5\times 4)$
Propriedades distributivas	
$a\times(b+c)=a\times b+a\times c$	$5\times(4+7)=5\times 4+5\times 7$
$(a+b)\times c=a\times c+b\times c$	$(3+5)\times 4=3\times 4+5\times 4$

Observação: Dado que todas as propriedades acima são igualdades elas podem sempre ser usadas nos dois sentidos. Apresenta-se um exemplo com a propriedade distributiva.

- $3\times(5+2x+y)=3\times 5+3\times 2x+3\times y=15+6x+3y$
- $4x+8y+12z=4x+4\times 2y+4\times 3z=4(x+2y+3z)$

Quando efetuar cálculos com números negativos usam-se as propriedades que são apresentadas na tabela abaixo.

Propriedade	**Exemplo**
$(-1)\,a=-a$	$(-1)\,5=-5$
$-(-a)=a$	$-(-3)=3$
$(-a)\,b=-ab=a\,(-b)$	$(-4)\,7=-28=4\,(-7)$
$(-a)\,(-b)=ab$	$(-4)\,(-7)=28$
$-(a+b)=-a-b$	$-(4+7)=-4-7$
$-(a-b)=-a+b$	$-(4-7)=-4+7$

Observação: Não podemos assumir à partida que $-a$ é um número negativo. Note que $-a$ pode ser positivo ou negativo, depende do valor de a. Por exemplo, se $a=7$ então $-a=-7$ é um número negativo, mas se $a=-7$ então $-a=-(-7)=7$ é um número positivo.

1.2 Operações aritméticas com números na forma de fração

A divisão é a operação inversa da multiplicação. Dividir por um número é o mesmo que multiplicar pelo inverso desse número. Se $b\neq 0$ então, por definição,

$$a\div b=a\times\frac{1}{b}.$$

Observações:

- Para simplificar a notação escreve-se $\frac{a}{b}$ em vez de $a \times \frac{1}{b}$.
- $\frac{a}{b}$ diz-se o *quociente* de a e b ou a *fração* de a sobre b.
- a é o *numerador* e b é o *denominador*.

Quando efetuar cálculos com números na forma de fração usam-se as propriedades que são apresentadas na tabela que segue.

Propriedade	**Exemplo**
$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$	$\frac{2}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{2 \times 3}{7 \times 5} = \frac{6}{35}$
$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$	$\frac{2}{7} \div \frac{3}{5} = \frac{2}{7} \times \frac{5}{3} = \frac{10}{21}$
$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$	$\frac{2}{7} + \frac{9}{7} = \frac{2+9}{7} = \frac{11}{7}$
$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$	$\frac{2}{7} + \frac{3}{5} = \frac{2 \times 5 + 7 \times 3}{7 \times 5} = \frac{31}{35}$
$\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$	$\frac{2 \times 9}{7 \times 9} = \frac{2}{7}$
Se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ então $ad = bc$	$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ logo $2 \times 12 = 3 \times 8$

1.3 Potenciação de números reais

O produto de vários números iguais é usualmente escrito na forma de uma potência. Por exemplo, $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$. Introduzimos agora a definição de potências de expoente natural.

Definição: Se a é um número real e n é um natural, então a n-ésima potência de a é

$$a^n = a \times a \times a \cdots \times a,$$

o produto de n cópias de a. O número a diz-se a *base* e n o *expoente*.

Observação: Cuidado com as seguintes diferenças:

- $(-5)^4 = -5 \times (-5) \times (-5) \times (-5) = 625$, o expoente aplica-se ao -5.
- $-5^4 = -(5 \times 5 \times 5 \times 5) = -625$, o expoente aplica-se ao 5.
- $\frac{2^3}{5} = \frac{2 \times 2 \times 2}{5} = \frac{8}{5}$, o expoente aplica-se apenas ao numerador.
- $\frac{2}{5^3} = \frac{2}{5 \times 5 \times 5} = \frac{2}{125}$, o expoente aplica-se apenas ao denominador.
- $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{8}{125}$, o expoente aplica-se a toda a fração.

Consideremos agora o caso em que o expoente é zero ou um número negativo.

Definição: Se $a \neq 0$ é número real e n é um inteiro positivo, então

$$a^0 = 1 \quad \text{e} \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

Exemplos:

- $\left(\frac{2}{5}\right)^0 = 1$
- $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8}$
- $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{2}{5}\right)^3} = \frac{1}{\frac{8}{125}} = \frac{125}{8}$

Para efetuar cálculos envolvendo potências usam-se as propriedades que são apresentadas na tabela que segue, onde a e b são números reais, assumidos por forma a que as expressões estejam definidas, e os expoentes m e n são inteiros.

Propriedade	**Exemplo**
$a^m a^n = a^{m+n}$	$2^3 \times 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$
$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\frac{2^7}{2^3} = 2^{7-3} = 2^4$
$(a^m)^n = a^{m \times n}$	$(2^3)^5 = 2^{3\times 5} = 2^{15}$
$(ab)^n = a^n b^n$	$(2 \times 3)^5 = 2^5 \times 3^5$
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$	$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^2$

1.4 Radiciação de números reais

Para que a expressão $2^{\frac{3}{4}}$ tenha significado temos que introduzir a operação de radiciação, esta é a operação matemática inversa à potenciação.

Definição: O símbolo $\sqrt{\ }$ significa *a raiz quadrada positiva de*. Assim,

$$\sqrt{a} = b \ \text{ significa que } \ b^2 = a \ \text{ e } \ b \geq 0.$$

Note que, como $a = b^2$ então $\sqrt{a}$ apenas está definida quando $a \geq 0$.

Avançamos agora com a generalização para a n-ésima raiz de um número.

Definição: Se n é um inteiro positivo, então a n-ésima raiz principal de a é definida como segue:

$$\sqrt[n]{a} = b \text{ significa que } b^n = a.$$

Se n é par, então a tem que ser maior ou igual a zero e b também.

Observações:

- Quando $n = 3$, diz-se que se trata da raiz cúbica.
- A b chama-se *raiz*, a n *índice*, a a *radicando* e a $\sqrt{\ }$ *radical*.

Exemplos:

- $\sqrt{49} = 7$ pois $7^2 = 49$;
- $\sqrt[4]{81} = 3$ pois $3^4 = 81$;
- $\sqrt[3]{8} = 2$ pois $2^3 = 8$ e $\sqrt[3]{-8} = -2$ pois $(-2)^3 = -8$.

Observações:

- $(\sqrt{a})^2 = a$ se $a \geq 0$, por exemplo: $\left(\sqrt{4}\right)^2 = 2^2 = 4$.
- $(\sqrt[n]{a})^n = a$ se $a \geq 0$ no caso de n ser par e qualquer que seja a se n for ímpar.

Note-se no entanto que:

- $\sqrt{-49}$ é uma expressão que não está definida em $\mathbb{R}$, pois não existe $x \in \mathbb{R}$ tal que $x^2 = -49$.
- $\sqrt{4^2} = \sqrt{16} = 4$ mas também $\sqrt{(-4)^2} = \sqrt{16} = 4$ que não igual a -4.

Para efetuar cálculos envolvendo a radiciação usam-se, entre outras, as propriedades que são apresentadas na tabela que segue, onde os valores de a, b, m e n são assumidos por forma a que todas as expressões estejam definidas.

Propriedade	Exemplo
$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b}$	$\sqrt[3]{8 \times (-27)} = \sqrt[3]{8}\,\sqrt[3]{-27} = 2 \times (-3) = -6$
$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$	$\sqrt{\frac{25}{81}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{81}} = \frac{5}{9}$
$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$	$\sqrt[3]{\sqrt{729}} = \sqrt[3]{\sqrt[2]{729}} = \sqrt[3\times 2]{729} = \sqrt[6]{729} = 3$

Observação: Atenção que $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$. De facto, $\sqrt{a+b}$ só é igual a $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ se $a = 0$ ou $b = 0$. Em todos os outros casos, as duas expressões resultam em valores diferentes. Consideremos, por exemplo, $a = 9$ e $b = 16$, tem-se:

$$\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

no entanto,

$$\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7.$$

Note que $\sqrt{9+16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16}$ pois $5 \neq 7$.

Voltando à expressão $2^{\frac{3}{4}}$, estamos agora em condições de introduzir os expoentes em forma de fração.

Definição: Para qualquer expoente racional, em forma reduzida, onde m e n são números inteiros com $n > 0$, define-se:

$$a^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}.$$

Se n é par, então tem que se verificar $a \geq 0$.

Exemplos:

- $9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3$ mas $9^{-\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{9^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{1}{\sqrt{9}} = \dfrac{1}{3}$
- $27^{\frac{2}{3}} = \left(\sqrt[3]{27}\right)^2 = 3^2 = 9$, em alternativa podia fazer-se $27^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{27^2} = \sqrt[3]{729} = 9$
- $8^{-\frac{1}{3}} = \dfrac{1}{8^{\frac{1}{3}}} = \dfrac{1}{\sqrt[3]{8}} = \dfrac{1}{2}$

Neste contexto, podem surgir expressões com o radical em denominador e é por vezes útil eliminar o radical do denominador multiplicando ambos numerador e denominador por uma expressão adequada. Este procedimento diz-se a racionalização do denominador.

Se o denominador é da forma $\sqrt{a}$, então multiplicamos o numerador e o denominador por $\sqrt{a}$.

Exemplos:

- $\dfrac{2}{\sqrt{3}} = \dfrac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}^2} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$
- $\dfrac{-14}{\sqrt{5}} = \dfrac{-14 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \dfrac{-14\sqrt{5}}{\sqrt{5}^2} = -\dfrac{14\sqrt{5}}{5}$

Se o denominador é da forma $\sqrt[n]{a^m}$, com $m < n$, então multiplicamos o numerador e o denominador por $\sqrt[n]{a^{n-m}}$.

Exemplos:

- $\dfrac{2}{\sqrt[3]{5}} = \dfrac{2 \times \sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{5^2}} = \dfrac{2\sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{5^3}} = \dfrac{2\sqrt[3]{25}}{5}$;
- $\sqrt[7]{\dfrac{1}{a^4}} = \dfrac{1}{\sqrt[7]{a^4}} = \dfrac{1 \times \sqrt[7]{a^3}}{\sqrt[7]{a^4} \times \sqrt[7]{a^3}} = \dfrac{\sqrt[7]{a^3}}{\sqrt[7]{a^7}} = \dfrac{\sqrt[7]{a^3}}{a}$.

1.5 Casos notáveis da multiplicação

Uma variável é uma letra que pode representar qualquer número num determinado universo. Se, partindo de variáveis como x, y e $z \in \mathbb{R}$ e números reais, aplicarmos operações entre a adição, subtração, multiplicação, divisão, potência ou raiz, obtemos *expressões algébricas*.

Exemplos: Alguns exemplos de expressões algébricas:

- $3\,x^4 - 5\,x^2 + 7\,x - 2$
- $\sqrt{x} + y - 10$
- $\dfrac{5\,x + y^2}{z - 7}$

Para calcular o produto de expressões algébricas é necessário aplicar a propriedade distributiva repetidamente. Vejamos um exemplo:

$$(2\,x + 3)\,(5\,x - 7) = 2\,x \times 5\,x + 2\,x \times (-7) + 3 \times 5\,x + 3 \times (-7) = 10\,x^2 + 1\,x - 21.$$

Alguns tipos de produtos são tão frequentes que convidam à sua memorização. É o que acontece com os casos notáveis da multiplicação. No que segue A e B denotam números reais ou expressões algébricas.

1. $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$
2. $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$
3. $(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$

Seguem as provas das igualdades acima:

1. $(A+B)(A-B) = A \times A + A \times (-B) + B \times A + B \times (-B) = A^2 - AB + BA - B^2 = A^2 - AB + AB - B^2 = A^2 - B^2$
2. $(A+B)^2 = (A+B)(A+B) = A \times A + A \times B + B \times A + B \times B = A^2 + AB + BA + B^2 = A^2 + AB + AB + B^2 = A^2 + 2AB + B^2$
3. $(A-B)^2 = (A-B)(A-B) = A \times A + A \times (-B) + (-B) \times A + (-B) \times (-B) = A^2 - AB - BA + B^2 = A^2 - AB - AB + B^2 = A^2 - 2AB + B^2$

Exemplos: Alguns exemplos de aplicação das fórmulas acima:

- $[(x+y)+1][(x+y)-1] = (x+y)^2 - 1^2$, aplicando agora o caso 2 obtém-se:

  $$(x+y)^2 - 1^2 = x^2 + 2xy + y^2 - 1.$$

- $(\sqrt{3}+5)^2 = (\sqrt{3})^2 + 2 \times \sqrt{3} \times 5 + 5^2 = 3 + 10\sqrt{3} + 25 = 10\sqrt{3} + 28$. Note que em alternativa existe sempre a possibilidade de aplicar a propriedade distributiva pois:

  $$(\sqrt{3}+5)^2 = (\sqrt{3}+5)(\sqrt{3}+5).$$

- $(x^2 - y^3)^2 = (x^2)^2 - 2 \times x^2 \times y^3 + (y^3)^2 = x^4 - 2\,x^2\,y^3 + y^6$.

Aplicação: Pode-se agora aplicar os novos conhecimentos no processo de racionalização.

- Como racionalizar $\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$?

  Pelo ponto 1 acima tem-se que $(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3}) = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2 = 5-3 = 2$. Assim,

$$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{1\times(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{5-3} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}.$$

- No caso de termos $\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ multiplicaríamos o numerador e o denominador, naturalmente, por $(\sqrt{5}+\sqrt{3})$ obtendo-se,

$$\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{1\times(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{5-3} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}.$$

1.6 Equações do 1.º grau

O tipo mais simples de equações são as equações de 1.º grau com apenas uma variável, ou *equação linear*, que é uma equação em que cada termo ou é uma constante ou um múltiplo não nulo da variável.

Definição: Uma equação linear de uma variável é equivalente a uma da forma:

$$a\,x + b = 0$$

onde $a \neq 0$ e b são números reais e x é uma variável.

Exemplos: As seguintes equações são lineares:

- $3\,x - \dfrac{2}{3}x = 8$;
- $x - 9 = \dfrac{x}{3} + 4$.

As seguintes equações são exemplos de equações **não lineares**:

- $3\,x^2 - \dfrac{2}{3}x = 8$ pois contém o quadrado da variável;
- $\sqrt{x} - 9 = \dfrac{x}{3} + 4$ pois contém a raiz quadrada da variável.

Para determinar a solução da equação, isto é, o valor de x que torna a equação verdadeira, procede-se à sua resolução.

Exemplo: Como determinar a solução da equação $8\,x - 4 = 5\,x + 11$?

- usar a propriedade da igualdade $A = B \Leftrightarrow A + C = B + C$ com $C = 4$

$$8\,x - 4 = 5\,x + 11 \Leftrightarrow 8\,x = 5\,x + 11 + 4$$

- usar a propriedade da igualdade $A = B \Leftrightarrow A + C = B + C$ com $C = -5\,x$

$$8\,x = 5\,x + 15 \Leftrightarrow 8\,x - 5\,x = 15$$

- usa-se a propriedade da igualdade $A = B \Leftrightarrow CA = CB$, $C \neq 0$, com $C = \dfrac{1}{3}$

$$8\,x - 5\,x = 15 \Leftrightarrow 3\,x = 15 \Leftrightarrow x = 5$$

  Obtida a solução, $x = 5$, pode-se confirmar se houve ou não erros de cálculo. Para tal substitui-se o valor de x por 5 na equação original. Vejamos:

$$8 \times 5 - 4 = 5 \times 5 + 11 \Leftrightarrow 40 - 4 = 25 + 11 \Leftrightarrow 36 = 36.$$

  Conclui-se assim que a solução encontrada está correta pois a igualdade obtida é verdadeira. Note que a equação acima apenas admite uma solução por se tratar de uma equação linear.

Observação: Note que uma equação linear pode ter mais do que uma variável. Para o que segue, introduzem-se as equações lineares com duas variáveis. Note que toda a equação linear com duas variáveis x e y pode escrever-se na forma:

$$a\,x + b\,y = c.$$

1.7 Sistemas com duas equações lineares e duas incógnitas

Um sistema com duas equações lineares e duas incógnitas é um conjunto de duas equações lineares que envolvem as mesmas incógnitas.

Uma solução do sistema é uma atribuição de valores às variáveis que torna as duas equações verdadeiras em simultâneo. Resolver um sistema significa encontrar todas as soluções do sistema.

Exemplo: Considere o seguinte sistema de equações lineares em duas variáveis:

$$\begin{cases} 3\,x + 2\,y + 5 = 0 \\ x - 2y = -7 \end{cases}$$

Para resolver este sistema vamos usar o *método de substituição*.

- Começa-se com uma equação do sistema e resolve-se para uma variável em função da outra variável.

  Para simplificar os cálculos, neste caso em concreto, vamos começar pela segunda equação:

$$x - 2y = -7 \Leftrightarrow x = 2y - 7$$

- Num segundo passo começa-se por substituir a expressão encontrada no passo anterior na outra equação por forma a obter uma equação apenas com uma variável:

$$3\,x + 2\,y + 5 = 0 \Leftrightarrow 3\,(2y - 7) + 2\,y + 5 = 0$$

  Depois resolve-se essa equação em ordem à sua variável:

$$3 \times 2\,y + 3 \times (-7) + 2\,y + 5 = 0 \Leftrightarrow 8y - 21 + 5 = 0 \Leftrightarrow 8y = 16 \Leftrightarrow y = 2$$

- Finalmente substitui-se o valor encontrado no segundo passo na equação determinada no primeiro passo para determinar o valor da outra variável.

$$x = 2y - 7 \Leftrightarrow x = 2 \times 2 - 7 \Leftrightarrow x = 4 - 7 \Leftrightarrow x = -3$$

  A solução encontrada pode ser escrita como par ordenado $(x, y) = (-3, 2)$.

1.8 Notação Científica. Prefixos do sistema internacional

A notação científica, ou notação em forma exponencial, é usada como uma forma compacta de escrever números muito grandes e números muito pequenos. Como exemplos tem-se a massa da Terra que é de cerca de 5 973 600 000 000 000 000 000 000 kg e a massa de um átomo de hidrogénio que é cerca de 0,000 000 000 000 000 000 000 001 66 g. Uma vez que estes números são difíceis de ler e escrever é vantajoso serem expressos em notação científica.

Definição: Um número positivo x diz-se escrito em *notação científica* se está expresso como segue:

$$x = a \times 10^n \text{ onde } 1 \leq a < 10 \text{ e } n \text{ é um inteiro.}$$

Exemplos: Da forma decimal para notação científica:

- $76\ 200 = 7,62 \times 10^4$
- $0,000\ 093 = 9,3 \times 10^{-5}$

Exemplos: De notação científica para a forma decimal:

- $6,97 \times 10^9 = 6\ 970\ 000\ 000$

- $9,6327 \times 10^{-6} = 0,000\ 009\ 632\ 7$

Exemplo: Cálculos com notação científica:

Consideremos $a = 0,000\ 46$; $b = 8,697 \times 10^{22}$ e $c = 2,91 \times 10^{-18}$. Para escrever $\frac{a \times b}{c}$ em notação científica procede-se do seguinte modo:

- aplicamos as propriedades das potências já exploradas:

$$\frac{a \times b}{c} = \frac{(4,6 \times 10^{-4}) \times 8,697 \times 10^{22}}{2,91 \times 10^{-18}} = \frac{4,6 \times 8,697}{2,91} \times 10^{-4+22+18}$$

- após efetuar os cálculos devemos escrever o resultado em notação científica:

$$\frac{a \times b}{c} = \frac{4,6 \times 8,697}{2,91} \times 10^{-4+22+18} \approx 13,75 \times 10^{36} = 1,375 \times 10^{37}$$

O Sistema Internacional de Unidades (SI) especifica um conjunto de prefixos de unidade conhecidos como prefixos SI ou prefixos métricos. Um prefixo SI é um nome que precede uma unidade de medida para indicar um múltiplo ou submúltiplo da unidade. Cada prefixo tem um símbolo único que é colocado à frente do símbolo da unidade. Os prefixos SI são padronizados pelo *Bureau* Internacional de Pesos e Medidas.

Os prefixos SI são usados para reduzir o número de zeros antes ou depois do ponto decimal. Por exemplo, uma corrente elétrica de $0,000\ 000\ 001 = 1 \times 10^{-9}$ ampere é escrita usando o prefixo SI nano como 1 nanoampere ou 1 nA.

Na tabela que segue encontram-se os prefixos SI assim como os respetivos símbolos.

Múltiplos			Submúltiplos		
Fator	Prefixo	Símbolo	Fator	Prefixo	Símbolo
10^{24}	yotta	Y	10^{-1}	deci	d
10^{21}	zetta	Z	10^{-2}	centi	c
10^{18}	exa	E	10^{-3}	mili	m
10^{15}	peta	P	10^{-6}	micro	µ
10^{12}	tera	T	10^{-9}	nano	n
10^{9}	giga	G	10^{-12}	pico	p
10^{6}	mega	M	10^{-15}	femto	f
10^{3}	kilo	k	10^{-18}	atto	a
10^{2}	hecto	h	10^{-21}	zepto	z
10^{1}	deca	da	10^{-24}	yocto	y

Para mais detalhes consulte https://www.bipm.org/fr/measurement-units/#si-prefixes ou https://www.bipm.org/en/measurement-units/prefixes.html.