逻辑代数

1.基本运算

	与	或	非	与非	或非	异或	同或
函数式	Y = A · B	Y = A + B	Y = A′	Y = (A · B)′	Y = (A+B)′	Y = A⊕B	Y = A⊙B
真值表	A B Y 0 0 0 0 1 0 1 0 0 1 1 1	A B Y 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 1	A Y 0 1 1 0	A B Y 0 0 1 0 1 1 1 0 1 1 1 0	A B Y 0 0 1 0 1 0 1 0 0 1 1 0	A B Y 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 0	A B Y 0 0 1 0 1 0 1 0 0 1 1 1
逻辑图 1							
逻辑图 2							

2.基本公式和常用公式

表 2.3.1　逻辑代数的基本公式

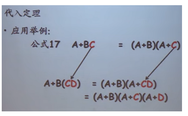
序号	公　式	序号	公　式
1	$0 \cdot A = 0$	10	$1' = 0; 0' = 1$
2	$1 \cdot A = A$	11	$1 + A = 1$
3	$A \cdot A = A$	12	$0 + A = A$
4	$A \cdot A' = 0$	13	$A + A = A$
5	$A \cdot B = B \cdot A$	14	$A + A' = 1$
6	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	15	$A + B = B + A$
7	$A + (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$	16	$A + (B + C) = (A + B) + C$
8	$(A \cdot B)' = A' + B'$	17	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$
9	$(A')' = A$	18	$(A + B)' = A' \cdot B'$

表 2.3.3　若干常用公式

序　号	公　式
21	$A + A \cdot B = A$
22	$A + A' \cdot B = A + B$
23	$A \cdot B + A \cdot B' = A$
24	$A \cdot (A + B) = A$
25	$A \cdot B + A' \cdot C + B \cdot C = A \cdot B + A' \cdot C$ $A \cdot B + A' \cdot C + BCD = A \cdot B + A' \cdot C$
26	$A \cdot (A \cdot B)' = A \cdot B'$; $A' \cdot (AB)' = A'$

3.基本定理

带入定理



对偶定理

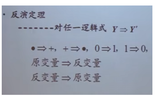
两逻辑式相等，则其对偶式也相等。

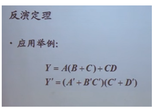
例如，若 $Y = A(B + C)$，　则 $Y^D = A + BC$

若 $Y = (AB + CD)'$，　则 $Y^D = ((A + B)(C + D))'$

若 $Y = AB + (C + D)'$，　则 $Y^D = (A + B)((CD)')$

反演定理





① 仍需遵守“先括号，然后乘，最后加”的运算优先次序。
② 不属于单个变量上的反号应保留不变。

4.逻辑函数及其表示方法

- 真值表
- 逻辑式
- 逻辑图
- 波形图

5.逻辑函数的两种标准形式

最小项之积

n变量的最小项的数目为2^n个

表 2.5.5　三变量最小项的编号表

最小项	使最小项为 1 的变量取值 A	B	C	对应的十进制数	编　号
$A'B'C'$	0	0	0	0	m_0
$A'B'C$	0	0	1	1	m_1
$A'BC'$	0	1	0	2	m_2
$A'BC$	0	1	1	3	m_3
$AB'C'$	1	0	0	4	m_4
$AB'C$	1	0	1	5	m_5
ABC'	1	1	0	6	m_6
ABC	1	1	1	7	m_7

最小项的性质

1.在输入变量任何取值下，必有一个最小项，而且有且仅有一个最小项值为1

2.全体最小项值之和为1

3.任意两个最小项之积为0

4.相邻最小项之和可以合并成一项，并消去一对因子

最大项之和

n变量逻辑函数中，若M为n个变量之和，这n个变量均已原变量或反变量在M中出现一次，M称为该组变量的最大项

n变量的最大项的数目为2^n个

表 2.5.6　三变量最大项的编号表

最大项	使最大项为 0 的变量取值 A	B	C	对应的十进制数	编　号
$A + B + C$	0	0	0	0	M_0
$A + B + C'$	0	0	1	1	M_1
$A + B' + C$	0	1	0	2	M_2
$A + B' + C'$	0	1	1	3	M_3
$A' + B + C$	1	0	0	4	M_4
$A' + B + C'$	1	0	1	5	M_5
$A' + B' + C$	1	1	0	6	M_6
$A' + B' + C'$	1	1	1	7	M_7

性质

1.输入变量为任何取值下，必有一个最大项目，且只有一个最大项为0

2.全体最大项之积为0

3.任意两个最大项之和为1

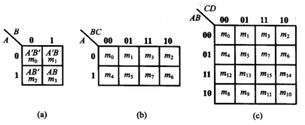
6.逻辑函数的化简

公式法

卡诺图化简法

将 n 变量的全部最小项各用一个小方块表示，并使具有逻辑相邻性的最小项在几何位置上也相邻地排列起来，所得到的图形称为 n 变量最小项的卡诺图

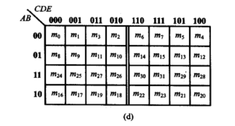
(2) 卡诺圈



1.不是按自然二进制排列的，而是 2、3 互换，目的是保证逻辑相邻性。（其实就是格雷码排列）

2.任何一行或一列，两端之间也有逻辑相邻性。

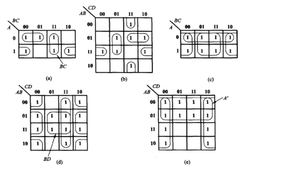
3.逻辑式表达出来，最好不写出最小项，直接填写（A=1，A非=0）



卡诺圈化简法

2、卡诺圈化简——圈 1 法

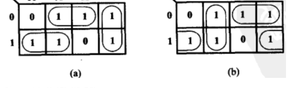
具有相邻性的最小项（即1）合并，并消去不同的因子。注意，只能以 2^n 为圈，可以单排、单列圈，也可以矩形圈。



例如：用卡诺图化简法将 Y = AC'+A'C+BC'+B'C 化简为最简与或函数式。

例如：用卡诺图化简法将 Y = AC'+A'C+BC'+B'C 化简为最简与或函数式。

首先画出其卡诺图，，然后画圈圈。有 2 种画圈圈的方案：



对于圈圈(a)：Y=AB'+A'C+BC'

对于圈圈(b)：Y=AC'+BC'+A'B

无关项化简

帮助1的位置画大圈，而只有X的位置不用管

【例 2.7.1】　化简具有约束的逻辑函数

$$Y = A'B'C'D + A'BCD + AB'C'D'$$

给定约束条件为

$$A'B'CD + A'BC'D + ABC'D' + AB'C'D + ABCD + ABCD' + AB'CD' = 0$$

在用最小项之和形式表示上述具有约束的逻辑函数时，也可写成如下形式

$$Y(A,B,C,D) = \sum m(1,7,8) + d(3,5,9,10,12,14,15)$$

式中以 d 表示无关项，d 后面括号内的数字是无关项的最小项编号。