

Mesures d'Évaluation en Classification

1 Matrice de confusion

En classification binaire, la matrice de confusion est définie comme suit :

	Prédit Positif	Prédit Négatif
Réel Positif	TP	FN
Réel Négatif	FP	TN

Où :

- **TP** : **True Positive** : nombre d'exemples réellement positifs correctement prédits comme positifs par le modèle.
- **TN** : **True Negative** : nombre d'exemples réellement négatifs correctement prédits comme négatifs par le modèle.
- **FP** : **False Positive** : nombre d'exemples réellement négatifs prédits à tort comme positifs par le modèle.
- **FN** : **False Negative** : nombre d'exemples réellement positifs prédits à tort comme négatifs par le modèle.

2 Precision

La précision mesure la proportion de prédictions positives correctes.

$$\text{Precision} = \frac{TP}{TP + FP}$$

Une précision élevée indique un faible taux de faux positifs.

3 Recall (Rappel ou Sensibilité)

Le rappel mesure la capacité du modèle à identifier correctement les exemples positifs.

$$\text{Recall} = \frac{TP}{TP + FN}$$

Un rappel élevé signifie peu de faux négatifs.

4 F1-score

Le F1-score est la moyenne harmonique entre la précision et le rappel.

$$F1 = 2 \times \frac{\text{Precision} \times \text{Recall}}{\text{Precision} + \text{Recall}}$$

En fonction des éléments de la matrice de confusion :

$$F1 = \frac{2TP}{2TP + FP + FN}$$

Cette métrique pénalise fortement les déséquilibres entre précision et rappel.

5 Accuracy

L'accuracy mesure la proportion totale de prédictions correctes.

$$\text{Accuracy} = \frac{TP + TN}{TP + TN + FP + FN}$$

Cette mesure peut être trompeuse en cas de classes déséquilibrées.

6 Interprétation de la courbe ROC

La courbe ROC (Receiver Operating Characteristic) permet d'évaluer la performance d'un classificateur binaire pour tous les seuils de décision possibles.

6.1 Axes de la courbe ROC

La courbe ROC représente :

- En abscisse : le **False Positive Rate (FPR)**

$$FPR = \frac{FP}{FP + TN}$$

- En ordonnée : le **True Positive Rate (TPR)**, également appelé rappel ou sensibilité

$$TPR = \frac{TP}{TP + FN}$$

Chaque point de la courbe correspond à un seuil de classification différent.

6.2 Points remarquables

- Point $(0, 0)$: le modèle prédit tous les exemples comme négatifs. Aucun positif n'est détecté.
- Point $(1, 1)$: le modèle prédit tous les exemples comme positifs. Tous les positifs sont détectés mais avec un grand nombre de faux positifs.
- Diagonale $TPR = FPR$: comportement d'un classificateur aléatoire. L'aire sous la courbe est alors $AUC = 0.5$.

6.3 Qualité d'un modèle

Un bon modèle est caractérisé par une courbe ROC proche du coin supérieur gauche $(0, 1)$, indiquant un taux élevé de vrais positifs et un faible taux de faux positifs.

À l'inverse, une courbe proche de la diagonale indique une faible capacité de discrimination entre les classes.

6.4 Aire sous la courbe (AUC)

L'AUC (Area Under the Curve) est définie comme :

$$AUC = \int_0^1 TPR(FPR) d(FPR)$$

Elle représente la probabilité qu'un exemple positif ait un score plus élevé qu'un exemple négatif.

- $AUC = 1$: classificateur parfait
- $AUC = 0.5$: classificateur aléatoire
- $AUC < 0.5$: classificateur pire que le hasard

6.5 Choix du seuil optimal

Un seuil optimal peut être choisi en maximisant l'indice de Youden :

$$J = TPR - FPR$$

Ou en minimisant la distance au point idéal $(0, 1)$:

$$\min \sqrt{(1 - TPR)^2 + (FPR)^2}$$

Le choix du seuil dépend du contexte applicatif et du coût des erreurs.