

# Mesures d'Évaluation en Classification

## 1 Matrice de confusion

En classification binaire, la matrice de confusion est définie comme suit :

	Prédit Positif	Prédit Négatif
Réel Positif	TP	FN
Réel Négatif	FP	TN

Où :

- $TP$  : **True Positive** : nombre d'exemples réellement positifs correctement prédits comme positifs par le modèle.
- $TN$  : **True Negative** : nombre d'exemples réellement négatifs correctement prédits comme négatifs par le modèle.
- $FP$  : **False Positive** : nombre d'exemples réellement négatifs prédits à tort comme positifs par le modèle.
- $FN$  : **False Negative** : nombre d'exemples réellement positifs prédits à tort comme négatifs par le modèle.

—

## 2 Precision

La précision mesure la proportion de prédictions positives correctes.

$$\text{Precision} = \frac{TP}{TP + FP}$$

Une précision élevée indique un faible taux de faux positifs.

—

### 3 Recall (Rappel ou Sensibilité)

Le rappel mesure la capacité du modèle à identifier correctement les exemples positifs.

$$\text{Recall} = \frac{TP}{TP + FN}$$

Un rappel élevé signifie peu de faux négatifs.

---

### 4 F1-score

Le F1-score est la moyenne harmonique entre la précision et le rappel.

$$F1 = 2 \times \frac{\text{Precision} \times \text{Recall}}{\text{Precision} + \text{Recall}}$$

En fonction des éléments de la matrice de confusion :

$$F1 = \frac{2TP}{2TP + FP + FN}$$

Cette métrique pénalise fortement les déséquilibres entre précision et rappel.

---

### 5 Accuracy

L'accuracy mesure la proportion totale de prédictions correctes.

$$\text{Accuracy} = \frac{TP + TN}{TP + TN + FP + FN}$$

Cette mesure peut être trompeuse en cas de classes déséquilibrées.

---

### 6 Interprétation de la courbe ROC

La courbe ROC (Receiver Operating Characteristic) permet d'évaluer la performance d'un classificateur binaire pour tous les seuils de décision possibles.

## 6.1 Axes de la courbe ROC

La courbe ROC représente :

- En abscisse : le **False Positive Rate (FPR)**

$$FPR = \frac{FP}{FP + TN}$$

- En ordonnée : le **True Positive Rate (TPR)**, également appelé rappel ou sensibilité

$$TPR = \frac{TP}{TP + FN}$$

Chaque point de la courbe correspond à un seuil de classification différent.

## 6.2 Points remarquables

- Point  $(0, 0)$  : le modèle prédit tous les exemples comme négatifs. Aucun positif n'est détecté.
- Point  $(1, 1)$  : le modèle prédit tous les exemples comme positifs. Tous les positifs sont détectés mais avec un grand nombre de faux positifs.
- Diagonale  $TPR = FPR$  : comportement d'un classificateur aléatoire. L'aire sous la courbe est alors  $AUC = 0.5$ .

## 6.3 Qualité d'un modèle

Un bon modèle est caractérisé par une courbe ROC proche du coin supérieur gauche  $(0, 1)$ , indiquant un taux élevé de vrais positifs et un faible taux de faux positifs.

À l'inverse, une courbe proche de la diagonale indique une faible capacité de discrimination entre les classes.

## 6.4 Aire sous la courbe (AUC)

L'AUC (Area Under the Curve) est définie comme :

$$AUC = \int_0^1 TPR(FPR) d(FPR)$$

Elle représente la probabilité qu'un exemple positif ait un score plus élevé qu'un exemple négatif.

- $AUC = 1$  : classificateur parfait
- $AUC = 0.5$  : classificateur aléatoire
- $AUC < 0.5$  : classificateur pire que le hasard

## 6.5 Choix du seuil optimal

Un seuil optimal peut être choisi en maximisant l'indice de Youden :

$$J = TPR - FPR$$

Ou en minimisant la distance au point idéal  $(0, 1)$  :

$$\min \sqrt{(1 - TPR)^2 + (FPR)^2}$$

Le choix du seuil dépend du contexte applicatif et du coût des erreurs.