



Exercício 2.1 Mostre, recorrendo à definição, que:

a)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} (x+y) = 1;$

b)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{4xy}{\sqrt{x^2+y^2}} = 0.$

Exercício 2.2 Mostre que:

a)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3}{x^2+y^2} = 0;$

b)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^2}{\sqrt{x^2+y^2}} = 0;$

Exercício 2.3 Calcule, caso exista, cada um dos seguintes limites:

a)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} x^3y;$

f)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{y^2 - x^2}{x - y};$

k)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3y}{x^2+y^2} + x;$

b)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{xy}}{x+1};$

g)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(xy)}{xy};$

l)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^2}{x^2 - y^2};$

c)  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2, e^x);$

h)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(x-y)^2}{x^2+y^2};$

m)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^5}{x^2+y^4};$

d)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \left( \frac{\cos x}{x^2+y^2+1}, e^{x^2} \right);$

i)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2+y^2};$

n)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{1}{x^2y^2};$

e)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2+y^2+2};$

j)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2y}{x^4+y^2};$

o)  $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (-1,1,0)} (xe^{xz}, x^2yz).$

Exercício 2.4 Apresente, caso seja possível, um prolongamento contínuo à origem de cada uma das funções definidas por:

a)  $f(x,y) = \frac{\sin(x+y)}{x+y};$

b)  $f(x,y) = \frac{2(x-1)y^2}{x^2+y^2};$

c)  $f(x,y) = \frac{2x^2y}{x^2+3y^2}.$

Exercício 2.5 Estude a continuidade de cada uma das funções definidas por:

a)  $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0); \end{cases}$

d)  $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y^2}{x^4+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0); \end{cases}$

b)  $f(x,y) = \begin{cases} \frac{3x^2-y^2}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0); \end{cases}$

e)  $f(x,y) = \begin{cases} x & \text{se } x \geq y, \\ y & \text{se } x < y; \end{cases}$

f)  $f(x,y) = \begin{cases} \frac{y^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0); \end{cases}$

c)  $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y}{x^2+y^2} & \text{se } x \neq -y, \\ \frac{x^2}{2} & \text{se } x = -y; \end{cases}$

g)  $f(x,y,z) = (\ln(1+y^2), xz, \cos \sqrt[3]{x+y}).$