

Elementos de Probabilidades  
e  
Teoria de Números

---

Teoria de Números - folha 4

---

35. Justifique, se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações seguintes:

- (a)  $91 \equiv 0 \pmod{7}$ ;
- (b)  $-2 \equiv 2 \pmod{8}$ ;
- (c)  $17 \not\equiv 13 \pmod{2}$ .

36. Para que valores de  $n$  se tem  $25 \equiv 4 \pmod{n}$  ?

37. Prove que

- (a) se  $a \equiv b \pmod{n}$  e  $m \mid n$ , então  $a \equiv b \pmod{m}$ ;
- (b) se  $a \equiv b \pmod{n}$  e  $c > 0$ , então  $ca \equiv cb \pmod{n}$ .

38. Dê um exemplo que mostre que  $a^2 \equiv b^2 \pmod{n}$  não implica que  $a \equiv b \pmod{n}$ .

39. Determine quais dos seguintes conjuntos são sistemas completos de resíduos módulo 5:

- (a)  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ;
- (b)  $\{0, 5, 10, 15, 20\}$ ;
- (c)  $\{5, 11, 2, 13, 29\}$ ;
- (d)  $\{-6, -3, 0, 3, 6\}$ .

40. Indique, justificando, caso existam:

- (a) um inteiro primo  $x$  tal que  $x \in [-22]_{15} \cap [8]_{15}$ ;
- (b) dois elementos  $x, y$  em  $[20]_{15} \times ([39]_{15} + [-80]_{15})$  tais que  $-40 < x < 0$  e  $y > 80$ ;
- (c) um número primo  $x$  tal que  $x \equiv 6 \pmod{12}$ ;
- (d) dois elementos distintos em  $[-182]_9 \cap [20]_9$ ;
- (e) o maior número par  $n$  tal que  $-89 \equiv 5 \pmod{n}$ ;
- (f) o maior inteiro  $x$  par, não positivo, tal que  $x \equiv 50 \pmod{109}$ .

41. Determine o resto da divisão de  $2357 \times 1036 + 499$  por 11.

42. Na divisão por 5, um inteiro  $p$  admite resto 3. Qual é o resto da divisão de  $p^2 + 2p - 1$  por 5?

43. Indique os restos das divisões de  $2^{50}$  e  $41^{63}$  por 7.

44. Calcule o resto da divisão de  $4^{215}$  por 9.

45. Mostre que  $11^{10} \equiv 1 \pmod{100}$ .