



Universidade do Minho  
Departamento de Informática

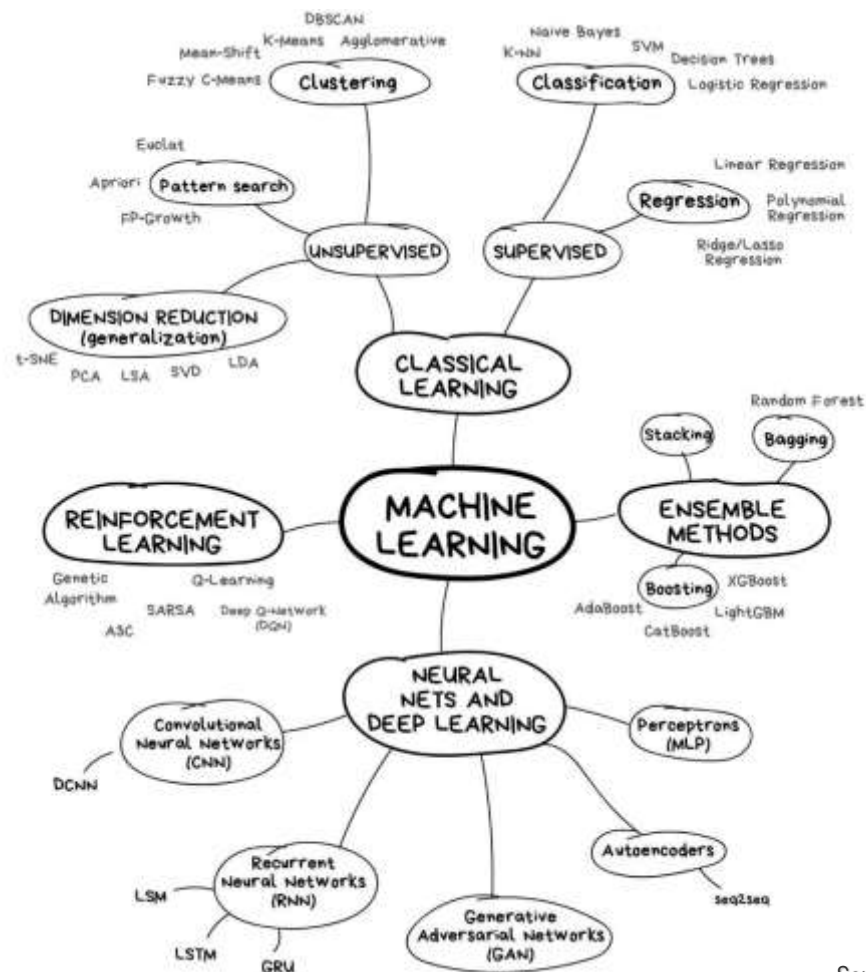
# **APRENDIZAGEM E DECISÃO INTELIGENTES**

**LEI/MiEI @ 2022/2023, 2º sem  
[ADI<sup>3</sup>]**

- Sistemas de aprendizagem conexionistas
- Redes Neurais Artificiais
- Resolução de problemas com RNA
- Treino de RNA

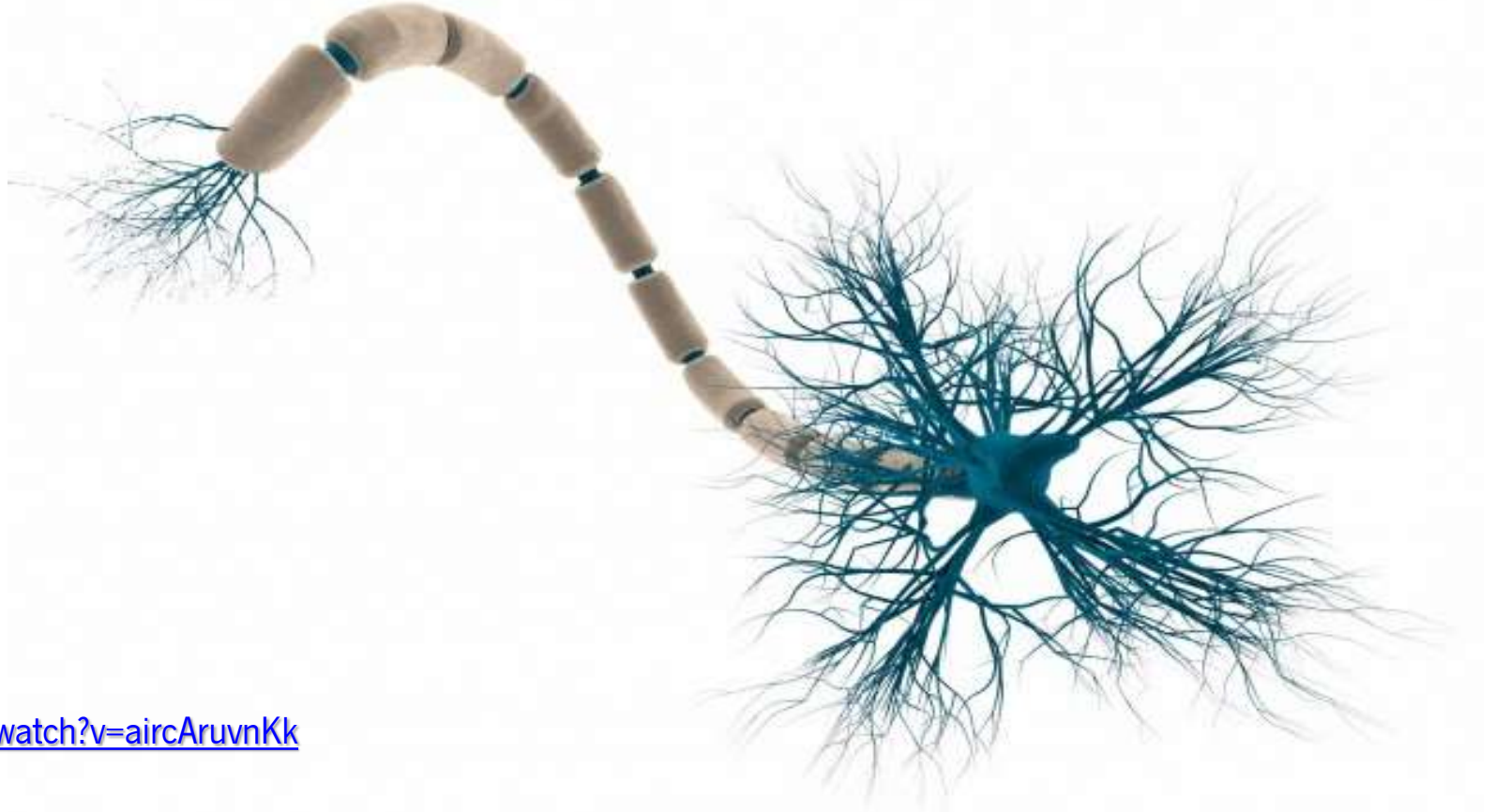


# Aprendizagem Automática (Machine Learning)



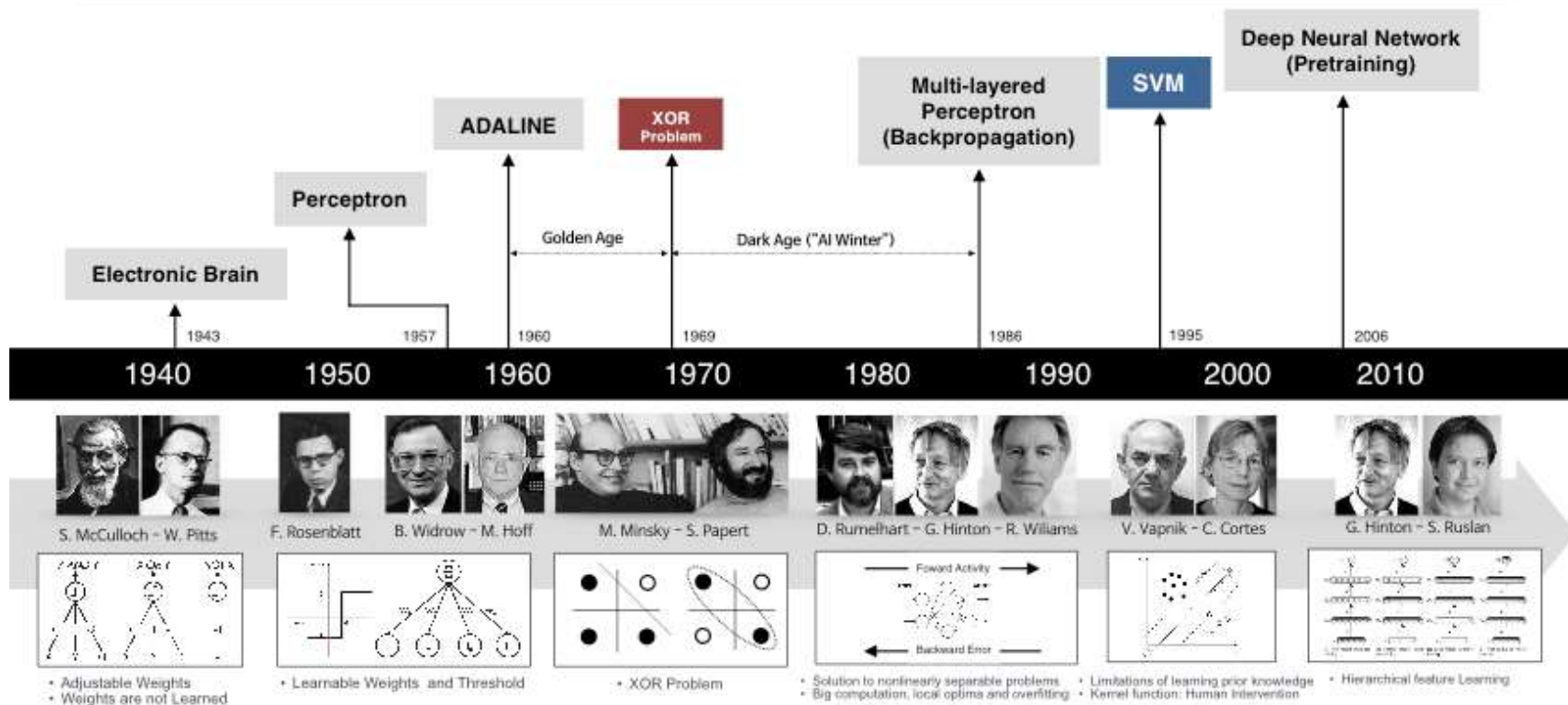
Source: The map of the machine learning world  
Vasily Zubarev (vas3k.com)

## Redes Neurais Artificiais



[www.youtube.com/watch?v=aircAruvnKk](https://www.youtube.com/watch?v=aircAruvnKk)

# Evolução Redes Neurais Artificiais



## Definição

### Redes Neurais Artificiais

- Uma **Rede Neuronal Artificial** (RNA) é um sistema computacional de base conexionista para a resolução de problemas.
- Uma RNA é concebida com base num **modelo** simplificado **do sistema nervoso central** dos seres humanos.
- Uma RNA é definida por uma estrutura interligada de unidades computacionais, designadas **neurónios**, com capacidade de **aprendizagem**.



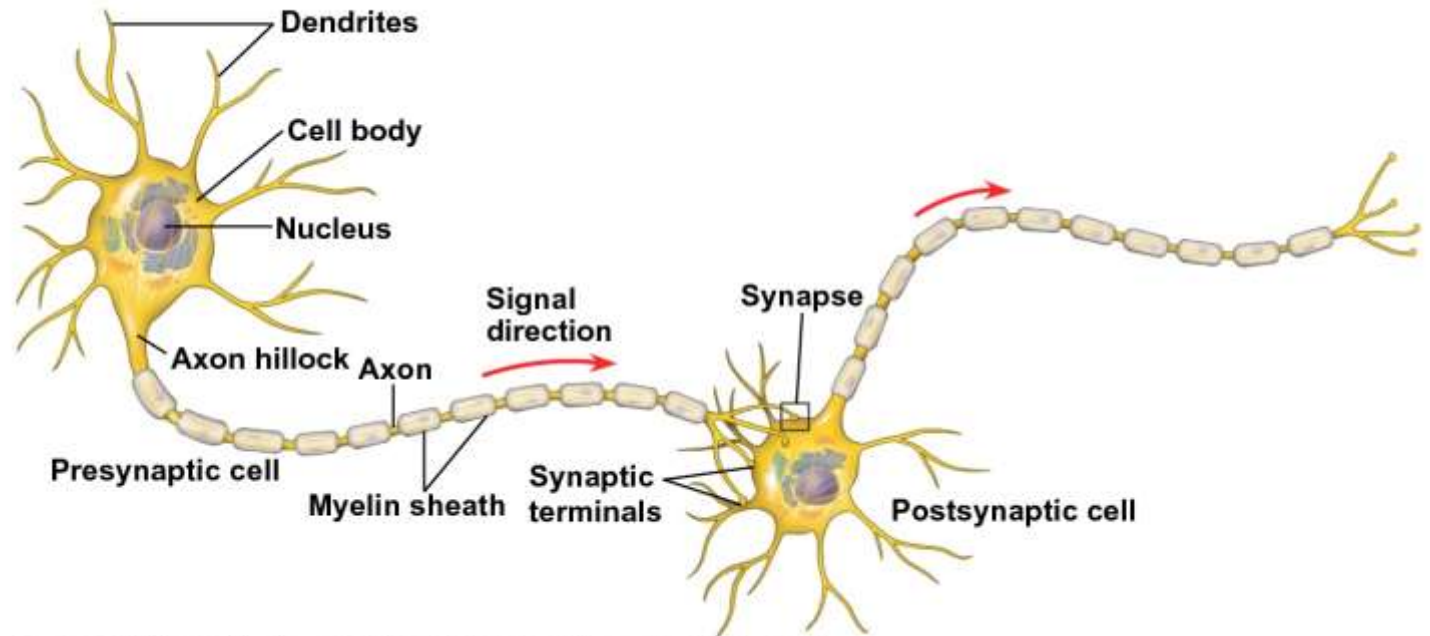
[support.bccvl.org.au/support/solutions/articles/\(...\)artificial-neural-network](http://support.bccvl.org.au/support/solutions/articles/(...)artificial-neural-network)



## Definição

### Redes Neurais Artificiais

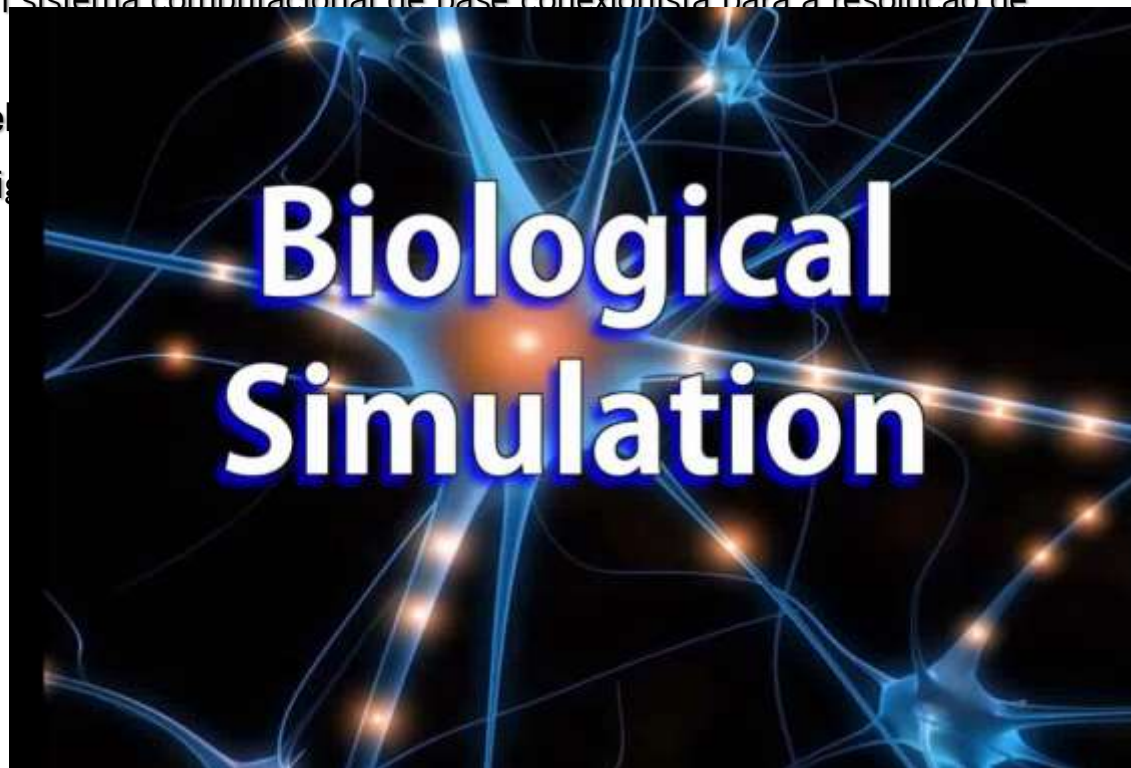
- Uma **Rede Neuronal Artificial** (RNA) é um sistema computacional de base conexionista para a resolução de problemas.
- Uma RNA é concebida para imitar o funcionamento do sistema nervoso humano.
- Uma RNA é definida pela sua arquitetura e pela capacidade de **aprender** a partir de exemplos.



## Definição

### Redes Neurais Artificiais

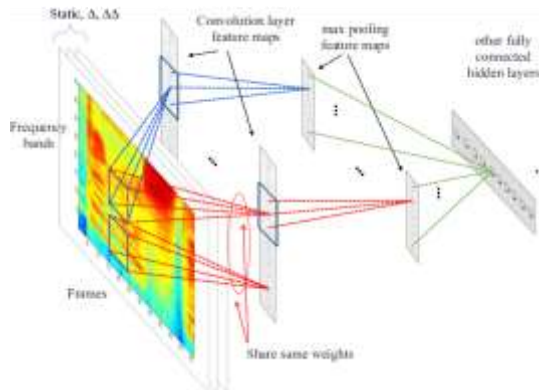
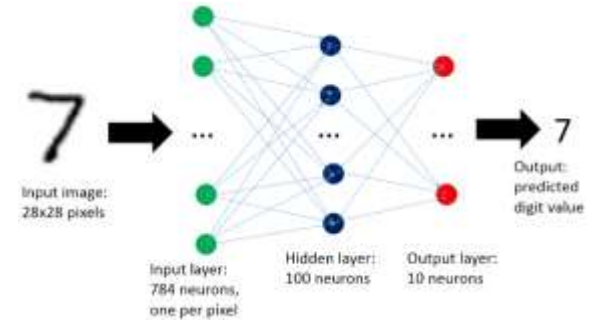
- Uma **Rede Neuronal Artificial** (RNA) é um sistema computacional de base conexionista para a resolução de problemas.
- Uma RNA é concebida com base num **modelo**
- Uma RNA é definida por uma estrutura interligada com capacidade de **aprendizagem**.





## Por onde andam? Redes Neurais Artificiais

- Reconhecimento de caracteres
- Detecção de fraudes
- Reconhecimento de áudio/vídeo





[www.boredpanda.es/algortmo-aprendizaje-profundo-imita-pintura-maestros/...](http://www.boredpanda.es/algortmo-aprendizaje-profundo-imita-pintura-maestros/)

## Por onde andam? Redes Neurais Artificiais



[www.deepmind.com/blog/alphago-zero-starting-from-scratch](http://www.deepmind.com/blog/alphago-zero-starting-from-scratch)

## Por onde andam? Redes Neurais Artificiais

### ▪ AlphaGO (Google DeepMind)

- A partida entre Lee Sedol (o campeão do mundo de GO) e a máquina não correu bem (para o ele!);
- GO é um jogo para 2 participantes, similar ao xadrez mas bastante mais complexo;
- AlphaGO combina *deep neural networks* (avaliação) e algoritmos de procura Monte Carlo (seleção), numa combinação de paradigmas de aprendizagem supervisionada e por reforço.



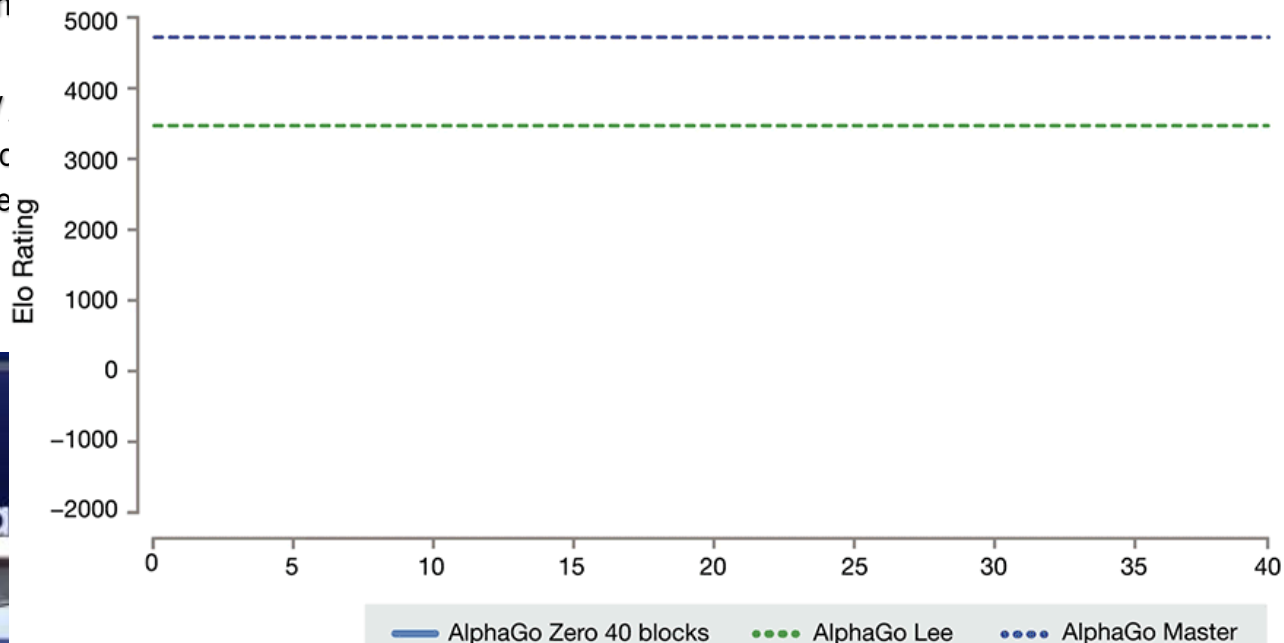
## Por onde andam? Redes Neurais Artificiais

### ▪ AlphaGO (Google DeepMind)

- A partida entre Lee Sedol (o campeão do mundo de GO) e a máquina não correu bem (para o ele!);

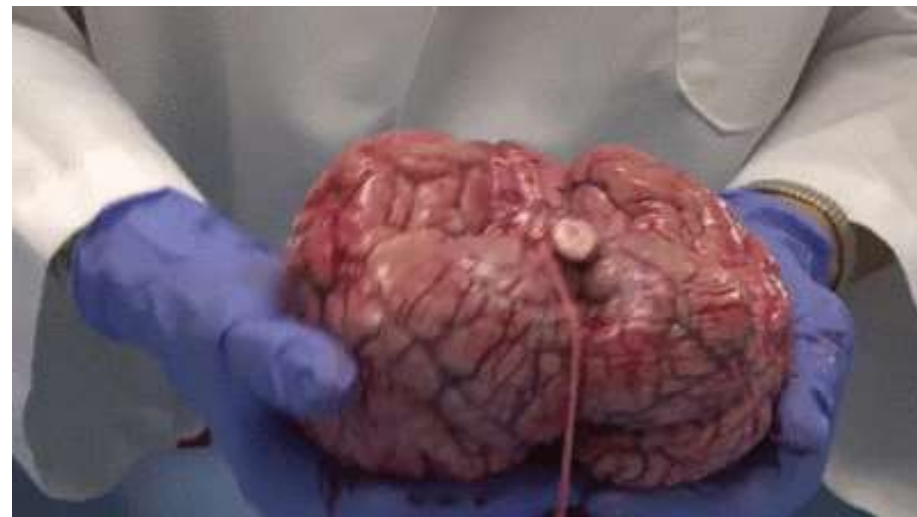
- GO é um jogo para 2 participan

- AlphaGO combina *deep neural* Monte Carlo (seleção), numa cc aprendizagem supervisionada e



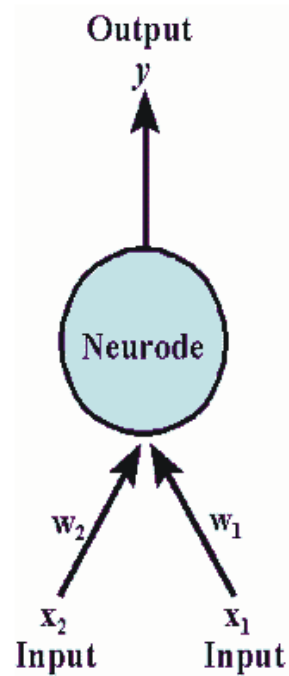
## O cérebro humano

- 100.000.000.000 neurónios
- 10.000 entradas por neurónio
- 1 sinal eletroquímico em cada neurónio
- Neurónios são conectados através de neurotransmissores químicos (dopamina, serotonina, glutamato ↑, gama-aminobutírico ↓)
- Representa 2% da massa do corpo humano
- Recebe 25% do sangue bombeado pelo coração



## 0 “cérebro” artificial

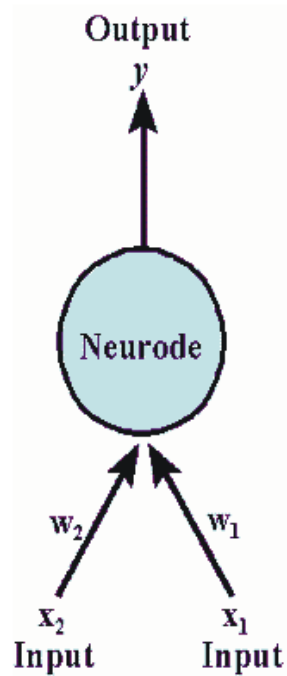
- Perceptron (por volta de 1960)





## O “cérebro” artificial

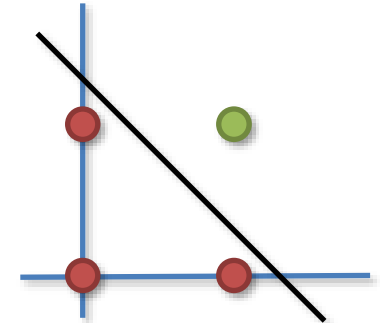
- Perceptron (por volta de 1960)



[web.csulb.edu/~cwallis/artificialn/History.htm](http://web.csulb.edu/~cwallis/artificialn/History.htm)

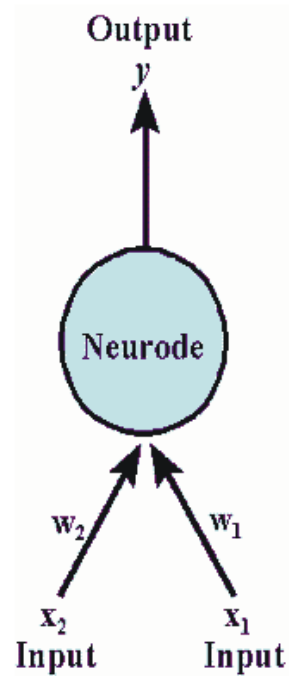
- Função linear

p	q	and
∇	∇	∇
∇	⊞	⊞
⊞	∇	⊞
⊞	⊞	⊞



## O “cérebro” artificial

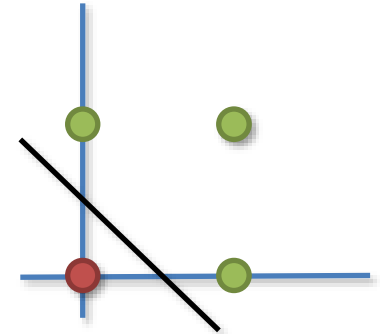
- Perceptron (por volta de 1960)



[web.csulb.edu/~cwallis/artificialn/History.htm](http://web.csulb.edu/~cwallis/artificialn/History.htm)

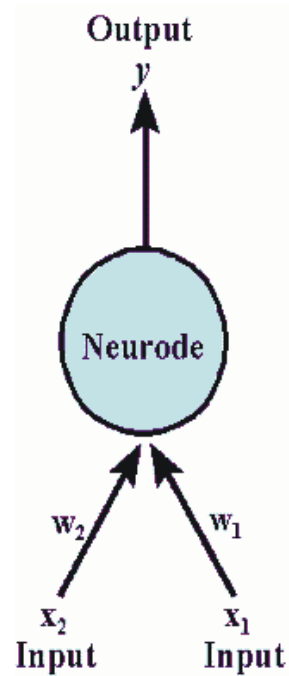
- Função linear

p	q	or
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F



## O “cérebro” artificial

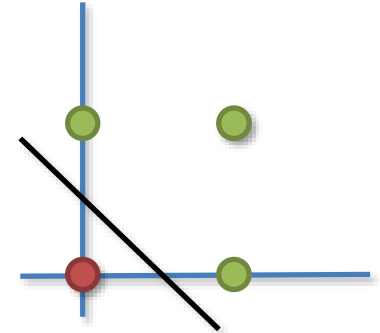
- Perceptron (por volta de 1960)



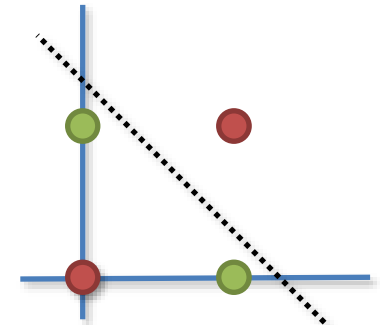
[web.csulb.edu/~cwallis/artificialn/History.htm](http://web.csulb.edu/~cwallis/artificialn/History.htm)

- Função linear

p	q	or
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

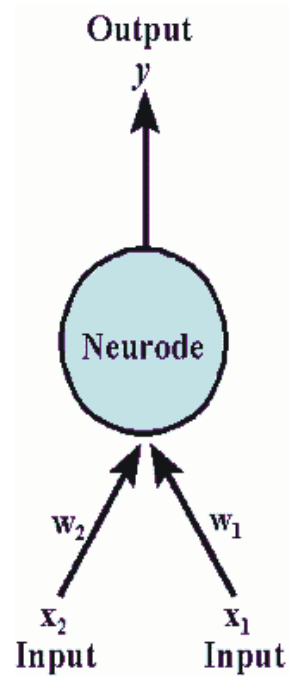


p	q	xor
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F



## O “cérebro” artificial

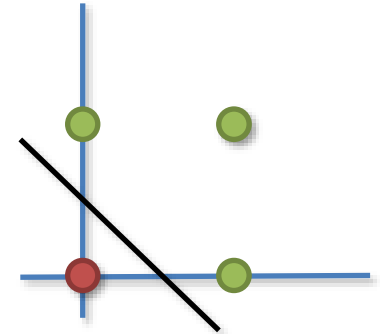
- Perceptron (por volta de 1960)



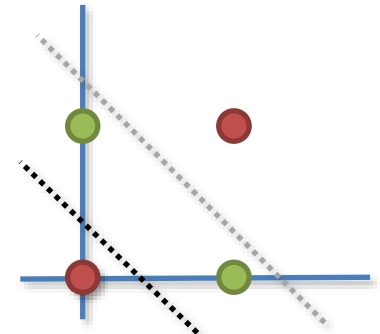
[web.csulb.edu/~cwallis/artificialn/History.htm](http://web.csulb.edu/~cwallis/artificialn/History.htm)

- Função linear

p	q	or
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

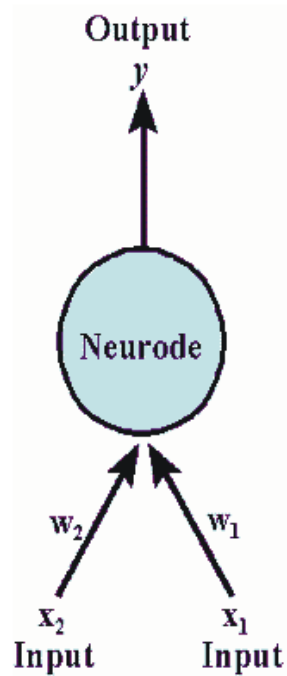


p	q	xor
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F



## O “cérebro” artificial

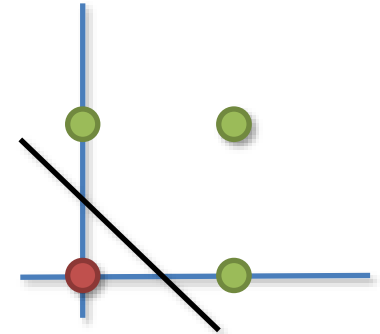
- Perceptron (por volta de 1960)



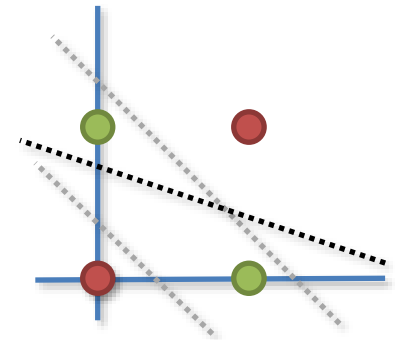
[web.csulb.edu/~cwallis/artificialn/History.htm](http://web.csulb.edu/~cwallis/artificialn/History.htm)

- Função linear

p	q	or
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

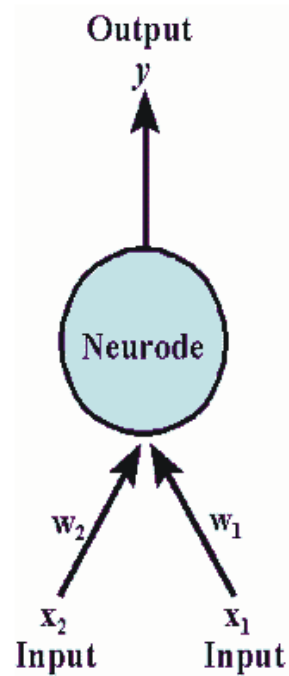


p	q	xor
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F



## O “cérebro” artificial

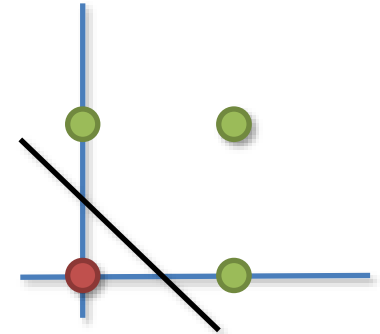
- Perceptron (por volta de 1960)



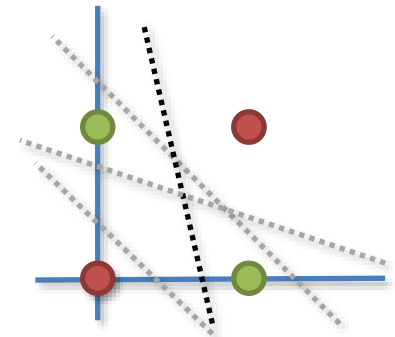
[web.csulb.edu/~cwallis/artificialn/History.htm](http://web.csulb.edu/~cwallis/artificialn/History.htm)

- Função linear

p	q	or
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F



p	q	xor
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F





## 0 “cérébro” artificiel

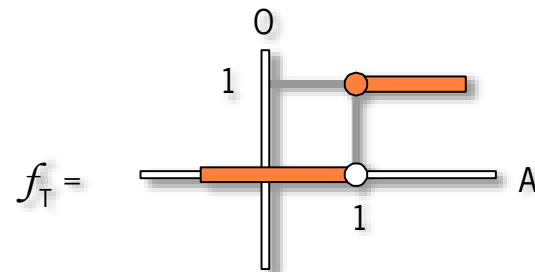


## Problema: XOR

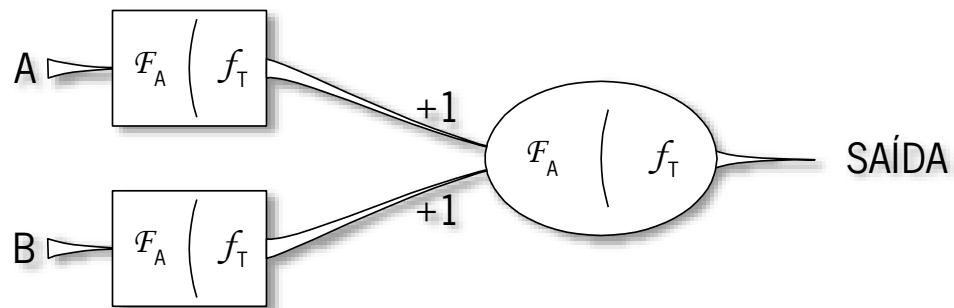
p	q	xor
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

- Função de ativação:  
 $F_A = \sum \text{entradas} \times \text{pesos}$

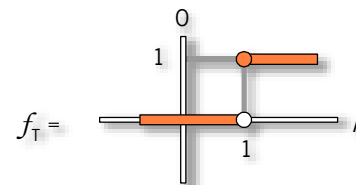
- Função de transferência:



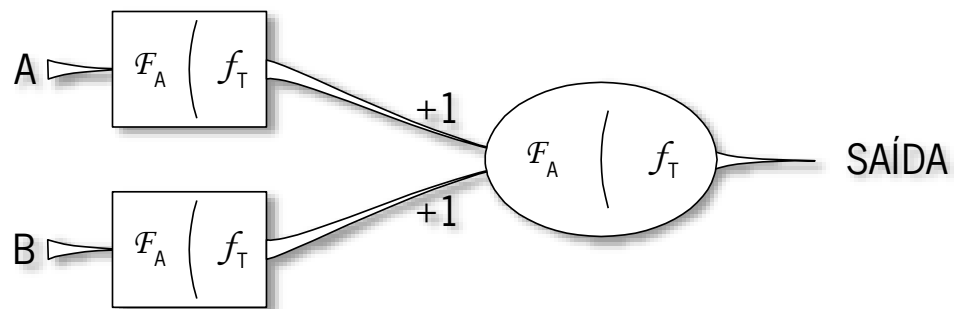
## Problema: XOR Perceptron



$$F_A = \sum \text{entradas} \times \text{pesos}$$

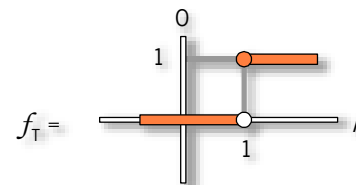


## Problema: XOR Perceptron

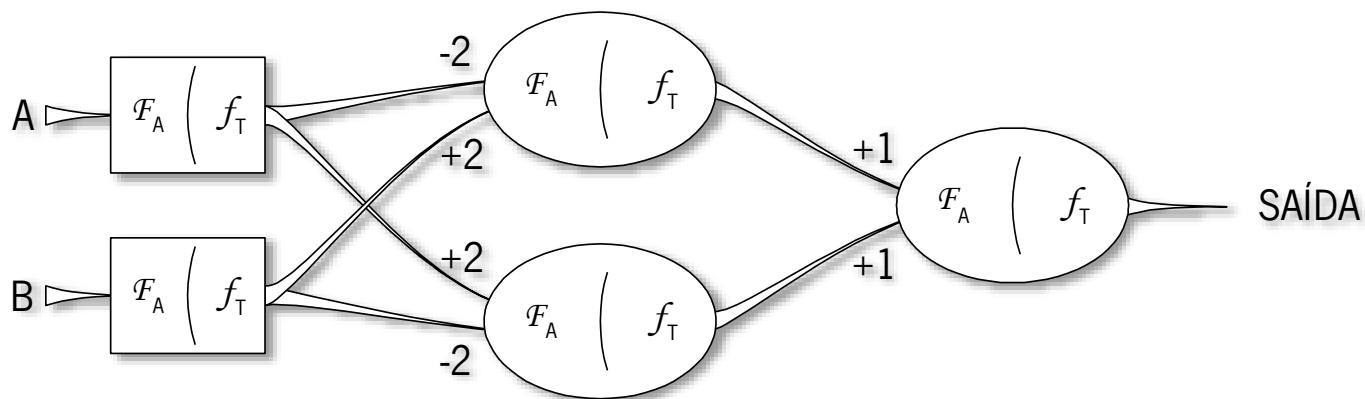


p	q	xor
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

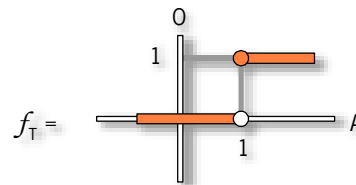
$$F_A = \sum \text{entradas} \times \text{pesos}$$



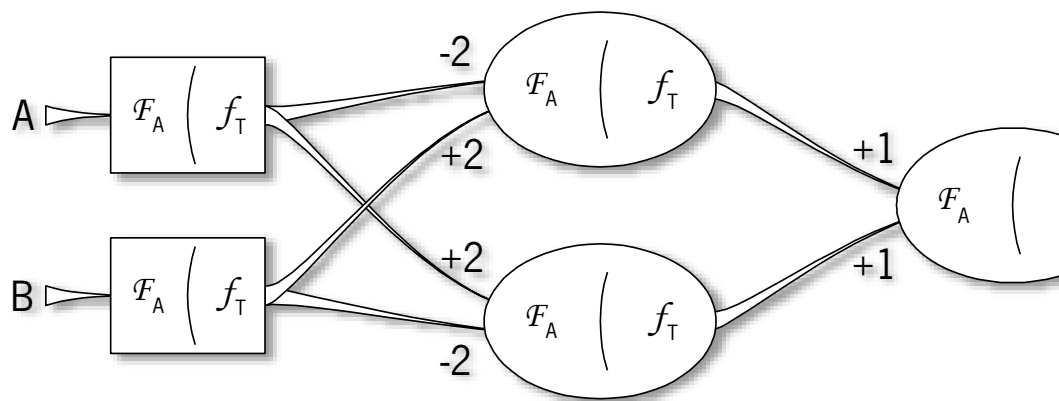
## Problema: XOR Multi-layer Perceptron



$$F_A = \sum \text{entradas} \times \text{pesos}$$

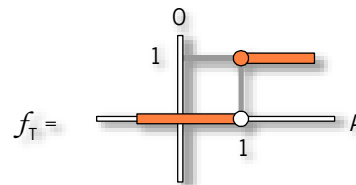


## Problema: XOR Multi-layer Perceptron



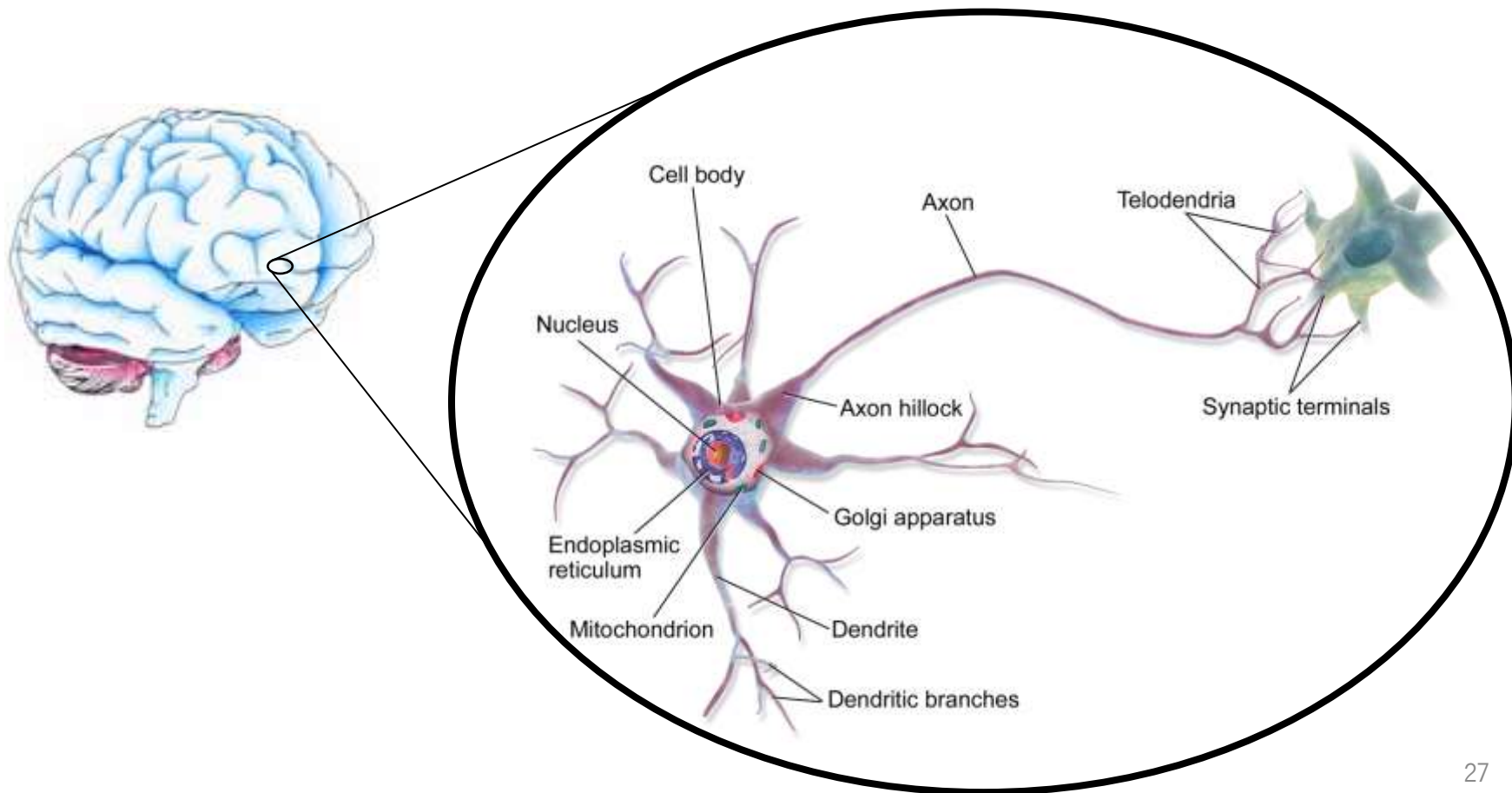
p	q	xor
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

$$F_A = \sum \text{entradas} \times \text{pesos}$$





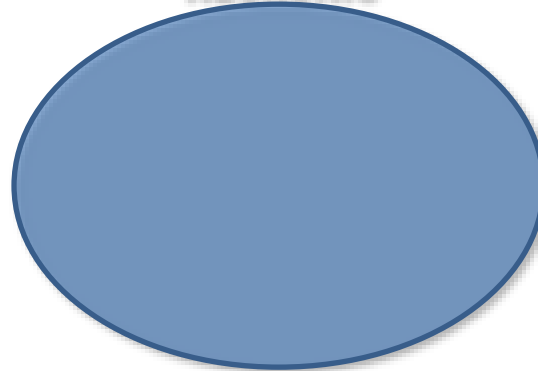
## Conceitos e definições



## Conceitos e definições Neurónio

- **Unidade computacional** de composição da RNA.
- **Identificado** pela sua **posição** na rede.
- Caracterizado pelo **valor do estado**.

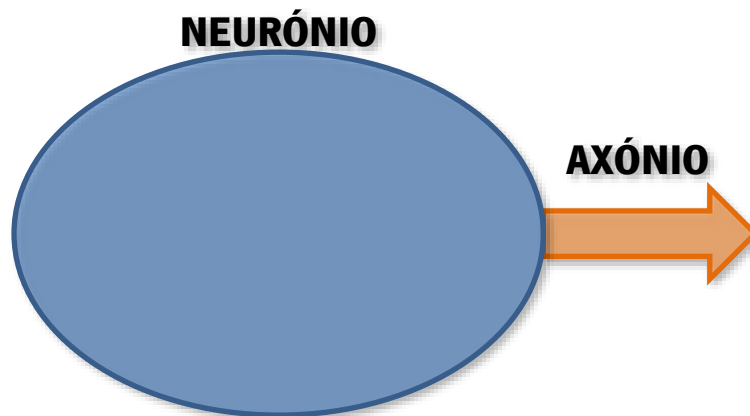
**NEURÓNIO**



## Conceitos e definições

### Axónio

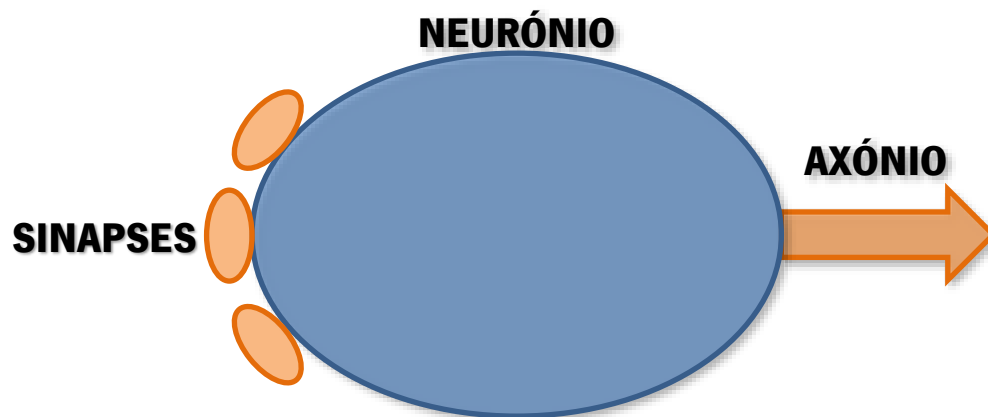
- **Via de comunicação** entre os neurónios.
- Pode **ligar qualquer neurónio**, incluindo o próprio.
- As ligações podem **variar** ao longo do **tempo**.
- A informação circula em **um só sentido**.



## Conceitos e definições

### Sinapses

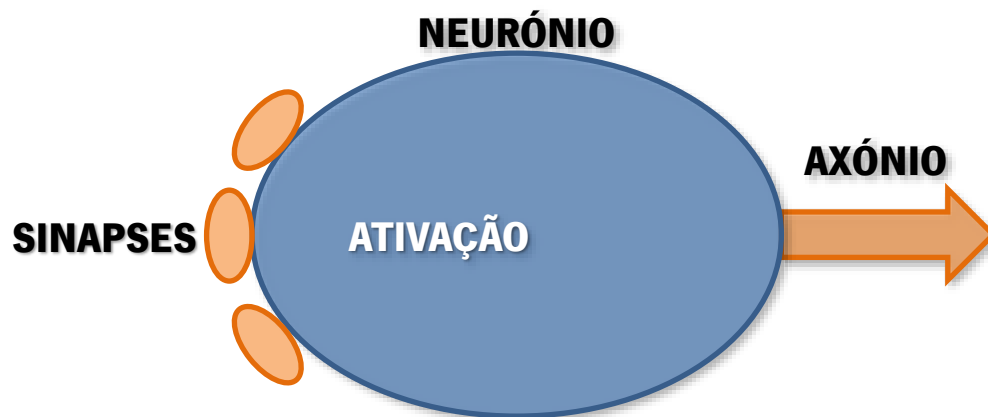
- **Ponto de ligação** entre axónios e neurónios.
- O **valor da sinapse** determina o **peso** (importância) do sinal a entrar no neurónio: excitativo, inibidor ou nulo.
- A **variação no tempo determina a aprendizagem** da RNA.



## Conceitos e definições

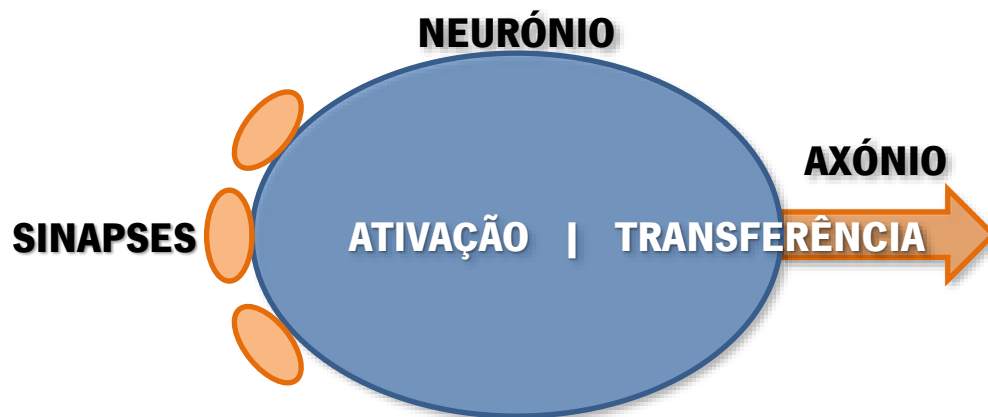
### Ativação

- O valor de ativação é representado por **um único valor**.
- O valor de ativação **varia com o tempo**.
- A gama de valores varia com o modelo adotado  
(normalmente está dependente das entradas e de algum efeito de memória).



## Conceitos e definições Transferência

- O valor de transferência de um neurónio determina **o valor** que é **colocado na saída** (transferido através do axónio).
- É calculado como uma função do valor de ativação (eventualmente com algum efeito de memória).

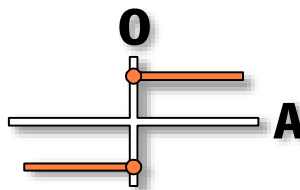




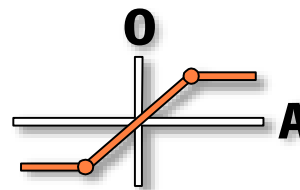
## Tarefas dos neurónios

- Cálculo do valor de saída (output =  $O_i$ ), função do valor de ativação, por uma função de transferência (  $f_T$  ):

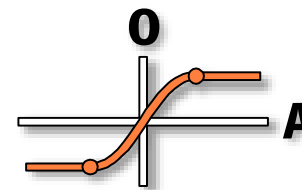
$$O_i = f_T ( A_i )$$



Binária ou Escada



Linear



Sigmoid

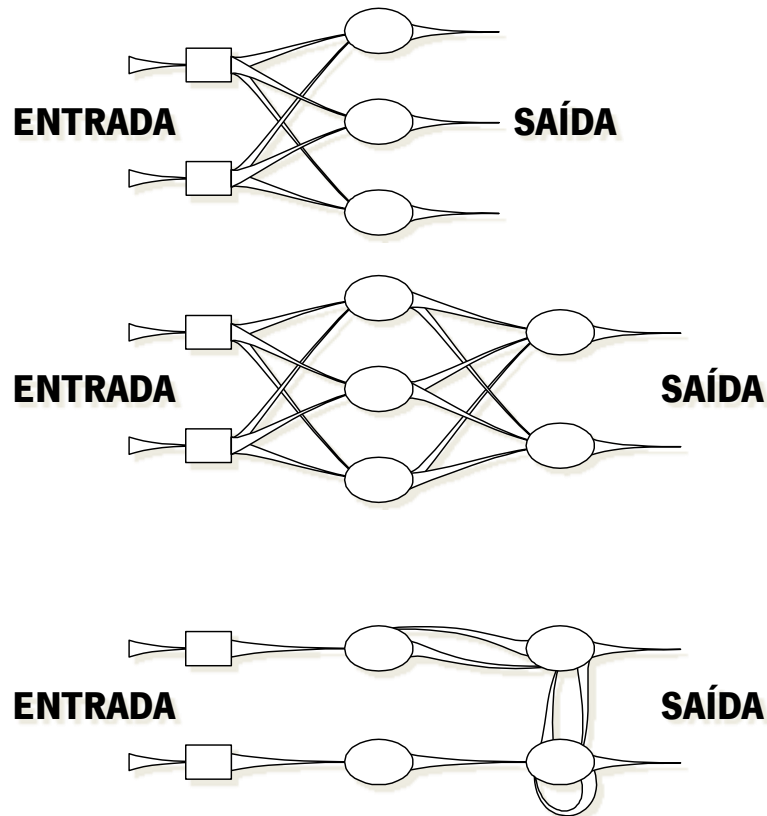
- Cálculo do valor de ativação (  $A_j$  ).
- Varia no tempo com o seu próprio valor e o de outras entradas (  $w_i$  ;  $I$  ):

$$A_j = \mathcal{F}( A_{j-1}; I_j; \sum w_{i,j} \times O_i )$$

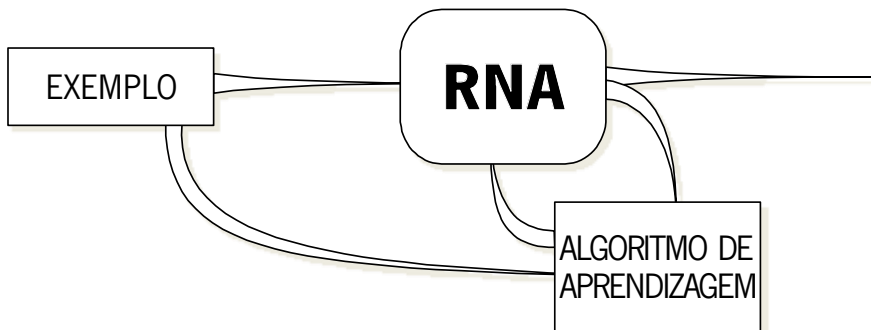
- **Aprendizagem:** regras de modificação dos pesos (  $w_i$  ).

## Organização dos neurónios

- Arquitetura *Feed forward*, de uma só camada:  
(*Perceptron*)
- Arquitetura *Feed forward*, multi-camada:  
(*Multi-layer Perceptron*)
- Arquitetura Recorrente

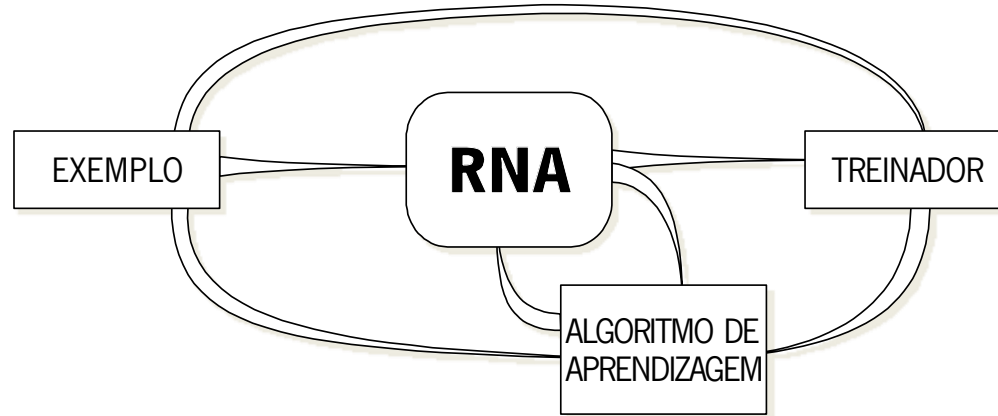


- Sem supervisão:



(p.ex., quando dois neurónios adjacentes têm variações da ativação no mesmo sentido, então o peso da ligação deve ser progressivamente aumentado.)

- Com supervisão:



(p.ex., os ajustes nos pesos das ligações são efetuados por forma a minimizar o erro produzido pelos resultados da RNA.)

- De reforço: o exemplo contém, apenas, uma indicação sobre a correção do resultado.

## Regras de aprendizagem

- O treino de uma RNA corresponde à **aplicação de regras de aprendizagem**, por forma a fazer **variar os pesos das ligações** (sinapses);



## Regras de aprendizagem

- O treino de uma RNA corresponde à **aplicação de regras de aprendizagem**, por forma a fazer **variar os pesos das ligações** (sinapses);
- Regras de aprendizagem mais comuns:
  - *Hebbian Learning Rule*
    - Desenvolvida por Donald Hebb em 1949 para o treino não supervisionado de RNAs;
    - Se dois neurónios adjacentes sofrem variações no mesmo sentido, o peso da ligação deve aumentar;
    - Se as variações acontecem em sentido oposto, o peso da ligação deve diminuir;
    - Não havendo variação, o peso deve manter-se inalterado;
    - Os pesos são inicializados a zero;

$$W_{ij} = x_i * x_j$$



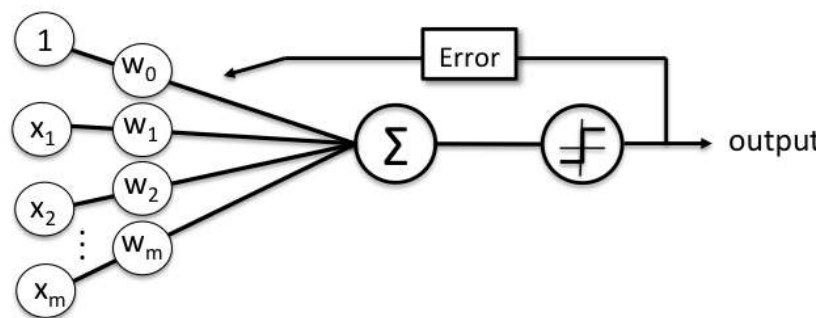
## Regras de aprendizagem

- O treino de uma RNA corresponde à **aplicação de regras de aprendizagem**, por forma a fazer **variar os pesos das ligações** (sinapses);
- Regras de aprendizagem mais comuns:
  - *Hebbian Learning Rule*
  - *Perceptron Learning Rule*

- Desenvolvida para aprendizagem supervisionada;
- Os pesos iniciais são atribuídos aleatoriamente;
- Os *inputs* são processados pela rede e comparados com o *output* desejado;
- Calcula-se o erro produzido pela rede na forma:

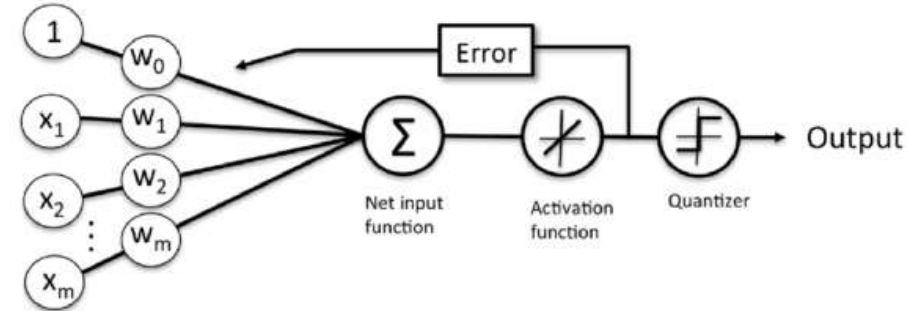
$$\sum_i \sum_j (E_{ij} - O_{ij})^2$$

- A função de alteração dos pesos usa este erro para calcular a atualização dos seus valores;



## Regras de aprendizagem

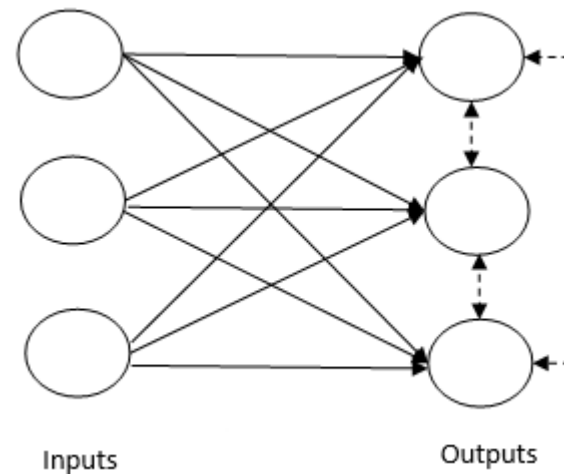
- O treino de uma RNA corresponde à **aplicação de regras de aprendizagem**, por forma a fazer **variar os pesos das ligações** (sinapses);
- Regras de aprendizagem mais comuns:
  - *Hebbian Learning Rule*
  - *Perceptron Learning Rule*
  - *Widrow-Hoff Learning Rule*
    - Desenvolvida por Bernard Widrow e Marcian Hoff;
    - A principal diferença para *Perceptron Learning* é a de que é usado um sinal linear e não binário para cálculo do erro e consequente atualização dos pesos;





## Regras de aprendizagem

- O treino de uma RNA corresponde à **aplicação de regras de aprendizagem**, por forma a fazer **variar os pesos das ligações** (sinapses);
- Regras de aprendizagem mais comuns:
  - *Hebbian Learning Rule*
  - *Perceptron Learning Rule*
  - *Widrow-Hoff Learning Rule*
  - *Competitive Learning Rule*
    - Desenvolvida para aprendizagem não supervisionada;
    - Os neurónios de *output* competem entre si para representarem o padrão do *input*;
    - O neurónio com maior *output* para um dado *input* é declarado vencedor, sendo o único a alterar os pesos;



## Regras de aprendizagem

- O treino de uma RNA corresponde à **aplicação de regras de aprendizagem**, por forma a fazer **variar os pesos das ligações** (sinapses);
- Regras de aprendizagem mais comuns:
  - *Hebbian Learning Rule*
  - *Perceptron Learning Rule*
  - *Widrow-Hoff Learning Rule (Delta Rule)*
  - *Competitive Learning Rule (Winner-takes-it-all Rule)*
  - *Correlation Learning Rule*
  - *Outstar Learning Rule (Grossberg Rule)*



## Treino de uma RNA (Afinação de parâmetros)

- Quantidade de neurónios:
  - na camada de entrada;
  - na camada de saída;
  - nas camadas intermédias;
- Níveis (ou camadas) da RNA;
- Ligações entre neurónios;
- Topologia das ligações;
- Esquema de atribuição e atualização dos pesos;
- Funções:
  - de transferência;
  - de ativação;
  - de aprendizagem;
- Métodos de treino.





- Considere-se uma Rede Neuronal Artificial...

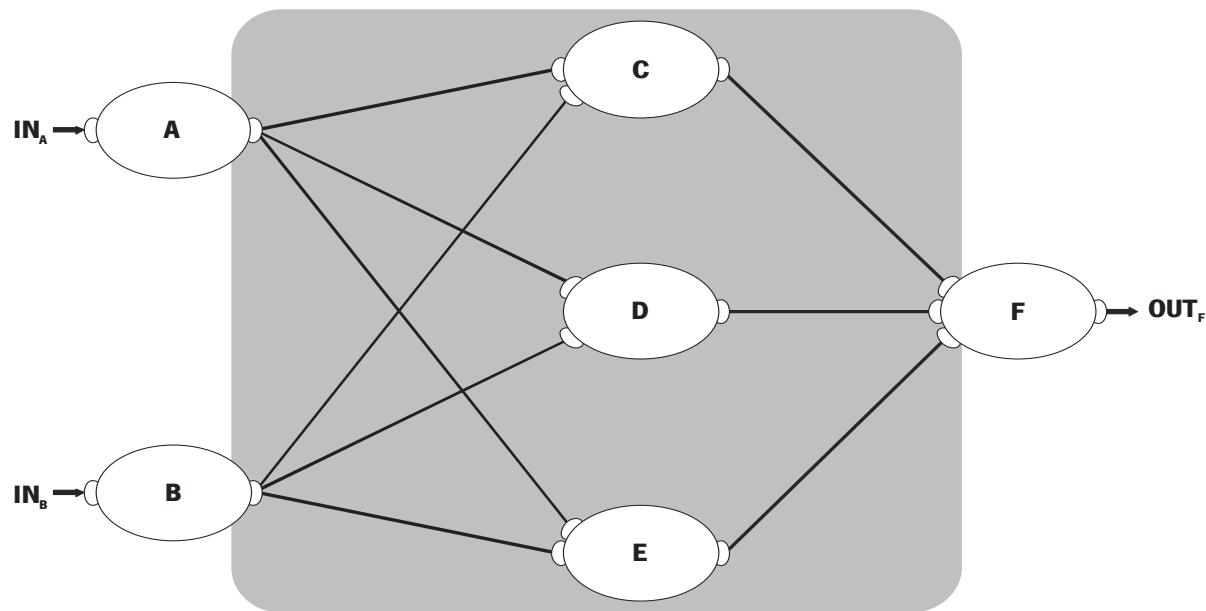


**RNA**

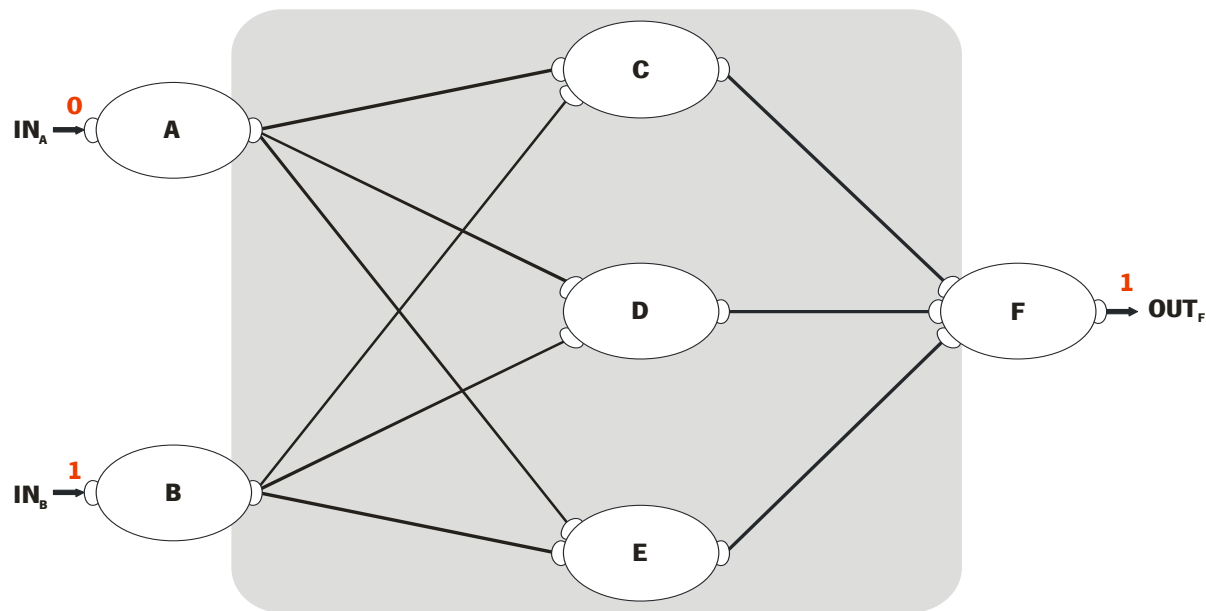
- ... composta por 2 neurónios à entrada e 1 à saída...



- ... *feed forward*, completamente ligada, com 1 camada intermédia.

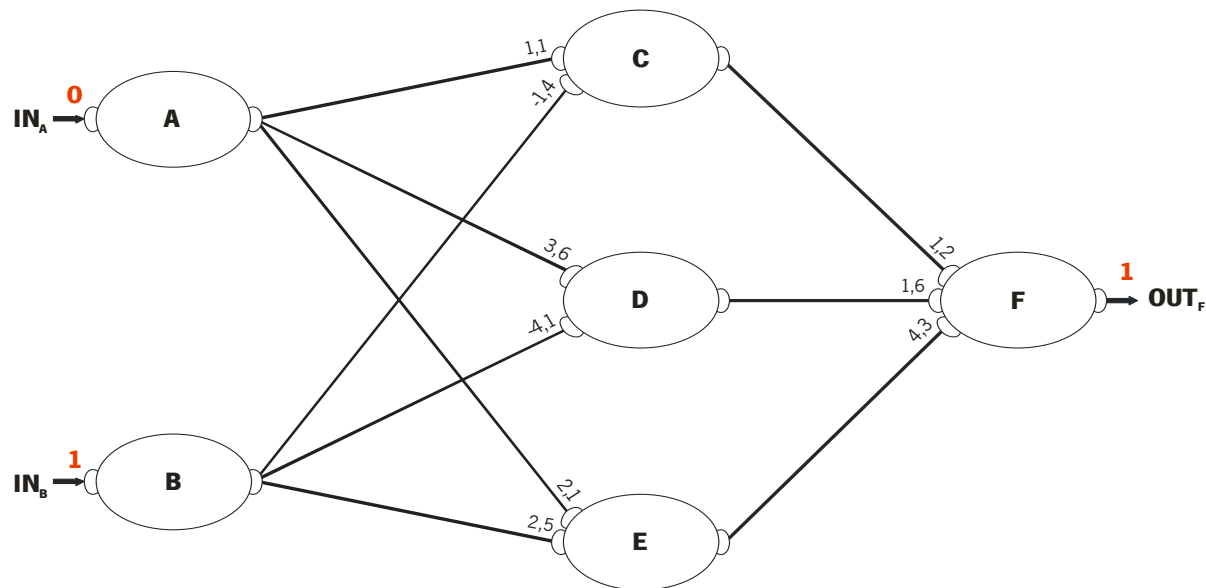


- Os exemplos de treino contêm os resultados pretendidos, pelo que a aprendizagem será supervisionada.





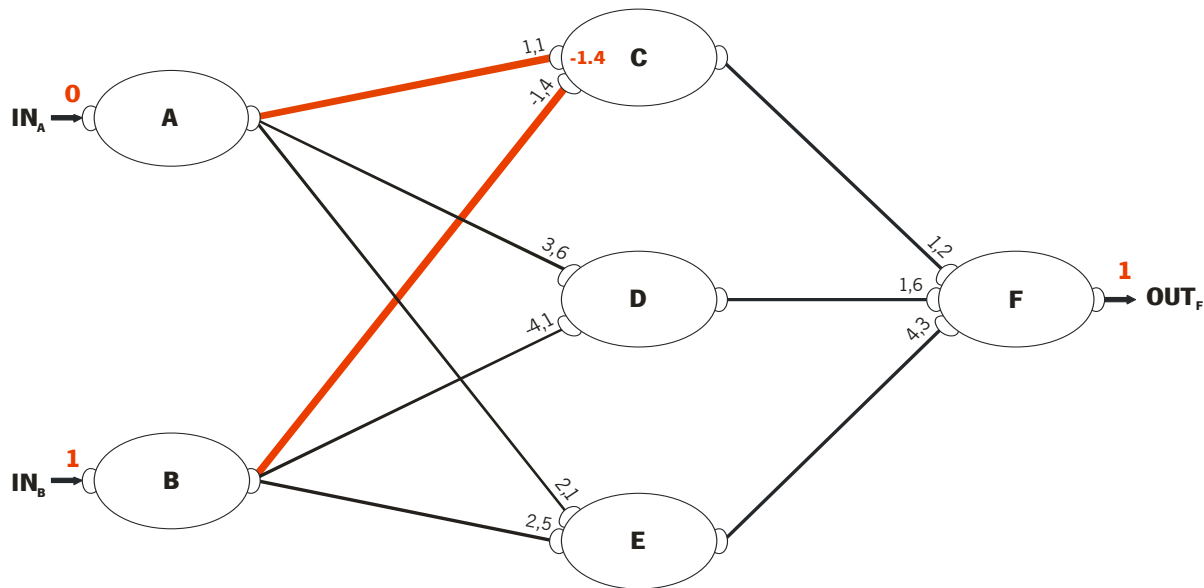
- Atribuição aleatória dos pesos às sinapses.



$$f_A(P,E) = \sum P \times E$$

$$f_r(A) = A$$

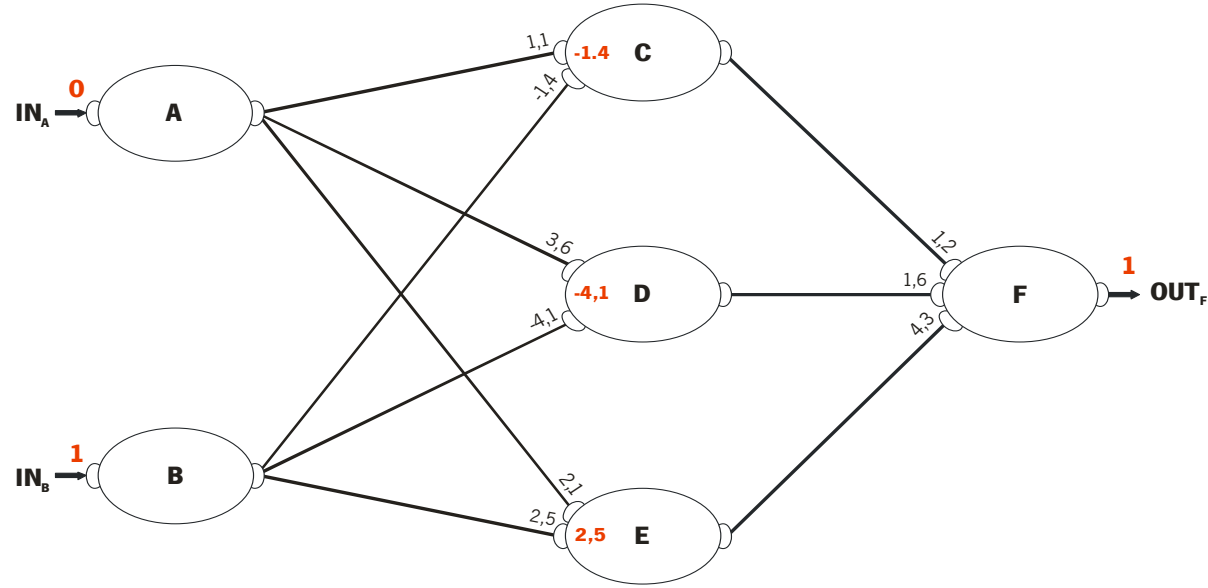
- Fluxo dos dados pela rede, calculando os valores de ativação...



$$f_A(P, E) = \sum P \times E$$

$$f_r(A) = A$$

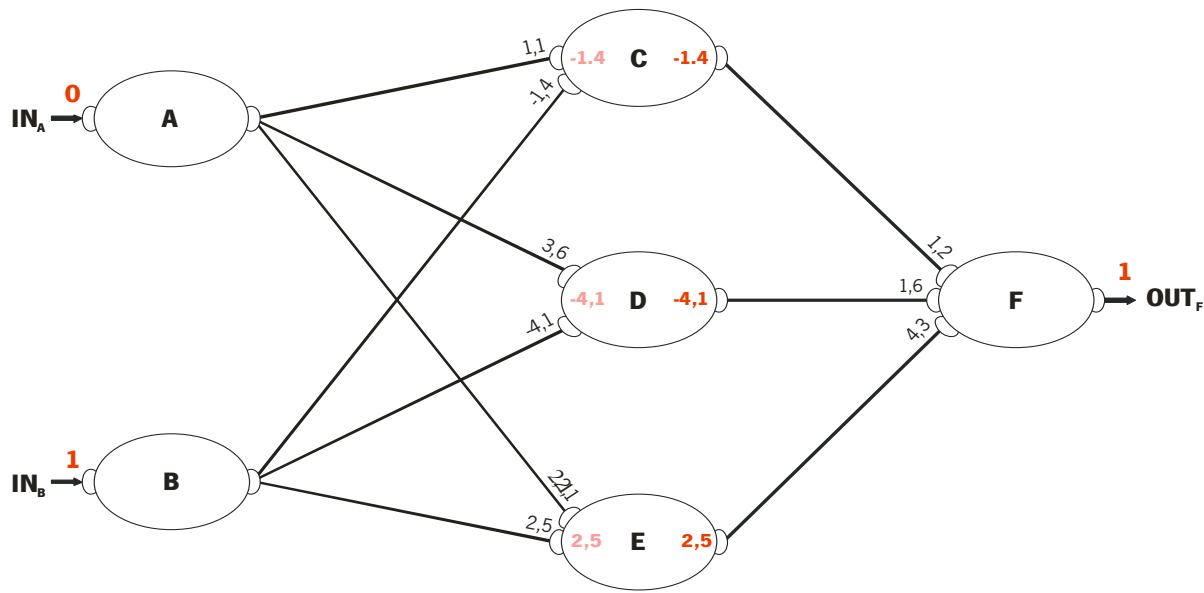
- ... para todos os neurónios da camada intermédia.



$$f_A(P, E) = \sum P \times E$$

$$f_r(A) = A$$

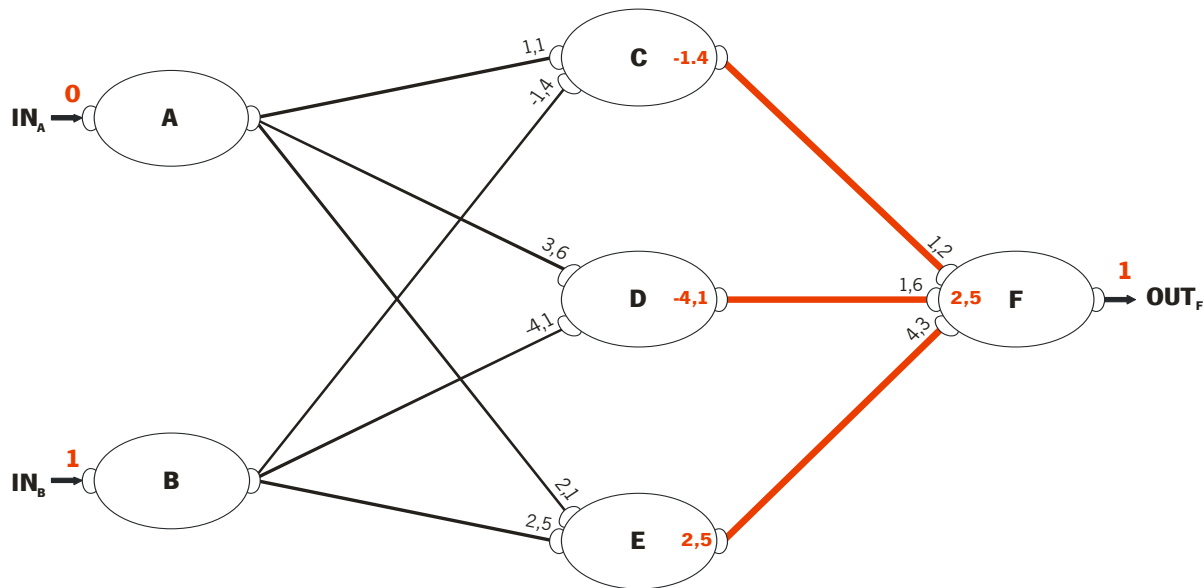
- Cálculo do valor de transferência (dado pela função identidade por facilidade de demonstração!).



$$f_A(P,E) = \sum P \times E$$

$$f_t(A) = A$$

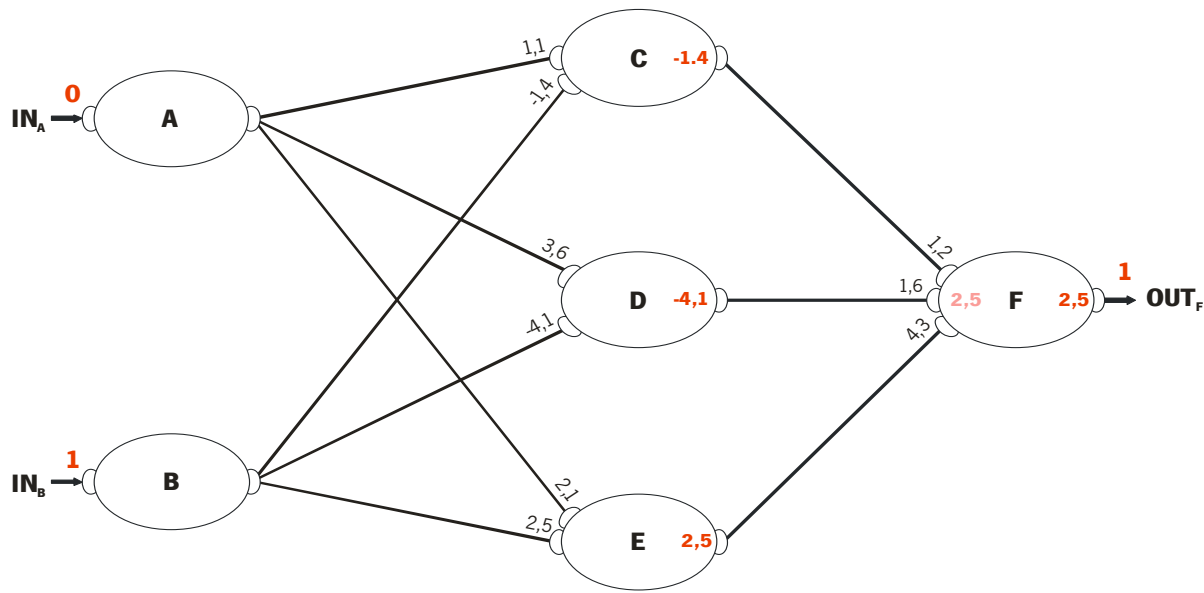
- Fluxo da informação e cálculo do valor de ativação na camada de saída...



$$f_A(P, E) = \sum P \times E$$

$$f_r(A) = A$$

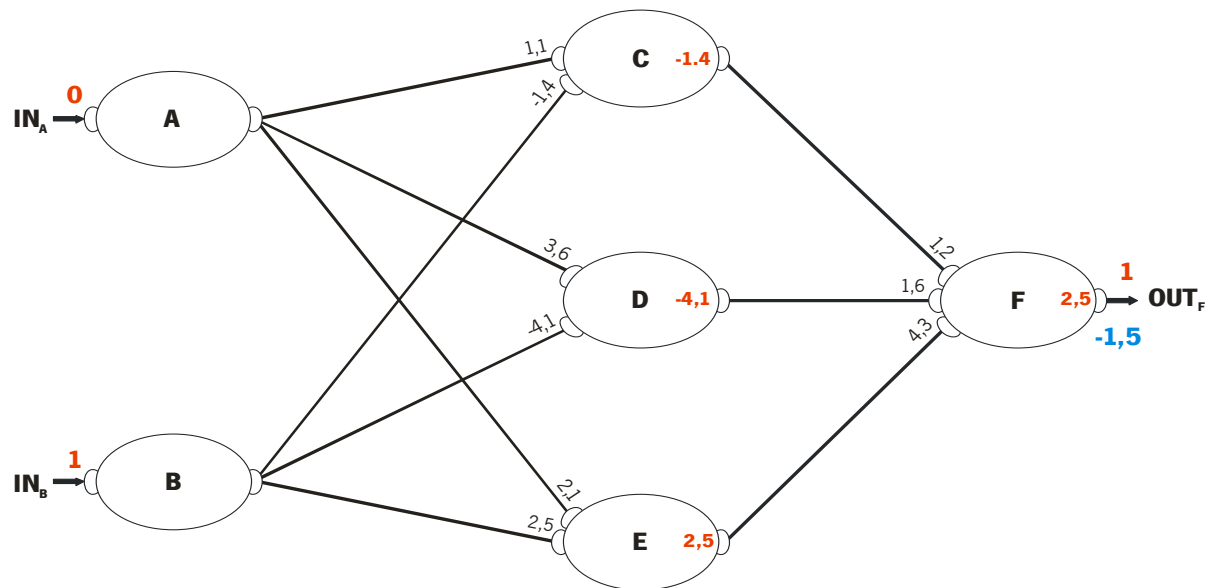
- ... e respetivo valor de transferência.



$$f_A(P,E) = \sum P \times E$$

$$f_t(A) = A$$

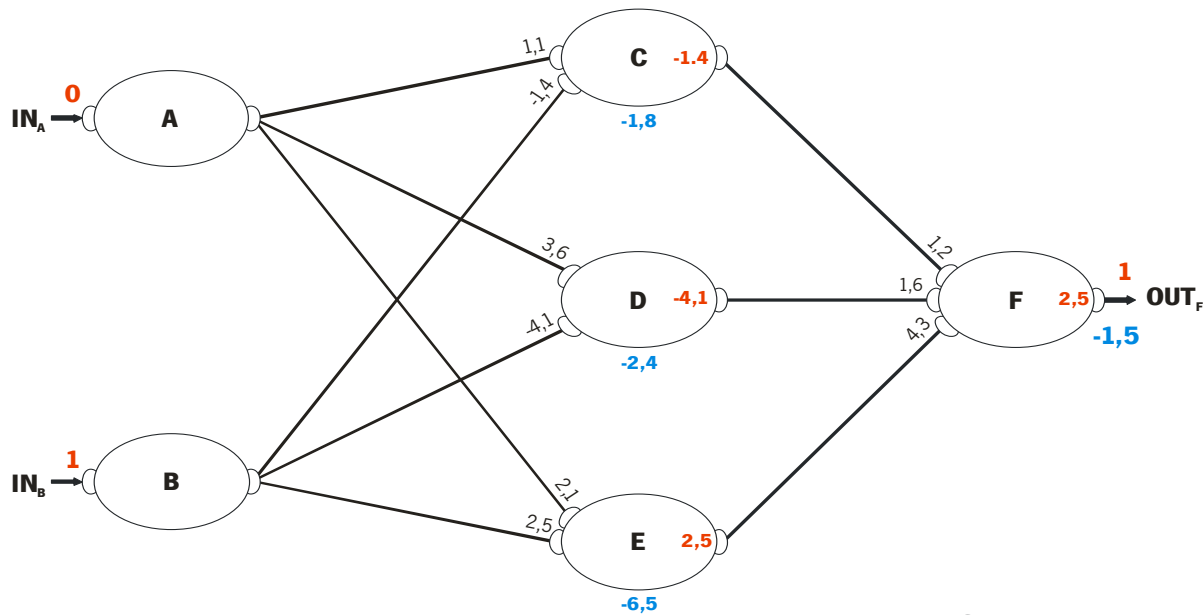
- Cálculo do erro na camada de saída...



$$\mathcal{E} = OUT_D - OUT_C$$

$$\mathcal{E}_{\leftarrow} = \mathcal{E} \times P$$

- ... e cálculo do valor estimado do erro na camada intermédia.

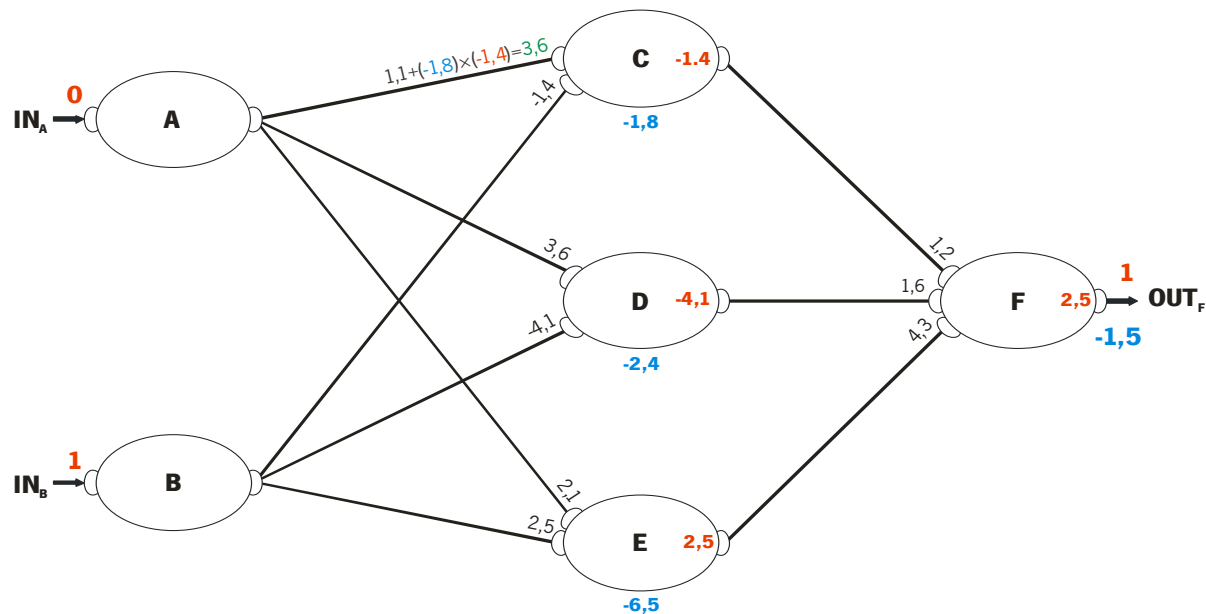


$$\mathcal{E} = OUT_D - OUT_C$$

$$\mathcal{E}_{\leftarrow} = \mathcal{E} \times P$$

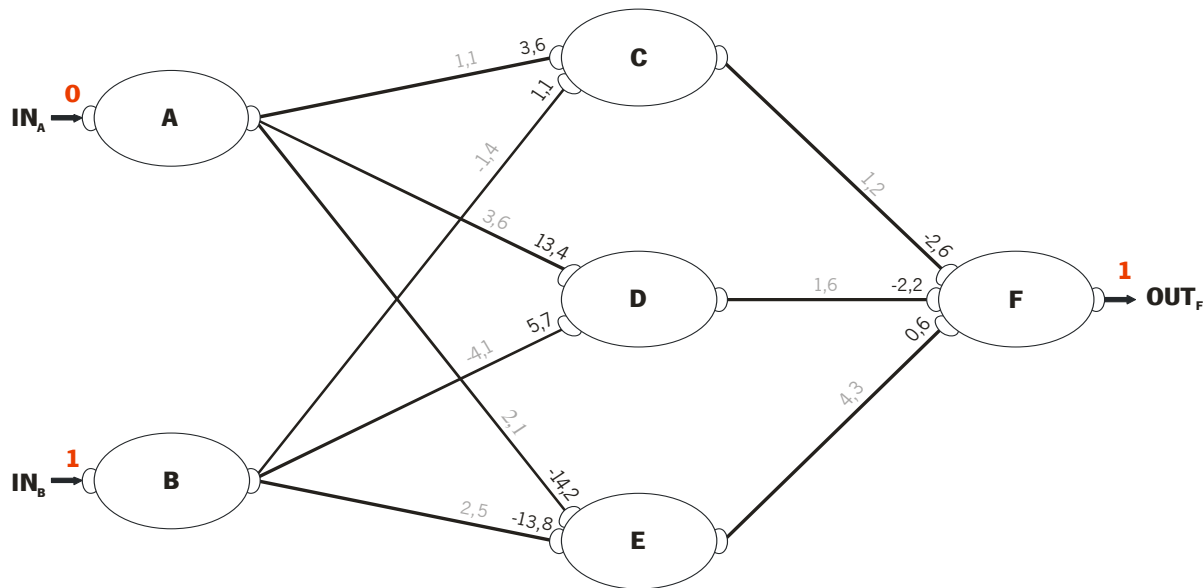


- Aplicação de uma regra de atualização dos pesos das sinapses...



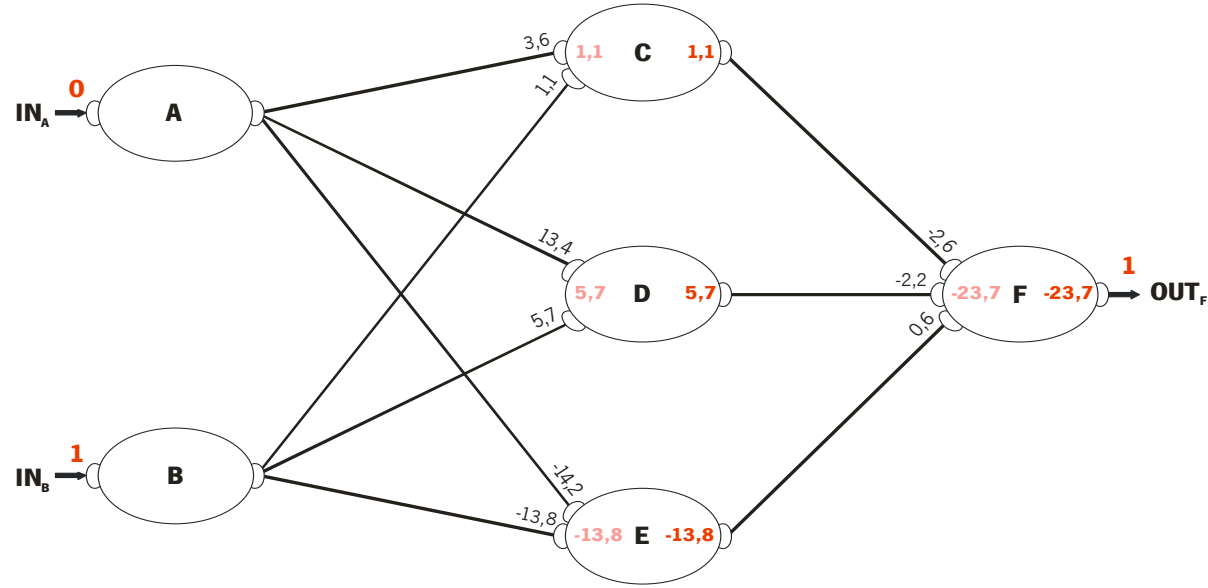
$$P_{i+1} = P_i + \epsilon \times f_T$$

- ... para atualizar os valores das sinapses de todos os neurónios.



$$P_{i+1} = P_i + \mathcal{E} \times f_T$$

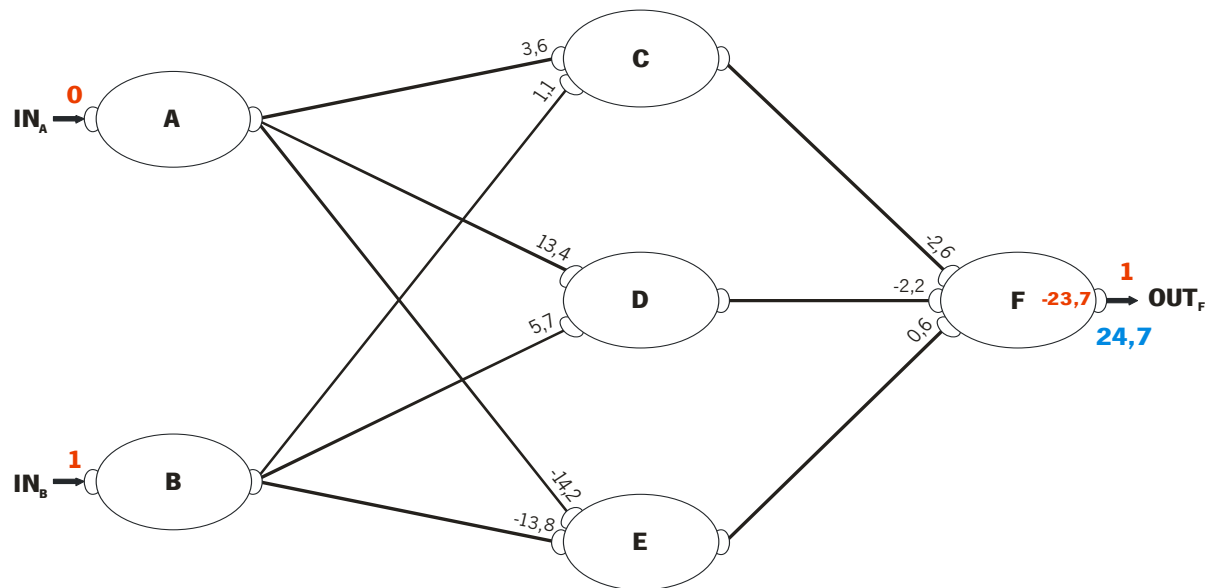
- Segunda iteração da propagação do caso de treino...



$$f_A(P, E) = \sum P \times E$$

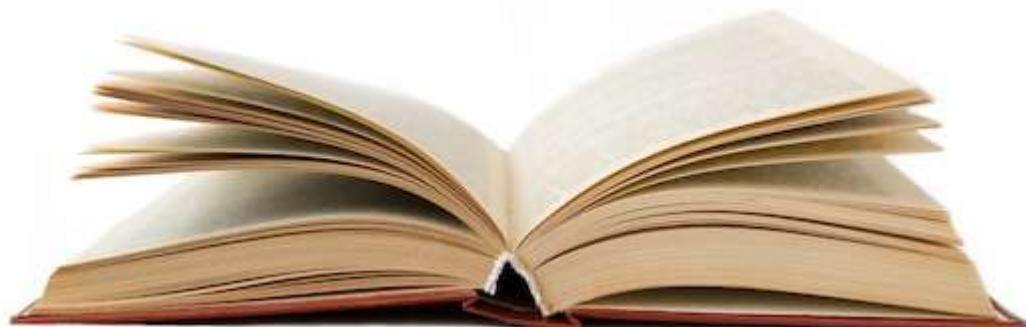
$$f_r(A) = A$$

- ... e cálculo do erro produzido pela RNA na segunda iteração.



## Referências bibliográficas

- Cortez, P., Neves, J., “Redes Neurais Artificiais”, Unidade de Ensino, Departamento de Informática, Universidade do Minho, 2000;
- Haykin, S., “Neural Networks - A Comprehensive Foundation”, Prentice-Hall, New Jersey, 1999, ISBN 978-0-13-273350-2;
- Bishop, Christopher M., “Neural networks for pattern recognition”, Clarendon Press, 1995, ISBN 978-0-19-853849-3;
- Charu C. Aggarwal, “Neural Networks and Deep Learning”, Springer, 2018, ISBN 978-3-319-94463-0.

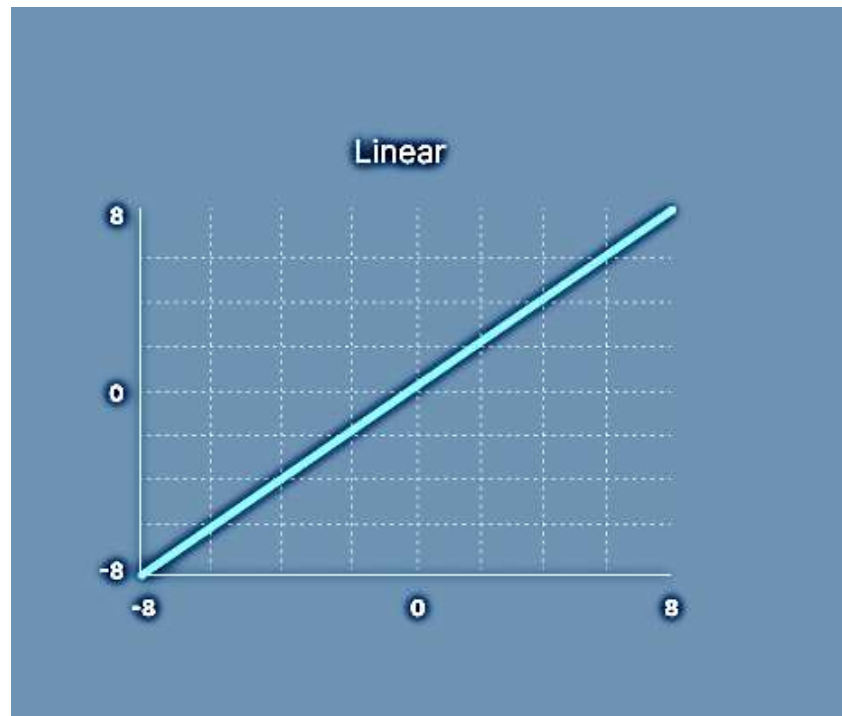




Universidade do Minho  
Departamento de Informática

# **APRENDIZAGEM E DECISÃO INTELIGENTES**

**LEI/MiEI @ 2022/2023, 2º sem  
[ADI<sup>3</sup>]**

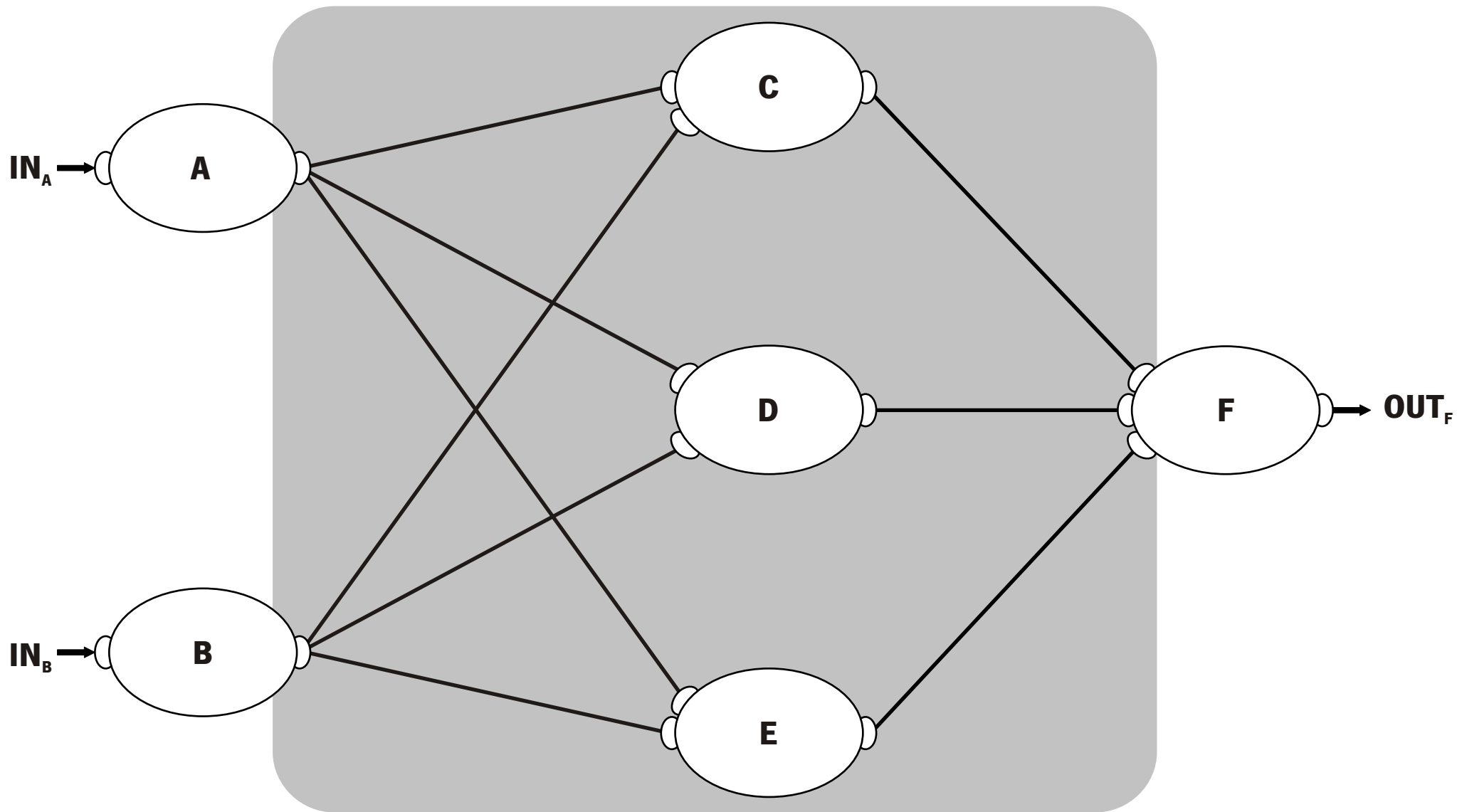


# TRAINING

# RNA





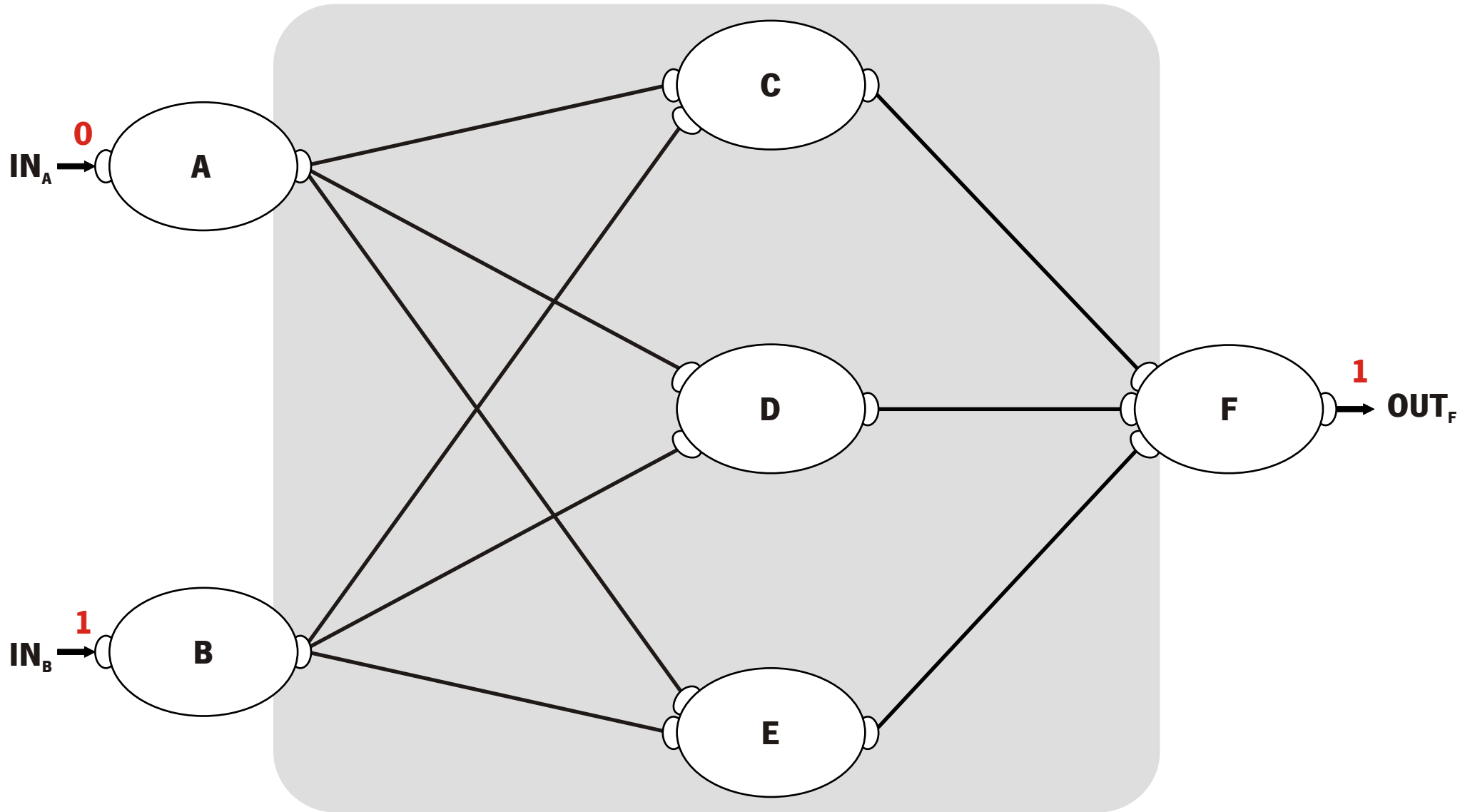


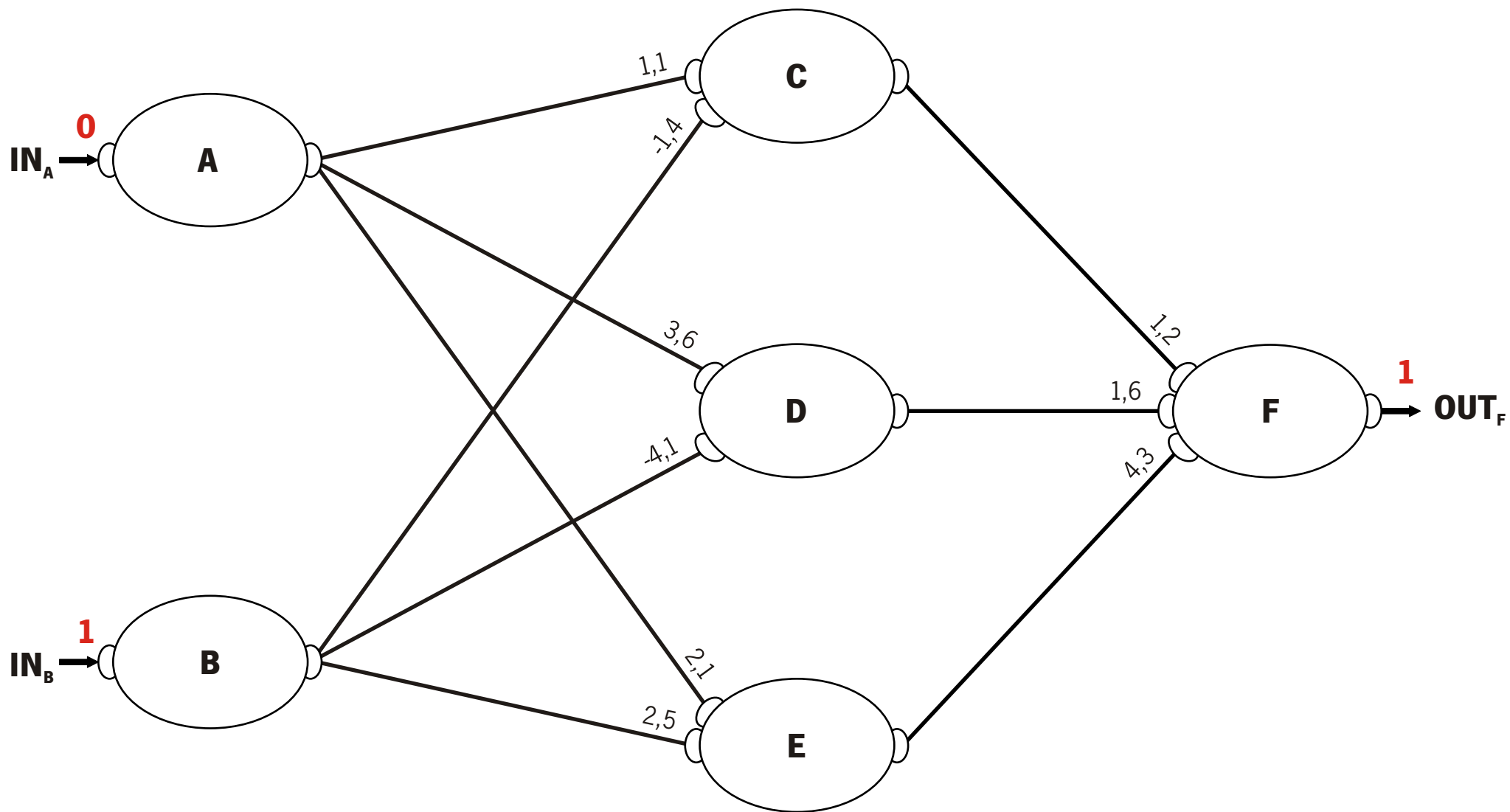
Universidade do Minho

Cesar Analide, Paulo Novais, José Neves

RNA - Treino Linear

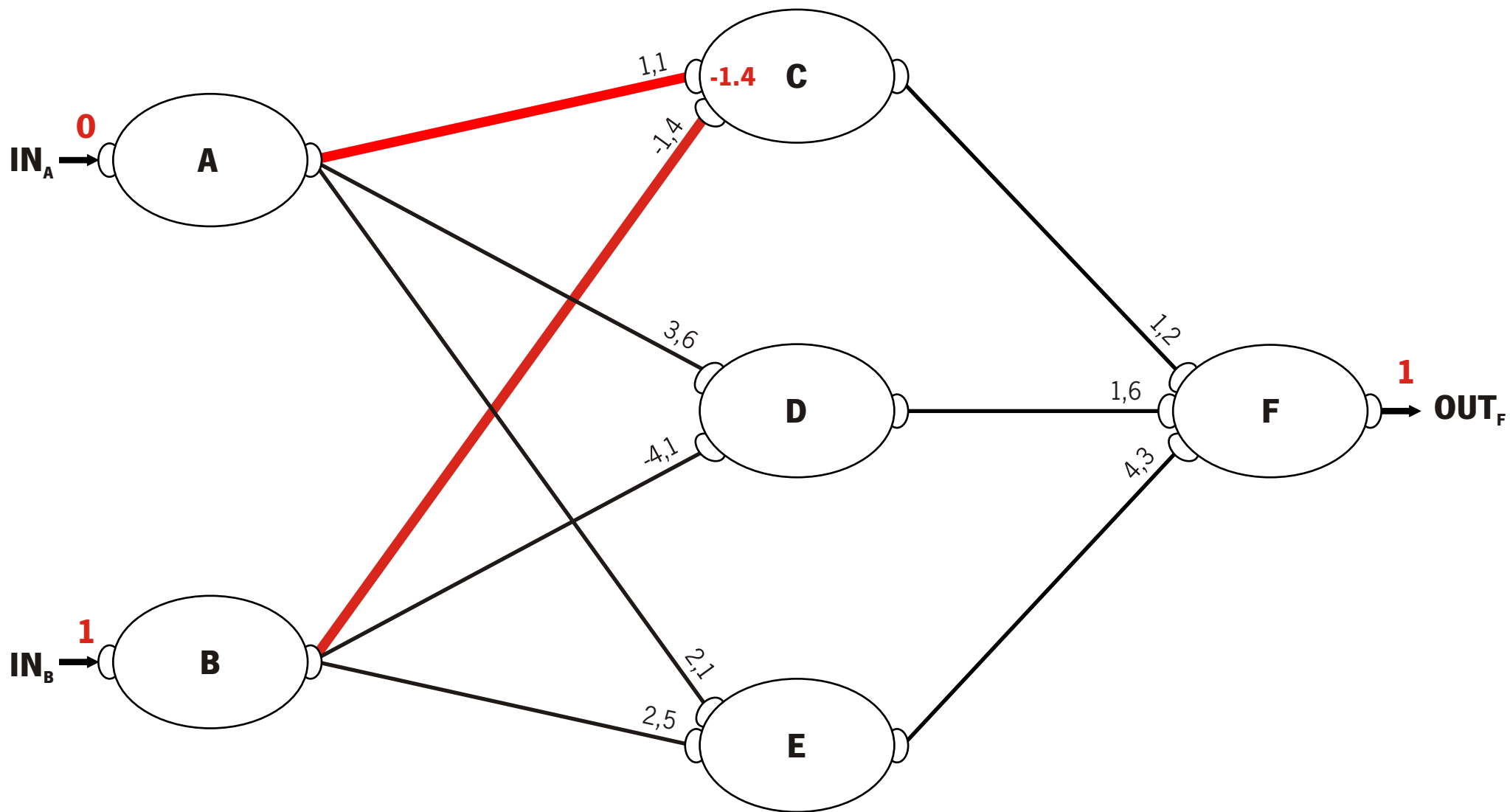
(3)





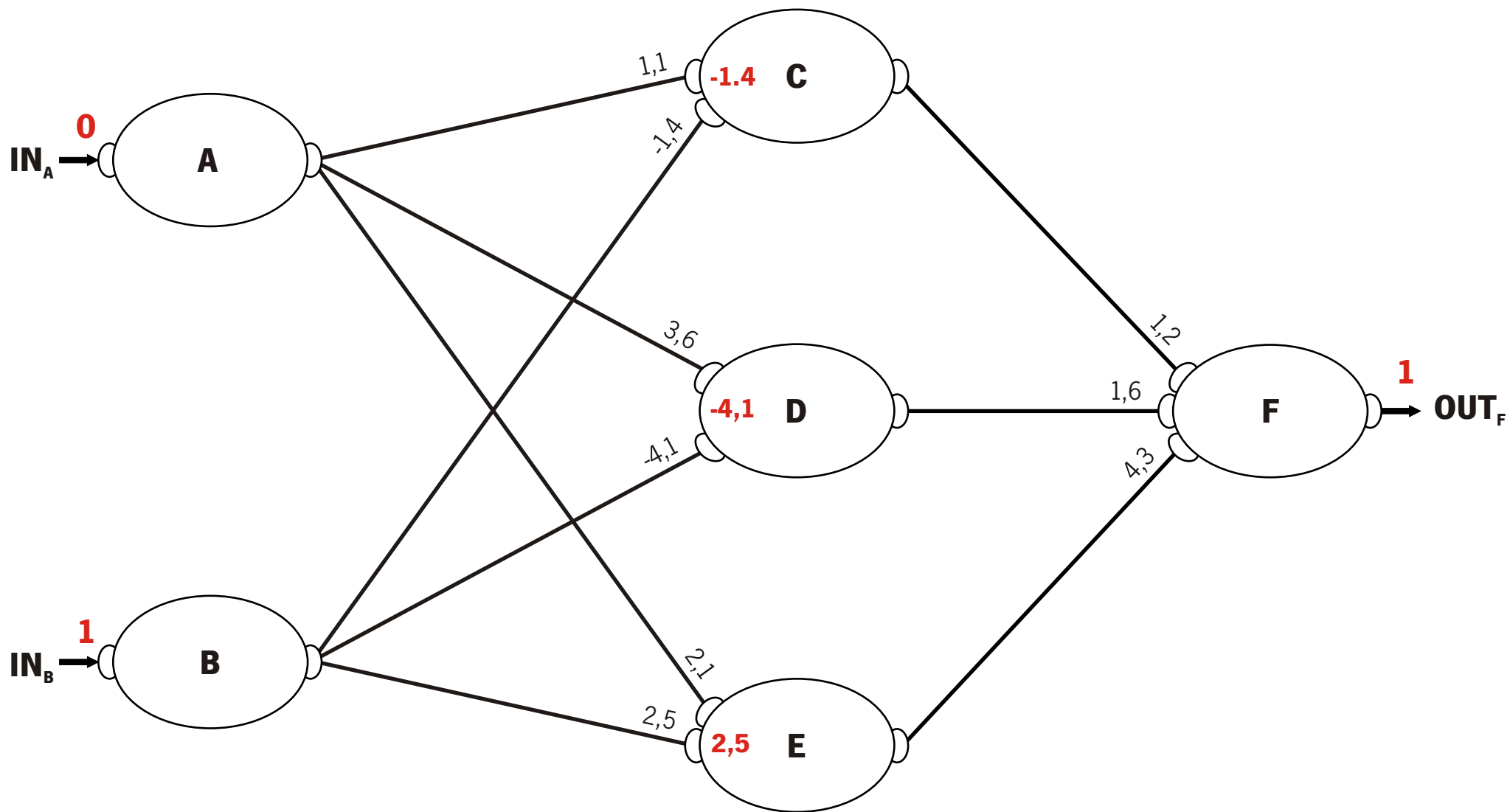
$$f_A(P, E) = \sum P \times E$$

$$f_T(A) = A$$



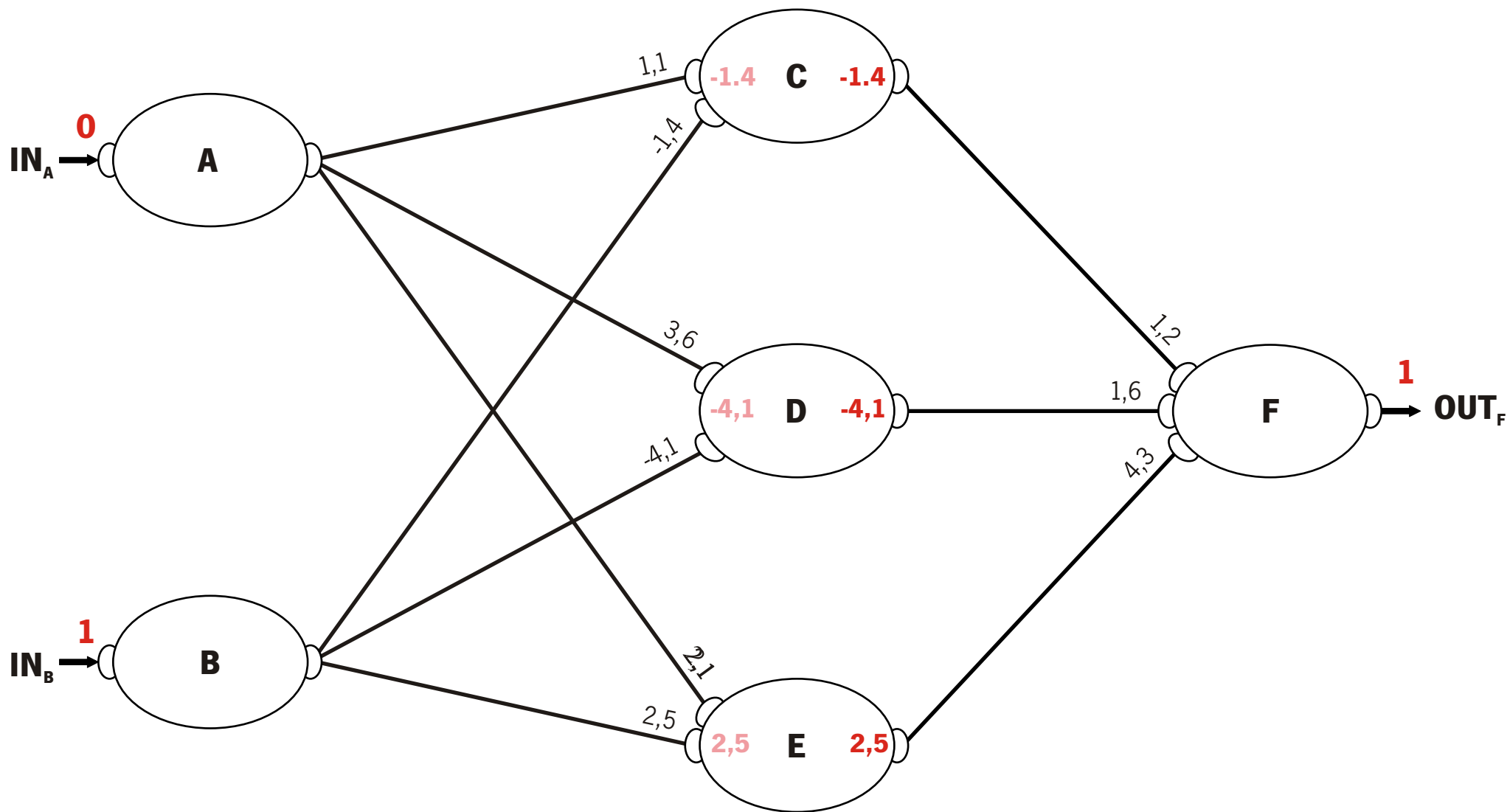
$$f_A(P, E) = \sum P \times E$$

$$f_T(A) = A$$



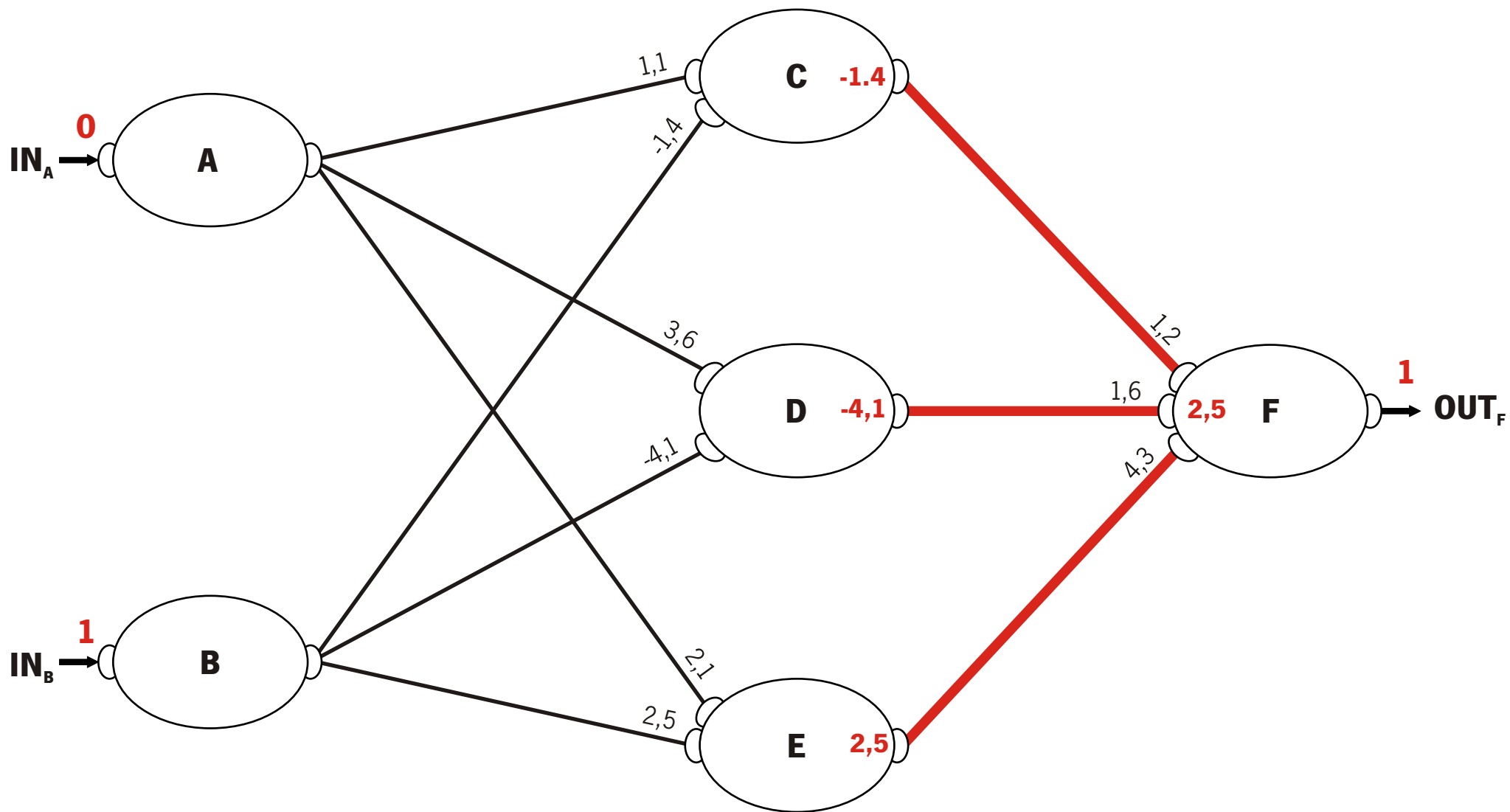
$$f_A(P, E) = \sum P \times E$$

$$f_T(A) = A$$



$$f_A(P, E) = \sum P \times E$$

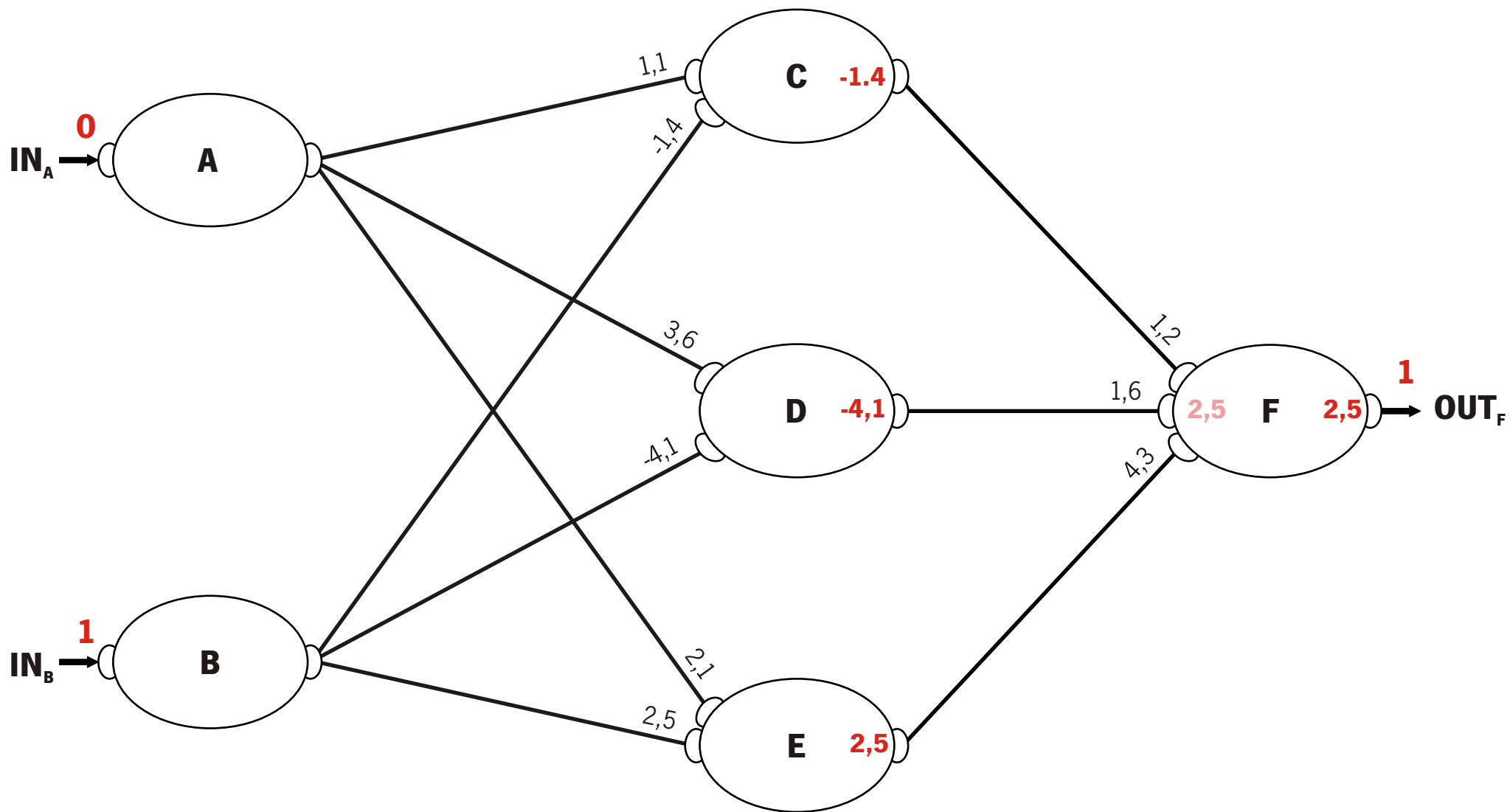
$$f_T(A) = A$$



$$f_A(P, E) = \sum P \times E$$

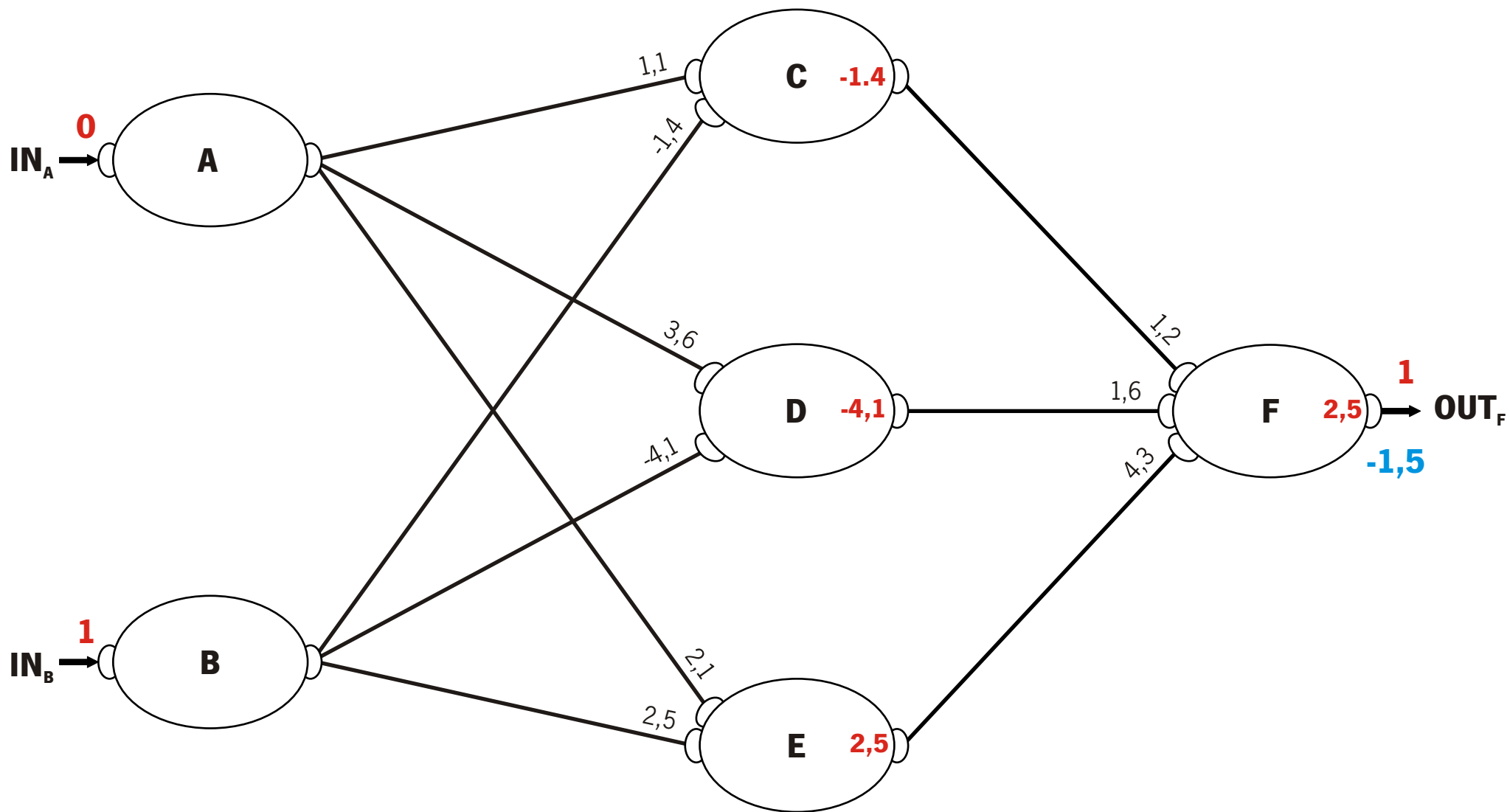
$$f_T(A) = A$$





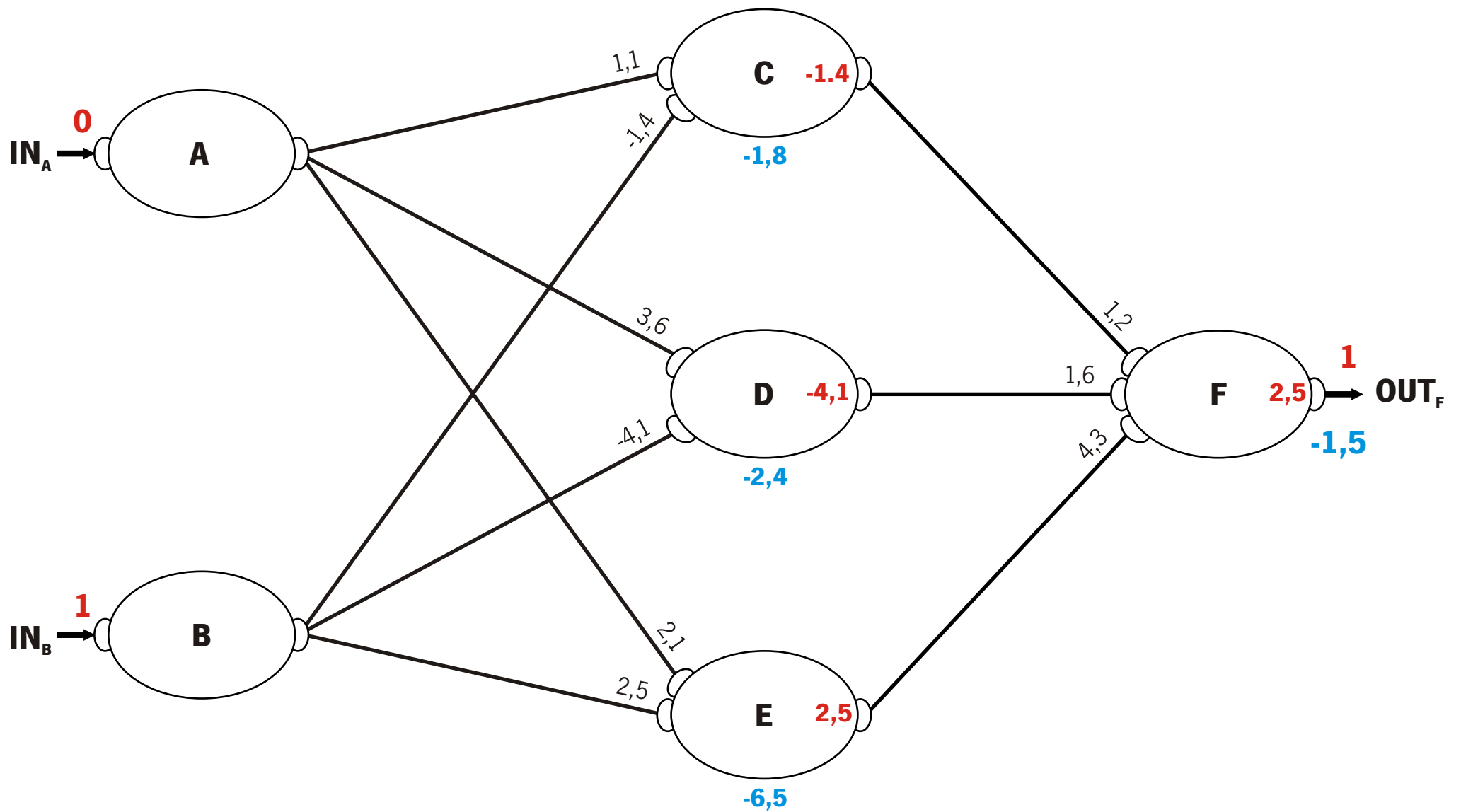
$$f_A(P,E) = \sum P \times E$$

$$f_T(A) = A$$



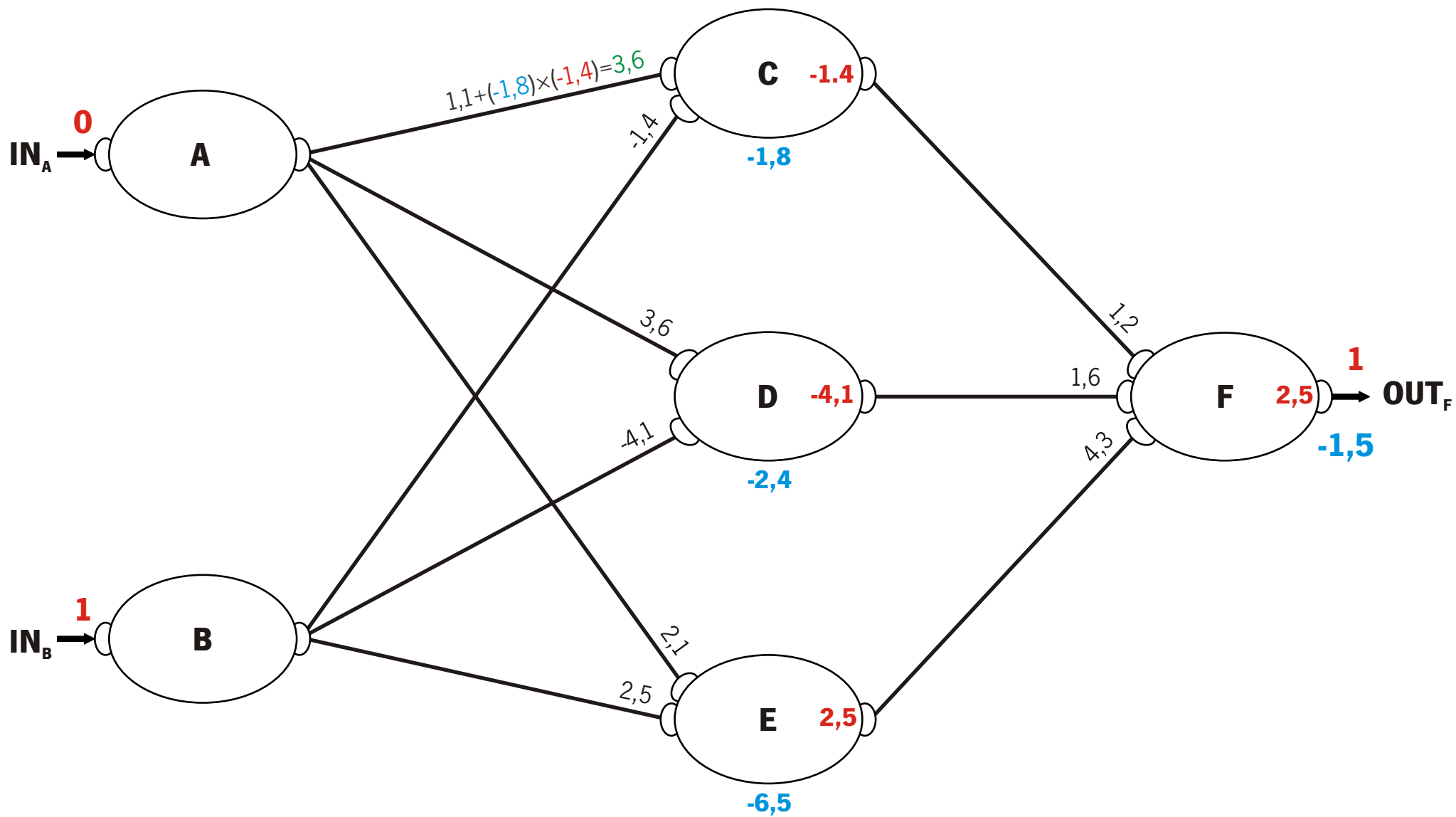
$$\mathcal{E} = OUT_{\mathcal{D}} - OUT_{\mathcal{C}}$$

$$\mathcal{E}_{\leftarrow} = \mathcal{E} \times P$$

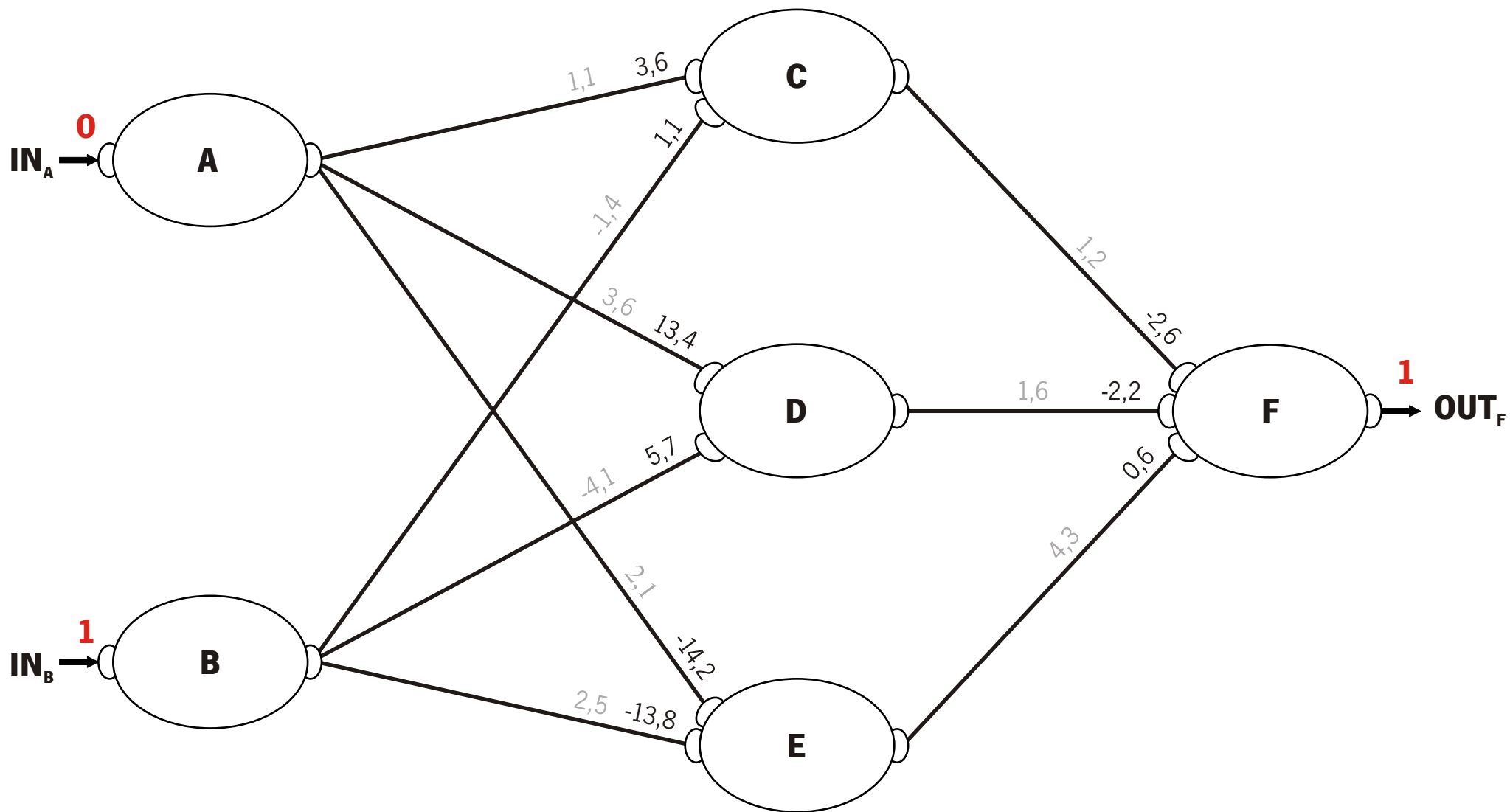


$$\mathcal{E} = OUT_D - OUT_C$$

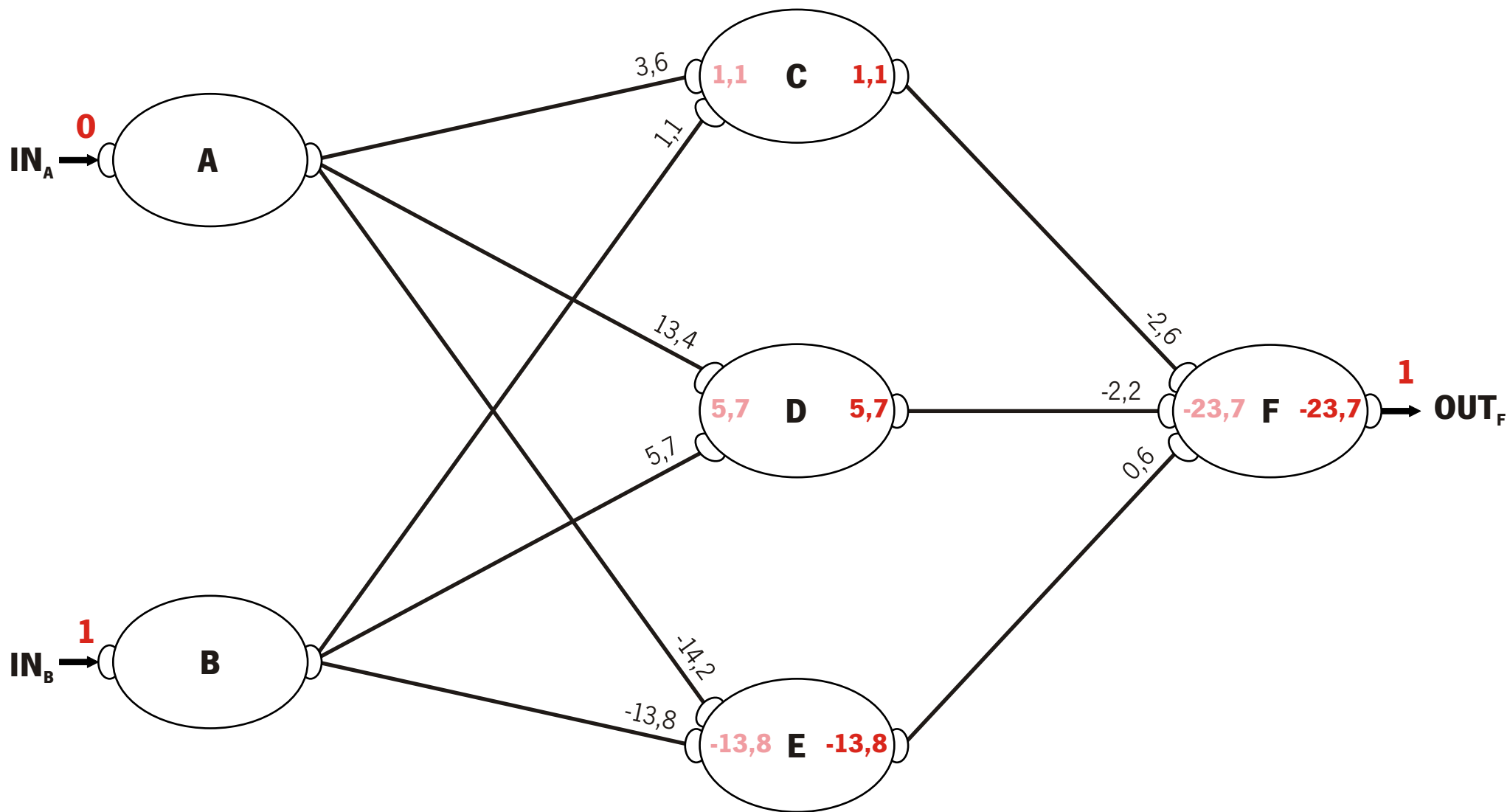
$$\mathcal{E}_{\leftarrow} = \mathcal{E} \times P$$



$$P_{i+1} = P_i + \mathcal{E} \times f_T$$

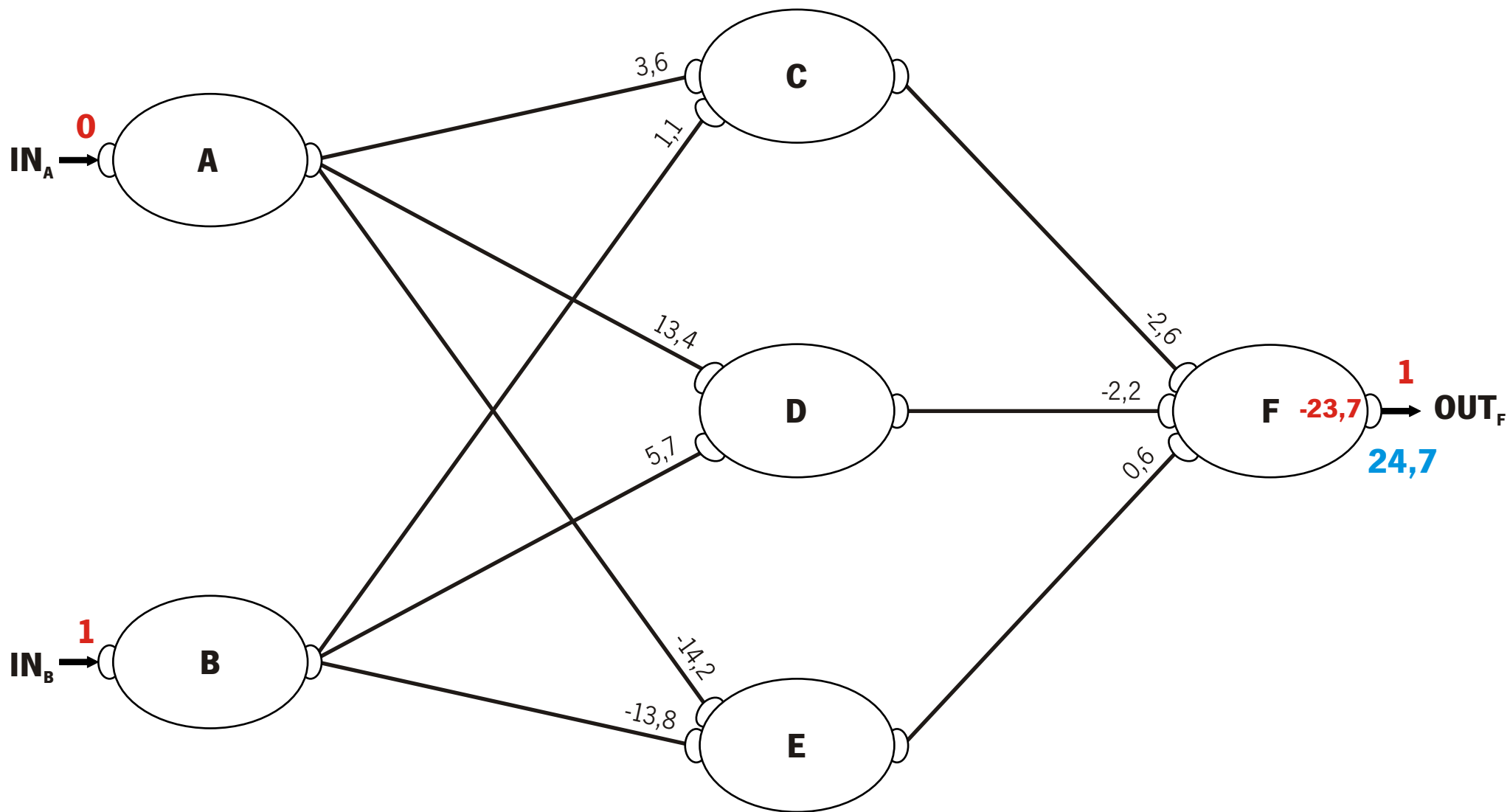


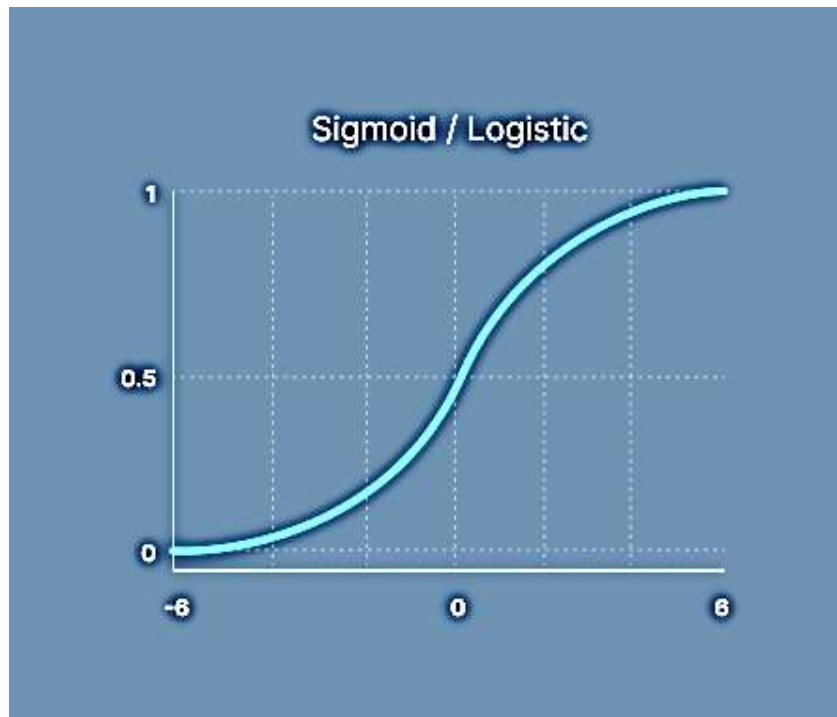
$$P_{i+1} = P_i + \mathcal{E} \times f_T$$



$$f_A(P, E) = \sum P \times E$$

$$f_T(A) = A$$



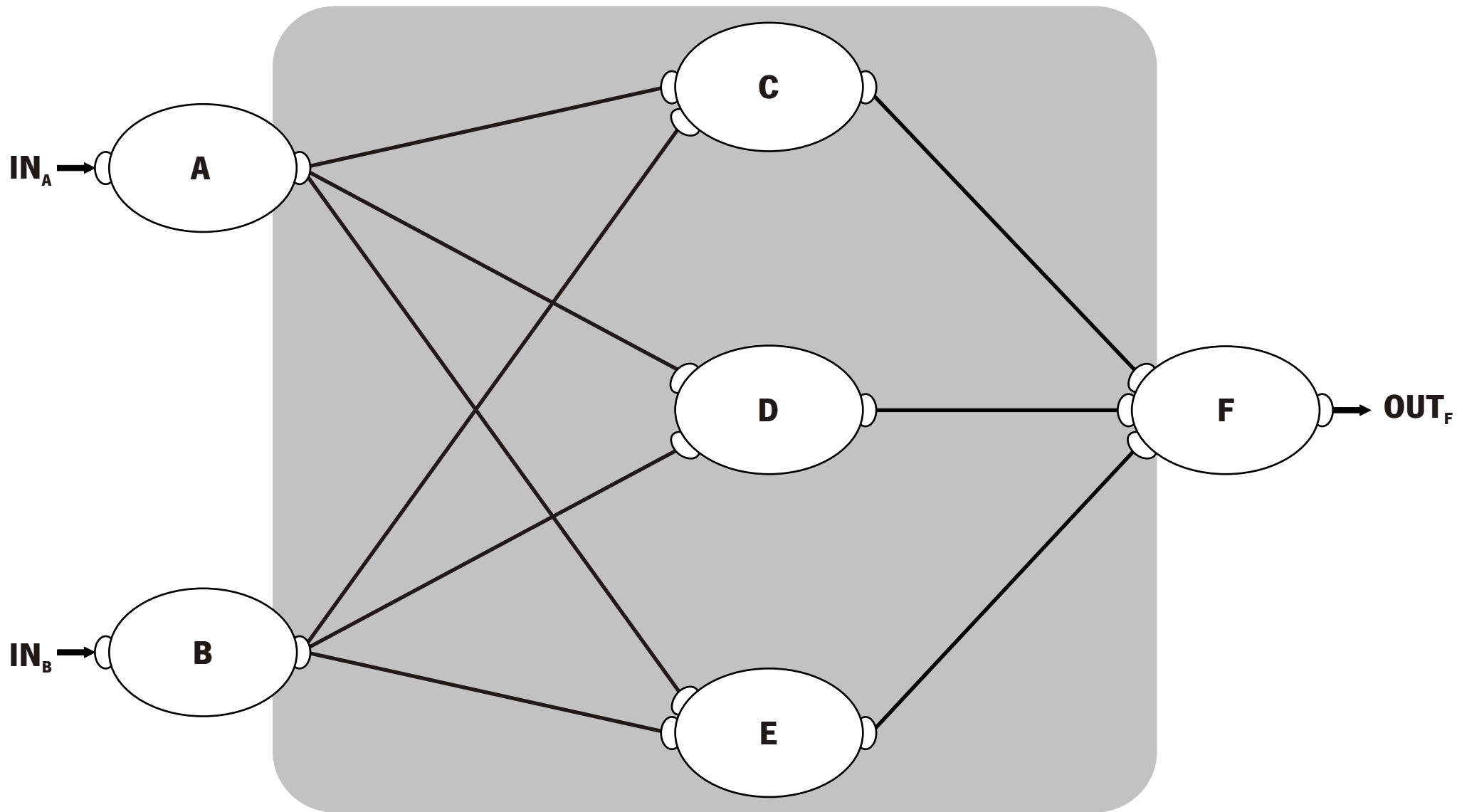


# TRAINING



# RNA



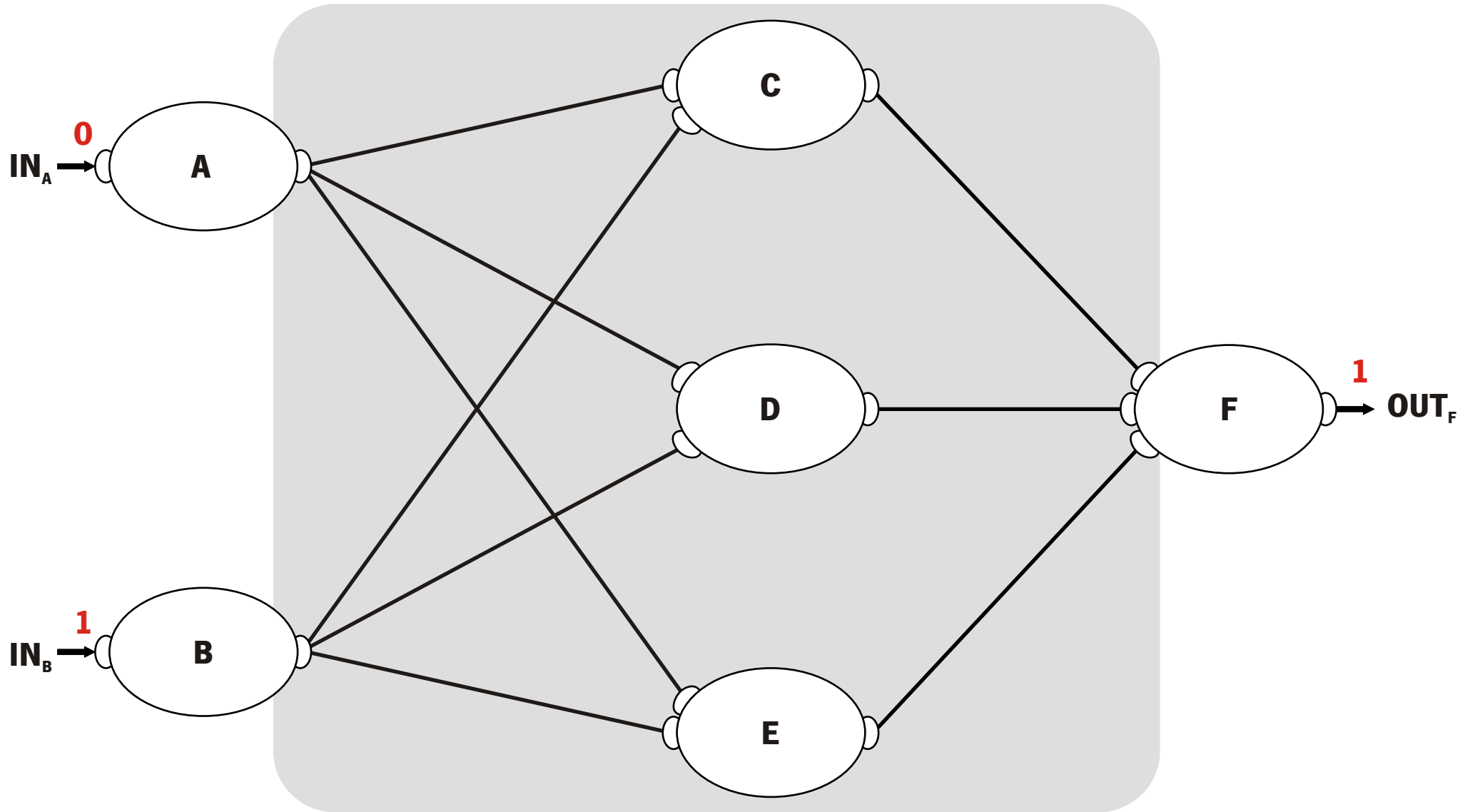


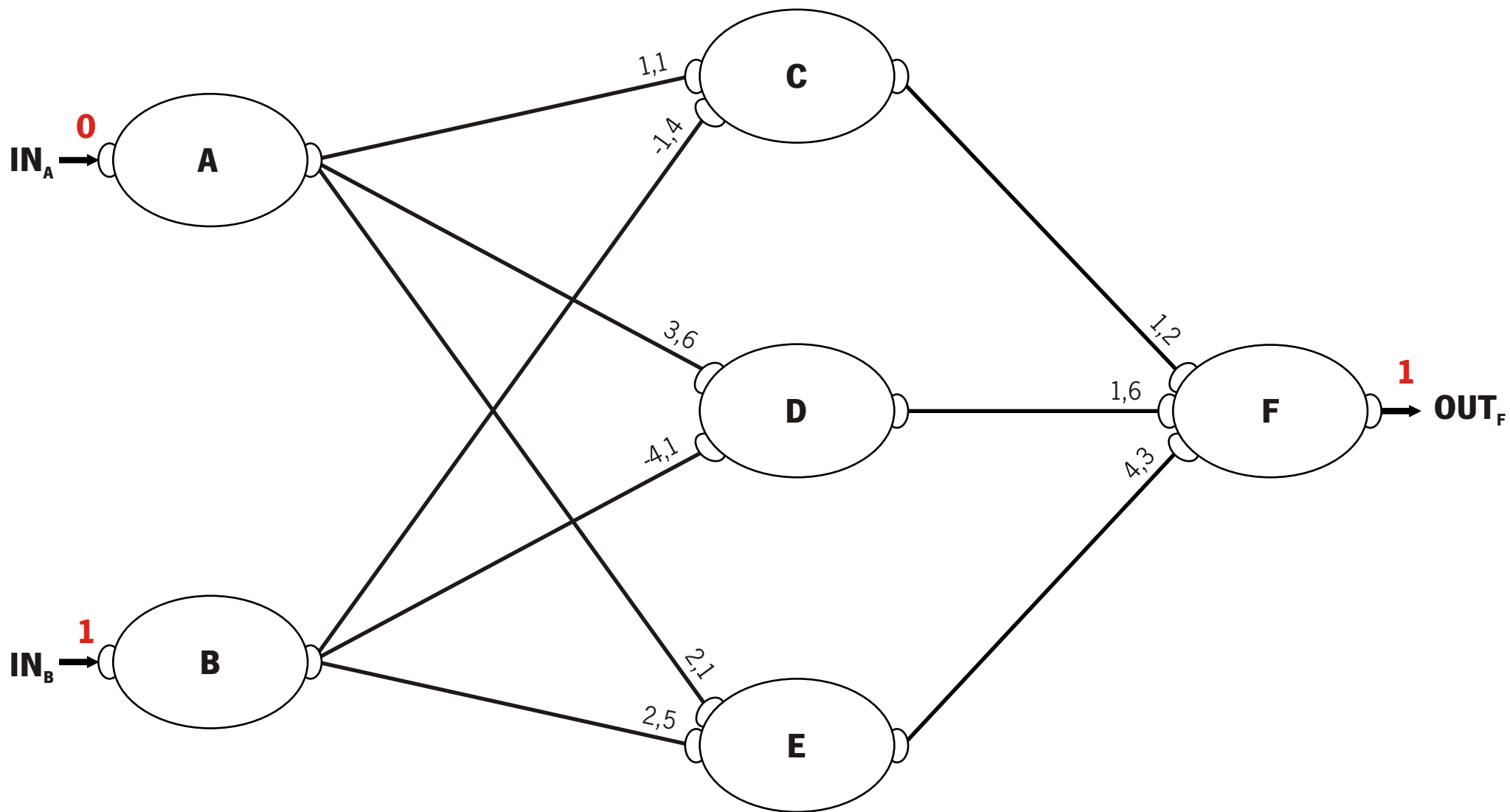
Universidade do Minho

Cesar Analide, Paulo Novais, José Neves

RNA - Treino Sigmoid

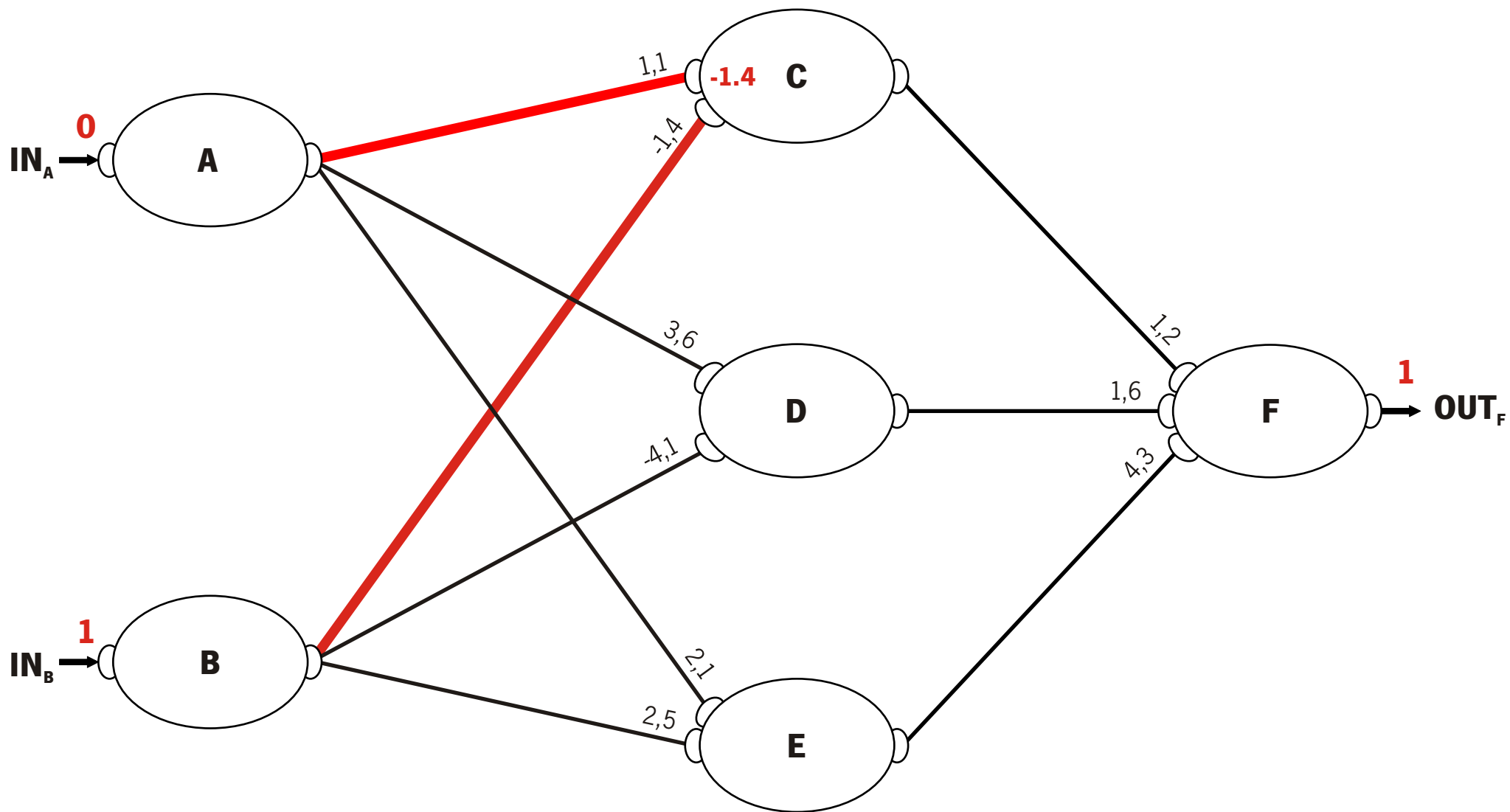
(3)





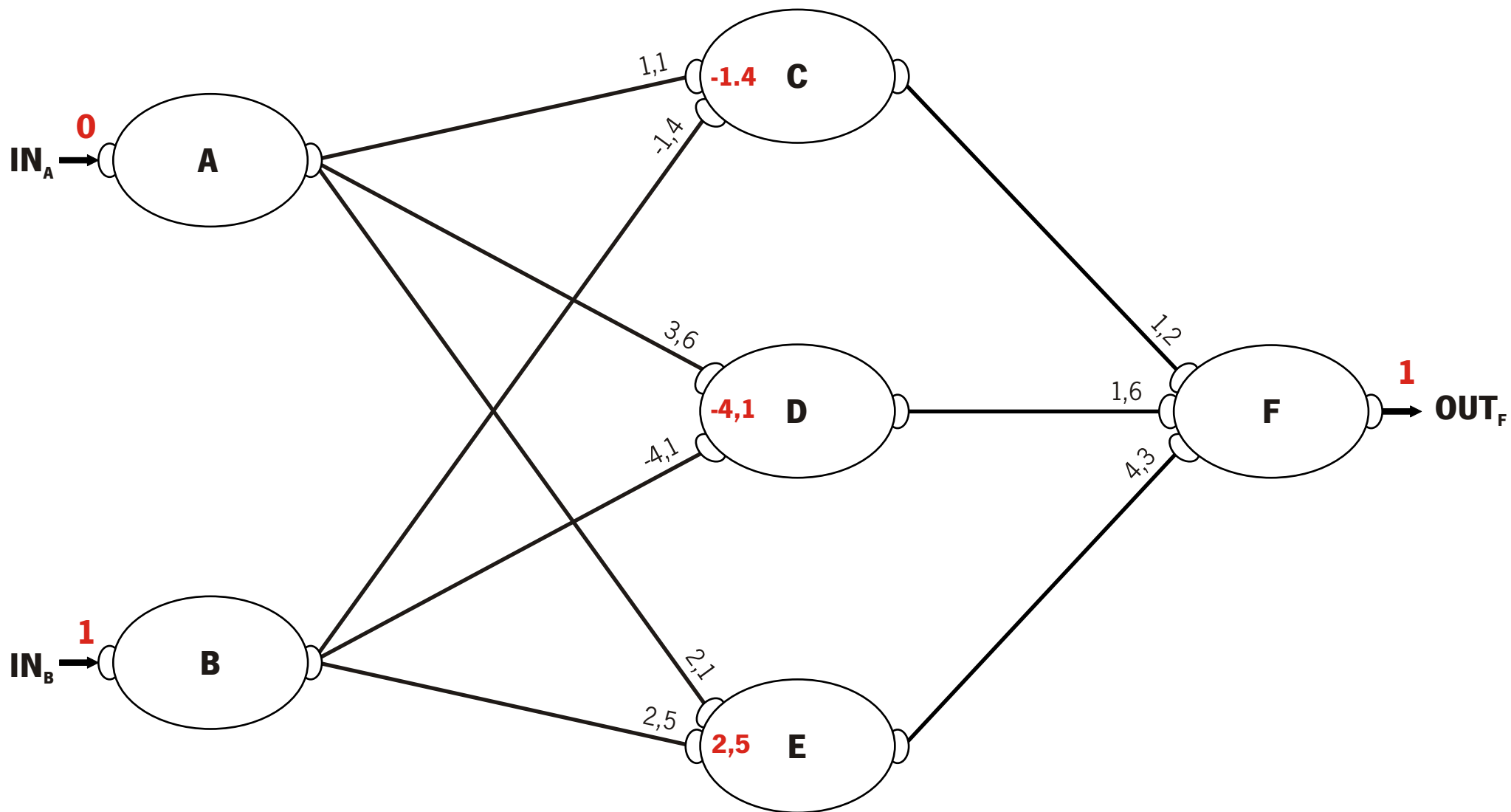
$$f_A(P,E) = \sum P \times E$$

$$f_T(A) = \frac{1}{1 + e^{-A}}$$



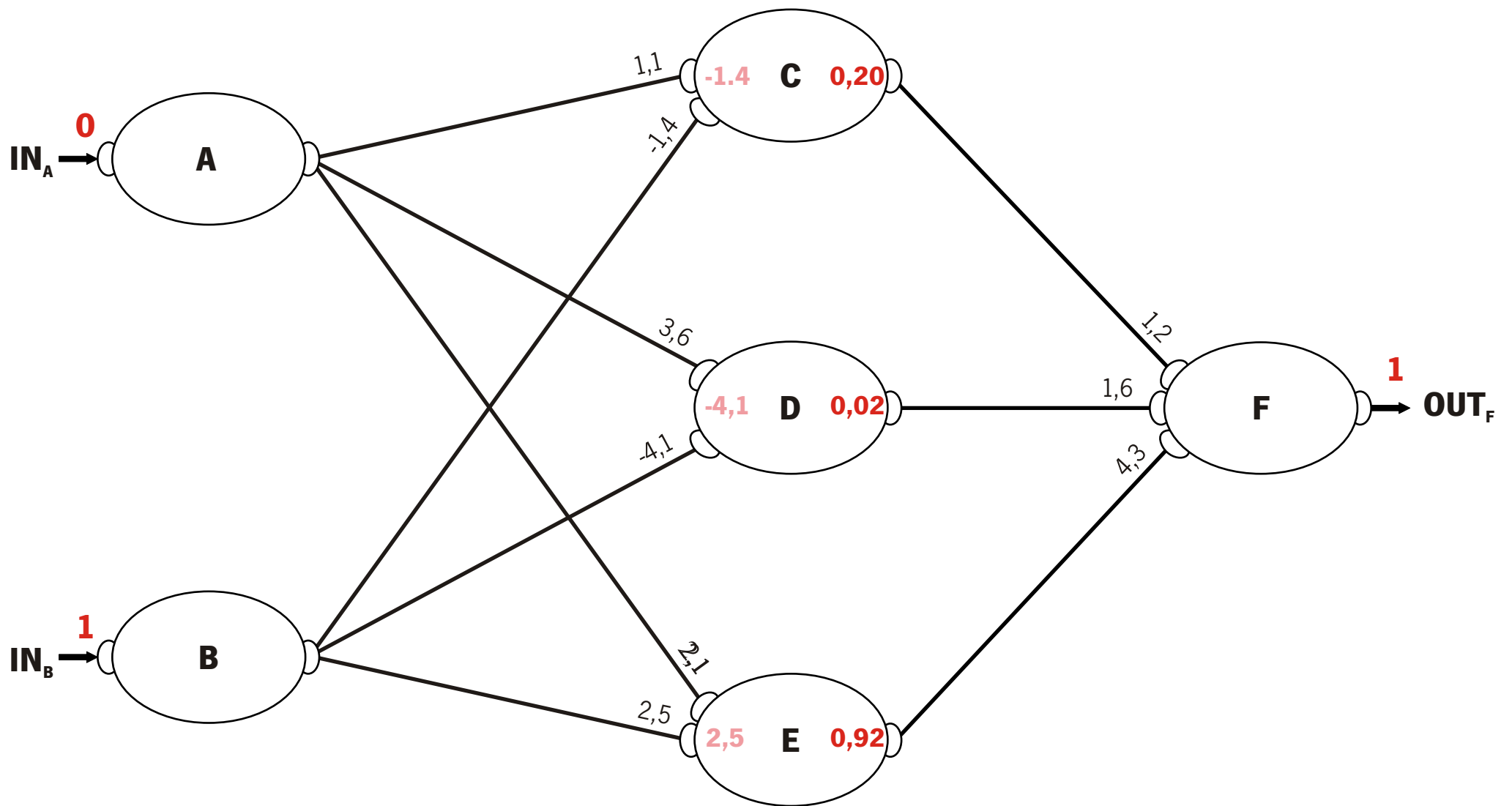
$$f_A(P, E) = \sum P \times E$$

$$f_T(A) = \frac{1}{1 + e^{-A}}$$



$$f_A(P, E) = \sum P \times E$$

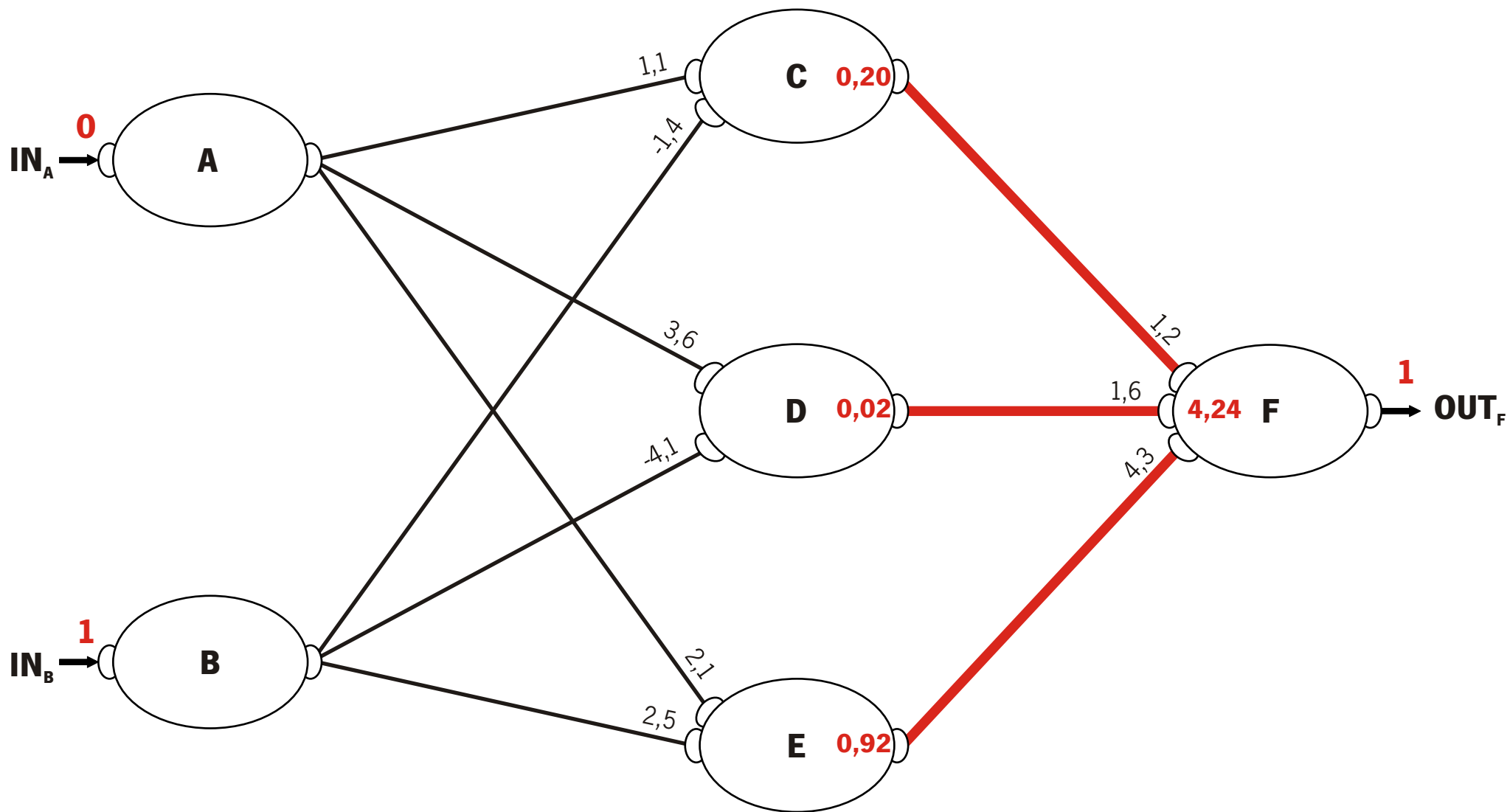
$$f_T(A) = \frac{1}{1 + e^{-A}}$$



$$f_A(P, E) = \sum P \times E$$

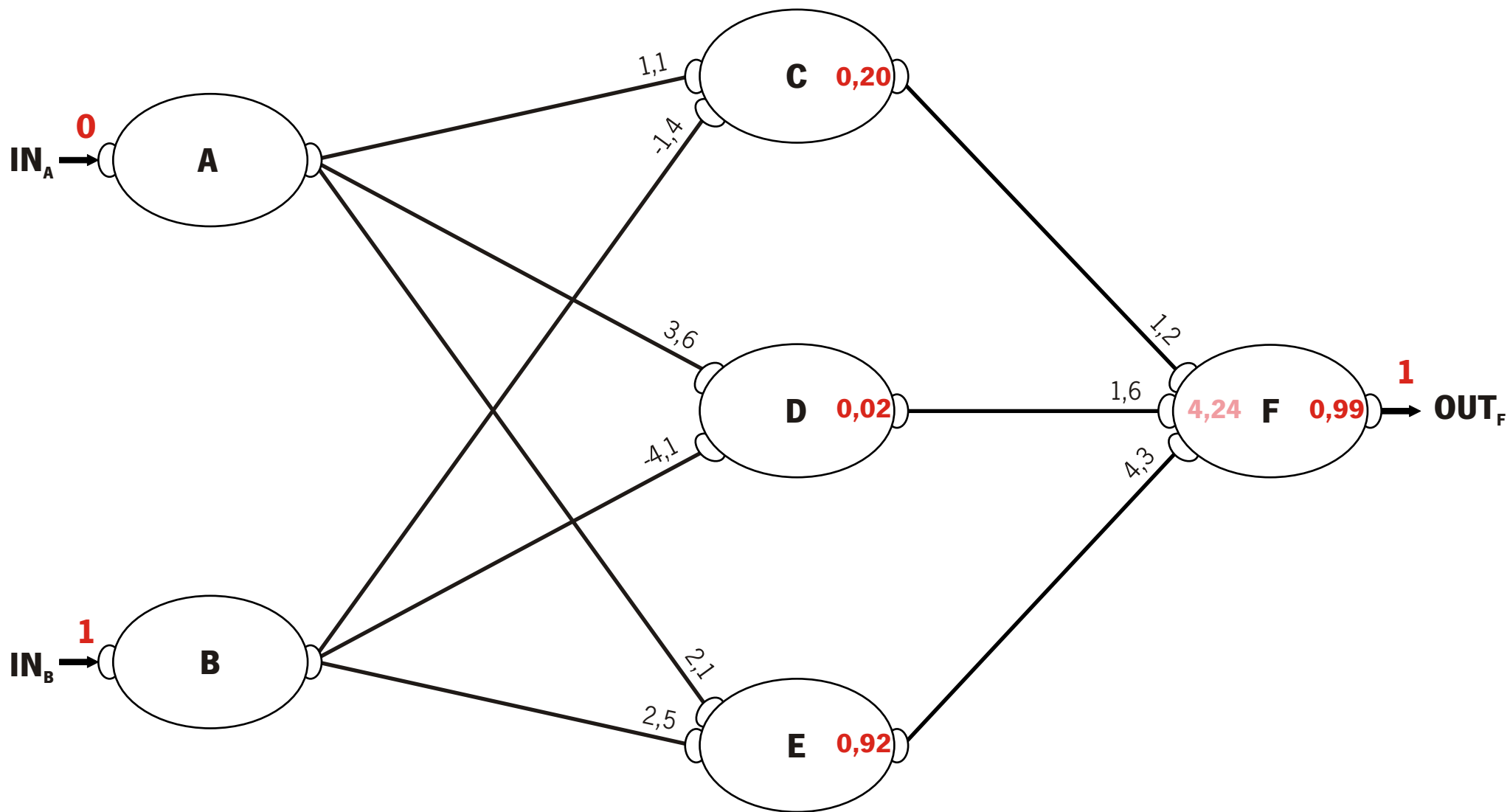
$$f_T(A) = \frac{1}{1 + e^{-A}}$$





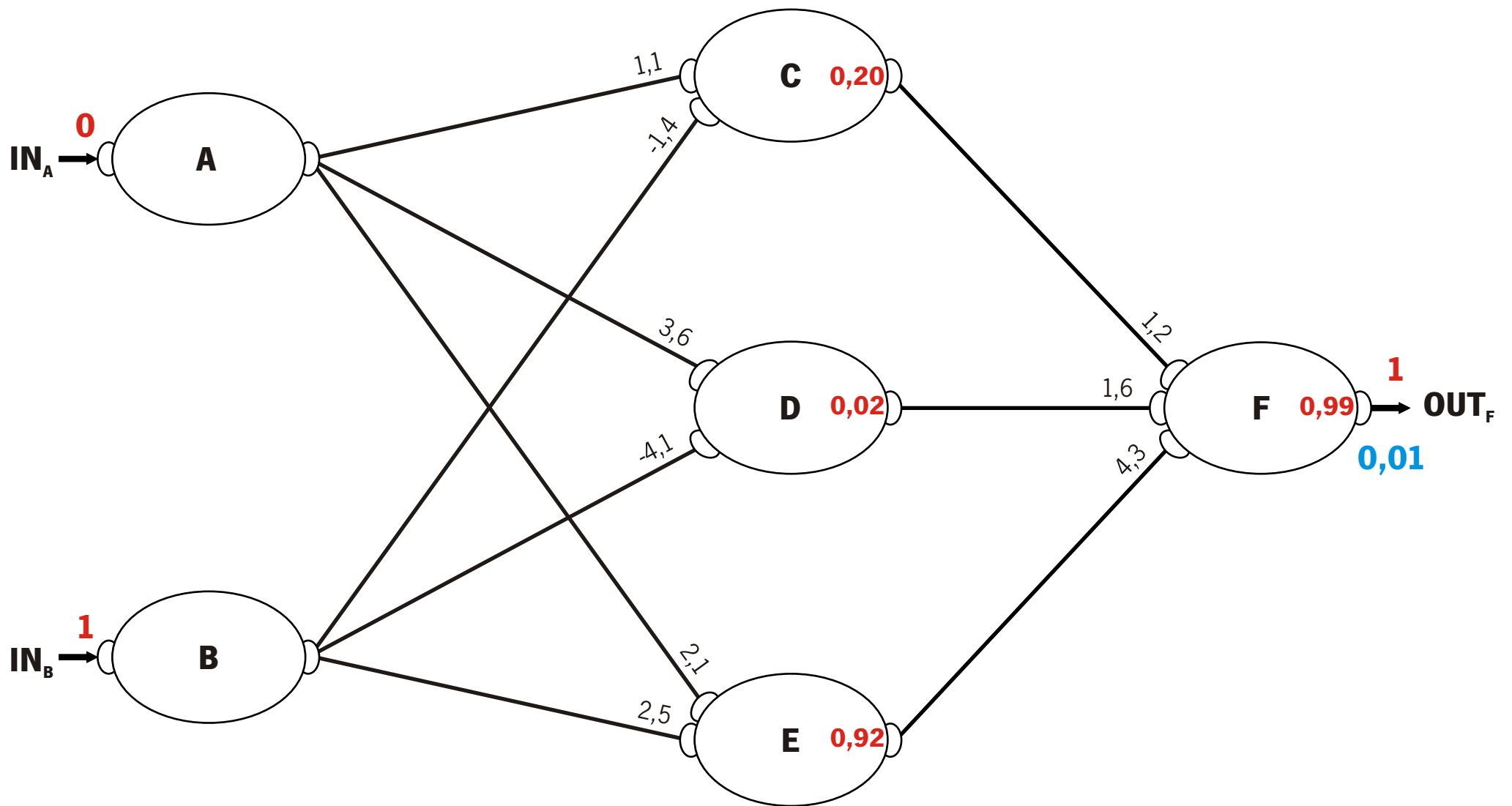
$$f_A(P, E) = \sum P \times E$$

$$f_T(A) = \frac{1}{1 + e^{-A}}$$



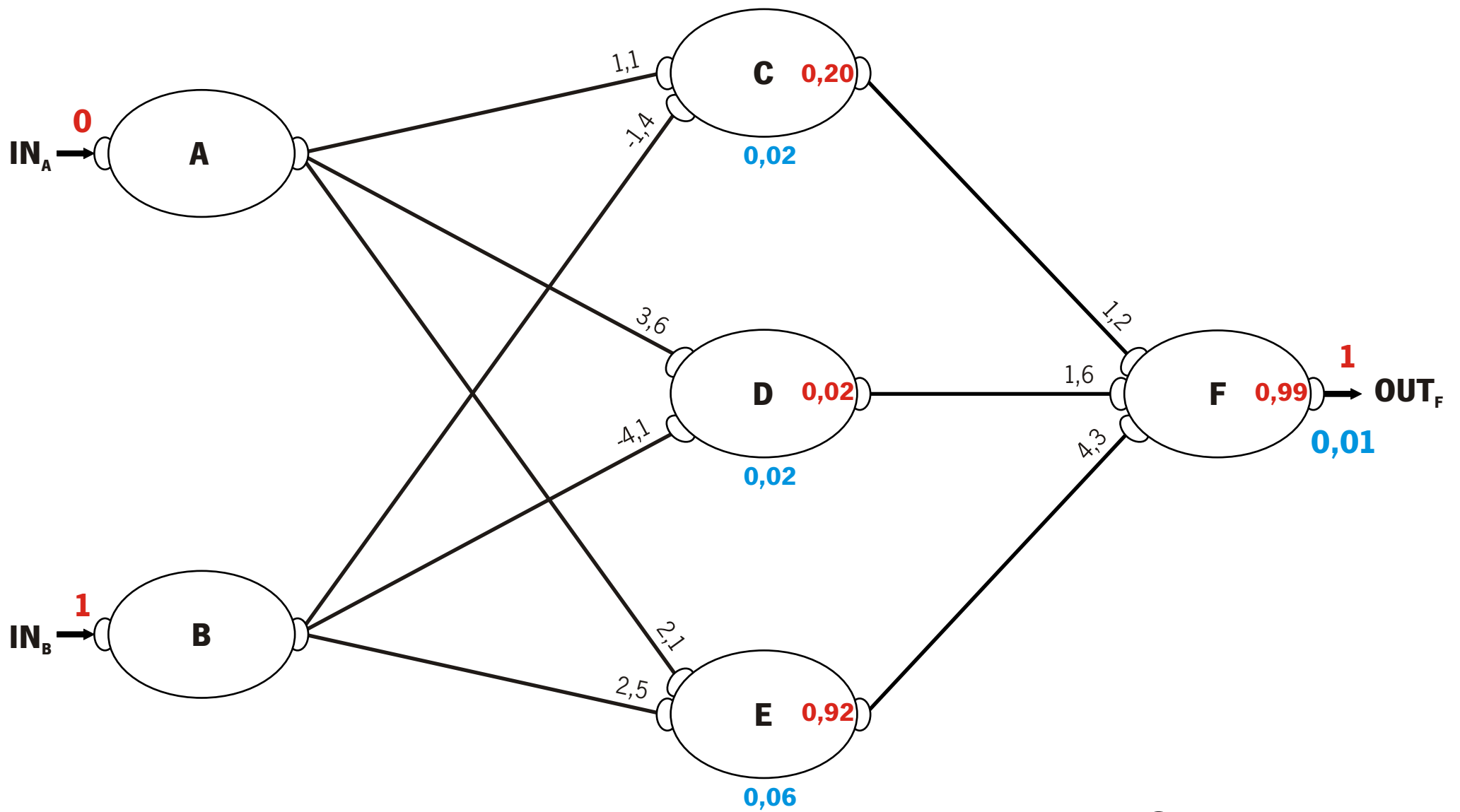
$$f_A(P, E) = \sum P \times E$$

$$f_T(A) = \frac{1}{1 + e^{-A}}$$



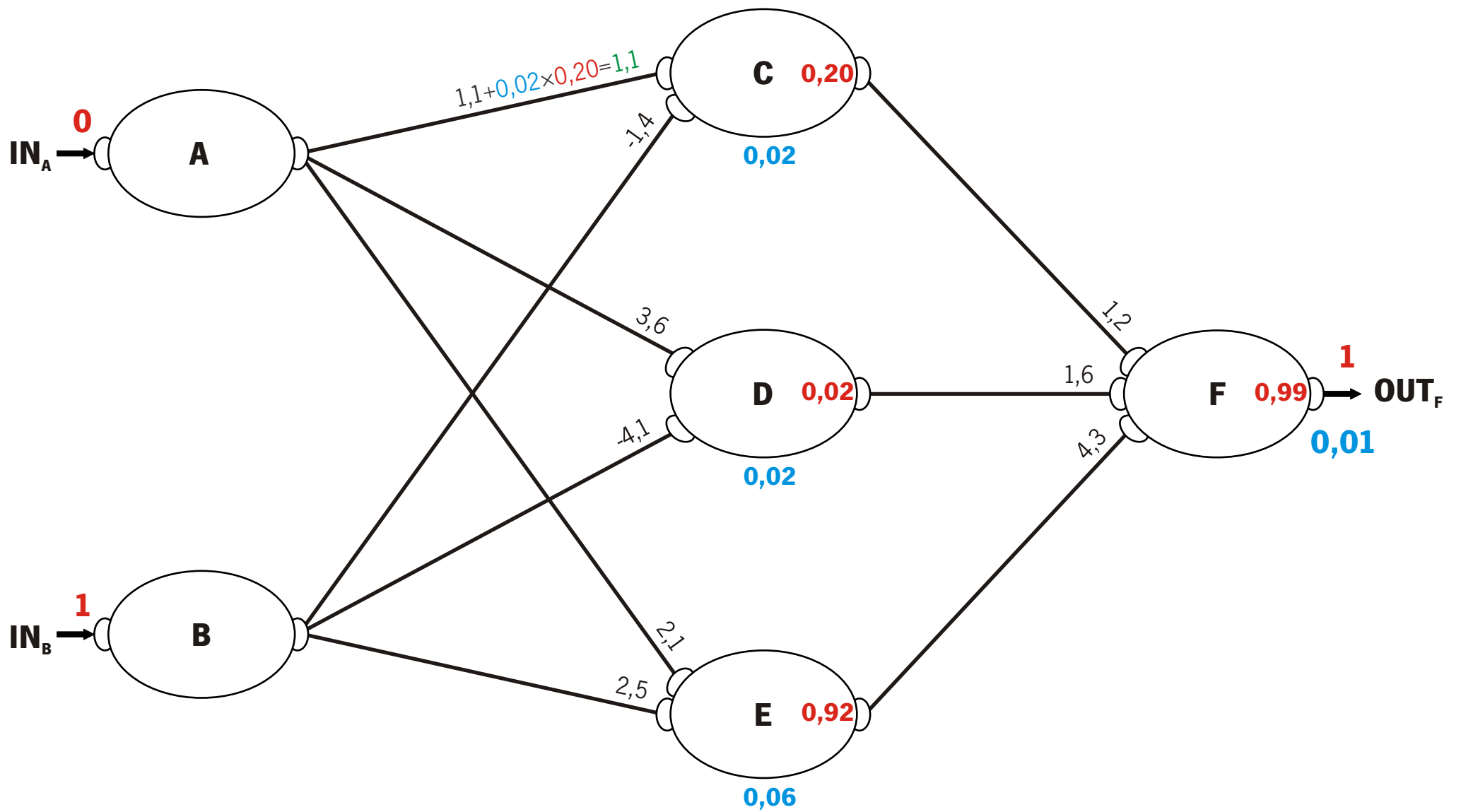
$$\mathcal{E} = OUT_{\mathcal{D}} - OUT_{\mathcal{C}}$$

$$\mathcal{E}_{\leftarrow} = \mathcal{E} \times P$$

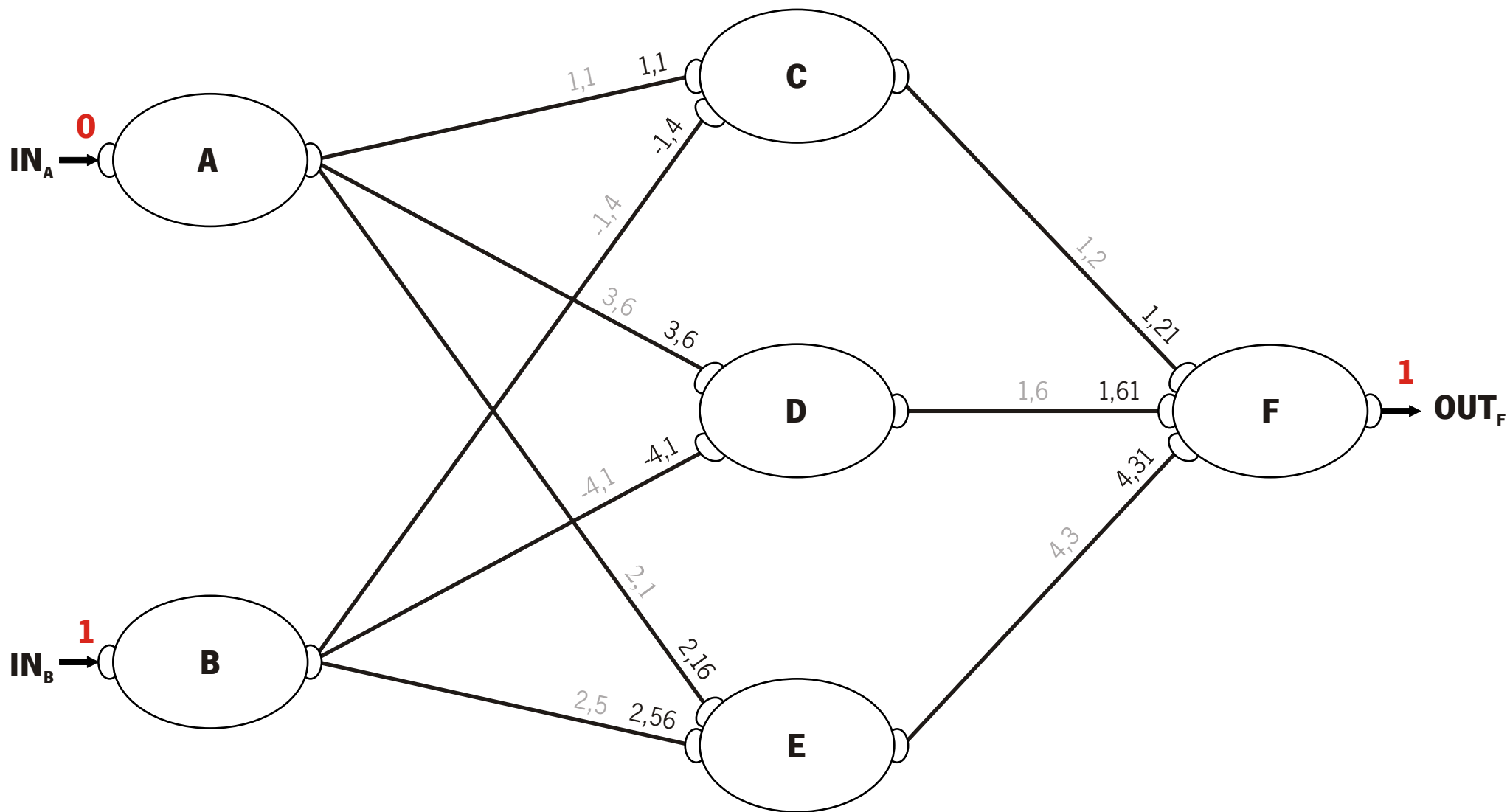


$$\mathcal{E} = OUT_D - OUT_C$$

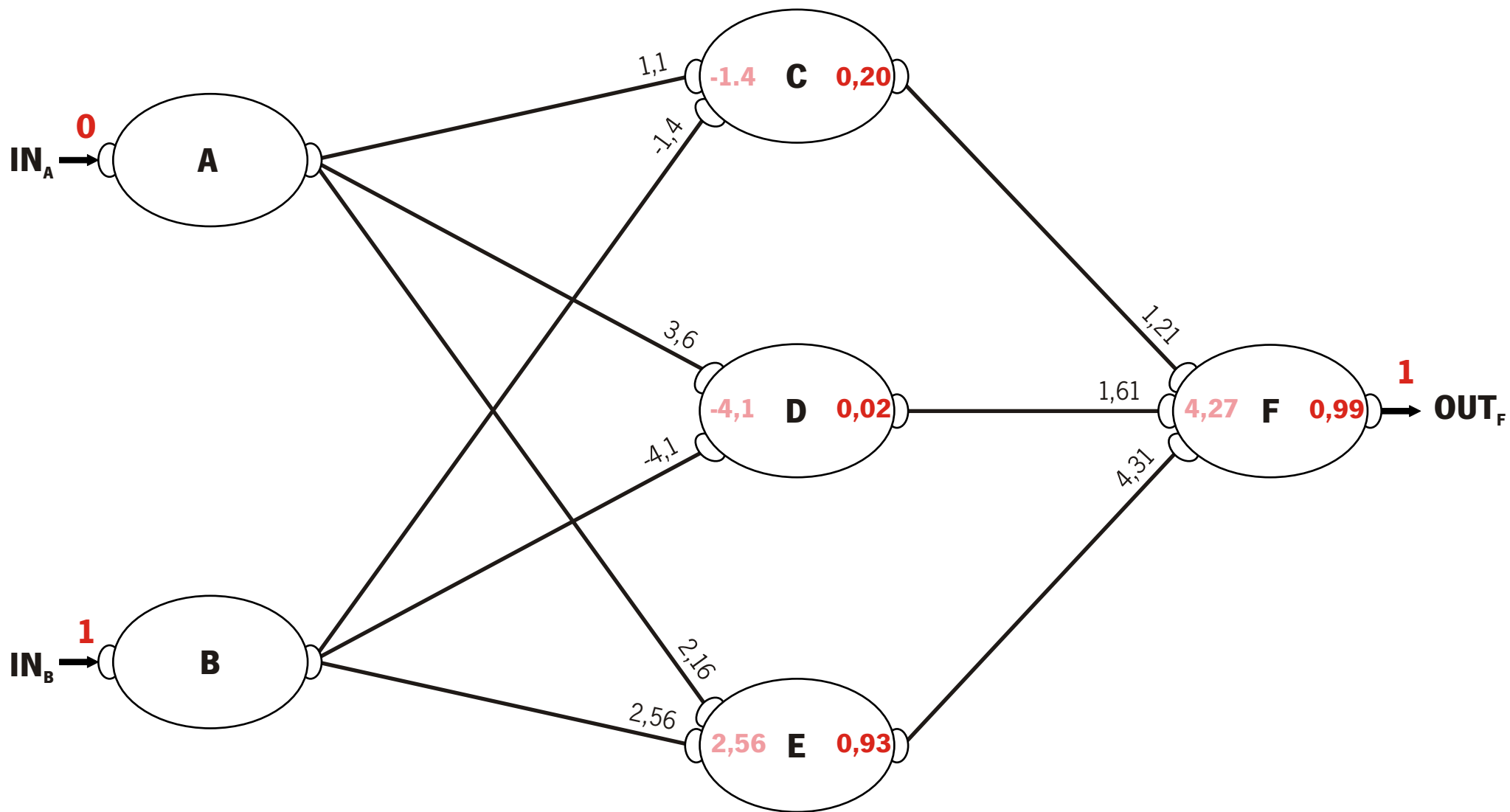
$$\mathcal{E}_{\leftarrow} = \mathcal{E} \times P$$



$$P_{i+1} = P_i + \mathcal{E} \times f_T$$



$$P_{i+1} = P_i + \mathcal{E} \times f_T$$



$$f_A(P,E) = \sum P \times E$$

$$f_T(A) = \frac{1}{1 + e^{-A}}$$

