

Elementos de Probabilidades
e
Teoria de Números

Teoria de Números - folha 6

56. Resolva os seguintes sistemas de congruências lineares:

$$\begin{aligned} (a) \begin{cases} x \equiv 1 \pmod{3} \\ x \equiv 2 \pmod{5} \\ x \equiv 3 \pmod{7} \end{cases} ; & \quad (b) \begin{cases} x \equiv 1 \pmod{2} \\ x \equiv 2 \pmod{5} \\ x \equiv 5 \pmod{7} \end{cases} ; & \quad (c) \begin{cases} x \equiv 1 \pmod{4} \\ x \equiv 5 \pmod{6} \\ x \equiv 4 \pmod{7} \end{cases} ; \\ (d) \begin{cases} x \equiv 1 \pmod{2} \\ x \equiv 2 \pmod{3} \\ x \equiv 5 \pmod{6} \\ x \equiv 5 \pmod{12} \end{cases} ; & \quad (e) \begin{cases} 2x \equiv 1 \pmod{5} \\ 3x \equiv 9 \pmod{6} \\ 4x \equiv 1 \pmod{7} \\ 5x \equiv 9 \pmod{11} \end{cases} ; & \quad (f) \begin{cases} 3x \equiv 2 \pmod{5} \\ 2x \equiv 4 \pmod{6} \\ x \equiv 1 \pmod{2} \end{cases} . \end{aligned}$$

57. Utilizando o Teorema Chinês dos Restos, resolva a congruência $17x \equiv 5 \pmod{42}$.

58. Recorrendo ao Teorema Chinês dos Restos, determine as soluções inteiras da congruência linear $19x \equiv 4 \pmod{84}$ que pertençam ao intervalo $] -200, 284]$.

59. Determine os inteiros positivos x inferiores a 336 e tais que $x \equiv 2 \pmod{8}$, $x \equiv 1 \pmod{7}$ e $x \equiv 2 \pmod{6}$.

60. Determine o menor inteiro a tal que $2 \mid a$, $3 \mid a + 1$, $4 \mid a + 2$, $5 \mid a + 3$ e $6 \mid a + 4$.

61. Um inteiro positivo a dividido por 5 dá resto 3 e dividido por 9 dá resto 4.

(a) Determine o resto da divisão de a por 45.

(b) Calcule os inteiros positivos ímpares, compreendidos entre 100 e 300, que têm, na divisão por 45, o mesmo resto que a .

62. Aplicando o Teorema Chinês dos Restos, indique três inteiros n , dos quais um é negativo e dois são positivos, para os quais se tem, simultaneamente, $3 \mid n$, $5 \mid (n + 2)$ e o resto da divisão de $n - 3$ por 9 é 6.

63. Quando se retiram 2, 3, 4, 5, 6 ovos de cada vez de um determinado cesto, ficam, respetivamente, 1, 2, 3, 4, 5 ovos no cesto. Ao retirar 7 ovos de uma só vez, não sobra qualquer ovo no cesto. Qual o menor número de ovos que o cesto pode conter?

64. Um bando de 17 piratas roubou um saco de moedas. Ao tentarem dividir igualmente por todos eles a fortuna roubada, deram conta que sobravam 3 moedas. Lutaram, para ver quem ficava com as três moedas e, nessa luta, morreu um pirata. Distribuíram, de novo, as moedas por todos e, desta vez, sobraram 10 moedas. Tendo havido nova luta, mais um pirata morreu. Desta vez, a fortuna pôde ser distribuída, na íntegra, por todos! Qual é o número mínimo de moedas que o saco roubado poderia ter contido?