
Métodos Numéricos e Otimização Não Linear

1^o teste presencial, 1h20m, 5 valores, 3 dez 2020

Mestrado Integrado em Engenharia Informática

Universidade do Minho, Escola de Engenharia, Departamento de Produção e Sistemas

Apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e use **4 casas decimais**

1. [1 valor] Considere a tabela:

x	0	0.1	0.2	0.3	0.4	1.4	2.4	3.4	4.4	5.4
$f(x)$	1	0.8710	0.6880	0.4570	0.1840	-3.5360	-4.8560	2.2240	23.7040	65.5840

- a) Calcule uma estimativa de $\int_0^{5.4} f(x) dx$ usando as fórmulas de integração numérica mais adequadas.
- b) Sabendo que $f(x)$ tem um comportamento de polinómio de grau 3 estime o erro cometido em a)
2. [1 valor] Considere a função $f(x)$ na tabela:

x	-1	1	2
$f(x)$	-1.635	4.75	8.25

Pretende-se aproximar $f(x)$, no sentido dos Mínimos Quadrados, por um modelo do tipo:

$$M(x; c_1, c_2) = c_1 \frac{1}{x} + c_2 e^x$$

Calcule o modelo $M(x)$.

NOTA - a seguinte tabela contém muitos dos cálculos de que necessita:

x	$f(x)$	$(e^x)^2$	$\frac{e^x}{x}$	$\frac{f}{x}$	$f e^x$
-1	-1.635	0.1353	-0.3679	1.635	-0.6015
1	4.75	7.3891	2.7183	4.75	12.9118
2	8.25	54.5982	3.6945	4.125	60.9597
Σ	-	62.1225	6.0449	10.51	73.2701

3. [1 valor] Calcule o valor de **a** de forma a que a seguinte função segmentada $s_3(x)$ no intervalo $[-2, 2]$, possa representar uma spline cúbica:

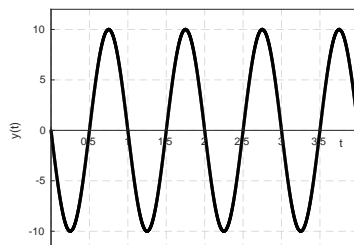
$$s_3(x) = \begin{cases} s_3^1(x) = 0.125(x+2)^3 - 0.25(x+2)^2 + x + 3, & -2 \leq x \leq 0 \\ s_3^2(x) = -0.375x^3 + ax^2 + 1.5x + 3, & 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

4. [1 valor] A equação que representa uma onda que se propaga transversalmente numa corda é dada por:

$$y(t, x) = y_{max} \sin(2\pi(\frac{x}{\lambda} - ft))$$

em que y é a elongação transversal, $y_{max} = 10$ cm é elongação máxima, $\lambda = 0.5$ m é o comprimento de onda, $f = 1$ Hz é a frequência, x é a posição e t é o tempo.

A figura representa a oscilação transversal da extremidade da corda, i.e., quando $x=0$, em função do tempo:



Pretende-se calcular o instante de tempo $t \in [0.62, 0.68]$ para o qual a elongação na extremidade da corda $y(t, 0)$ atinge o valor 8. Use um método que não recorre a derivadas, considere no critério de paragem $\varepsilon_1 = 0.05$, $\varepsilon_2 = 0.15$ ou $n_{max} = 1$.

5. [1 valor] Considere a tabela das Diferenças Divididas correspondente aos pontos $(x, f(x))$:

x	$f(x)$	dd_1	dd_2
-3	16		
		-7	
-2	9		1
		-4	
0	1		1
		1	
3	4		1
		5	
4	9		

- a) Estime $f(1.25)$ utilizando um polinómio interpolador de grau 2. Justifique a escolha dos pontos usados.
- b) Estime o erro cometido em a).

FIM