



Exercício 1.1 Usando os sinais $<$, $=$ e $>$, preencha os espaços identificados com \square de modo a obter proposições verdadeiras:

a) $\frac{3}{8} \square 0,37$;

c) $\sqrt{2} \square 1,414$;

e) $\frac{3}{7} \square 0,428571$;

b) $0,33 \square \frac{1}{3}$;

d) $5 \square \sqrt{25}$;

f) $\frac{22}{7} \square \pi$.

Exercício 1.2 Escreva sob a forma de dízima as seguintes frações:

a) $\frac{3}{7}$;

b) $\frac{29}{4}$;

c) $\frac{7}{101}$;

d) $\frac{274301}{3300}$.

Exercício 1.3 Represente os seguintes números racionais sob a forma de quociente de números inteiros:

a) $1,25$;

b) $2,374$;

c) $5,(3)$;

d) $54,134(728)$.

Exercício 1.4 Encontre um número racional e um número irracional nos intervalos:

a) $] \frac{1}{1000}, \frac{2}{1000} [$;

b) $] \frac{1}{101}, \frac{1}{100} [$;

c) $] \frac{\pi}{101}, \frac{\pi}{100} [$.

Exercício 1.5 Sejam x e y números reais. Diga, justificando, se cada uma das seguintes proposições é verdadeira ou falsa:

a) $x < y \Rightarrow x^2 < y^2$;

e) $x > 7 \Rightarrow |x| > 7$;

b) $x < y \Rightarrow x^3 < y^3$;

f) $|1 + 4x| < 1 \Rightarrow x > -\frac{1}{2}$;

c) $(x, y \neq 0 \wedge x < y) \Rightarrow \frac{1}{x} < \frac{1}{y}$;

g) $|x| \geq 1 \Rightarrow x \geq 1$;

d) $x < y \Rightarrow x < \frac{x+y}{2} < y$;

h) $|x - 5| \leq 2 \Rightarrow 3 < x < 7$.

Exercício 1.6 No que se segue x e y representam números reais e n representa um número natural. Indique quais das seguintes relações são verdadeiras. Dê um contraexemplo para as relações que forem falsas.

a) $(x + y)^n = x^n + y^n$;

d) $\sqrt{xy} = \sqrt{x}\sqrt{y}$;

b) $(xy)^n = x^n y^n$;

e) $\frac{1}{x+y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$;

c) $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$;

f) $|x + y| = |x| + |y|$.

Exercício 1.7 Em cada uma das alíneas seguintes encontre números reais a e ε de modo a que a solução da inequação $|x - a| < \varepsilon$ seja o intervalo dado:

a) $] -2, 2 [$;

c) $] 0, 4 [$;

b) $] -4, 0 [$;

d) $] -3, 7 [$.

Exercício 1.8 Represente em extensão os seguintes conjuntos:

- | | |
|---|---|
| a) $\{x \in \mathbb{R} : x + 4 = 3\};$ | d) $\{x \in \mathbb{R} : (x^2 - 7)^2 = 0\};$ |
| b) $\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{(x + 1)^2} = 3\};$ | e) $\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{3x + 1} = 2x\};$ |
| c) $\{x \in \mathbb{R} : x = x + 2 \};$ | f) $\{x \in \mathbb{R} : x x + 3 = 4\}.$ |

Exercício 1.9 Exprima cada uma dos conjuntos seguintes na forma de intervalo ou reunião de intervalos:

- | | |
|--|---|
| a) $\{x \in \mathbb{R} : 1 - x \leq 2\};$ | k) $\{x \in \mathbb{R} : 2 < x < 3\};$ |
| b) $\{x \in \mathbb{R} : 0 \leq 1 - 2x \leq 1\};$ | l) $\{x \in \mathbb{R} : x - 1 < x - 2 \};$ |
| c) $\{x \in \mathbb{R} : x^2 > 5\};$ | m) $\{x \in \mathbb{R} : \frac{1-x}{2x+3} > 0\};$ |
| d) $\{x \in \mathbb{R} : x^2(x^2 - 1) \geq 0\};$ | n) $\{x \in \mathbb{R} : x + 2 + x - 2 < 10\};$ |
| e) $\{x \in \mathbb{R} : 5 - \frac{1}{x} < 1\};$ | o) $\{x \in \mathbb{R} : x^2 - 1 \leq 1\};$ |
| f) $\{x \in \mathbb{R} : 3 - x \geq 2\};$ | p) $\{x \in \mathbb{R} : 2x^2 \leq 4\};$ |
| g) $\{x \in \mathbb{R} : 5x + 2 \leq 1\};$ | q) $\{x \in \mathbb{R} : 4 < x^2 < 9\};$ |
| h) $\{x \in \mathbb{R} : x^3 \geq 4x\};$ | r) $\{x \in \mathbb{R} : \frac{x}{x-2} \leq 0\};$ |
| i) $\{x \in \mathbb{R} : 6x^2 - 5x \leq -1\};$ | s) $\{x \in \mathbb{R} : x - 3 < 2 x \};$ |
| j) $\{x \in \mathbb{R} : 3x - 2 \leq 1\};$ | t) $\{x \in \mathbb{R} : x + 1 > x - 3 \}.$ |

Exercício 1.10 Para cada um dos seguintes conjuntos determine o derivado, o conjunto dos majorantes, o conjunto dos minorantes, o supremo, o ínfimo, o máximo e o mínimo (caso existam).

- | | |
|---|---|
| a) $\mathbb{Z};$ | k) $\{x \in \mathbb{Q} : x^2 < 11\};$ |
| b) $\mathbb{Q};$ | l) $\{x \in \mathbb{Z} : x^2 < \frac{25}{16}\};$ |
| c) $]0, 2[;$ | m) $\{x \in \mathbb{R} : x^5 > x^3\};$ |
| d) $\mathbb{Q} \cap [-2, 0[;$ | n) $\{x \in \mathbb{R} : \frac{x-1}{x+2} > 2\};$ |
| e) $[-\sqrt{5}, 3] \cap \mathbb{Q};$ | o) $\{x \in \mathbb{R} : x - 5 < 3\};$ |
| f) $[0, \sqrt{3}] \cap \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q};$ | p) $\{x \in \mathbb{R} : 1 < x - 1 \leq 4\};$ |
| g) $]0, 3[\setminus \{1\} \cup \{4, 5\};$ | q) $\{x \in \mathbb{R} : x < x \};$ |
| h) $\{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\};$ | r) $\{2 + \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\} \cup \{x \in \mathbb{R} : x^2 < 1\};$ |
| i) $[0, 1] \setminus \{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\};$ | s) $\{x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} : x \leq 0 \wedge x^2 - 1 < x + 5\};$ |
| j) $\{x \in \mathbb{R} : x^2 < 2\};$ | t) $\{x \in \mathbb{Q} : x < 2\} \cup \{x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} : 1 \leq x \leq \pi\};$ |