

12.3

Considere o seguinte problema de planeamento de produção de 1000 unidades de um determinado produto. Existem 4 máquinas diferentes disponíveis, cujos custos fixos, custos variáveis e capacidades máximas são os indicados no quadro seguinte:

máquina	custos fixos	custos variáveis	capacidade máxima
1	20	7	500
2	40	4	200
3	10	8	400
4	70	1	600

Por razões técnicas, pelo menos uma das máquinas deve ficar inativa para se proceder a operações de manutenção.

Sabe-se também que, para a máquina 4, que possui maiores custos fixos e menores custos variáveis, a quantidade mínima que interessa fabricar é de 500 unidades.

a) Formule o problema como um modelo de programação inteira, explicando sucintamente cada uma das restrições

12.3 a) Resolução

x_i : quantidade a produzir de produto na máquina i

y_i : Decidir se a máquina i funciona

$$i \in \{1,2,3,4\}$$

Custos fixos se funcionar a máquina

$$FO: \text{Min } z = 20y_1 + 40y_2 + 10y_3 + 70y_4 + 7x_1 + 4x_2 + 8x_3 + x_4$$

s. a:

Custos por unidade produzida na máquina

$$x_1 \leq 500y_1$$

$$x_2 \leq 200y_2$$

$$x_3 \leq 400y_3$$

$$500y_4 \leq x_4 \leq 600y_4$$

Capacidades máximas das máquinas, se forem usadas

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 \leq 3 \quad (\text{Manutenção})$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1000 \quad (\text{produzir 1000 unidades})$$

$$x_i \geq 0 \text{ e inteiros, } i \in \{1,2,3,4\}$$

$$y_i \in \{0,1\}$$

12.3 b) Resolução

LPSolve IDE - 5.5.2.5 - C:\Users\anace\OneDrive\Documents\UM\1Sem 2019-20\MDIO\Exercicios NEW\exercio 12.3.lp

File Edit Search Action View Options Help



Source Matrix Options Result

```
1  /* Exercicio 12.3 */
2
3  min: 7 x1 + 4 x2 + 8 x3 + 1 x4 +
4      + 20 y1 + 40 y2 + 10 y3 + 70 y4;
5
6  /* Quantidade total a fabricar */
7  quantidade: x1 + x2 + x3 + x4 = 1000;
8
9  /* Restrições lógicas que indicam uso da maquina
10     quando há a respectiva actividade
11     (adicionalmente impõem a capacidade máxima da maquina) */
12  Actividade1_indica_UsoMaquina1: x1 <= 500 y1;
13  Actividade2_indica_UsoMaquina2: x2 <= 200 y2;
14  Actividade3_indica_UsoMaquina3: x3 <= 400 y3;
15  Actividade4_indica_UsoMaquina4: x4 <= 600 y4;
16
17  /* quantidade minima maquina 4 */
18  maquina4min: x4 >= 500 y4;
19
20  /* uma das máquinas em manutenção
21     (poderá não haver interesse em usar todas as 3 restantes) */
22  manutancao: y1 + y2 + y3 + y4 <= 3;
23
24  bin y1,y2,y3,y4;
25
26  /*
27  as seguintes restrições são muitas vezes relaxadas
28  na prática, sendo o valor do nível de actividade arredondado
29  */
30  //int x1, x2, x3;
31
```

10:23

ITE: 7

INV: 4

NOD: 2

TME: 0,02

12.3 c) Resolução

LPSolve IDE - 5.5.2.5 - C:\Users\anace\OneDrive\Documentos\UM\1Sem 2019-20\MDIO\Exercicios NEW\exercicio 12.3.lp

File Edit Search Action View Options Help



Source Matrix Options Result

Objective Constraints Sensitivity

Variables	MILP Feasible	result
	2930	2930
x1	200	200
x2	200	200
x3	0	0
x4	600	600
y1	1	1
y2	1	1
y3	0	0
y4	1	1

$$x_1 = 200$$

$$x_2 = 200$$

$$x_3 = 0$$

$$x_4 = 600$$

$$y_1 = 1$$

$$y_2 = 1$$

$$y_3 = 0$$

$$y_4 = 1$$

FO = 2930 UM

12.4

O problema de localização de armazéns tem como objetivo escolher os locais onde instalar armazéns para servir um conjunto de clientes. Considere que existe uma capacidade associada a cada local possível, e uma procura associada a cada cliente. A procura dos clientes afetos a um dado armazém não pode exceder a sua capacidade. Pretende-se satisfazer os pedidos a um custo global mínimo, que envolve os custos mensais de renda dos armazéns e os custos de transporte da mercadoria entre os armazéns e os clientes.

Considere 4 possíveis armazéns (A, B, C e D) com as capacidades de 35, 28, 22 e 28, respetivamente, e com as rendas mensais indicadas na Tabela. Existe um conjunto de 5 clientes (a, b, c, d e e) que representam as procuras de 14, 12, 10, 12 e 8, respetivamente.

Os custos de transporte unitários de transporte entre cada possível armazém e cada cliente são os indicados na Tabela.

	Rendas	Custos de Transporte					
		a	b	c	d	e	
A	50	2	5	1	2	5	35
B	32	4	4	9	1	4	28
C	28	1	8	5	6	2	22
D	36	7	1	2	2	8	28
		14	12	10	12	8	

Formule um modelo de programação inteira que lhe permita determinar qual o conjunto ótimo de armazéns a selecionar. Considere variáveis x_{ij} que designam a quantidade a transportar desde o armazém i até ao cliente j e variáveis binárias y_i , que tomam o valor 1, se o armazém i é selecionado, e 0, caso contrário.

12.4 a)

x_{ij} : quantidade a transportar do armazém i para o cliente j $i \in \{1,2,3,4\}$

x_i : decidir se o armazém i é selecionado ou não $j \in \{1,2,3,4,5\}$

$$FO: \min z = 50y_1 + 32y_2 + 28y_3 + 36y_4 + 2x_{11} + 5x_{12} + x_{13} + 2x_{14} + 5x_{15} + 4x_{21} + 4x_{22} + 9x_{23} + x_{24} + 4x_{25} + x_{31} + 8x_{32} + 5x_{33} + 6x_{34} + 2x_{35} + 7x_{41} + x_{42} + 2x_{43} + 2x_{44} + 8x_{45}$$

s. a:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} \leq 35x_1 \text{ (enviar do armazém 1)}$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} \leq 28x_2 \text{ (enviar do armazém 2)}$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} \leq 22x_3 \text{ (enviar do armazém 3)}$$

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} \leq 28x_4 \text{ (enviar do armazém 4)}$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} \geq 14 \text{ (receber cliente 1)}$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} \geq 12 \text{ (receber cliente 2)}$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} \geq 10 \text{ (receber cliente 3)}$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} \geq 12 \text{ (receber cliente 4)}$$

$$x_{15} + x_{25} + x_{35} + x_{45} \geq 8 \text{ (receber cliente 5)}$$

$$x_{ij} \geq 0 \text{ e inteiros}$$

$$y_i \in \{0,1\}$$

12.4 a)

```

File Edit Search Action View Options Help
[Icons]

Source Matrix Options Result

1 min: 2 x11 + 5 x12 + 1 x13 + 2 x14 + 5 x15
2     + 4 x21 + 4 x22 + 9 x23 + 1 x24 + 4 x25
3     + 1 x31 + 8 x32 + 5 x33 + 6 x34 + 2 x35
4     + 7 x41 + 1 x42 + 2 x43 + 1 x44 + 8 x45
5     + 50 x1 + 32 x2 + 28 x3 + 36 x4;
6
7     + x11 + x12 + x13 + x14 + x15 <= 35 x1;
8     + x21 + x22 + x23 + x24 + x25 <= 28 x2;
9     + x31 + x32 + x33 + x34 + x35 <= 22 x3;
10    + x41 + x42 + x43 + x44 + x45 <= 28 x4;
11
12
13    + x11 + x21 + x31 + x41 >= 14 ;
14    + x12 + x22 + x32 + x42 >= 12 ;
15    + x13 + x23 + x33 + x43 >= 10 ;
16    + x14 + x24 + x34 + x44 >= 12 ;
17    + x15 + x25 + x35 + x45 >= 8 ;
18
19 bin x1,x2,x3,x4;
20

```

12.4 a)

File Edit Search Action View Options Help				
Source Matrix Options Result				
Objective Constraints Sensitivity				
Variables	MILP ...	MILP ...	MILP ...	result
	210	178	170	170
x11	0	0	0	0
x12	0	0	0	0
x13	10	10	0	0
x14	0	0	0	0
x15	0	0	0	0
x21	0	0	0	0
x22	0	0	0	0
x23	0	0	0	0
x24	12	0	12	12
x25	0	0	0	0
x31	14	14	14	14
x32	0	0	0	0
x33	0	0	0	0
x34	0	0	0	0
x35	8	8	8	8
x41	0	0	0	0
x42	12	12	12	12
x43	0	0	10	10
x44	0	12	0	0
x45	0	0	0	0
x1	1	1	0	0
x2	1	0	1	1
x3	1	1	1	1
x4	1	1	1	1

Usando o Lpsolve, determine a solução ótima do problema.

$$x_1 = 0$$

$x_2 = x_3 = x_4 = 1 \rightarrow$ Armazéns 2, 3 e 4 são selecionados

$$x_{24} = 12$$

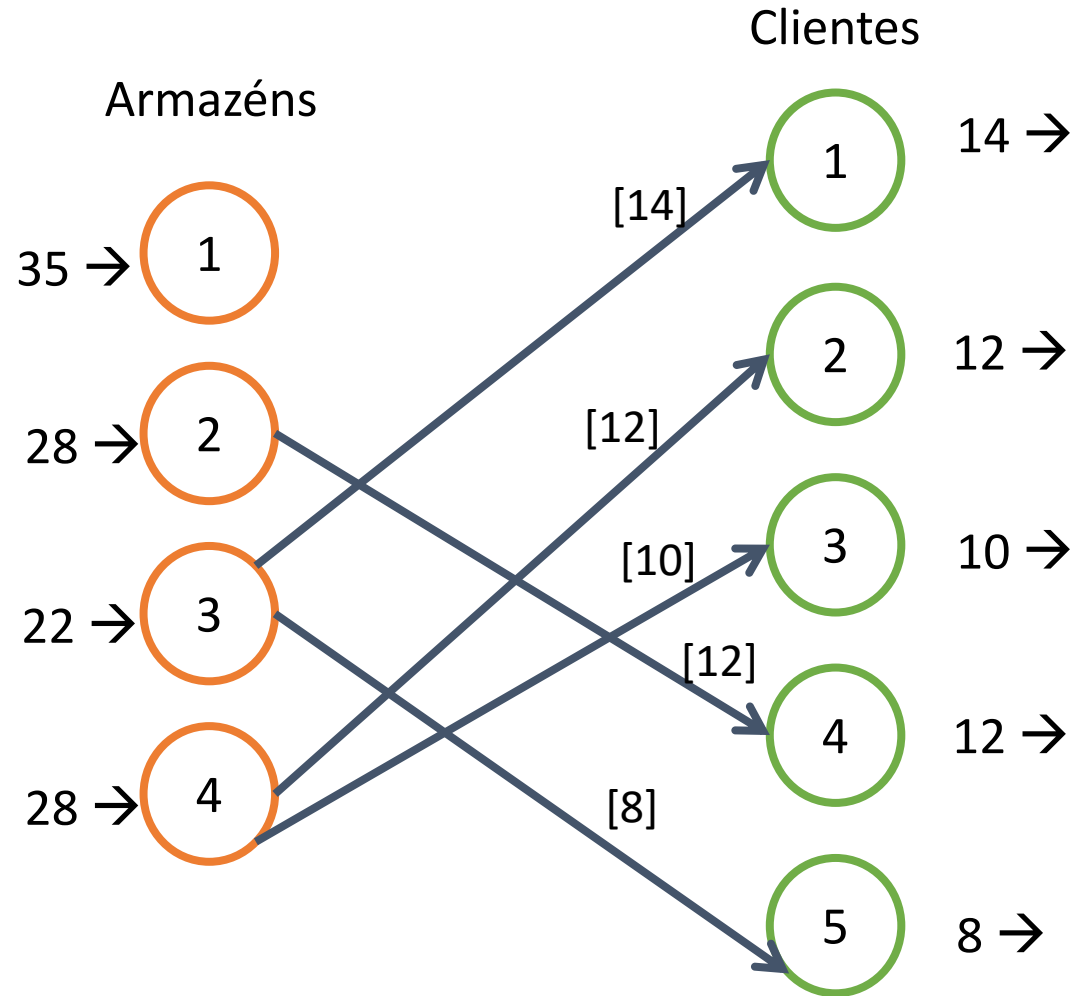
$$x_{31} = 14$$

$$x_{42} = 12$$

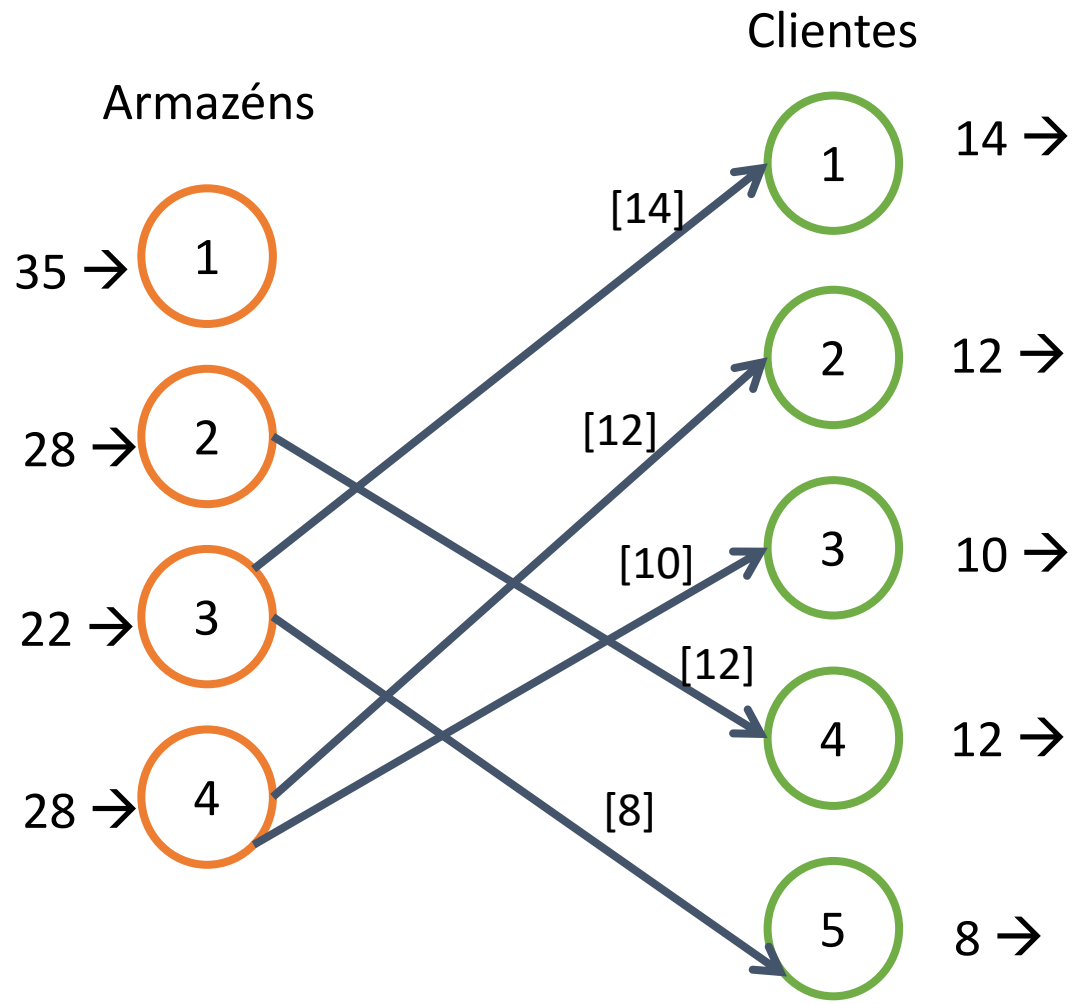
$$x_{43} = 10$$

$$x_{35} = 8$$

12.4 b) Identifique os armazéns a selecionar e desenhe o plano de transporte



12.4 c) Verifique que a solução obedece a todas as restrições



Solução: $x_1 = 0$

$x_2 = x_3 = x_4 = 1 \rightarrow$ Armazéns 2, 3 e 4 são selecionados

$$x_{24} = 12$$

$$x_{31} = 14$$

$$x_{35} = 8$$

$$x_{42} = 12$$

$$x_{43} = 10$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} \leq 35x_1 \text{ (A1)}$$

$$0 \leq 0 \rightarrow \text{OK}$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} \leq 28x_2 \text{ (A2)}$$

$$12 \leq 28 \rightarrow \text{OK}$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} \leq 22x_3 \text{ (A3)}$$

$$14 + 8 \leq 22 \rightarrow \text{OK}$$

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} \leq 28x_4 \text{ (A4)}$$

$$12 + 14 = 24 \leq 28 \rightarrow \text{OK}$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} \geq 14 \text{ (C1)} \rightarrow 14 \geq 14 \rightarrow \text{ok}$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} \geq 12 \text{ (C2)} \rightarrow 12 \geq 12 \rightarrow \text{ok}$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} \geq 10 \text{ (C3)} \rightarrow 10 \geq 10 \rightarrow \text{ok}$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} \geq 12 \text{ (C4)} \rightarrow 12 \geq 12 \rightarrow \text{ok}$$

$$x_{15} + x_{25} + x_{35} + x_{45} \geq 8 \text{ (C5)} \rightarrow 8 \geq 8 \rightarrow \text{ok}$$