

1. Determine o valor médio, a variância e o desvio-padrão das:

- (a) v.a.'s discretas dos exercícios 1 e 2 da Folha Prática 2;
- (b) v.a.'s contínuas dos exercícios 4, 5 e 7 da Folha Prática 2;

Identifique ainda os quartis de cada uma das v.a.'s indicadas e, adicionalmente, os decis para a v.a. do exercício 1.(a)vi.

2. A proporção de álcool num certo composto é uma v.a. contínua,  $X$ , com função densidade de probabilidade dada por

$$f(x) = \begin{cases} 12x^2(1-x) & \text{se } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{se c.c.} \end{cases}.$$

- (a) Determine a função de distribuição de  $X$  e calcule  $E[X]$  e  $Var[X]$ .
  - (b) O preço de venda, em euros, deste composto depende da proporção de álcool do seguinte modo: se a proporção de álcool é inferior a  $1/3$ , o preço é de 10€ por litro, se for superior ou igual a  $1/3$  e inferior a  $2/3$ , o preço é de 15€ por litro e, se for superior ou igual a  $2/3$ , o preço é de 20€ por litro. O custo de produção é de 2€ por litro.
    - i. Determine a f.m.p da v.a. que representa o lucro obtido na venda de 1L de composto.
    - ii. Determine o lucro médio por litro.
3. Seja  $X$  uma v.a. tal que  $E[X] = 3$ ,  $Var[X] = 1.1$  e seja  $Y = 2X + 4$ .
- (a) Determine  $E[Y]$  e  $Var[Y]$ .
  - (b) Calcule  $E[X^2]$ .
4. Para promover uma urbanização recém construída, uma imobiliária decidiu publicar  $N$  anúncios em sites de grande difusão. Campanhas anteriores permitem dizer que o número de apartamentos vendidos após a publicação de um anúncio é uma v.a. discreta,  $X$ , com f.m.p.

$$X : \begin{cases} 0 & 1 & 2 \\ 0.8 & 0.15 & 0.05 \end{cases}.$$

Suponha que os resultados da publicação de cada anúncio são independentes.

- (a) Determine o valor médio e a variância do número de apartamentos vendidos se  $N = 100$ .
  - (b) Ao fim da publicação de  $N$  anúncios, designemos por  $Z_N$  o número de anúncios cuja publicação não teve qualquer resultado (i.e., resultou na compra de 0 apartamentos). Determine  $N$  de modo a que  $P(Z_N = N) < 0.1$ .
5. Suponha que faz duas extracções, sem reposição, de uma urna contendo três bolas numeradas de 1 a 3. Seja  $X$  a v.a. que representa o número da primeira bola extraída e  $Y$  a v.a. que representa o máximo dos números extraídos.
- (a) Determine as f.m.p. de  $X$  e de  $Y$  e calcule os respectivos valores médio e variâncias.
  - (b) Calcule  $P(X = 1|Y = 3)$  e  $P(Y = 1|X = 3)$  e diga se  $X$  e  $Y$  são independentes.
  - (c) Considere agora as seguintes v.a.'s:  $S = X + Y$  e  $T = |X - Y|$ .
    - i. Determine as f.m.p de  $S$  e  $T$ .
    - ii. Calcule  $E[S]$ ,  $E[T]$ ,  $Var[S]$  e  $Var[T]$ .