

Elementos de Probabilidades
e
Teoria de Números

Teoria de Números - folha 5

46. Mostre que, para qualquer inteiro n , $n^3 - n = 3k$, para certo inteiro k .
47. Prove que
- (a) dado um inteiro a , o dígito das unidades de a^2 é 0, 1, 4, 5, 6 ou 9.
 - (b) qualquer um dos inteiros 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 pode ser o dígito das unidades de a^3 , para algum inteiro a ;
 - (c) dado um inteiro a , o dígito das unidades de a^4 é 0, 1, 5 ou 6.
48. Determine os algarismos x, y de modo que o inteiro $\overline{3x5y}$ seja simultaneamente divisível por 4 e por 9.
49. Determine os dígitos x e y tais que o número $\overline{34xx58y}$ é simultaneamente divisível por 9 e por 11.
50. Determine os algarismos a e b tais que o número $\overline{56a21b}$ é simultaneamente divisível por 2 e por 11.
51. Resolva as seguintes congruências lineares:
- (a) $25x \equiv 15 \pmod{29}$;
 - (b) $5x \equiv 2 \pmod{26}$;
 - (c) $140x \equiv 133 \pmod{301}$;
52. Diga, justificando, quais das congruências seguintes são solúveis e, para essas, indique a menor solução não negativa:
- (a) $12x \equiv 6 \pmod{16}$;
 - (b) $12x \equiv 7 \pmod{35}$;
 - (c) $12x \equiv 24 \pmod{35}$;
 - (d) $10x \equiv 14 \pmod{16}$;
 - (e) $60x \equiv -30 \pmod{165}$;
53. Diga, justificando, se a congruência linear $14x \equiv 18 \pmod{60}$ tem soluções pares.
54. Relativamente à congruência $13x \equiv 17 \pmod{42}$, determine, caso existam,
- (a) as soluções negativas superiores a -100 ;
 - (b) uma solução par.
55. Considere a congruência linear $18x \equiv 9 \pmod{21}$.
- (a) Verifique que a congruência linear dada admite solução.
 - (b) Quantas soluções tem a congruência linear $18x \equiv 9 \pmod{21}$ no intervalo inteiro $] -1, 80]$? Calcule-as.