

1. Sejam a um número real estritamente positivo e X uma v.a. tal que $X \sim N(0, 1)$. Qual das seguintes afirmações é verdadeira:
(a) $P(X \leq a) + P(X \geq -a) = 0$; (b) $P(X \leq a) + P(X \geq -a) = 1$;
(c) $P(X \leq a) = P(X > a)$; (d) $P(X \leq a) = P(X \geq -a)$.
2. Seja $Z \sim N(0, 1)$. Para cada uma das alíneas seguintes, determine $c \in \mathbb{R}$ tal que
(a) $P(Z \leq c) = 0.975$; (b) $P(Z \leq c) = 0.025$; (c) $P(Z > c) = 0.05$; (d) $P(|Z| \geq c) = 0.1$.
3. Certo produto tem peso médio de 10g e desvio-padrão de 0.5g. Este produto é embalado em caixas de 12 unidades que, quando estão vazias, têm peso médio de 150g e desvio-padrão de 8g. Supondo que todos os pesos considerados são v.a.'s independentes com distribuição normal,
(a) identifique a distribuição da v.a. que representa o peso de uma caixa cheia deste produto.
(b) determine a probabilidade de uma caixa cheia deste produto pesar mais de 285g.
4. O comprimento das pétalas das flores de certa espécie tem distribuição normal com valor médio 3.2cm e desvio-padrão 1.8cm. Considere uma amostra aleatória de 10 destas pétalas. Qual é a distribuição da média dos comprimentos das pétalas desta amostra? Qual é a probabilidade de a média dos comprimentos das 10 pétalas ser superior 3.5cm?
5. Sejam X_1, X_2, \dots, X_{100} v.a.'s i.i.d.'s com distribuição *Poisson*(0.02). Calcule $P(S_{100} > 2)$.
6. Seja X_1, \dots, X_{100} uma amostra aleatória proveniente de uma v.a. X cuja média é 20 e variância é 350. Obtenha um valor aproximado de $P(\bar{X}_{100} > 18)$ (com $\bar{X}_{100} = \frac{1}{100}S_{100}$).
7. Suponha que 100 baterias têm durações de vida independentes, cada uma com tempo médio de vida e desvio-padrão de 3 anos. Calcule a probabilidade (aproximada) de a média dos tempos de vida das 100 baterias ser superior a 30 meses.
8. Uma certa espécie de árvore tem altura média de 4m e desvio-padrão 1.2m. Indique o valor médio e o desvio-padrão da v.a. \bar{X}_{70} , isto é, da média de uma amostra aleatória de 70 destas árvores. Determine a probabilidade (aproximada) de a média das alturas das 70 árvores da amostra não se afastar do valor médio populacional (os 4m) mais do que um doze avos do desvio-padrão populacional (os 1.2m)?
9. Considere a experiência que consiste em efectuar 100 lançamentos de um dado equilibrado.
 - i) Seja Y a v.a. que representa o número total de pintas nos 100 lançamentos. Determine $E[Y]$ e $Var[Y]$ e obtenha uma aproximação para o valor de $P(Y > 300)$.
 - ii) Seja X a v.a. que representa o número de vezes que saiu a face 6 nos 100 lançamentos. Identifique a distribuição exacta de X , o seu valor médio e a sua variância. Obtenha, usando o TLC., um valor aproximado de $P(X \leq 30)$.
 - iii) X e Y são independentes? Justifique.
10. O peso de sacos de 1kg de café é uma v.a. com distribuição normal e desvio-padrão de 25g. O controlo de qualidade reprova todos os sacos com peso abaixo de 950g ou acima de 1.075kg.
 - (a) Qual a probabilidade de um saco ser rejeitado?
 - (b) Se S representar o n.º de sacos reprovados por peso a menos num lote de 100, indique distribuição de S (justifique) e determine $E(S)$. Calcule $P(S < 6)$ (valor exato e aproximado).
11. Qual a probabilidade de, em 10000 algarismos escolhidos ao acaso, o 7 aparecer, no máximo, 968 vezes?
12. Qual a probabilidade de o número de ases obtidos em 12000 lançamentos de um dado equilibrado estar compreendido entre 1950 e 2100?