



Universidade do Minho
Escola de Engenharia
Departamento de Produção e Sistemas

Introdução a redes

Filipe Alvelos
falvelos@dps.uminho.pt

Março 2014
Fevereiro 2016

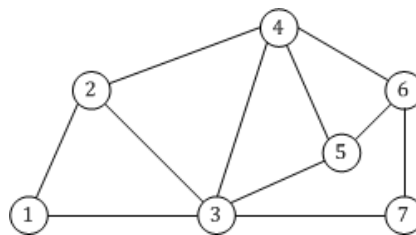
Introdução

- Redes são representações de sistemas reais ou idealizados
- Redes permitem
 - a visualização de sistemas de forma intuitiva
 - a modelação de sistemas (e em particular das ligações entre os seus componentes) com conceitos rigorosos que formam um corpo teórico coerente
 - a utilização de ferramentas (e.g. algoritmos) independentes da aplicação para obter medidas ou dimensionar parâmetros relevantes do sistema
- Os sistemas em rede permitem a comunicação (em sentido lato) entre os seus utilizadores de forma eficiente
- Duas perspectivas sobre redes: análise e **optimização**

FA, Introdução a redes

Definições

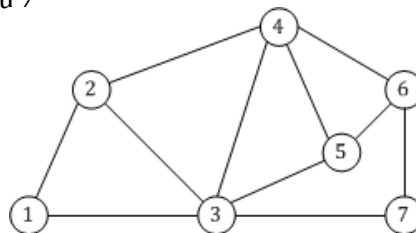
- Um **grafo** é um conjunto de **vértices** (nós ou nodos) e um conjunto de **arestas** (arcos ou ligações), cada um ligando dois vértices
- Formalmente, $G=(N,A)$ em que N é o conjunto de vértices e A é o conjunto de arestas
- Exemplo: $N=\{1,2,3,4,5,6,7\}$ e $A=\{\{1,2\},\{1,3\},\{2,4\},\{3,2\},\{3,4\},\{4,5\},\{5,2\},\{5,6\},\{6,4\},\{6,7\},\{7,3\}\}$



FA, Introdução a redes

Definições

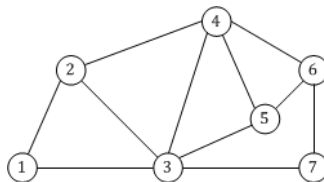
- As **arestas** que têm o vértice i como extremo são designadas por arestas **incidentes** em i
- O **grau** do **vértice** i é o número de arestas incidentes em i
- Dois **vértices** unidos por uma aresta são designados por **adjacentes**
- A **ordem** de um **grafo** é o seu número de vértices
- No exemplo, as arestas incidentes em 4 são as $\{2,4\}$, $\{3,4\}$, $\{4,5\}$ e $\{6,4\}$; o vértice 6 tem grau 3; os vértices 3 e 7 são adjacentes; o grafo tem grau 7



FA, Introdução a redes

Definições

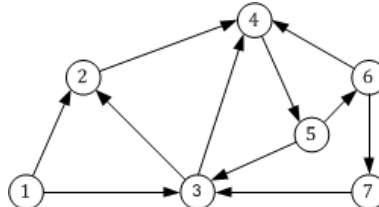
- Um **caminho** (elementar ou simples) é uma sequência de vértices distintos e das arestas que os unem
- Um **circuito** (ou ciclo) (elementar ou simples) é uma sequência de vértices distintos (com exceção do primeiro e do último) e das arestas que os unem em que a última aresta liga o último vértice ao primeiro
- É usual omitirem-se os vértices ou as arestas na representação de caminhos e circuitos
- No exemplo, $\{1,2\}$ - $\{2,4\}$ - $\{4,5\}$ é um caminho entre 1 e 5; $3-4-5-3$ é um circuito



FA, Introdução a redes

Definições

- Num grafo não orientado, $\{i,j\}=(i,j)=(j,i)$. Num grafo **orientado**, (i,j) não é o mesmo que (j,i)
- Num grafo orientado, define-se grau de entrada e grau de saída de um vértice
- No exemplo, $N=\{1,2,3,4,5,6,7\}$ e $A=\{(1,2),(1,3),(2,4),(3,2),(3,4),(4,5),(5,2),(5,6),(6,4),(6,7),(7,3)\}$



- Num grafo orientado, um caminho/ciclo orientado é um caminho/ciclo em que nenhum arco é percorrido em sentido contrário à sua **orientação** (usualmente, dado que se pode interferir pelo contexto, usa-se caminho / ciclo com o significado de caminho / ciclo orientado)

FA, Introdução a redes

Definições

- Uma **rede** é um grafo com valores/parâmetros associados aos vértices e/ou arestas
- Exemplos de parâmetros
 - Capacidade de um arco (por exemplo, largura de banda de um cabo)
 - Custo de uma unidade atravessar um arco (por exemplo, o atraso de uma mensagem ao ser transmitida por uma linha que une dois computadores)
 - Quantidade de material existente num nodo (por exemplo, número de unidades de um produto existentes num armazém)
- Quando uma rede tem apenas um valor associado a cada arco também se designa por grafo com pesos

FA, Introdução a redes

Escalonamento de projectos

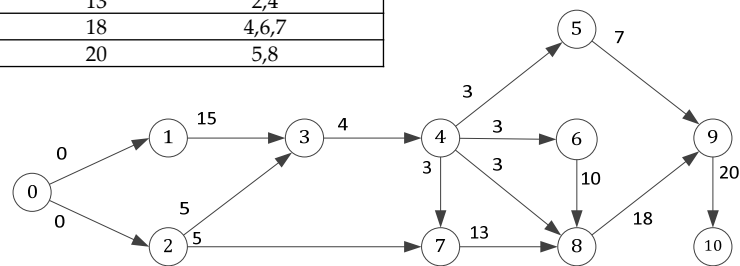
- Empresa de construção civil que vai iniciar a construção de um edifício. É conhecida informação relativa às actividades, duração e relações de precedência.
- Qual a duração mínima do projecto?
- Quais as actividades críticas (se se atrasarem, atrasam o projeto)?

Actividade	Descrição	Duração	Actividades imediatamente precedentes
1	Fundações	15	-
2	Medições	5	-
3	Placas	4	1,2
4	Estrutura	3	3
5	Telhado	7	4
6	Electricidade	10	4
7	Aquecimento e ar condicionado	13	2,4
8	Pintura	18	4,6,7
9	Acabamentos	20	5,8

FA, Introdução a redes

Escalonamento de projectos

Actividade	Duração	Actividades imediatamente precedentes
1	15	-
2	5	-
3	4	1,2
4	3	3
5	7	4
6	10	4
7	13	2,4
8	18	4,6,7
9	20	5,8



FA, Introdução a redes

Escalonamento de tarefas

- Considere o problema de determinar a ordem pela qual um conjunto de seis tarefas (A, B, C, D, E e F) deve ser executado numa máquina repetidamente. O tempo de execução de cada tarefa na máquina é independente da ordem pela qual as tarefas são realizadas. No entanto, o tempo de preparação da máquina para a realização de cada tarefa depende da tarefa que foi realizada imediatamente antes.
- São conhecidos os tempos de execução e os tempos de preparação (em minutos) de cada tarefa. Por exemplo, a tarefa A demora 3 minutos a ser preparada se a tarefa anterior foi a B, a tarefa A demora 2 minutos a ser preparada se a tarefa anterior foi a C, e assim sucessivamente. Ainda por exemplo, a tarefa A demora 14 minutos a ser executada.

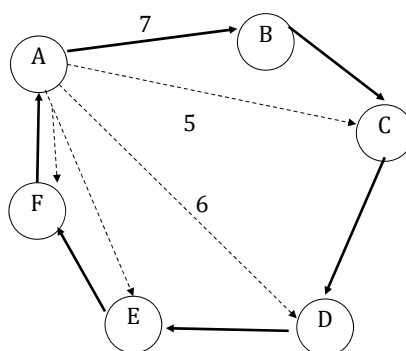
FA, Introdução a redes

Escalonamento de tarefas

		Tarefa seguinte					
		A	B	C	D	E	F
Tarefa actual	A	–	7	5	6	4	8
	B	3	–	4	6	7	8
	C	2	7	–	3	7	1
	D	3	2	8	–	2	9
	E	4	4	3	1	–	3
	F	7	4	2	2	4	–
Tempo de execução		14	25	19	18	13	21

FA, Introdução a redes

Escalonamento de tarefas



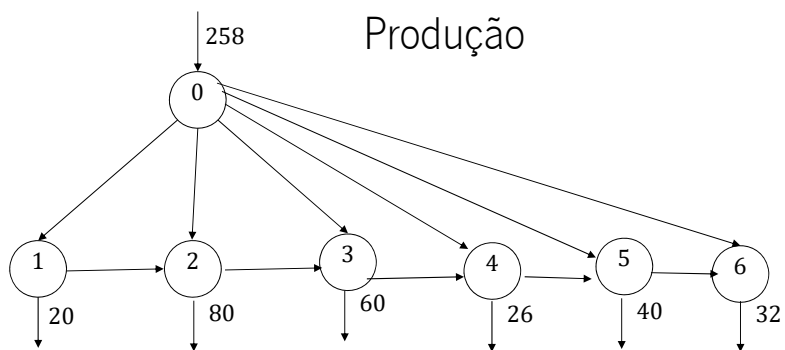
FA, Introdução a redes

Produção

- Uma fábrica pretende efectuar o seu planeamento de produção para as próximas seis semanas, tendo em conta uma estimativa, para cada semana, da procura, do custo de produção (por unidade) e do custo de armazenamento (por unidade e semana).

Semana	1	2	3	4	5	6
Procura	20	80	60	26	40	32
Custo de produção (U.M./unidade)	3	6	5	4	3	2
Custo de armazenamento (U.M./(unidade.semana))	9	1	4	2	2	—

FA, Introdução a redes



Semana	1	2	3	4	5	6
Procura	20	80	60	26	40	32
Custo de produção (U.M./unidade)	3	6	5	4	3	2
Custo de armazenamento (U.M./(unidade.semana))	9	1	4	2	2	—

FA, Introdução a redes

Doação renal cruzada

- Mau funcionamento dos rins causam falência renal que conduz a má qualidade de vida e a maior risco de morte
- Solução é diálise ou transplante renal
- Transplantes
 - de cadáveres
 - de doadores altruístas
 - **de doadores específicos (e.g. familiares)**
- Doar um rim implica que receptor seja compatível
 - Elevado número de antígenos em comum (HLA - human leukocyte antigens)
 - Crossmatch negativo (simulação em laboratório da reacção de certas células e proteínas)
 - Tipos de sangue compatíveis

Dador	Receptor
A ou O	A
B ou O	B
A, B, AB ou O	AB
O	O

31

FA, Introdução a redes

Doação renal cruzada

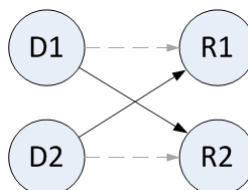
- Um dador D1 quer doar um rim a um receptor R1 mas não são compatíveis



- Outro par dador-receptor, D2-R2, também não é compatível



- Mas se D1 for compatível com R2 e D2 com R1, então R1 e R2 podem receber rins!

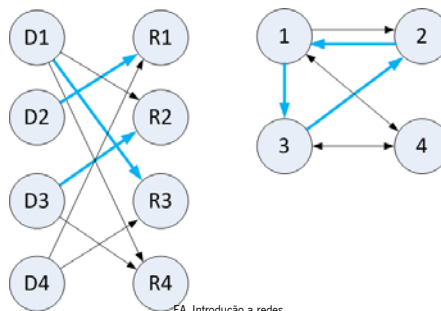


32

FA, Introdução a redes

Doação renal cruzada

- Conceito de transplante cruzado pode ser generalizado para transplante cíclico
- Um ciclo corresponde a um conjunto de transplantes
- Tipicamente o comprimento do ciclo é limitado por razões logísticas e para reduzir o impacto de desistências ou incompatibilidade revelada em testes de última hora



FA, Introdução a redes

33

Doação renal cruzada

Dador	Receptores compatíveis			
D1	R2	R4		
D2	R1	R3	R5	
D3	R2	R6		
D4	R7			
D5	R1	R4	R6	R7
D6	R3	R9		
D7	R5	R8		
D8	R5	R6	R9	
D9	R7			

FA, Introdução a redes

34

Doação renal cruzada

- Representação numa rede
 - um vértice corresponde a um par dador-receptor
 - um arco corresponde ao dador da par do vértice origem ser compatível com o receptor do par do vértice destino

O diagrama mostra uma rede com 9 vértices, numerados de 1 a 9, dispostos numa grelha 3x3. Os vértices 1, 2 e 3 estão na primeira linha; 4, 5 e 6 na segunda; e 7, 8 e 9 na terceira. Os arcos (setas) representam compatibilidades entre doadores e receptores. Os arcos existentes são: 1→2, 2→1, 2→3, 3→2, 1→4, 4→5, 5→6, 6→5, 5→7, 7→8, 8→9, 9→8, 8→5, 5→8, 6→9, 9→7, 7→4, 4→7, 1→5, 2→6, 3→7, 4→6, 5→9, 6→7, 7→5, 8→6, 9→6.

- Qual é o máximo número de transplantes (cruzados e/ou cíclicos) que é possível efectuar?

FA, Introdução a redes

35

- Qual é o máximo número de transplantes (cruzados e/ou cíclicos) que é possível efectuar?



Doação renal cruzada

- Soluções óptimas alternativas

The image displays two 3x3 grid graphs, each representing a kidney exchange problem with 9 nodes (1-9) and various edges. The nodes are arranged in a 3x3 grid. The nodes are colored: nodes 1, 2, 3, 5, and 6 are dark blue; nodes 4, 7, 8, and 9 are light blue. The edges are colored: dark blue arrows represent the primary solution, and light blue arrows represent the alternative solution.

Graph 1 (Left):

- Dark blue edges: 1 → 2, 2 → 3, 3 → 6, 6 → 5, 5 → 7, 7 → 8, 8 → 9, 9 → 6, 5 → 1.
- Light blue edges: 1 → 4, 4 → 7, 7 → 5, 5 → 4, 2 → 5, 3 → 5, 6 → 8, 8 → 9, 9 → 8.

Graph 2 (Right):

- Dark blue edges: 1 → 2, 2 → 3, 3 → 6, 6 → 5, 5 → 4, 4 → 7, 7 → 8, 8 → 5, 5 → 1.
- Light blue edges: 1 → 4, 4 → 7, 7 → 5, 5 → 4, 2 → 5, 3 → 5, 6 → 8, 8 → 9, 9 → 8.

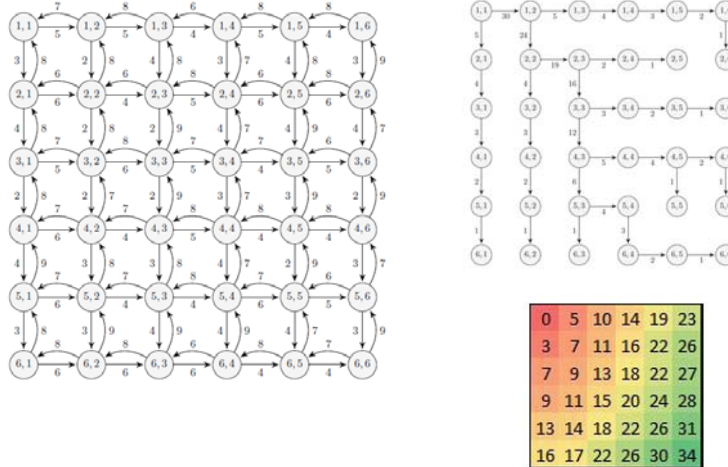
- Soluções óptimas alternativas



10

Propagação de fogo

- Paisagem com tempos de propagação entre pontos próximos conhecidos

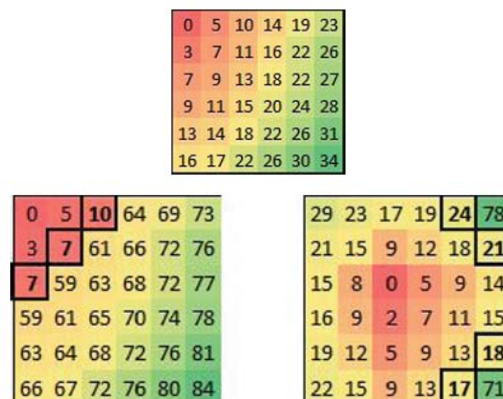


FA, Introdução a redes

37

Propagação de fogo

- E se se puder tratar atrasar a propagação do fogo por instalação de alguns recursos de combate?
- Onde colocar os recursos?

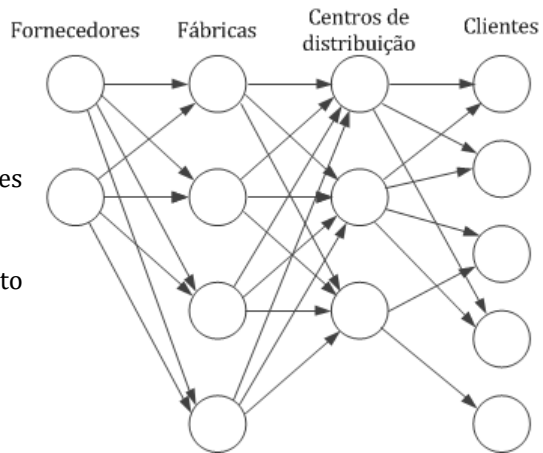


FA, Introdução a redes

38

Cadeia de abastecimento

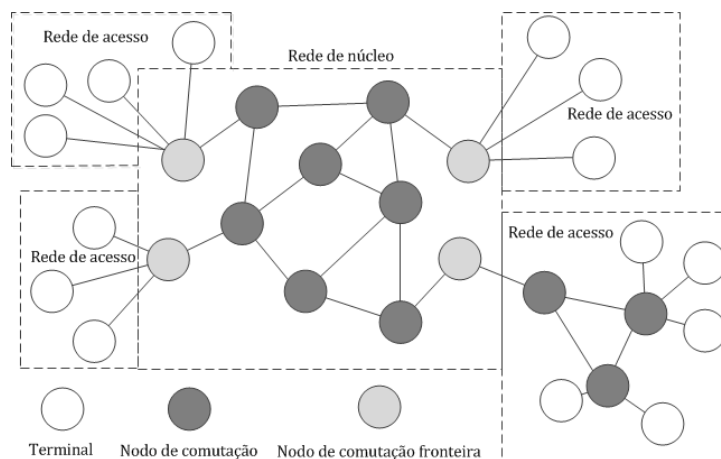
- Problemas de optimização estratégicos, táticos e operacionais
- Decisões
 - Localizações
 - Seleccção de fornecedores
 - Produção (dimensionamento de capacidades, planeamento e escalonamento)
 - Inventário
 - Transporte (modos com diferentes estruturas de custos e tempos)
 - Distribuição (encaminhamento)



- Rede inversa (não representada) pode ser relevante

FA, Introdução a redes

Redes de telecomunicações



FA, Introdução a redes

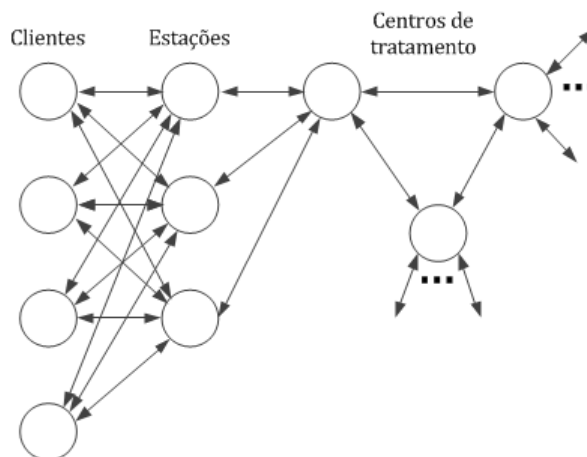
Redes de telecomunicações

- Problemas de optimização estratégicos, táticos e operacionais
- Problema genérico
 - Com base em estimativas de volumes de tráfego entre pares de nodos terminais
 - Obter
 - Localização de nodos
 - Ligações a estabelecer e as suas capacidades
 - Encaminhamento do tráfego
 - Para minimizar custo total
 - Tendo em conta restrições
 - Capacidades (nodos e ligações)
 - Atraso
 - Protecção de tráfego

FA, Introdução a redes

Correio

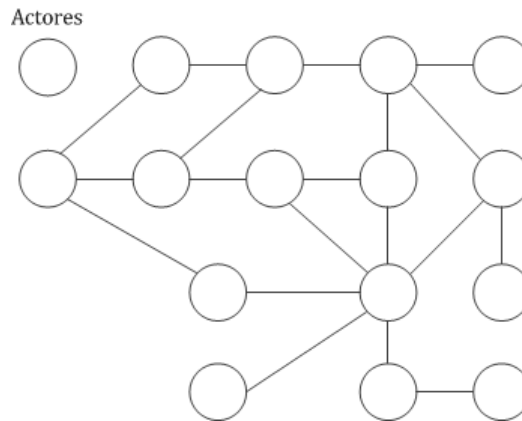
- Decisões
 - Ciclos de recolha e distribuição
 - Encaminhamento na recolha e distribuição
 - Afectação de clientes a estações e de estações a centros de tratamento



FA, Introdução a redes

Redes sociais

- Análise
 - Grupos
 - Actores influentes
- Exemplo de uma medida de influência: centralidade intermédia (betweenness centrality) de um vértice =



número de caminhos mais curtos que incluem o vértice / número total de caminhos mais curtos

[os caminhos considerados são entre todos os pares de vértices excepto o vértice para o qual se está a calcular a centralidade intermédia]

FA, Introdução a redes

Outras redes

- Tecnológicas
 - Internet, ...
- Físicas
 - Água, electricidade, aéreas, ...
- Biológicas
 - Neuronal (neurónios e sinapses), ecológicas, ...
- Organizacionais
 - Empresas, países, ...
- Informação
 - WWW, citações, ...
- ...

FA, Introdução a redes

Bibliografia

- Ahuja, Ravindra K., Thomas L. Magnanti, and James B. Orlin. Network flows. Prentice Hall, 1993.
- Gouveia, Luís, Pedro Moura, Pedro Patrício, Amaro de Sousa. Problemas de Otimização em Redes de Telecomunicações, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 2011.
- Newman, Mark. Networks: an introduction. OUP Oxford, 2010.
- Van Steen, Maarten. Graph theory and complex networks: an introduction, 2010. [Disponível online].