Atividade MMQ

A correção será feita com tolerância relativa de 1% para floats (e tolerância absoluta de 0.01 para valores menores do que 1e-14), portanto é bom calcular com precisão maior (por exemplo, quem fizer à mão, use pelo menos 4 algarismos) e arredondar o menos possível.

Q0. (Valendo 5.0, distribuídos igualmente. Em cada parte, a divisão interna é uniforme para cada objeto inserido como resposta)

Para esta questão, são dados 6 pontos (x_i, y_i), aleatorizados para cada aluno. Quem quiser colocá-los em um gráfico, verá que eles mostram uma tendência de crescimento, com alguma concavidade para cima. Em cada parte desta questão, o objetivo é fazer um ajuste por MMQ usando uma família diferente de funções. Para a Parte 2, é fornecida também a constante β. Finalmente, na última parte, é pedido o valor do coeficiente de determinação (R^2) em cada caso.

Sugere-se fortemente usar algum tipo de recurso computacional para resolver as questões. Pode ser Excel, Python ou o que quiserem. Para as respostas (exceto nas partes 5 e 6), forneça o sistema normal (seus coeficientes e termos independentes, separados por vírgulas, linha por linha) e, logo embaixo, os parâmetros obtidos, em ordem, na mesma linha (conforme o arquivo-modelo indica).

Parte 0. Ajuste $y = a + bx$ com pesos uniformes.

Parte 1. Ajuste $y = a + bx$ com pesos $p = (1,2,3,4,5,6)$.

Parte 2. Ajuste $y = ax^{\beta}$, onde β não é um parâmetro, mas a constante fornecida no arquivo de dados.

Parte 3. Ajuste $y = ax + bx^2$ com pesos uniformes.

Parte 4. Ajuste $y = a + bx + cx^2$ com pesos uniformes.

Parte 5. Ajuste $y = ax^b$, fazendo linearização da equação (e usando pesos uniformes na expressão linearizada).

Parte 6. Calcule R^2 em cada caso. No caso da Parte 5, obter R^2 para a função original (na forma não linear). *Resposta: 6 floats.*

Q1. Parte única. Valendo 1.0.

No arquivo de dados, você recebeu uma equação/relação envolvendo 3 variáveis (x, y, z) e 3 parâmetros (a, b, c). Essa relação pode ser linearizada para ficar na forma:

$$n_0 x^{n_1} y^{n_2} z^{n_3} a + n_4 x^{n_5} y^{n_6} z^{n_7} b + n_8 x^{n_9} y^{n_{10}} z^{n_{11}} c = n_{12} x^{n_{13}} y^{n_{14}} z^{n_{15}},$$

em que os números $n_0, n_1, \dots, n_{15}$ são inteiros. Determine os números que determinam a forma linearizada correta da equação. *Resposta: 16 inteiros.*

Q2. Valendo 2.0, com pesos diversos, ver depois no Relatório.

Sejam $(x_1, x_2, \dots, x_6)$ os 5 pontos fornecidos no arquivo de dados.

Parte 0. Calcule os 4 primeiros polinômios ortogonais mônicos p_0, p_1, p_2, p_3 para o (pseudo)produto interno canônico

$$\langle p, q \rangle = \sum_{i=1}^{6} p(x_i)q(x_i)$$

(use o método recursivo visto em aula, claro). *Resposta: Usar a notação para polinômios indicada nas instruções, com os coeficientes em frações.*

Parte 1. Calcule as normas ao quadrado desses 4 polinômios. *Resposta: 4 frações.*

Parte 2. No arquivo de dados também são dados os valores $(y_1, y_2, \dots, y_6)$. Para esses valores, correspondendo respectivamente aos pontos $(x_1, \dots, x_6)$, ajuste um polinômio cúbico por MMQ, como combinação linear dos p_i's. *Resposta: Os coeficientes dessa combinação linear (em forma de frações).*

Q3. Parte única. Valendo 2.0.

No arquivo de dados está indicada uma função em um intervalo. Obtenha os coeficientes da análise harmônica até ordem 2 para essa função. *Resposta: 5 floats, na ordem a_0, a_1, b_1, a_2, b_2 de acordo com a notação usada em aula.*