Atividade de Métodos de Aproximações Sucessivas – AtMAS

Todas as questões têm o mesmo peso. Todas as partes dentro de uma questão têm o mesmo peso.

Q0.

Um sistema 4x4 foi apresentado no arquivo de dados.

(Parte 0) Qual é a taxa de contração para o Método de Jacobi (na norma do máximo) prevista pelo critério das linhas, para esse sistema? (precisão = 0.001, relativa; resposta: 1 float)

(Parte 1) Qual é a taxa de contração para o Método de Gauss-Seidel prevista pelo critério de Sassenfeld? (precisão = 0.001, relativa; resposta: 1 float)

(Parte 2) Calcule o primeiro iterado do método de Jacobi para a condição inicial dada. (precisão = 0.001%, relativa, 0.001 absoluta caso zero; resposta: 4 floats – coordenadas do iterado)

(Parte 3) Calcule o primeiro iterado do método de Gauss-Seidel para a mesma condição inicial dada. (precisão = 0.001, relativa, 0.001 absoluta caso zero; resposta: 4 floats – coordenadas do iterado)

Q1.

No arquivo de dados está dada uma função φ.

(Parte 0) Ache o único ponto fixo de φ, iterando a função. (precisão=10^{-6}, relativa; resposta: 1 float)

(Parte 1) Ache a taxa de convergência geométrica assintótica dessa iteração para o ponto fixo. (precisão: 10^{-4}, relativa; resposta: 1 float)

Q2.

No arquivo de dados está dada uma função f, cúbica, que tem 3 raízes. Seja φ a fórmula de iteração de Newton para essa f.

(Parte 0) Ache o maior intervalo contendo a raiz intermediária onde os sinais da derivada e da segunda derivada da f estejam bem definidos (em outras palavras, a derivada e a segunda derivada não podem trocar de sinal dentro do intervalo). (precisão=10^{-6}, absoluta; resposta: 2 floats – extremos esquerdo e direito do intervalo, nesta ordem)

(Parte 1) Encontre os dois pontos para os quais φ está definida, mas φ^2 não está. (precisão=10^{-6}, absoluta; resposta: 2 floats, na ordem que quiser)

Q3.

É dada uma função f polinomial, no arquivo de dados.

(Parte 0) Escolha dois pontos distintos (e distintos de qualquer raiz) x_0 e x_1 e calcule os pontos x_2 e x_3 da sequência definida pelo Método das Secantes. Se der extremo azar na escolha, x_2 e/ou x_3 podem não estar definidos, mas aí é só escolher outros pontos. (precisão=10^{-6}, relativa; 4 floats – as duas condições iniciais e os dois iterados subsequentes)

Q4.

No arquivo de dados, são dados os parâmetros a, b, p, c, d e q, que fazem o sistema de duas equações $a\,x^p + b\,y^p = 1$ e $c\,x^q + d\,y^q = 1$ ter 4 soluções (simétricas, uma em cada quadrante). Para achar a solução situada no primeiro quadrante, escrevemos o problema como zero de uma função de $\mathbb{R}^2$ em $\mathbb{R}^2$, da seguinte forma:

$$f(x,y) = \left(f_1(x,y), f_2(x,y)\right) = (a\,x^p + b\,y^p - 1\,, c\,x^q + d\,y^q - 1) = (0{,}0).$$

Monte a fórmula de iteração de Newton bidimensional para essa função. Com isso,

(Parte 0) escolha uma condição inicial próxima da solução, mas não em cima dela, e apresente os primeiros 2 iterados dessa fórmula. (precisão=10^{-6}, relativa; resposta: 3 pares de floats, o primeiro par indicando a condição inicial escolhida e os outros dois para os dois iterados subsequentes); e

(Parte 1) apresente a solução procurada (do primeiro quadrante), iterando suficientemente. (precisão=10^{-6}, relativa; resposta: 2 floats – as coordenadas da solução)