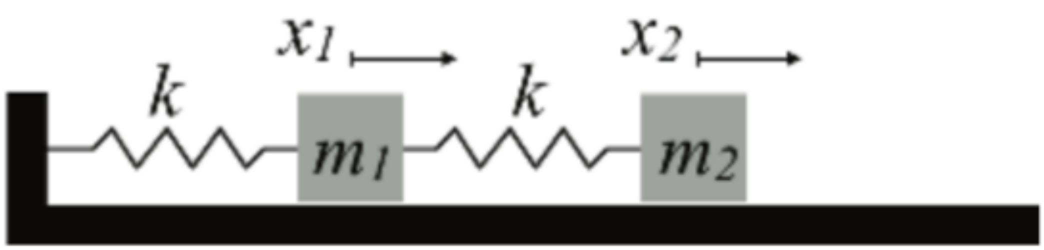
Lista 03 - Introdução à Física Computacional I

Lyliana Myllena Santos de Sousa - 11223740
Lyliana.sousa@usp.br

Ao preparar o Notebook da lista, faça uso abundante de comentários e textos explicativos. Não se esqueça de rotular devidamente os eixos dos gráficos que produzir.

1.

Duas massas são conectadas a molas idênticas conforme o esquema mostrado na figura abaixo.



As massas movem-se horizontalmente, sem atrito, e podem ter valores diferentes m_1 e m_2.

• Escreva as equações diferenciais para $x_1(t)$ e $x_2(t)$ que governam os movimentos das massas, em uma forma que dependa apenas das quantidades $\omega_1^2 = k/m_1$ e $\omega_2^2 = k/m_2$.

Para a um sistema de duas massas diferentes e molas iguais, temos a seguinte parametrização do sistema: $\begin{cases} m_1\,\ddot{x}_1(t) = -\omega_1^2(2\,x_1(t) - x_2(t)) \\ m_1\,\ddot{x}_2\,(t) = -\omega_2^2(-x_1(t) + x_2(t)) \end{cases}$, onde a solução de $x_1(t)$ e $x_2(t)$ é extensa e complexa. No entanto, quando aplicamos as condições iniciais chegamos em uma expressão mais concisa. Para obtermos a solução das nossas edos, utilizaremos a função DSolve junto com FullSImplify, para obtermos uma solução analítica simplificada da descrição das posições.

```
In[1]:= eq1 = {x1''[t] + w1^2 (2 * x1[t] - x2[t]) == 0, x2''[t] + w2^2 (-x1[t] + x2[t]) == 0};
sol1a = DSolve[{eq1}, {x1[t], x2[t]}, t] // FullSimplify
```
resolve equação diferencial — simplifica completamente

Out[2]= $\Bigg\{\Bigg\{x1[t] \to \Bigg(e^{-\frac{t\left(\sqrt{-2\,w1^2-w2^2-\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}+\sqrt{-2\,w1^2-w2^2+\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}\right)}{\sqrt{2}}}$

$$\Bigg(e^{\frac{t\left(2\sqrt{-2\,w1^2-w2^2-\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}+\sqrt{-2\,w1^2-w2^2+\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}\right)}{\sqrt{2}}}\sqrt{-2\,w1^2-w2^2+\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}$$

$$\Bigg(\left(-w2^2+\sqrt{4\,w1^4+w2^4}\right)\left(\sqrt{-2\,w1^2-w2^2-\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}\;\mathbb{c}_1+\sqrt{2}\;\mathbb{c}_2\right)+$$

$$2\,w1^2\left(\sqrt{-2\,w1^2-w2^2-\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}\;(\mathbb{c}_1-\mathbb{c}_3)+\sqrt{2}\;(\mathbb{c}_2-\mathbb{c}_4)\right)\Bigg)+$$

$$e^{\frac{t\sqrt{-2\,w1^2-w2^2-\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}}{\sqrt{2}}}\sqrt{-2\,w1^2-w2^2-\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}$$

$$\Bigg(\left(w2^2+\sqrt{4\,w1^4+w2^4}\right)\left(\sqrt{-2\,w1^2-w2^2+\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}\;\mathbb{c}_1-\sqrt{2}\;\mathbb{c}_2\right)+$$

$$2\,w1^2\left(\sqrt{-2\,w1^2-w2^2+\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}\;(-\mathbb{c}_1+\mathbb{c}_3)+\sqrt{2}\;(\mathbb{c}_2-\mathbb{c}_4)\right)\Bigg)+$$

$$e^{\frac{t\sqrt{-2\,w1^2-w2^2+\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}}{\sqrt{2}}}\sqrt{-2\,w1^2-w2^2+\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}$$

$$\Bigg(\left(-w2^2+\sqrt{4\,w1^4+w2^4}\right)\left(\sqrt{-2\,w1^2-w2^2-\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}\;\mathbb{c}_1-\sqrt{2}\;\mathbb{c}_2\right)+$$

$$2\,w1^2\left(\sqrt{-2\,w1^2-w2^2-\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}\;(\mathbb{c}_1-\mathbb{c}_3)+\sqrt{2}\;(-\mathbb{c}_2+\mathbb{c}_4)\right)\Bigg)+$$

$$e^{\frac{t\left(\sqrt{-2\,w1^2-w2^2-\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}+2\sqrt{-2\,w1^2-w2^2+\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}\right)}{\sqrt{2}}}\sqrt{-2\,w1^2-w2^2-\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}$$

$$\Bigg(\left(w2^2+\sqrt{4\,w1^4+w2^4}\right)\left(\sqrt{-2\,w1^2-w2^2+\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}\;\mathbb{c}_1+\sqrt{2}\;\mathbb{c}_2\right)+$$

$$2\,w1^2\left(\sqrt{-2\,w1^2-w2^2+\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}\;(-\mathbb{c}_1+\mathbb{c}_3)+\sqrt{2}\;(-\mathbb{c}_2+\mathbb{c}_4)\right)\Bigg)\Bigg)\Bigg)\Big/$$

$$\left(4\sqrt{4\,w1^4+w2^4}\;\sqrt{-2\,w1^2-w2^2-\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}\;\sqrt{-2\,w1^2-w2^2+\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}\right),\;x2[$$

$$t]\to$$

$$\Bigg(e^{-\frac{t\left(\sqrt{-2\,w1^2-w2^2-\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}+\sqrt{-2\,w1^2-w2^2+\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}\right)}{\sqrt{2}}}$$

$$\Bigg(e^{\frac{t\sqrt{-2\,w1^2-w2^2+\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}}{\sqrt{2}}}\sqrt{-2\,w1^2-w2^2+\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}$$

$$\Bigg(w2^2\left(\sqrt{-2\,w1^2-w2^2-\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}\;(-2\,\mathbb{c}_1+\mathbb{c}_3)+\sqrt{2}\;(2\,\mathbb{c}_2-\mathbb{c}_4)\right)+$$

$$\left(-2\,w1^2+\sqrt{4\,w1^4+w2^4}\right)\left(\sqrt{-2\,w1^2-w2^2-\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}\;\mathbb{c}_3-\sqrt{2}\;\mathbb{c}_4\right)\Bigg)+$$

$$e^{\frac{t\left(\sqrt{-2\,w1^2-w2^2-\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}+2\sqrt{-2\,w1^2-w2^2+\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}\right)}{\sqrt{2}}}\sqrt{-2\,w1^2-w2^2-\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}$$

$$\Bigg(w2^2\left(\sqrt{-2\,w1^2-w2^2+\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}\;(2\,\mathbb{c}_1-\mathbb{c}_3)+\sqrt{2}\;(2\,\mathbb{c}_2-\mathbb{c}_4)\right)+$$

$$\left(2\,w1^2+\sqrt{4\,w1^4+w2^4}\right)\left(\sqrt{-2\,w1^2-w2^2+\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}\;\mathbb{c}_3+\sqrt{2}\;\mathbb{c}_4\right)\Bigg)+$$

$$e^{\frac{t\sqrt{-2\,w1^2-w2^2-\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}}{\sqrt{2}}}\sqrt{-2\,w1^2-w2^2-\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}$$

$$\Bigg(\left(2\,w1^2+\sqrt{4\,w1^4+w2^4}\right)\left(\sqrt{-2\,w1^2-w2^2+\sqrt{4\,w1^4+w2^4}}\;\mathbb{c}_3-\sqrt{2}\;\mathbb{c}_4\right)+$$

$$\mathrm{w2}^2 \left(\sqrt{-2\,\mathrm{w1}^2 - \mathrm{w2}^2 + \sqrt{4\,\mathrm{w1}^4 + \mathrm{w2}^4}}\;(2\,\mathbb{c}_1 - \mathbb{c}_3) + \sqrt{2}\;(-2\,\mathbb{c}_2 + \mathbb{c}_4)\right)\Bigg) +$$

$$e^{\frac{t\left(2\sqrt{-2\,\mathrm{w1}^2-\mathrm{w2}^2-\sqrt{4\,\mathrm{w1}^4+\mathrm{w2}^4}}+\sqrt{-2\,\mathrm{w1}^2-\mathrm{w2}^2+\sqrt{4\,\mathrm{w1}^4+\mathrm{w2}^4}}\right)}{\sqrt{2}}}\sqrt{-2\,\mathrm{w1}^2 - \mathrm{w2}^2 + \sqrt{4\,\mathrm{w1}^4 + \mathrm{w2}^4}}$$

$$\Bigg(\left(-2\,\mathrm{w1}^2 + \sqrt{4\,\mathrm{w1}^4 + \mathrm{w2}^4}\right)\left(\sqrt{-2\,\mathrm{w1}^2 - \mathrm{w2}^2 - \sqrt{4\,\mathrm{w1}^4 + \mathrm{w2}^4}}\;\mathbb{c}_3 + \sqrt{2}\;\mathbb{c}_4\right) +$$

$$\mathrm{w2}^2 \left(\sqrt{-2\,\mathrm{w1}^2 - \mathrm{w2}^2 - \sqrt{4\,\mathrm{w1}^4 + \mathrm{w2}^4}}\;(-2\,\mathbb{c}_1 + \mathbb{c}_3) + \sqrt{2}\;(-2\,\mathbb{c}_2 + \mathbb{c}_4)\right)\Bigg)\Bigg)\Bigg) \Big/$$

$$\left(4\sqrt{4\,\mathrm{w1}^4 + \mathrm{w2}^4}\;\sqrt{-2\,\mathrm{w1}^2 - \mathrm{w2}^2 - \sqrt{4\,\mathrm{w1}^4 + \mathrm{w2}^4}}\;\sqrt{-2\,\mathrm{w1}^2 - \mathrm{w2}^2 + \sqrt{4\,\mathrm{w1}^4 + \mathrm{w2}^4}}\right)\}\}$$

• Determine a solução das equações de movimento quando ambas as massas partem do repouso, com m_1 inicialmente no equilíbrio e $m_2$com um deslocamento A.

Um corpo partir do repouso significa que não existia uma força agindo sobre ele, com isso, a velocidade do corpo será constante. Com isso, podemos escolher um referencial inercial de maneira que a velocidade inicial das massas são nulas, ou seja, x1’[0]== x2’[0]==0. Com as condições iniciais definidas podemos encorporá-las na função DSolve e utilizando FullSimplify teremos nossas soluções como uma sobreposição de funções trigonométricas hiperbólicas.

In[3]:=
```
ci1 = {x1[0] == 0, x2[0] == A, x1'[0] == 0, x2'[0] == 0};
sol1b = DSolve[{eq1, ci1}, {x1[t], x2[t]}, t] // FullSimplify
```
resolve equação diferencial   simplifica completa

Out[4]=
$$\left\{\left\{x1[t] \to \frac{A\, w1^2 \left(-\mathrm{Cosh}\left[\frac{t\sqrt{-2\, w1^2 - w2^2 - \sqrt{4\, w1^4 + w2^4}}}{\sqrt{2}}\right] + \mathrm{Cosh}\left[\frac{t\sqrt{-2\, w1^2 - w2^2 + \sqrt{4\, w1^4 + w2^4}}}{\sqrt{2}}\right]\right)}{\sqrt{4\, w1^4 + w2^4}},\right.\right.$$

$$x2[t] \to \frac{1}{2\sqrt{4\, w1^4 + w2^4}} A \left(\left(-2\, w1^2 + w2^2 + \sqrt{4\, w1^4 + w2^4}\right) \mathrm{Cosh}\left[\frac{t\sqrt{-2\, w1^2 - w2^2 - \sqrt{4\, w1^4 + w2^4}}}{\sqrt{2}}\right] + \right.$$

$$\left.\left.\left.\left(2\, w1^2 - w2^2 + \sqrt{4\, w1^4 + w2^4}\right) \mathrm{Cosh}\left[\frac{t\sqrt{-2\, w1^2 - w2^2 + \sqrt{4\, w1^4 + w2^4}}}{\sqrt{2}}\right]\right)\right\}\right\}$$

• Medindo distâncias em unidades de A e escolhendo valores para as frequências, trace, no mesmo conjunto de eixos, gráficos de $x_1(t)$ e $x_2(t)$, em um intervalo de tempo que compreenda várias oscilações, para os casos:

(i) $\omega_1 = \omega_2$

(ii) $\omega_1 \ll \omega_2$

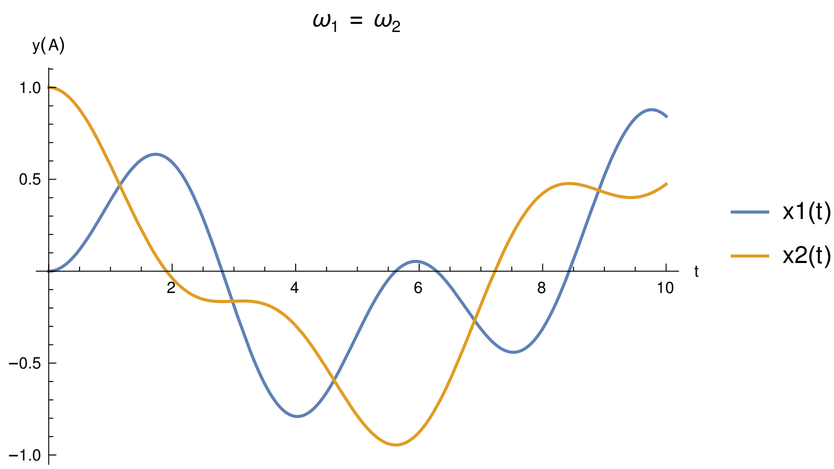
(iii) $\omega_1 \gg \omega_2$

Interprete fisicamente os resultados.

Nesta etapa do exercício usaremos, para fins de simplificação A = 1, pois por ele ser apenas uma constante multiplicando nossas soluções e o enunciado pede para medir a distância em unidades de A, que seria a mesma coisa que dividir a função por A, tender A à 1, tem o mesmo efeito. Dito isso, plotamos abaixo cada caso citado no enunciado.

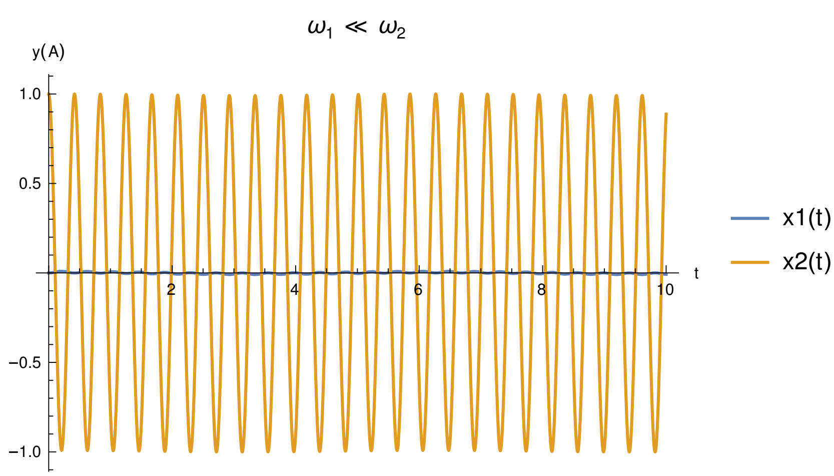
In[5]:=
```
parametrosi = {A → 1, w1 → 1, w2 → 1};
x1i = sol1b[[1, 1]] /. parametrosi;
x2i = sol1b[[1, 2]] /. parametrosi;
Plot[{x1[t] /. x1i, x2[t] /. x2i}, {t, 0, 10}, AxesLabel → {"t", "y(A)"},
 PlotLegends → {"x1(t)", "x2(t)"}, PlotLabel → "ω1 = ω2"]
```
gráfico · legenda dos eixos · legenda do gráfico · etiqueta de gráfico

Out[8]=

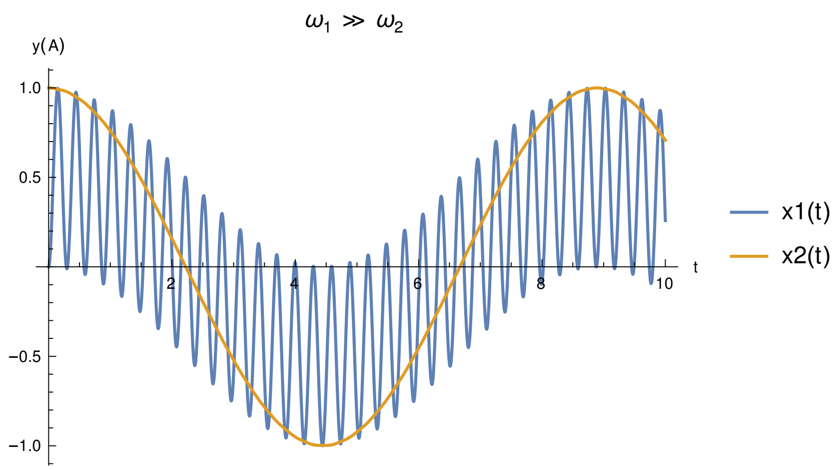


In[9]:=
```
parametrosii = {A → 1, w1 → 1, w2 → 15};
x1ii = sol1b[[1, 1]] /. parametrosii;
x2ii = sol1b[[1, 2]] /. parametrosii;
Plot[{x1[t] /. x1ii, x2[t] /. x2ii}, {t, 0, 10}, PlotPoints → 100,
 AxesLabel → {"t", "y(A)"}, PlotLegends → {"x1(t)", "x2(t)"}, PlotLabel → "ω1 ≪ ω2"]
```
gráfico · número de pontos no gráfico · legenda dos eixos · legenda do gráfico · etiqueta de gráfico

Out[12]=



In[13]:=
```
parametrosiii = {A → 1, w1 → 15, w2 → 1};
x1iii = sol1b[[1, 1]] /. parametrosiii;
x2iii = sol1b[[1, 2]] /. parametrosiii;
Plot[{x1[t] /. x1iii, x2[t] /. x2iii}, {t, 0, 10}, PlotPoints → 100,
 AxesLabel → {"t", "y(A)"}, PlotLegends → {"x1(t)", "x2(t)"}, PlotLabel → "ω1 ≫ ω2 "]
```
gráfico | número de pontos no gráfico | legenda dos eixos | legenda do gráfico | etiqueta de gráfico

Out[16]=


• Fixando A = 1, ω_1 = 1 e ω_2 = 1, determine os quatro primeiros instantes em que $x_1(t) = x_2(t)$, de modo que não há instantaneamente energia armazenada na mola da direita.

Para encontra as raízes da função, utilizei o cursor do Mathematica sobre o primeiro caso plotado, obtendo as quatro primeiras coordenadas de x onde x_1 e x_2 se intersectam.

In[17]:=
```
x11[t_] := x1[t] /. x1i
x22[t_] := x2[t] /. x2i
instante1 = FindRoot[x11[t] == x22[t], {t, 1.09}]
instante2 = FindRoot[x11[t] == x22[t], {t, 2.94}]
instante3 = FindRoot[x11[t] == x22[t], {t, 4.60}]
instante4 = FindRoot[x11[t] == x22[t], {t, 6.82}]
```
encontra raiz | encontra raiz | encontra raiz | encontra raiz

Out[19]= {t → 1.15211}

Out[20]= {t → 2.975}

Out[21]= {t → 4.62207}

Out[22]= {t → 6.89855}

2.

A tensão superficial σ da água em contato com o ar foi medida experimentalmente em várias temperaturas, produzindo os dados constantes da tabela abaixo.

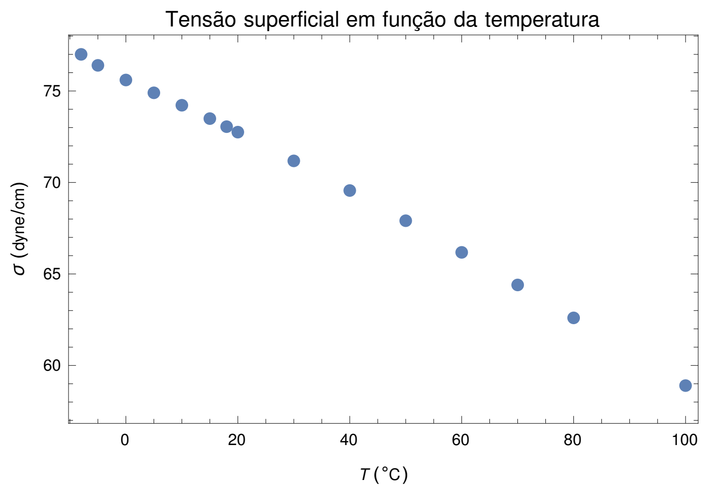
$T(°C)$	$\sigma(\text{dyne/cm})$
−8	77.0
−5	76.4
0	75.6
5	74.9
10	74.22
15	73.49
18	73.05
20	72.75
30	71.18
40	69.56
50	67.91
60	66.18
70	64.4
80	62.6
100	58.9

• Espera-se que a dependência de σ com a temperatura T seja linear, satisfazendo $\sigma = a + bT$, sendo a e b constantes. Por meio de um ajuste de mínimos quadrados dos dados da tabela, determine a e b, indicando suas unidades.

O primeiro passo será transformar os dados da tabela em uma lista de pares ordenados. Após isso, utilizaremos a função ListPlot para plotar os pontos descritos na lista de pares ordenados.

In[23]:=
```
temp = {-8, -5, 0, 5, 10, 15, 18, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 100};
sigma = {77.0, 76.4, 75.6, 74.9, 74.22, 73.49,
   73.05, 72.75, 71.18, 69.56, 67.91, 66.18, 64.4, 62.6, 58.9};
sigmat = Transpose[{temp, sigma}];
         transposição
graficodosponto = ListPlot[sigmat, PlotStyle → PointSize[0.02],
                  gráfico de uma lista d·· estilo do gráfico tamanho do ponto
  FrameLabel → {"T (°C)", "σ (dyne/cm)"}, Axes → False, Frame → True,
  legenda do quadro                        eixos   falso   quadro   verdadeir
  PlotLabel → "Tensão superficial em função da temperatura"]
  etiqueta de gráfico
```

Out[26]=



Para ajustar uma função no gráfico acima, utilizaremos a função Fit para ajustar um polinômio de primeiro grau junto com a função Chop, que considero nulo os coeficiente de ordem 10^{-17}. Por fim, criaremos um gráfico com a função ajuste encontrada e juntaremos o ajuste com os dados por meio da função Show.

In[27]:=
```
ajuste = Fit[sigmat, {1, T}, T] // Chop
         ajusta                  substit
```

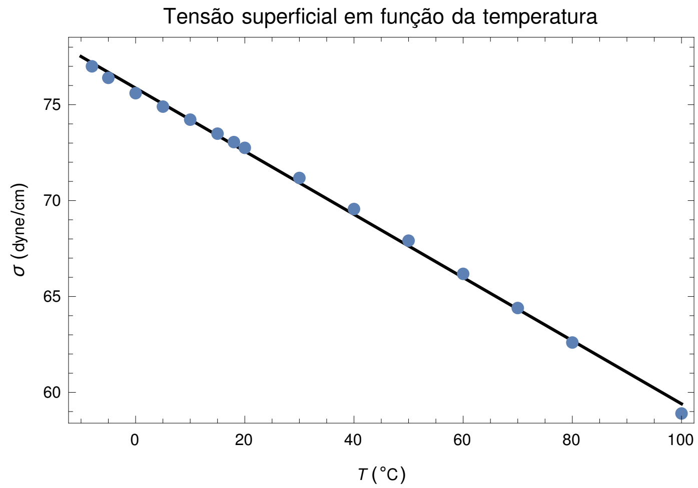
Out[27]= 75.8655 – 0.164624 T

Resposta: Com isso, tenho que $a = 75.8655\ \frac{\text{dyne}}{\text{cm}}$ e $b = -0.164624\ \frac{\text{dyne}}{\text{cm °C}}$

• Faça gráficos, no mesmo conjunto de eixos, mostrando σ em função da temperatura tanto para os dados experimentais quanto segundo o ajuste obtido anteriormente.

In[28]:=
```
graficodoajuste = Plot[ajuste, {T, -10, 100}, PlotStyle → Black];
                  gráfico                      estilo do gráfico preto
Show[{graficodoajuste, graficodosponto}, FrameLabel → {"T (°C)", "σ (dyne/cm)"},
mostra                                   legenda do quadro
 Axes → False, Frame → True, PlotLabel → "Tensão superficial em função da temperatura"]
 eixos  falso   quadro verd···  etiqueta de gráfico
```

Out[29]=



3.

O movimento de uma partícula no plano x e y sob ação de uma força central atrativa de intensidade $f \propto 1/r^{\beta}$ é governado pela equação diferencial: $m \frac{d^2}{dt^2}\vec{r} = -\frac{k\hat{r}}{r^{\beta}}$, em que m é a massa da partícula, k é uma constante e $\hat{r} = \vec{r}/r$ é um vetor unitário na direção do vetor posição $\vec{r}$ da partícula em relação ao centro de forças. (No caso de planetas orbitando o Sol), este é o centro de forças e temos $\beta = 2$.) A equação vetorial acima é equivalente às duas equações escalares acopladas:

$$m \frac{d^2}{dt^2} x = -\frac{k\,x}{\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)^{1+\beta}} \text{ e } m \frac{d^2}{dt^2} y = -\frac{k\,y}{\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)^{1+\beta}}$$

Adote como condições iniciais do movimento $x(0) = a$, $y(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 0$ e $\dot{y}(0) = v_0$, de modo que não haja componente radial da velocidade inicial. Para a solução numérica, escolha os valores positivos que preferir para m, k e a.

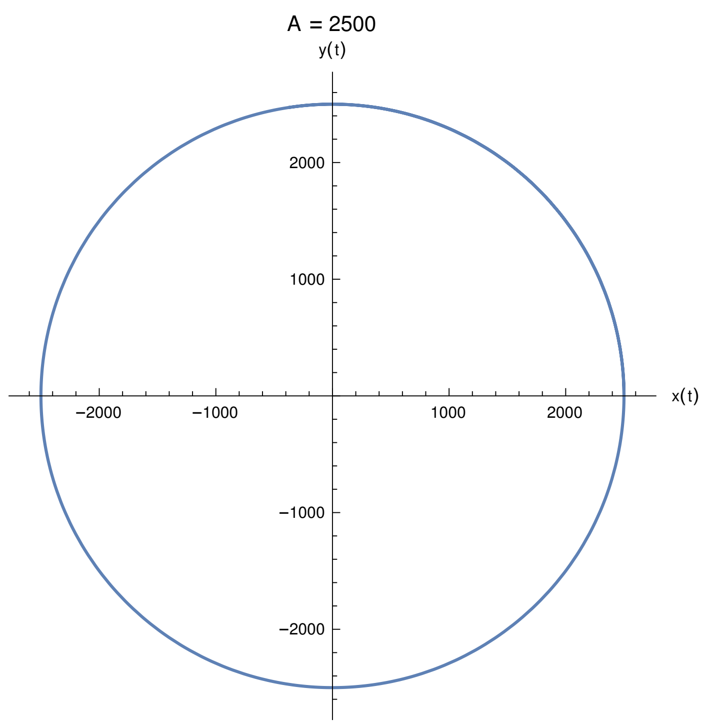
• Analise primeiro o caso $\beta = 2$, escolhendo, com seus conhecimentos de Física I ou do Ensino Médio, o valor para v_0 que fornece uma trajetória circular. Resolva numericamente o sistema de equações diferenciais por pelo menos 4 períodos do movimento, utilizando a função ParametricPlot para se certificar de que a órbita obtida é de fato circular. Faça gráficos também tanto aumentando quanto diminuindo o valor da velocidade em relação ao primeiro caso, verificando que as novas órbitas obtidas são elípticas (fechadas).

Abaixo teremos a definição das funções e condições iniciais utilizadas ao longo do exercício, com uma ressalva de que para uma partícula com trajetória circular, a velocidade inicial deve ser dada pela seguinte expressão: $y'[0] = \sqrt{\frac{k*A}{\left(\sqrt{x[0]^2 + y[0]^2}\right)^2}}$. Além disso, consideramos A como sendo o período do movimento.

In[30]:=
```
eqx3 = x''[t] == -((k / m) * x[t]) / Sqrt[x[t]^2 + y[t]^2]^(1+β);
eqy3 = y''[t] == -((k / m) * y[t]) / Sqrt[x[t]^2 + y[t]^2]^(1+β);
ci3 = {x[0] == A, x'[0] == 0, y[0] == 0, y'[0] == Sqrt[k * A / Sqrt[x[0]^2 + y[0]^2]^2]};
```
raiz quadrada

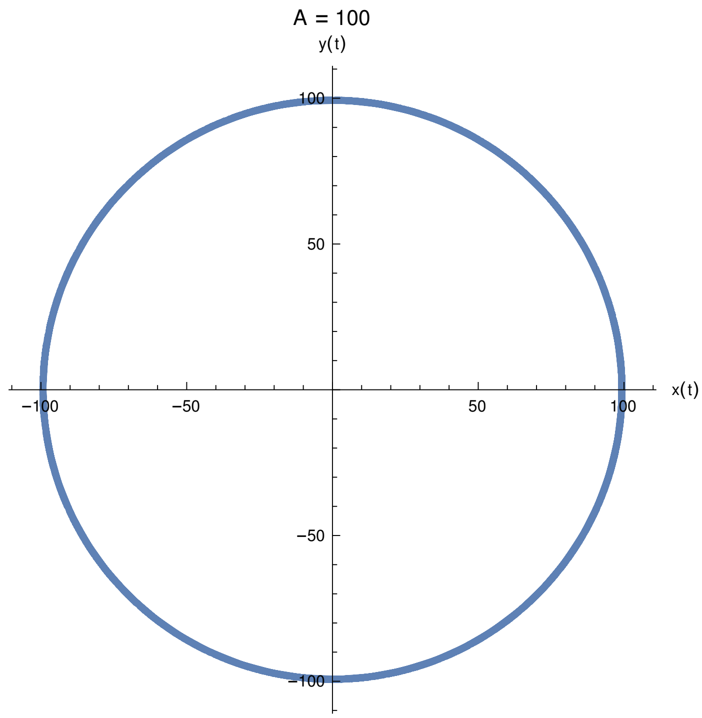
In[33]:=
```
parametros31 = {m → 1, k → 10 000, A → 2500, β → 2};
sol3a1 = NDSolve[{eqx3, eqy3, ci3} /. parametros31, {x, y}, {t, 10 000}];
```
resolve numéricamente equação diferencial
```
periodo1 = ParametricPlot[Evaluate[{x[t], y[t]} /. sol3a1],
```
gráfico paramétrico | calcula
```
  {t, 0, 10 000}, AxesLabel → {"x(t)", "y(t)"}, PlotLabel → "A = 2500"]
```
legenda dos eixos | etiqueta de gráfico

Out[35]=



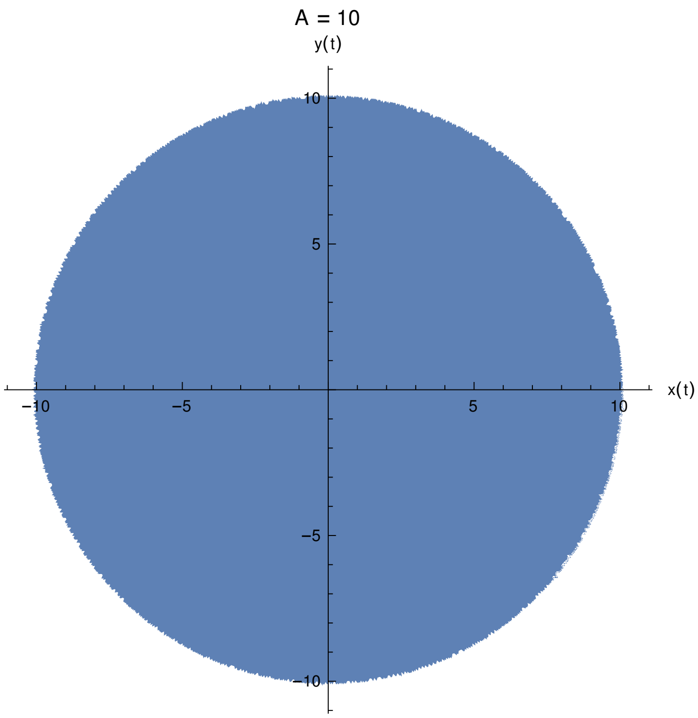
In[36]:=
```
parametros32 = {m → 1, k → 10000, A → 100, β → 2};
sol3a2 = NDSolve[{eqx3, eqy3, ci3} /. parametros32, {x, y}, {t, 10000}];
         resolve numéricamente equação diferencial
periodo2 = ParametricPlot[Evaluate[{x[t], y[t]} /. sol3a2],
           gráfico paramétrico  calcula
  {t, 0, 10000}, AxesLabel → {"x(t)", "y(t)"}, PlotLabel → "A = 100"]
                 legenda dos eixos                etiqueta de gráfico
```

Out[38]=



In[39]:=
```
parametros33 = {m → 1, k → 10 000, A → 10, β → 2};
sol3a3 = NDSolve[{eqx3, eqy3, ci3} /. parametros33, {x, y}, {t, 10 000}];
periodo3 = ParametricPlot[Evaluate[{x[t], y[t]} /. sol3a3],
  {t, 0, 10 000}, AxesLabel → {"x(t)", "y(t)"}, PlotLabel → "A = 10"]
```
resolve numéricamente equação diferencial
gráfico paramétrico
calcula
legenda dos eixos
etiqueta de gráfico

Out[41]=



In[42]:=
```
parametros34 = {m → 1, k → 10 000, A → 1, β → 2};
sol3a4 = NDSolve[{eqx3, eqy3, ci3} /. parametros34, {x, y}, {t, 10 000}];
```
resolve numéricamente equação diferencial
```
periodo4 = ParametricPlot[Evaluate[{x[t], y[t]} /. sol3a4],
```
gráfico paramétrico calcula
```
  {t, 0, 10 000}, AxesLabel → {"x(t)", "y(t)"}, PlotLabel → "A = 1"]
```
legenda dos eixos etiqueta de gráfico

Out[44]=