

Lista 02 - Introdução à Física Computacional I

Lyliana Myllena Santos de Sousa - 11223740

Lyliana.sousa@usp.br

1.

Um pêndulo consiste de um fio de massa desprezível e comprimento l e de uma esfera de massa m e raio muito menor que l , na presença de uma aceleração da gravidade local g e frente a uma resistência do ar desprezível. No limite de pequenas oscilações, o período do pêndulo é dado por

$T_0 = 2\pi \sqrt{l/g}$, mas esse resultado vale apenas quando o ângulo máximo de oscilação é $\theta_0 \ll 1$ rad. Fora desse limite, considerações baseadas na conservação da energia mecânica mostram que o período do pêndulo é dado por:

$$T = \sqrt{\frac{8L}{g}} \int_0^{\theta_0} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos\theta - \cos\theta_0}}$$

Faça um gráfico da razão entre esse período e o resultado de pequenas oscilações, desde $\theta_0 = 0$ até $\theta_0 = 0.99\pi$.

In[76]:= (*Definindo a função T (θ_0)*)

```
integral = Integrate[ $\frac{1}{\sqrt{\cos[\theta] - \cos[x]}}$ , { $\theta$ , 0, x}];
```

```
T[x_] :=  $\sqrt{\frac{8 l}{g}}$  * integral
```

```
 $T_0 = 2 \pi \sqrt{l / g}$  ;
```

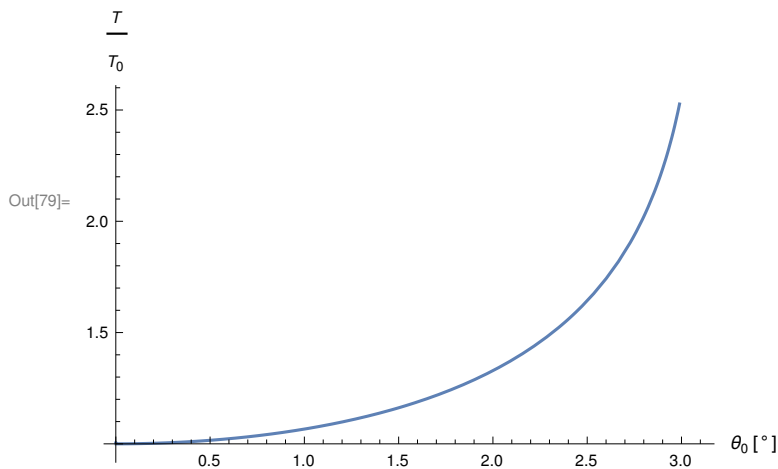
(*Plotando o gráfico*)

```
Plot[T[x]/T_0, {x, 0, 0.99  $\pi$ },
```

```
PlotLabel -> " Razão entre o período e o resultado de pequenas oscilações" / "",
```

```
LabelStyle -> {Black}, AxesLabel -> {HoldForm[ $\theta_0$  "[°]"], HoldForm[ $\frac{T}{T_0}$ ]}
```

Razão entre o período e o resultado de pequenas oscilações

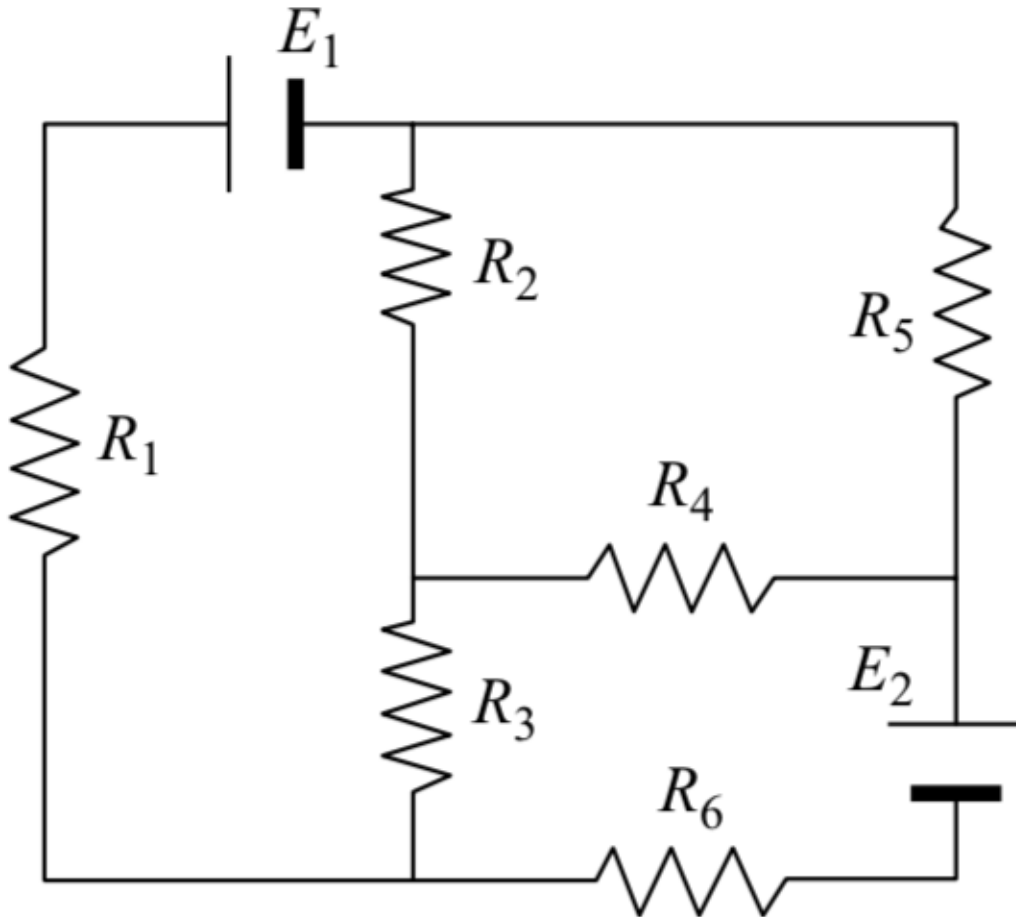


2.

Para o circuito da figura abaixo, desprezando as resistências internas dos fios e das baterias,

- Com base nas leis de Kirchoff, determine as correntes percorrendo todos os resistores em termos das forças eletromotrizes E_1 e E_2 e das resistências R_1 a R_6 ;

• Obtenha valores numéricos para as correntes quando $E_1 = 12\text{ V}$ e $E_2 = 8\text{ V}$, $R_1 = 20.0\ \Omega$, $R_2 = 15.0\ \Omega$, $R_3 = 3.0\ \Omega$, $R_4 = 6.0\ \Omega$, $R_5 = 12.0\ \Omega$ e $R_6 = 2.0\ \Omega$.



```
In[66]:= (*Lei de malhas*)
eq1 = E1 == (R1 * I1) + (R2 * I2) + (R3 * I3);
eq2 = E2 == -(R3 * I3) + (R4 * I4) + (R6 * I6);
eq3 = 0 == (R4 * I4) + (R2 * I2) - (R5 * I5);
(*Lei dos Nós*)
eq4 = I6 == I4 + I5;
eq5 = I2 == I3 + I4;
eq6 = I1 == I2 + I5;
```

In[74]:= (*Determinando as equações*)

sols = Solve[{eq1, eq2, eq3, eq4, eq5, eq6}, {I1, I2, I3, I4, I5, I6}]

resolve

Out[74]= {{I1 → -((-E1 R2 R3 - E2 R2 R3 - E1 R2 R4 - E2 R2 R4 - E1 R3 R4 -
E2 R3 R4 - E1 R3 R5 - E2 R3 R5 - E1 R4 R5 - E1 R2 R6 - E1 R4 R6 - E1 R5 R6) /
(R1 R2 R3 + R1 R2 R4 + R1 R3 R4 + R1 R3 R5 + R2 R3 R5 + R1 R4 R5 + R2 R4 R5 + R3 R4 R5 +
R1 R2 R6 + R2 R3 R6 + R1 R4 R6 + R2 R4 R6 + R3 R4 R6 + R1 R5 R6 + R2 R5 R6 + R3 R5 R6)),
I2 → -((E2 R5 (R1 R4 - R3 R5) - E1 R5 (R3 R5 + R4 R6 + R5 (R4 + R6))) / ((R1 R4 - R3 R5)
(-R2 R6 - R4 R6 - R5 (R4 + R6)) - (-R1 R2 - R1 R4 - (R1 + R2) R5) (R3 R5 + R4 R6 + R5 (R4 + R6)))),
I3 → -((E2 R1 R2 + E2 R1 R4 + E2 R1 R5 + E2 R2 R5 - E1 R4 R5 - E1 R2 R6 - E1 R4 R6 - E1 R5 R6) /
(R1 R2 R3 + R1 R2 R4 + R1 R3 R4 + R1 R3 R5 + R2 R3 R5 + R1 R4 R5 + R2 R4 R5 + R3 R4 R5 +
R1 R2 R6 + R2 R3 R6 + R1 R4 R6 + R2 R4 R6 + R3 R4 R6 + R1 R5 R6 + R2 R5 R6 + R3 R5 R6)),
I4 → -((-E2 R1 R2 - E2 R1 R5 - E2 R2 R5 - E1 R3 R5 - E2 R3 R5 + E1 R2 R6) /
(R1 R2 R3 + R1 R2 R4 + R1 R3 R4 + R1 R3 R5 + R2 R3 R5 + R1 R4 R5 + R2 R4 R5 + R3 R4 R5 +
R1 R2 R6 + R2 R3 R6 + R1 R4 R6 + R2 R4 R6 + R3 R4 R6 + R1 R5 R6 + R2 R5 R6 + R3 R5 R6)),
I5 → -((-E1 R2 R3 - E2 R2 R3 - E2 R1 R4 - E1 R2 R4 - E2 R2 R4 - E1 R3 R4 - E2 R3 R4 - E1 R2 R6) /
(R1 R2 R3 + R1 R2 R4 + R1 R3 R4 + R1 R3 R5 + R2 R3 R5 + R1 R4 R5 + R2 R4 R5 + R3 R4 R5 +
R1 R2 R6 + R2 R3 R6 + R1 R4 R6 + R2 R4 R6 + R3 R4 R6 + R1 R5 R6 + R2 R5 R6 + R3 R5 R6)),
I6 → -((-E2 R1 R2 - E1 R2 R3 - E2 R2 R3 - E2 R1 R4 - E1 R2 R4 - E2 R2 R4 - E1 R3 R4 -
E2 R3 R4 - E2 R1 R5 - E2 R2 R5 - E1 R3 R5 - E2 R3 R5) /
(R1 R2 R3 + R1 R2 R4 + R1 R3 R4 + R1 R3 R5 + R2 R3 R5 + R1 R4 R5 + R2 R4 R5 + R3 R4 R5 +
R1 R2 R6 + R2 R3 R6 + R1 R4 R6 + R2 R4 R6 + R3 R4 R6 + R1 R5 R6 + R2 R5 R6 + R3 R5 R6))}}

In[75]:= (*Obtendo os valores*)

sols /. {R1 → 20, R2 → 15, R3 → 3, R4 → 6, R5 → 12, R6 → 2, E1 → 12, E2 → 8}

Out[75]= {{I1 → $\frac{906}{1519}$, I2 → $\frac{176}{1519}$, I3 → $-\frac{844}{1519}$, I4 → $\frac{1020}{1519}$, I5 → $\frac{730}{1519}$, I6 → $\frac{250}{217}$ }}

3.

Dada a curva cuja equação é $\left(\frac{x}{a}\right)^3 + \left(\frac{y}{b}\right)^3 = \frac{6xy}{ab}$ determine a equação da reta tangente à curva no ponto (3a, 3b).

In[7]:= SetAttributes[{a, b}, Constant]

estabelece atributos

constante

In[8]:= Dt[$\left(\frac{x}{a}\right)^3 + \left(\frac{y}{b}\right)^3 == \frac{6xy}{ab}$, x]

derivada total

Out[8]= $\frac{3x^2}{a^3} + \frac{3y^2 \text{Dt}[y, x]}{b^3} == \frac{6y}{ab} + \frac{6x \text{Dt}[y, x]}{ab}$

In[9]:= **Solve**[% , Dt[y , x]]

[_resolve](#) [_derivada to](#)

$$\text{Out[9]} = \left\{ \left\{ \text{Dt}[y, x] \rightarrow -\frac{b^2 (b x^2 - 2 a^2 y)}{a^2 (-2 b^2 x + a y^2)} \right\} \right\}$$

In[10]:= **m = Dt[y , x] /. First[%] /. {x → 3 a , y → 3 b}**

[_derivada to](#) [_primeiro](#)

$$\text{Out[10]} = -\frac{b}{a}$$

In[14]:= **Simplify**[y - 3 b == m * (x - 3 a)]

[_simplifica](#)

$$\text{Out[14]} = b \left(6 - \frac{x}{a} \right) == y$$