

## Tratamento Estatístico de Dados em Física Experimental - Atividade 10

### Propagação de incertezas para planejamento de experimentos

Faça as questões abaixo e depois transcreva suas respostas no formulário correspondente <https://forms.gle/52GuyD6bnzaB9fyH7>. Assim como a Atividade 11, esta atividade deve ser enviada até as 23h59 do dia 03/novembro (quarta-feira). Até o final do prazo é possível revisar as respostas.

Considere uma grandeza  $w = x \cdot y$ , onde  $x$  e  $y$  são dados experimentais estatisticamente independentes (isto é,  $cov(x, y) = 0$ ). Suponha que as funções densidade de probabilidade de  $x$  e de  $y$  sejam gaussianas com valores verdadeiros  $x_0 = 15$  e  $y_0 = 40$  e com desvios-padrões verdadeiros  $\sigma_x = 2$  e  $\sigma_y = 3$ .

Faça um programa para simular  $M = 10.000$  conjuntos de medidas experimentais de  $x$  e  $y$  (ou seja,  $M$  valores de  $x$  e  $M$  valores de  $y$ ) e calcule o valor de  $w$  de cada conjunto.

**a)** Determine o valor médio,  $w_m$ , e o desvio-padrão amostral,  $s_w$ , dos valores de  $w$ .

**Escreva todos os resultados com o número correto de algarismos significativos.** Lembre-se que o desvio-padrão amostral deve ser escrito até a mesma casa decimal do valor médio (pois a incerteza do desvio-padrão amostral é da mesma ordem de grandeza do desvio-padrão da média).

Suponha que o tempo e a dificuldade para obter uma medição de  $x$  ou de  $y$  sejam equivalentes e que você tenha condições de fazer apenas mais uma medição para diminuir a incerteza de  $w$ . Encontre numericamente a melhor solução calculando o desvio-padrão amostral de  $w$  nos casos em que se faz:

**b.1)** Duas medições de  $x$  ( $N_x = 2$ ) e apenas uma de  $y$  ( $N_y = 1$ ).

**b.2)** Apenas uma medição de  $x$  ( $N_x = 1$ ) e duas medições de  $y$  ( $N_y = 2$ ).

Lembre-se que para cada uma das  $M = 10.000$  simulações de cada caso, primeiro é preciso calcular o valor médio da grandeza que foi medida mais de uma vez e só então o valor de  $w$  correspondente.

Para discutir em aula: Compare os desvios-padrões de  $w$  calculados numericamente nos itens **a**, **b.1** e **b.2** com os obtidos por propagação de incertezas.

Suponha agora uma situação em que seja possível fazer ao todo 11 medições distribuídas entre  $x$  e  $y$ , isto é,  $N_x + N_y = 11$ , com ao menos uma medição de cada grandeza. Faça simulações (de  $M = 10.000$  conjuntos) com o número de medições de  $x$ ,  $N_x$ , indo de 1 até 10 (e, portanto,  $N_y$  de 10 até 1) e calcule o desvio-padrão amostral de  $w$  para cada escolha de  $N_x$ .

$N_x$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$N_y$	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
$s_w$										

**c)** Qual é a escolha de  $N_x$  que minimiza a incerteza de  $w$ ? Qual o desvio-padrão amostral de  $w$  obtido nessa condição?

Para discutir em aula: Explique esta escolha de forma analítica usando propagação de incertezas.

*Dica: como a incerteza não pode ser negativa, a condição que minimiza a incerteza é a mesma que minimiza a variância.*