

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КІЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

**ЗВІТ ПРО ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ №1 з
дисципліни "Комп'ютерне моделювання процесів"**

Тема: Основні поняття моделювання. Побудова математичної моделі руху тіла під кутом до горизонту.

Виконав: студент групи ІПЗ 34/9 Прохоренко Данило Олександрович

Перевірила: Ніколаєнко Анастасія Юріївна

Київ – 2025

1. Умова вибраного завдання

Відповідно до обраної теми (варіант №6): Тіло кидають під кутом α до горизонту з початковою швидкістю v_0 з початкової висоти h_0 . Необхідно дослідити залежність часу польоту, дальності польоту та максимальної висоти підняття від початкових умов (швидкості v_0 і висоти h_0).

2. Мета, об'єкт і предмет дослідження

Мета: Розробити та обґрунтувати математичну модель руху тіла в полі тяжіння Землі для подальшого аналізу впливу початкових параметрів на траєкторію та дальність польоту.

Об'єкт дослідження: Процес механічного руху тіла, кинутого під кутом до горизонту.

Предмет дослідження: Математичні залежності кінематичних характеристик руху (координат, швидкості, дальності, часу польоту) від початкової швидкості, кута кидання та початкової висоти.

3. Гіпотеза дослідження

Припускається, що за наявності початкової висоти кидання ($h_0 > 0$) кут, за якого досягається максимальна дальність польоту, буде меншим за 45 градусів, і ця різниця зростатиме зі збільшенням висоти h_0 .

4. Завдання дослідження

1. Проаналізувати фізичні закономірності руху тіла під кутом до горизонту.
2. Визначити перелік вхідних параметрів та цільових функцій моделі.
3. Розробити математичну модель (систему рівнянь), що описує зміну координат тіла у часі.
4. Вивести розрахункові формули для визначення дальності, висоти та тривалості польоту.
5. Встановити межі застосування моделі та прийняті спрощення.

5. Математичний опис розробленої моделі

Рух тіла описується у декартовій системі координат, де вісь Ох спрямована горизонтально, а вісь Оу — вертикально вгору.

Проекції початкової швидкості:

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos(\alpha)$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin(\alpha)$$

Рівняння руху (залежність координат від часу): Рух вздовж осі Ох є рівномірним:

$$x(t) = v_{0x} \cdot t = v_0 \cos(\alpha) \cdot t$$

Рух вздовж осі Оу є рівнозмінним (з прискоренням вільного падіння g):

$$y(t) = h_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{gt^2}{2} = h_0 + v_0 \sin(\alpha) \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

Розрахункові формули характеристик польоту:

1. Час підйому до максимальної висоти (t_{up}):

У верхній точці вертикальна складова швидкості дорівнює нулю ($v_y = 0$).

$$v_y(t) = v_0 \sin(\alpha) - gt = 0 \Rightarrow t_{up} = \frac{v_0 \sin(\alpha)}{g}$$

2. **Максимальна висота підняття (H_{max})**: Підставляємо t_{up} у рівняння для $y(t)$

$$H_{max} = h_0 + \frac{v_0^2 \sin^2(\alpha)}{2g}$$

3. **Повний час польоту (T)**: Визначається з умови падіння на землю $y(T) = 0$.

Розв'язуємо квадратне рівняння відносно t:

$$h_0 + v_0 \sin(\alpha)t - \frac{gt^2}{2} = 0$$

Враховуючи, що $t > 0$, отримуємо:

$$T = \frac{v_0 \sin(\alpha) + \sqrt{v_0^2 \sin^2(\alpha) + 2gh_0}}{g}$$

4. Дальність польоту (L):

$$L = x(T) = v_0 \cos(\alpha) \cdot T$$

Модель включає нелінійні залежності (квадратична залежність від часу, тригонометричні функції від кута), що відповідає вимогам завдання.

6. Опис параметрів моделі

Вхідні параметри (змінні):

- v_0 — початкова швидкість (м/с). Діапазон дослідження: 10100 м/с.
- α — кут кидання (градуси). Діапазон дослідження: 0 градусів 90 градусів.
- h_0 — початкова висота (м). Діапазон дослідження: 050 м.

Константи:

- g — прискорення вільного падіння, $g \approx 9.81 \text{ м/с}^2$

Вихідні характеристики (цильові змінні):

- L — дальність польоту (м).
- H_{\max} — максимальна висота (м).
- T — загальний час польоту (с).

Модель має функціональну залежність від трьох змінних параметрів (v_0 , α , h_0), що дозволить провести багатофакторний аналіз.

7. Спрощення та обмеження моделі

Для побудови моделі прийнято такі спрощення:

1. **Рух у вакуумі:** Нехтуємо силою опору повітря. Це дозволяє вважати рух по горизонталі рівномірним, а траєкторію — параболою.
2. **Модель матеріальної точки:** Розмірами та формою тіла нехтуємо, вважаючи, що маса зосереджена в одній точці. Обертальні рухи тіла не враховуються.

Обмеження моделі:

1. **Малі висоти:** Модель не враховує зміну прискорення вільного падіння g з висотою (допустимо для $H \ll R_{\text{Earth}}$).
2. **Відсутність кривизни Землі:** Поверхня Землі вважається плоскою, що допустимо лише для дальностей, значно менших за радіус Землі.

8. Напрям подальшого дослідження

У рамках наступної лабораторної роботи (комп'ютерна реалізація) планується дослідити вплив параметрів на цільову змінну — **дальність польоту (L)**.

Для цього буде проведено серію обчислювальних експериментів:

1. Зафіксувати v_0 та h_0 і змінювати кут α (змінний параметр) для знаходження максимуму функції $L(\alpha)$.
2. Повторити експеримент для різних значень h_0 , щоб перевірити гіпотезу про зміщення оптимального кута кидання.

9. Висновки

У ході виконання лабораторної роботи було проаналізовано предметну область та побудовано математичну модель руху тіла, кинутого під кутом до горизонту.

1. Сформульовано мету та завдання дослідження.
2. Висунуто гіпотезу щодо залежності дальності польоту від кута кидання за наявності початкової висоти.
3. Отримано аналітичні залежності (формули), що пов'язують вхідні параметри (v_0, α, h_0) з вихідними характеристиками ($L, H\{\max\}, T$).
4. Визначено межі застосовності моделі.

Розроблена модель є адекватною поставленим цілям і готова до програмної реалізації та проведення чисельних експериментів у наступній лабораторній роботі.