Algorítmica

Cálculo de eficiencia

Álvaro Maximino Linares Herrera

Cálculo de eficiencia de dos problemas

Vamos a ver dos códigos a los cuales le vamos a calcular la eficiencia.

Los códigos son los siguientes:

```
i:= 1
mientras i ≤ n hacer
    si a[i] ≥ a[n] entonces
        a[n]:=a[i]
    finsi
    i:= i *2
finmientras
```

```
cont:=0
para i:= 1,...,n hacer
    para j:= 1,...,i-1 hacer
        si a[i] < a[j] entonces
            cont:= cont + 1
        finsi
    finpara
finpara
```

Bien el cálculo de la eficiencia lo he realizado a mano y es el siguiente:

Ejercicio 1:

$$t(n) = \sum_{j=0}^{n} \text{Prob}\left[\begin{array}{c} a[i] \geq a[k] \text{ cierta en} \\ j \text{ ocasiones} \end{array}\right] \cdot t\left[\begin{array}{c} a[i] \geq a[n] \text{ cierta e} \\ j \text{ ocasiones} \end{array}\right]$$

$$= \sum_{j=0}^{n} \frac{1}{n+1} \cdot \left[1 + \sum_{k=1}^{j} (1+3+3+2) + \sum_{j+1}^{n} (1+3+2)\right] =$$

$$= \sum_{j=0}^{n} \frac{1}{n+1} \cdot \left(1 + 9j + 6(n-j)\right) = \sum_{j=0}^{n} \frac{1}{n+1} \left(6n + 3j + 1\right) =$$

$$= \frac{1}{n+1} \left(6n \sum_{j=0}^{n} 1 + 3 \sum_{j=0}^{n} j + \sum_{j=0}^{n} 1\right) = \frac{1}{n+1} \left(6n(n+1) + 3\frac{n(n+1)}{2} + (n+1)\right) =$$

$$= \left(\frac{1}{\cancel{n+1}} \cdot 6n\cancel{(n+1)} + \frac{3n\cancel{(n+1)}}{2} \cdot \frac{1}{\cancel{n+1}} + \cancel{(n+1)}\frac{1}{\cancel{n+1}}\right) = 6n + \frac{3n}{2} + 1$$

Luego tenemos que:

$$6n + \frac{3n}{2} + 1 = \left(6 + \frac{3}{2}\right)n + 1 \in O(n)$$

Ese sería para el primer problema como vemos nos da una eficiencia de O(n).

Para el segundo tenemos que:

Ejercicio 2:

$$t(n) = \sum_{k=0}^{(n^2-3n)/2} \text{Prob}\left(\begin{array}{c} a[i] < a[j] \text{ cierto} \\ \text{en } k \text{ ocasiones}\end{array}\right) \cdot \underbrace{t\left(\begin{array}{c} a[i] < a[j] \text{ cierto} \\ \text{en } k \text{ ocasiones}\end{array}\right)}_{t(k)} =$$

$$= \sum_{k=0}^{(n^2-3n)/2} \frac{1}{\frac{n^2-3n}{2}+1} \cdot t(k)$$

$$t(k) = 1 + \sum_{i=1}^{k} 5 + \sum_{j=k+1}^{(n^2-3n)/2} 3 = 1 + 5k + 3\left(\frac{(n^2-3n)}{2} - k\right) =$$

$$= 2k + 3\left(\frac{n^2-3n}{2}\right) + 1 = 2k + \frac{3}{2}(n^2-3n) + 1$$

Ahora calculamos $t(n)$:

$$t(n) = \sum_{k=0}^{(n^2-3n)/2} \frac{1}{\frac{n^2-3n}{2}+1} \cdot \left(2k + \frac{3}{2}(n^2-3n) + 1\right)$$

$$t(n) = \frac{1}{\frac{n^2-3n}{2}+1} \cdot \left(2\sum_{k=0}^{(n^2-3n)/2} k + \frac{3}{2}(n^2-3n) \cdot \sum_{k=0}^{(n^2-3n)/2} 1 + \sum_{k=0}^{(n^2-3n)/2} 1\right) =$$

$$= \frac{1}{\cancel{\frac{n^2-3n}{2}+1}} \cdot \left(\cancel{2}\frac{n^2-3n}{\cancel{2}} \cdot \cancel{\left(\frac{n^2-3n}{2}+1\right)} + \frac{3}{2}(n^2-3n)\cancel{\left(\frac{n^2-3n}{2}+1\right)} + \cancel{\left(\frac{n^2-3n}{2}+1\right)}\right) =$$

$$= n^2 - 3n + \frac{3}{2}(n^2-3n) + 1 = \frac{5n^2 - 9n + 2}{2} \in O(n^2)$$

Que como vemos tiene eficiencia $O(n^2)$.