

概率论与数理统计 作业题

第二章 随机变量

§2.1 离散随机变量

教材 P46: 1、3、7、15、31

补充题:

1、设随机变量 X 的频率函数为:

$$P(X = x) = c \left(\frac{2}{3}\right)^x, \quad x = 1, 2, 3$$

求 c 的值.

2、设在 15 只同类型零件中有 2 只为次品, 在其中取 3 次, 每次任取 1 只, 作不放回抽样, 以 X 表示取出的次品个数, 求:

(1) X 的频率函数;

(2) X 的分布函数并作图;

(3) $P\{X \leq \frac{1}{2}\}, P\{1 < X \leq \frac{3}{2}\}, P\{1 \leq X \leq \frac{3}{2}\}, P\{1 < X < 2\}$.

3、设随机变量 X 服从泊松分布, 求 k 使 $P(X = k)$ 达到最大.

4、有 2500 名同一年龄和同社会阶层的人参加了保险公司的人寿保险. 在一年中每个人死亡的概率为 0.002, 每个参加保险的人在 1 月 1 日须交 12 元保险费, 而在死亡时家属可从保险公司领取 2000 元赔偿金. 求:

(1) 保险公司亏本的概率;

(2) 保险公司获利分别不少于 10000 元、20000 元的概率.

§2.2 连续随机变量

教材 P48: 33、40、45、52、53

补充题:

1、已知随机变量 X 的密度函数为

$$f(x) = Ae^{-|x|}, \quad -\infty < x < +\infty,$$

求：(1) A 值；(2) $P\{0 < X < 1\}$ ；(3) $F(x)$.

2、设顾客在某银行的窗口等待服务的时间 X (以分钟计) 服从指数分布 $\text{Exp}(\frac{1}{5})$. 某顾客在窗口等待服务，若超过 10 分钟他就离开. 他一个月要到银行 5 次，以 Y 表示一个月内他未等到服务而离开窗口的次数，试写出 Y 的频率函数，并求 $P\{Y \geq 1\}$.

§2.3 随机变量的函数

教材 P49: 54、59、64

补充题：

1、设随机变量 X 的频率函数为

X	-2	-1	0	1	2
P	1/5	1/6	1/5	1/15	11/30

求 $Y = X^2$ 的频率函数.

2、设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{\pi^2} & 0 < x < \pi \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

求 $Y = \sin X$ 的概率密度.

3、设 $P\{X = k\} = \left(\frac{1}{2}\right)^k, k = 1, 2, \dots$, 令

$$Y = \begin{cases} 1, & \text{当 } X \text{ 取偶数时} \\ -1, & \text{当 } X \text{ 取奇数时.} \end{cases}$$

求随机变量 X 的函数 Y 的频率函数.

4、设随机变量 X 在区间 $(1, 2)$ 上服从均匀分布，试求随机变量 $Y = e^{2X}$ 的概率密度 $f_Y(y)$.