

学号:

姓名:

成绩:

Quiz 1 (Oct. 12, 2021)

一、填空题(40 分):

1、记三个随机事件 A,B,C, 简要叙述下列关系式的概率意义:

(1) $ABC = A$ A 为 BNC 的子集. (5 分)

(2) $A \subset \overline{BC}$ A 不与 BNC 相交 (5 分)

2、口袋中有 7 个白球、3 个黑球, 从中任取两个, 取到的两个球颜色相同的概率为 $\frac{C_7^2 + C_3^2}{C_{10}^2} = \frac{21+3}{45} = \frac{24}{45}$

3、三人独立地破译一个密码, 他们能单独译出的概率分别为 $1/5, 1/3, 1/4$, 此密码被译出的概率为 $\frac{3}{5}$. (10 分)

4、甲、乙两人独立地对同一目标射击一次, 其命中率分别为 0.8 和 0.7, 现已知目标被击中, 则它是被甲射中的概率为 $\frac{8}{15}$. (10 分)

二、简答题(60 分): B $P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B|A)P(A) + P(B|\overline{A})P(\overline{A})} = \frac{0.8}{1.5} = \frac{8}{15}$

5、 $P(\overline{A}) = 0.3, P(B) = 0.4, P(A\overline{B}) = 0.5$, 求 $P(B|A \cup \overline{B})$. (15 分) $P(A\overline{B}) = P(A) - P(AB) \Rightarrow P(AB) = 0.2$

$$P(A \cup \overline{B}) = P(A) + P(\overline{B}) - P(A\overline{B}) = 0.7 + 0.6 - 0.5 = 0.8$$

$$P(B|A \cup \overline{B}) = \frac{P(AB)}{P(A \cup \overline{B})} = \frac{0.2}{0.8} = 0.25$$

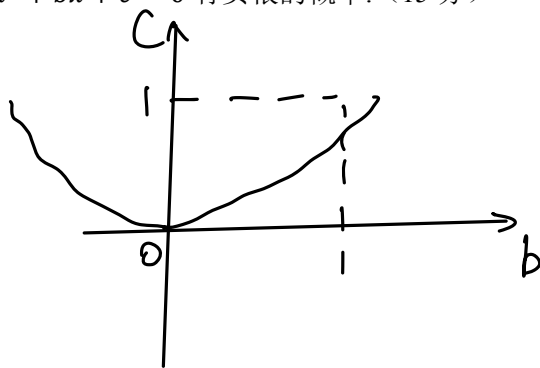
6、口袋中有一个球, 不知颜色是黑是白。现往口袋中放入一个白球和一个黑球, 然后从口袋中任意取出一个, 发现取出的是黑球, 试问口袋中原来是黑球的概率为多少? (15 分)

A 取黑, B 取黑

7、从 $(0,1)$ 区间中随机取两个数 b 和 c ，试求方程 $x^2 + bx + c = 0$ 有实根的概率。(15 分)

解：

$$\begin{cases} 0 < b < 1 \\ 0 < c < 1 \\ \Delta = b^2 - 4c \geq 0 \end{cases}$$



8、设 $0 < P(B) < 1$ ，试证事件 A 与 B 独立的充要条件是 $P(A|\bar{B}) = P(A|B)$ 。(15 分)

证：充分性：

$$\because A, B \text{ 独立} \therefore P(AB) = P(A)P(B), P(A\bar{B}) = P(A)P(\bar{B})$$

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(A)P(B)}{P(B)} = P(A),$$

$$P(A|\bar{B}) = \frac{P(A\bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{P(A)P(\bar{B})}{P(\bar{B})} = P(A)$$

$$\therefore P(A|\bar{B}) = P(A|B)$$

必要性：

$$\because P(A|\bar{B}) = P(A|B)$$

$$\text{又 } P(A|\bar{B}) = \frac{P(A\bar{B})}{P(\bar{B})}, P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

$$\therefore P(A\bar{B})P(B) = P(AB)P(\bar{B})$$

$$\text{又 } P(A\bar{B}) = P(A - AB) \text{ 且 } AB \subset A, \text{ 故 } P(A\bar{B}) = P(A) - P(AB)$$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B)$$

$$\therefore P(A)P(B) - P(AB)P(B) = P(AB) - P(AB)P(B)$$

$$\therefore P(AB) = P(A)P(B)$$

$\therefore A, B$ 独立.