7.1(f)⎥−L B→( (¬C)→(¬ (B→C)) )

Without deduction

Lemma: (B→C)→((A→B)→(A→C))

1. ((B→C)→((A→(B→C))→((A→B)→(A→C))))→((B→C)→((A→(B→C))→((B→C)→((A→B)→(A→C)))) { AS (A→(B→C))→((A→B)→(A→C)) }
2. ((A→(B→C))→((A→B)→(A→C)))→((B→C)→((A→(B→C))→((A→B)→(A→C))))

{ AS A→(B→A) }

1. (A→(B→C))→((A→B)→(A→C))

{ AS (A→(B→C))→((A→B)→(A→C)) }

1. (B→C)→((A→(B→C))→((A→B)→(A→C)))

{ Follow from 2 and 3 by MP }

1. (B→C)→((A→(B→C))→((B→C)→((A→B)→(A→C)))

{ Follow from 1 and 4 by MP }

1. (B→C)→(A→(B→C)) { AS A→(B→A) }
2. (B→C)→((A→B)→(A→C)) { Follow from 5 and 6 by MP}

Prove ⎥−L B→( (¬C)→(¬ (B→C)) )

1. ((C→(B→C))→((¬C)→(¬ (B→C))))→((B→(C→(B→C)))→(B→((¬C)→(¬ (B→C)))))

{ Lemma}

1. (C→(B→C))→((¬C)→(¬ (B→C)))

{ 7.1(e) }

1. (B→(C→(B→C)))→(B→((¬C)→(¬ (B→C))))

{ Follow from 1 and 2 by MP}

1. (C→(B→C))→(B→(C→(B→C))){ AS A→(B→A) }
2. C→(B→C) { AS A→(B→A) }
3. B→(C→(B→C)) { Follow from 4 and 5 by MP}
4. B→((¬C)→(¬ (B→C))) { Follow from 3 and 6 by MP}

With deduction

Lemma: ⎥−L B→( (B→C)→C)

Just need to show B,(B→C)⎥−L C { deduction theorem}

1. B {Premise}
2. B→C {Premise}
3. C {Follow from 1 and 2 by MP}

Next pro∨e ⎥−L B→( (¬C)→(¬ (B→C)) )

Just need to show B ⎥−L ( (¬C)→(¬ (B→C)) ) { deduction theorem}

1. B {Premise}
2. B→( (B→C)→C) {Lemma}
3. ( (B→C)→C) {Follow from 1 and 2 by MP}
4. ( (B→C)→C) →( (¬C)→(¬ (B→C)) )

{ 7.1(e) ⎥−L (B → C) → ((¬C) → (¬B)) }

1. ( (¬C)→(¬ (B→C)) ) {Follow from 3 and 4 by MP}

# 7.2(f)⎥−HB (A ∨ (B ∧ C)) ↔ ((A ∨ B) ∧ (A ∨ C))

Without deduction

# (1)Show ⎥−HB (A ∨ (B ∧ C)) →((A ∨ B) ∧ (A ∨ C))

1. A→(A∨B) {AS:A→(A∨B) }
2. (A→(A∨B))→((A→(A∨C))→(A→((A∨B)∧(A∨C))))

{ AS: (A→B)→((A→C)→(A→(B∧C))) }

1. (A→(A∨C))→(A→((A∨B)∧(A∨C))) { Follow from 1 and 2 by MP}
2. A→(A∨C) {AS:A→(A∨B) }
3. A→((A∨B)∧(A∨C)) { Follow from 3 and 4 by MP}
4. (B∧C)→B {AS: (A∧B)→A }
5. (B∧C)→C {AS: (A∧B)→A and In 7.2(b) you must have proved that (A∧B)→(B∧A) and (B∧A)→(A∧B) }
6. B→(A∨B) {AS: B→(A∨B) }
7. C→(A∨C) {AS: B→(A∨B) }
8. ((B∧C)→B)→((B→(A∨B))→((B∧C)→(A∨B)))

{AS: (A→B)→((B→C)→(A→C)) }

1. (B→(A∨B))→((B∧C)→(A∨B)) ( Follow from 6 and 10 by MP)
2. (B∧C)→(A∨B) { Follow from 8 and 11 by MP}
3. ((B∧C)→C)→((C→(A∨C))→((B∧C)→(A∨C)))

{AS: (A→B)→((B→C)→(A→C)) }

1. (C→(A∨C))→((B∧C)→(A∨C)) { Follow from 7 and 13 by MP}
2. (B∧C)→(A∨C) { Follow from 9 and 14 by MP}
3. ((B∧C)→(A∨B))→(((B∧C)→(A∨C))→((B∧C)→((A∨B)∧(A∨C))))

{ AS: (A→B)→((A→C)→(A→(B∧C))) }

1. ((B∧C)→(A∨C))→((B∧C)→((A∨B)∧(A∨C)))

{ Follow 12 and 16 by MP}

1. (B∧C)→((A∨B)∧(A∨C)) { Follow 15 and 17 by MP}
2. (A→((A∨B)∧(A∨C)))→(((B∧C)→((A∨B)∧(A∨C)))→((A∨(B∧C))→((A∨B)∧(A∨C)))) { AS: (A→C)→((B→C)→((A∧B)→C)) }
3. ((B∧C)→((A∨B)∧(A∨C)))→((A∨(B∧C))→((A∨B)∧(A∨C)))

{ Follow 5 and 19 by MP}

1. (A∨(B∧C))→((A∨B)∧(A∨C))

{ Follow 18 and 20 by MP}

(2)Show ⎥−HB ((A ∨ B) ∧ (A ∨ C))→ (A ∨ (B ∧ C))

过程见with deduction部分

其中用到deduction theorem 的引理和证明均可改为不使用deduction theorem的形式并将证明过程改为MP来证明。

With deduction

# Show ⎥−HB (A ∨ (B ∧ C)) →((A ∨ B) ∧ (A ∨ C))

1. Show {A}⎥−HB(A∨B)∧(A∨C)
2. A { Premise}
3. A→(A∨B) {AS:A→(A∨B) }
4. A∨B { Follow 1 and 2 by MP}
5. A→(A∨C) {AS:A→(A∨B) }
6. A∨C { Follow 1 and 4 by MP}
7. (A∨B),(A∨C)⎥−HB(A∨B)∧(A∨C)

{ The formula proved in page 93 of CPC¬1}

1. (A∨B)∧(A∨C) { 3 and 5 as premises}
2. Show{ (B∧C)}⎥−HB(A∨B)∧(A∨C)
3. B∧C { Premise}
4. (B∧C)→B {AS: (A∧B)→A }
5. (B∧C)→C {AS: (A∧B)→A and In 7.2(b) you must have proved that (A∧B)→(B∧ A) and (B∧A)→(A∧B) }
6. B { Follow 1 and 2 by MP}
7. C { Follow 1 and 3 by MP}
8. B→(A∨B) {AS: B→(A∨B)}
9. C→(A∨C) {AS: B→(A∨B)}
10. A∨B { Follow 4 and 6 by MP}
11. A∨C { Follow 5 and 7 by MP}
12. {(A∨B),(A∨C)}⎥−HB(A∨B)∧(A∨C)

{ The formula in page 93}

1. (A∨B)∧(A∨C) { 3 and 5 as premises}
2. Combine (1) and (2)
3. {A}⎥−HB(A∨B)∧(A∨C) {1}
4. A→((A∨B)∧(A∨C)) { deduction theorem from 1}
5. {(B∧C)}⎥−HB(A∨B)∧(A∨C){2}
6. (B∧C)→((A∨B)∧(A∨C)) { deduction theorem from 3}
7. (A→((A∨B)∧(A∨C)))→(((B∧C)→((A∨B)∧(A∨C)))→((A∨(B∧C)))→((A∨B)∧(A∨C))) { AS: (A→C)→((B→C)→((A∨B)→C)) }
8. A→((A∨B)∧(A∨C)),(B∧C)→((A∨B)∧(A∨C))⎥−HB(A∨(B∧C)))→((A∨B)∧(A∨C))

{ deduction theorem from 5}

1. (A∨(B∧C)))→((A∨B)∧(A∨C))

{ Follow from 2, 4, 6 by MP}

Show ⎥−HB ((A ∨ B) ∧ (A ∨ C))→ (A ∨ (B ∧ C))

引理1∶{A → B，B→ A}⎥−HB(A↔ B)

1. A→B {前提}
2. B→A {前提}
3. (A→B)→((B→A)→(4→B)) {AS (X→Y)→((Y→X)→(X→Y)),X=A,Y=B}
4. (B→ A) →(A → B) {MP根据1，3推出}
5. A ↔ B {MP根据2，4推出}

引理2∶{A →B，B → C} ⎥−HB(A → C)∶

1. A →B {前提}
2. B →C {前提}
3. (A→B)→((B→C)→(A→C)) {AS (X→Y)→(Y→Z)→(X→2)X=A,Y=B,Z=C}
4. (B→ C) → (A → C) {MP根据1，3推出}
5. A → C {MP根据2，4推出}

引理3∶ {A→ (B→ C)}⎥−HB(B→ (A → C))

1.A→ (B → C) {前提}

2.(A→(B→C))→(((B→C)→C)→(A→C))

{AS (X→Y)→((Y→Z)→(X→Z)),X=A,Y=B→C,Z=C}

3.((B→ C) → C) →(A → C) {MP根据1，2推出}

4.B→((B → C) → C) {MP定义，A替换为B，B替换为C}

5.B→(A→C) {引理2由3，4推出，A替换为B，B替换为(B→C)→C， C替换为A→C}

引理4∶ ⎥−HB (A→B) →((C∧ A) → (C ∧ B))∶

1.(C∧ A)→C)→(((C∧A)→B)→(((C∧A)→(C∧B)))

{AS (X→Y)→((X→Z)→(X→(Y∧Z))X=CAA,Y=C,Z=B}

1. (C∧A) →C {AS (X∧Y) → X,X=C,Y= A}
2. (C∧ A) → A {AS (X∧Y) →Y,X=C,Y= A}
3. ((C∧A)→ A)→((A→B) →((C∧A)→B))

{AS (X→Y)→(((Y→Z)→(X→Z)),X=C∧A,Y=A,Z=B}

5. (A → B) →((C∧A) → B) {MP根据3，4推出}

6. ((C∧A)→ B) →((C∧A) → (C∧B))

{MP根据1，2推出}

7.(A→B)→((C∧A)→(C∧B)) {引理2根据5，6推出，A替换为A→B，B替换为(C∧A)→B，C替换为(C∧ A)→ (C∧B)}

引理5∶ {A→B，C→D}⎥−HB((A∨C)→ (B∨ D))

1. A →B {前提}
2. C →D {前提}
3. B → (B∨D) {AS A→(A∨ B)，A替换为B，B替换为D}
4. D → (B∨D) {AS B→(A∨ B)，A替换为B，B替换为D}
5. A → (B∨D) {引理2根据1，3推出，C替换为B∨ D}
6. C → (B∨D) {引理2根据2，4推出，A替换为C，B替换为D，C替换为BⅤD}
7. (A→(B∨ D))→((C→(B∨D))→((A∨C)→(B∨D)))

{AS (A→C)→((B→C)→((A∨B)→C)，B替换为C，C替换为B∨D }

1. (C→(B∨ D))→((A∨C)→(B∨D))

{MP根据5，7推出}

1. (A ∨ C) → (B∨ D) {MP根据6，8推出}

引理6∶ ⎥−HB (¬(A ∨ B))→((¬A)∧(¬B))

1. B→ (A∨B) {AS}
2. A→ (A∨ B) { AS}
3. (B→(A∨B))→((¬(A∨ B))→(¬B))

{AS(A→ B)→((¬B)→(¬A))，A替换为B，B替换为A∨B }

1. (A→(A∨B))→((¬(A∨B))→(¬A))

{AS(A→B)→((¬B)→(¬A))，B替换为A∨B }

1. ((A ∨ B)) → (¬B) {MP根据1，3推出}

6. ((A ∨ B))→ (¬A) {MP根据2，4推出}

7.((¬(A∨B))→(¬A))→(((¬(A∨ B))→(¬B))→((¬(A∨B))→((¬A)∧(¬B))

{As(A→ B) →((A→ C)→(A→(B∧C)))，A替换为¬(A∨ B)，B替换为¬A，C替换为 ¬B}

8.((¬(A∨ B))→(¬B))→((¬(A∨ B))→((¬A)∧(¬B))

{MP根据6，7推出}

9. (¬(A ∨ B)) →((¬A) ∧ (¬B)) {MP根据5，8推出}

引理7∶ ⎥−HB (¬(A ∧ B))→((¬A) ∨ (¬B))

1. (((¬A) ∨(¬B))→((¬(¬A))A (¬(¬B))

{引理6，A替换为¬A，B替换为¬B}

2.((((¬A)∨(¬B))→((¬(¬A)∧¬(¬B)))→((¬((¬(¬A)∧¬(¬B)))→(¬(¬((¬A)∨(¬B)))

{AS (A→B) →((¬B) →(¬A))，A替换为¬((¬A)∨(¬B))，B替换为(¬(¬A)A (¬(¬B)}

3. (¬((¬(¬A))A (¬(¬B)))→(¬(¬((¬A)∨(¬B)))

{MP根据1，2推出}

1. (¬(¬((¬A) ∨(¬B)))→((¬A) ∨ (¬B))

{AS (¬(¬A))→ A，A替换为(¬A) ∨(¬B}

1. (¬((¬(¬A)∧¬(¬B)))→((¬A)∨(¬B))

{引理2根据3，4推出，A替换为(¬((¬(¬A)∧¬(¬B))，B替换为(¬(¬((¬A) ∨(¬B))， C替换为(¬A) ∨(¬B)}

1. (((¬(¬A)∧¬(¬B)))→(A∧B))→((¬(A∧B))→(¬((¬(¬A)∧¬(¬B))))

{AS(A → B) →((¬B) →(¬A))，A替换为(¬(¬A))A (¬(¬B))，B替换为A∧B}

1. ((¬(¬A)∧¬(¬B)))→(¬(¬A)) {AS(A∧B)→ A，A替换为¬(¬A).B替换为¬(¬B)}
2. ((¬(¬A)∧¬(¬B)))→(¬(¬B)) {AS (A ∧B)→B，A替换为¬(¬A)，B替换为¬(¬B)}

9. (¬(¬A))→A {AS}

10. (¬(¬B))→ B {AS (¬(¬A))→A，A替换为B}

11.((¬(¬A)∧¬(¬B)→A {引理2根据7，9推出，A替换为((¬(¬A))∧(¬(¬B)，B替换为¬(¬A)，C替换A}

12.((¬(¬A)∧¬(¬B))→ B {引理2根据8，10推出，A替换为((¬(¬A)∧¬(¬B)))，B替换为¬(¬B)，C替换为 B}

13.((¬(¬A)∧¬(¬B))→A)→(((¬(¬A))∧(¬(¬B))→B)→((¬(¬A)∧¬(¬B)→(AAB)))

{AS (A→ B) →((A→C)→(A →(B∧C)))，A替换为(¬(¬A)∧¬(¬B))，B替换为A，C 替换为B}

1. (((¬(¬A)∧¬(¬B))→B)→(((¬(¬A)∧¬(¬B)))→(A∧B))

{MP根据11，13推出) 15. (((¬A)) ∧(¬(¬B)))→(A∧ B) {MP根据12，14推出}

16.(¬(A∧ B))→(((¬(¬A))∧(¬(¬B))){MP根据6，15推出}

17.(¬(A∧B)→((¬A)∨(¬B)) {引理2根据5，16推出，A替换为¬(A∧B)，B替换为¬((¬(¬A)∧¬(¬B)，C替换 为(¬A) ∨ (¬B)

引理8∶{A→ B，C→D}⎥−HB((A∧C)→(B∧D))∶

1. A →B {前提}
2. C→ D {前提}
3. (A∧C) → A {AS (A∧ B) → A，B替换为C}
4. (A∧C) →C {AS (A∧ B) →B，B替换为C}
5. (A∧C)→B {引理2根据1，3推出，A替换为AAC，B替换为A，C替换为B}
6. (A∧C) →D {引理2根据2，4推出，A替换为A∧C，B替换为C，C替换为D}
7. ((A∧C)→B)→(((A∧C)→D)→((A∧C)→(B∧D)))

{AS (A→B)→((A→C)→(A→(B∧C))A替换为A∧C.C替换为D}

1. ((A∧C)→ D)→((A∧C)→(B∧D))

{MP根据5，7推出}

1. (A∧ C) → (B ∧ D) {MP根据6，8推出}

引理9∶⎥−HB((¬A) →(¬B))→ (B→ A)∶

1. ((¬A)→(¬B))→((¬(¬B))→(¬(¬A)))

{AS(A→B)→((¬B)→(¬A))，A替换为¬A，B替换为¬B}

1. B→ (¬(¬B)) {AS A →(¬(¬A))，A替换为B}
2. (¬(¬B)→((¬A)→(¬B))→(¬(¬A)))

{引理3根据1推出，A替换为(¬A)→(¬B)，B替换为¬(¬B)，C替换为¬(¬A)}

4.B→(((¬4)→(¬B))→(¬(¬4))) {引理2根据2，3推出，A替换为B，B替换为¬(¬B)，C替换为((¬4)→(¬B)) → (¬(¬A))}

5. ((¬A)→(¬B))→(B→(¬(¬A))) {引理3根据4推出，A替换为B，B替换为(¬A)→(¬B)，C替换为¬(¬A)}

6. (¬(¬A))→ A {AS}

7.(B→(¬(¬A)))→(¬(¬A))→A)→(B→A))

{AS (A→B)→((B→C)→(A→C))，A替换为B，B替换为¬(¬A)，C替换为A}

8.((¬(¬A))→A)→((B→(¬(¬A)→(B→ A))

{引理3根据7推出，A替换为B→(¬(¬A))，B替换为(¬(¬A))¬→ A，C 替换为B→A}

9. (B→ (¬(¬A))) → (B → A) {MP根据6，8推出}

10.((¬A)→(¬B))→(B→A) {引理2根据5，9推出，A替换为(¬A)→(¬B)，B替换为B→(¬(¬A))，C 替换为B→A)

引理10∶ {A→ (B→C)，A→(D→E)}⎥−HB A→((B∨D) →(C∨E))

1.A →(B→) C) {前提}

2.A →(D→ E) {前提}

3.B→ (A → C) {引理3根据1推出}

4. D →(A → E) {引理3根据2推出}

5. C→(C ∨E) {AS A → (A∨B) }

6. E → (C∨E) {AS B→(A∨ B) }

7.(A→C)→((C→(C∨E))→(A→(C∨E)))

{AS (A→B)→((B→C)→(A→C)) }

8.(A→E)→((E→(C∨E))→(A→(C∨ E))

{AS (A→B)→((B→C)→(A→C)) }

9. (C→(C∨E))→((A→ C) →(A→(C∨E))

{引理3根据7推出 }

1. (E→(C∨E))→((A → E)→(A →(C∨E)))

{引理3根据8推出 }

11. (A → C) →(A → (C ∨ E)) {MP根据5，9推出 }

12. (A → E) → (A →(C ∨ E)) {MP根据6，10推出}

13.B→(A→(C∨E)) {引理2根据3，11推出 }

14. D →(4 →(C∨E)) {引理2根据4，12推出 }

15.(B→(A→(C∨E)))→((D→(A→(C∨ E)))→((B∨ D)→(A→(C∨E)))

{AS(A→C)→((B→C)→((A∨ B)→C)) }

1. (D→(A→(C∨E)))→((B∨D)→(A→(C∨E)))

{MP根据13，15推出}

17. (B∨ D)→(A→(C∨E)) {MP根据14，16推出}

18.A→((B∨D)→(C∨E)) {引理3根据17推出，A替换为B∨D，B替换为A，C替换为C∨E}

引理11∶⎥−HB (A∨ B)→(¬(¬A) ∧(¬(B))∶

1. (A→(¬((¬A) ∧(¬B)))→((B→(¬((¬A)∧(¬B))→((A∨B)→(¬((¬A)∧(¬B)))))

{AS(A→C) →((B→ C)→((A∨ B) →C)，C替换为¬((¬A)∧(¬B))}

1. (((¬A)∧(¬B))→(¬A))→((¬(¬A))→(¬((¬A)∧(¬B))))

{AS (A→B)→((¬B)→(¬A))，A替换为(¬A) ∧(¬B)，B替换为¬A}

3.((¬A) ∧ (¬B))→(¬A) {AS (A∧ B) → A，A替换为¬A，B替换为¬B}

4. (¬(¬A))→ (¬((¬A)∧ (¬B))) {MP根据2，3推出}

5.A→ (¬(¬A)) {AS}

6.A→(¬((¬A)∧(¬B))) {引理2根据5，4推出，B替换为¬(¬A)，C替换为¬((¬A)A(¬B)}

7.((¬A)∧(¬B))→(¬B))→((¬(¬B))→(¬((¬A)∧(¬B))))

{AS (4→B)→((¬B)→(¬A))，A替换为(¬A) ∧(¬B)，B替换为¬B}

8.((¬A)∧ (¬B))→ (¬B) {AS (A∧B) → B，A替换为¬A，B替换为¬B

9. ((¬B))→ (¬((¬A) ∧ (¬B))) {MP根据7，8推出}

10. B→ (¬(¬B)) {AS A → (¬(¬A))，A替换为B}

11.B→(¬((¬A)∧(¬B))) {引理2根据9，10推出，A替换为B，B替换为¬(¬B)，C替换为¬((¬A)v(¬B)} 12.(B→(¬((¬A)∧(¬B)))→((A∨ B) →(¬((¬A)∧(¬B))))

{MP根据1，6推出}

13.(A∨ B) → (¬((¬A)∧ (¬B)))

{MP根据11，12推出}

引理12 ( 7.2(g)左推右 )： A∧(B∨ C)}⎥−HB((A∧ B) ∨(A∧ C))：

1.A∧(B∨ C) {前提}

2.(A∧(B∨C))→A {AS (X∧Y)→X,X= A,Y=B∨C}

3.(A∧(B∨C))→(B∨C) {AS (X∧Y)→Y,X=A,Y=B∨C}

4.A {MP根据1，2推出)

5.B∨ C {MP根据1，3推出}

6.A→ (B→(A∧B)) {7.2(a)}

7.A → (C→ (A∧ C)) {7.2(a)，B替换为C}

8.B→ (A∧ B) {MP根据4，6推出}

9.C→ (A ∧ C) {MP根据4，7推出}

10.(B∨C)→((A∧B)∨(A∧C))

{引理5根据8，9推出，A替换为B，B替换为A∧B，D替换为A∧C

11. (A ∧B) ∨(A ∧ C) {MP根据5，10推出}

Proof：⎥−HB ((A ∨ B) ∧ (A ∨ C))→ (A ∨ (B ∧ C))

1. ((¬(A∨(B∧C))→(¬((A∨B)∧(A∨C))→(((A∨B)∧(A∨C))→(A∨(B∧C)))

{引理9，A替换为A ∨(B∧C)，B替换为(A ∨ B) ∧(A ∨ C)}

1. ((¬A)∧((¬B)∨(¬C)→(((¬A)∧(¬B))∨((¬A)∧(¬C)))

{引理12，A替换为¬A，B替换为¬B，C替换为¬C}

1. ((¬A)∧((¬B)∨(¬C))→(((¬A)∧(¬B))∨((¬A)∧(¬C))

{引理12，A替换为¬A，B替换为¬B,C替换为¬C}

1. ((A ∨(B∧C))→((¬A)∧(¬(B∧C)))

{引理6，B替换为B∧ C}

5. (¬(B ∧ C)) →((¬B)∨(¬C)) {引理7，A替换为B，B替换为C}

6. ((¬A)∧(¬(B∧C)))→((¬A)∧((¬B)∨(¬C)))

{引理4根据14推出，A替换为¬(B∧C)，B替换为(¬A) ∧ (¬(B∧C))，C替换为 ¬A}

7.(¬(A∨(B∧C)))→((¬A))∧((¬B) ∨(¬C))

{引理2根据13，15推出，A替换为¬(A∨(B∧C))，B替换为(¬A)∧(¬(B∧ C))， C替换为(¬A) ∧((¬B) ∨(¬C))}

8.(((¬A)¬(¬B))∨((¬A)∧(¬C)))→(¬((¬((¬A)∧(¬B)))∧(¬((¬A)∧(¬C)))))

{引理6，A替换为(¬A) ∧(¬B)，B替换为(¬A) ∧(¬C)}

9. (A∨ B) → ((¬A)∧(¬B))) {引理11}

10. (A∨ C) →((¬A) ∧ (¬C))) {引理11，B替换为C}

11. ((A∨B)∧(A∨C))→((¬((¬A)∧(¬B)∧(¬((¬A)∧(¬C)))

{引理8根据18，19推出，A替换为A∨B，B替换为¬((¬A) ∧ (¬B))，C替换为 A∨ C，D替换为¬((¬A) ∧(¬C))}

12.((A∨B)∧A∨C)→((¬((¬A)∧(¬B))∧(¬((¬A)∧(¬C)))→((¬((¬((¬A)∧(¬B))∧(¬((¬A)∧(¬C)))))→ (¬((A∨B)∧(A∨C))))

{AS(X→Y)→((¬Y)→(¬X)),X=(A∨B)∧(A∨C),Y=(¬((¬A)∧(¬B))∧(¬((¬A)∧(¬C))) }

13.(¬((¬((¬A)∧(¬B)))∧(¬((¬A)∧(¬C))→(¬((A∨B)∧(A∨C)))

{MP根据20，21推出}

1. ((¬A)∧(¬B))∨(¬A)∧(¬C)))→(((A∨ B)∧(A∨C)))

{引理2根据17，22推出，A替换为((¬A)∧(¬B))∨(¬A)∧(¬C))，B替换为 ¬((¬((¬A)∧(¬B)))∧((¬A)∧(¬C))，C替换为¬((A ∨ B)∧(A∨ C))}

1. ((¬A)∧((¬B) ∨ (¬C)))→(¬((A∨ B)∧(A∨C)))

{引理2根据12，23推出，A替换为(¬A)∧((¬B)∨(¬C))，B替换为 ((¬A)∧(¬B))∨((¬A)∧(¬C))，c替换为¬((A∨B)∧(A∨C)}

1. (¬(A∨(B∧C))→(¬((A∨B)∧(A∨C)))

{引理2根据16，24推出，A替换为¬(A∨(B∧C))，B替换为(¬A) A ((¬B) ∨ (¬C))， C替换为¬((A∨ B)∧(A∨ C))}

1. ((A ∨ B)∧(A∨ C))→(A ∨(B∧C))

{MP根据11，25推出}

1. (A∨(B∧C))→((A∨ B)∧(A∨C))  
    {引理1根据9，26推出，A替换为A∨(B∧C)，B替换为(A∨ B)∧(A∨ C)}

Show ⎥−HB (A ∨ (B ∧ C)) ↔ ((A ∨ B) ∧ (A ∨ C))

1. (A∨(B∧C)))→((A∨B)∧(A∨C))

{前提}

1. (A∨(B∧C))→((A∨ B)∧(A∨C))

{前提}

1. (A ∨ (B ∧ C)) ↔ ((A ∨ B) ∧ (A ∨ C))

{引理1，由1，2推出}