

Inteligência Artificial

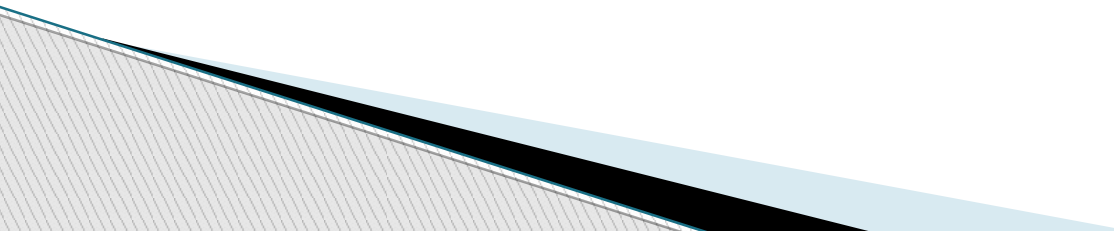
II

Lógica Fuzzy

Prof. Tales Bitelo Viegas

The bottom of the slide features a decorative graphic consisting of several overlapping, wavy horizontal bands. From top to bottom, the bands are light blue, black, dark grey, and light grey with a fine diagonal line pattern.

Lógica Fuzzy

- ▶ Fuzzy: difusa, nebulosa
 - ▶ Uma extensão da lógica binária
 - ▶ Criada em 1965 por Lofti Zadeh, estendida em 1972 por Michio Sugeno
 - ▶ Permite expressar noções de vagueza, imprecisão e incerteza
- 

Princípio da Incompatibilidade

“Conforme a complexidade de um sistema aumenta, a nossa habilidade de fazer afirmações precisas e significativas sobre o seu comportamento diminui, até atingir um limiar além do qual, precisão e significado se tornam características mutuamente exclusivas”

(Lofti Zadeh)

Representação do Conhecimento

- ▶ Como expressar incertezas usando Lógica Difusa?
- ▶ Qual o significado das expressões:
 - A água está **muito fria**
 - Maria **é jovem**
 - Antônio é **bem mais alto** que André
 - A casa **é grande**
- ▶ O significado depende da pessoa que está fazendo o julgamento

Representação do Conhecimento

- ▶ Na lógica difusa, o conhecimento é representado de forma simbólica através de **variáveis linguísticas**.
- ▶ Nas expressões do exemplo, as variáveis linguísticas podem ser:
 - A água está **muito fria**. (Temperatura)
 - Maria é **jovem**. (Idade)
 - Antônio é **bem mais alto** que André. (Altura)
 - A casa é **grande**. (Tamanho)

Valores Linguísticos

- ▶ Cada variável linguística normalmente está associada a um conjunto de **valores linguísticos**.
- ▶ Exemplo: **temperatura** pode ter como valores linguísticos:
 - frio
 - muito frio
 - morno
 - quente
 - muito quente

Valores Linguísticos

- ▶ Cada valor linguístico está associado a um **conjunto fuzzy** que expressa o seu **grau de pertinência** (valor-verdade), representando, por exemplo, o quanto a temperatura água está fria, o quanto está morna, etc.
- ▶ Os valores são representados por predicados imprecisos:
 - muito_frio(x)
 - jovem(x)

Grau de Pertinência

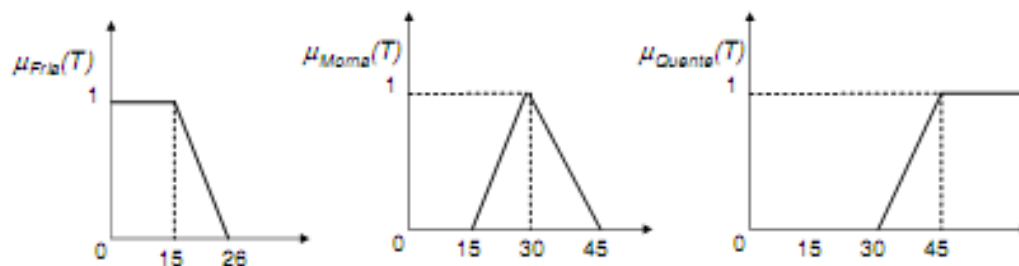
- ▶ Ao valor linguístico **frio** poderia ser associado os conjuntos difusos que definem o seu grau de pertinência:
 - $\{0,1,2,3,4,\dots,15\}$ – grau 1
 - $\{16,17,18,19,20\}$ – grau 0,5
 - $\{21,22,23,24\}$ – grau 0,2
 - $\{25,26,\dots,100\}$ – grau 0
- ▶ Exemplo: $\text{frio}(22) = 0,2$

Funções de Pertinência

- ▶ Ao invés de representar explicitamente os conjuntos, podemos trabalhar com funções que mapeiam os valores em graus de pertinência.
- ▶ Essas funções são chamadas **funções de pertinência**.
- ▶ $\mu_i(x)$ indica a pertinência do x relativa ao conjunto i , onde x é uma variável do universo do discurso
- ▶ Exemplos:
 - $\mu_{\text{jovem}}(\text{Maria}) = 0,7$
 - $\mu_{\text{frio}}(17) = 0,5$

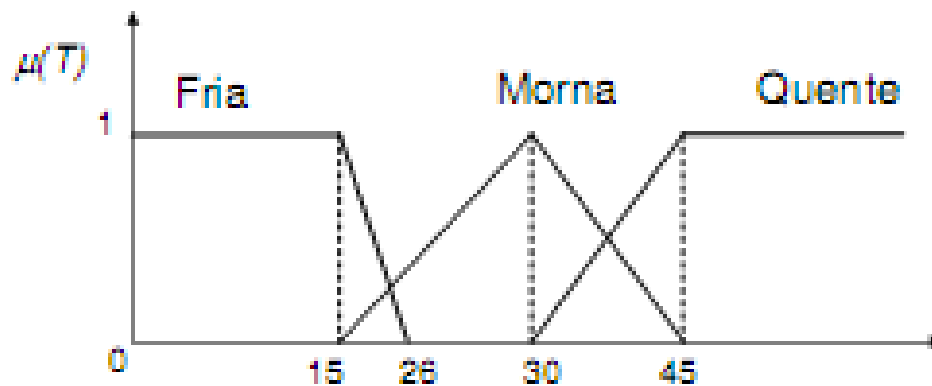
Funções de Pertinência

- ▶ Exemplos de Conjuntos Fuzzy representados por funções de pertinência:
 - Variável linguística: Temperatura
 - Valores (termos) linguísticos: fria, morna, quente
 - Conjuntos Fuzzy: $\mu_{\text{fria}}(T)$, $\mu_{\text{morna}}(T)$ e $\mu_{\text{quente}}(T)$



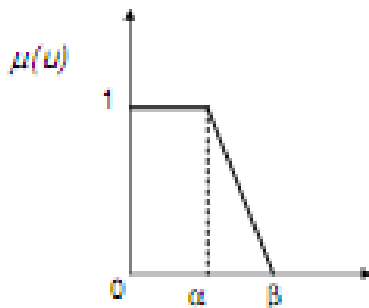
Funções de Pertinência

- ▶ É comum representar as funções no mesmo gráfico



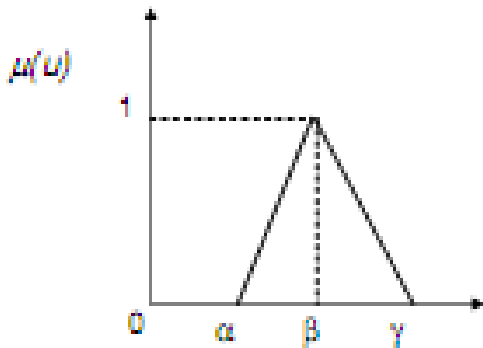
Funções de Pertinência

- ▶ Decrescente: início do domínio
 - Função $L:U \rightarrow [0;1]$
 - $L(u; \alpha, \beta) = 1$ se $u < \alpha$
 $(\beta - u) / (\beta - \alpha)$, se $\alpha \leq u \leq \beta$
 0 se $u > \beta$



Funções de Pertinência

- ▶ Função Intermediária
 - Função Λ (lambda ou triangular): $U \rightarrow [0;1]$
 - $\Lambda(u; \alpha, \beta, \gamma) = 0$ se $u < \alpha$
 $(u - \alpha)/(\beta - \alpha)$ se $\alpha \leq u < \beta$
 1 se $u = \beta$
 $(\gamma - u)/(\gamma - \beta)$ se $\beta < u \leq \gamma$
 0 se $u > \gamma$



Funções de Pertinência

► Função Intermediária

- Função Π (trapézio): $U \rightarrow [0;1]$

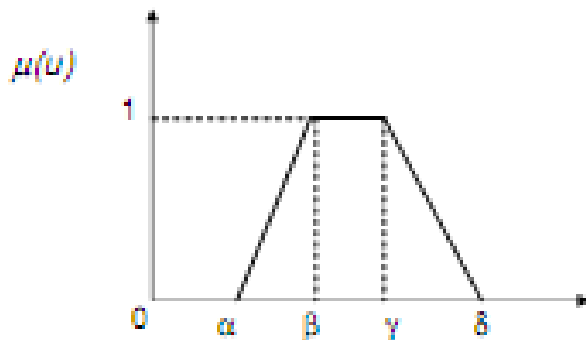
- $\Pi(u; \alpha, \beta, \gamma, \delta) = 0$ se $u < \alpha$

$(u - \alpha) / (\beta - \alpha)$ se $\alpha \leq u \leq \beta$

1 se $\beta < u \leq \gamma$

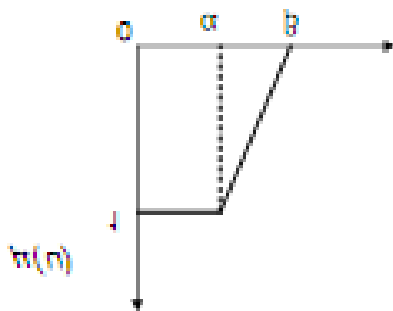
$(\delta - u) / (\delta - \gamma)$ se $\gamma < u \leq \delta$

0 se $u > \delta$

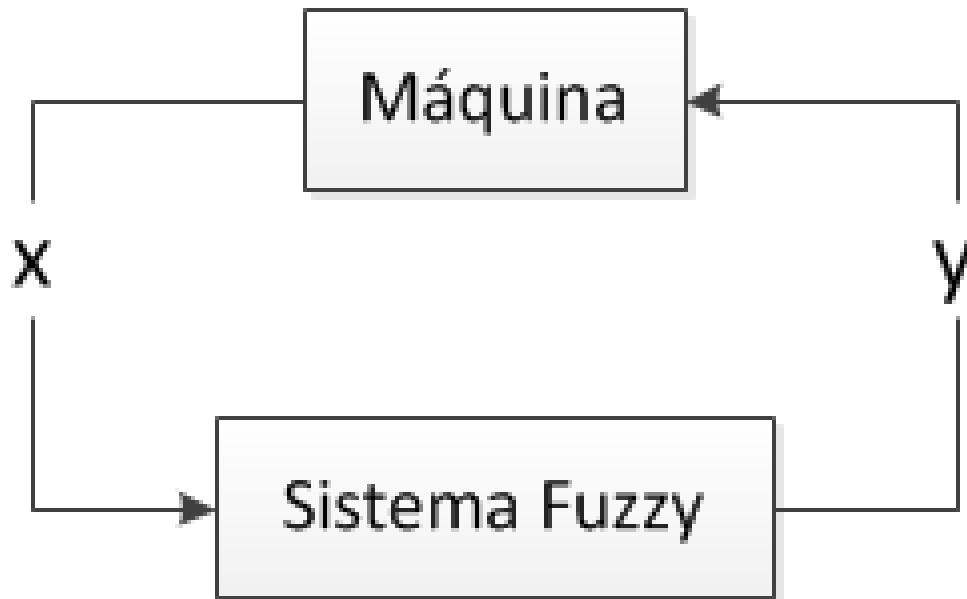


Funções de Pertinência

- ▶ Crescente: fim do domínio
 - Função Γ (Gama): $U \rightarrow [0;1]$
 - $\Gamma(u; \alpha, \beta) = 0$ se $u < \alpha$
 $(u - \alpha) / (\beta - \alpha)$, se $\alpha \leq u \leq \beta$
 1 se $u > \beta$

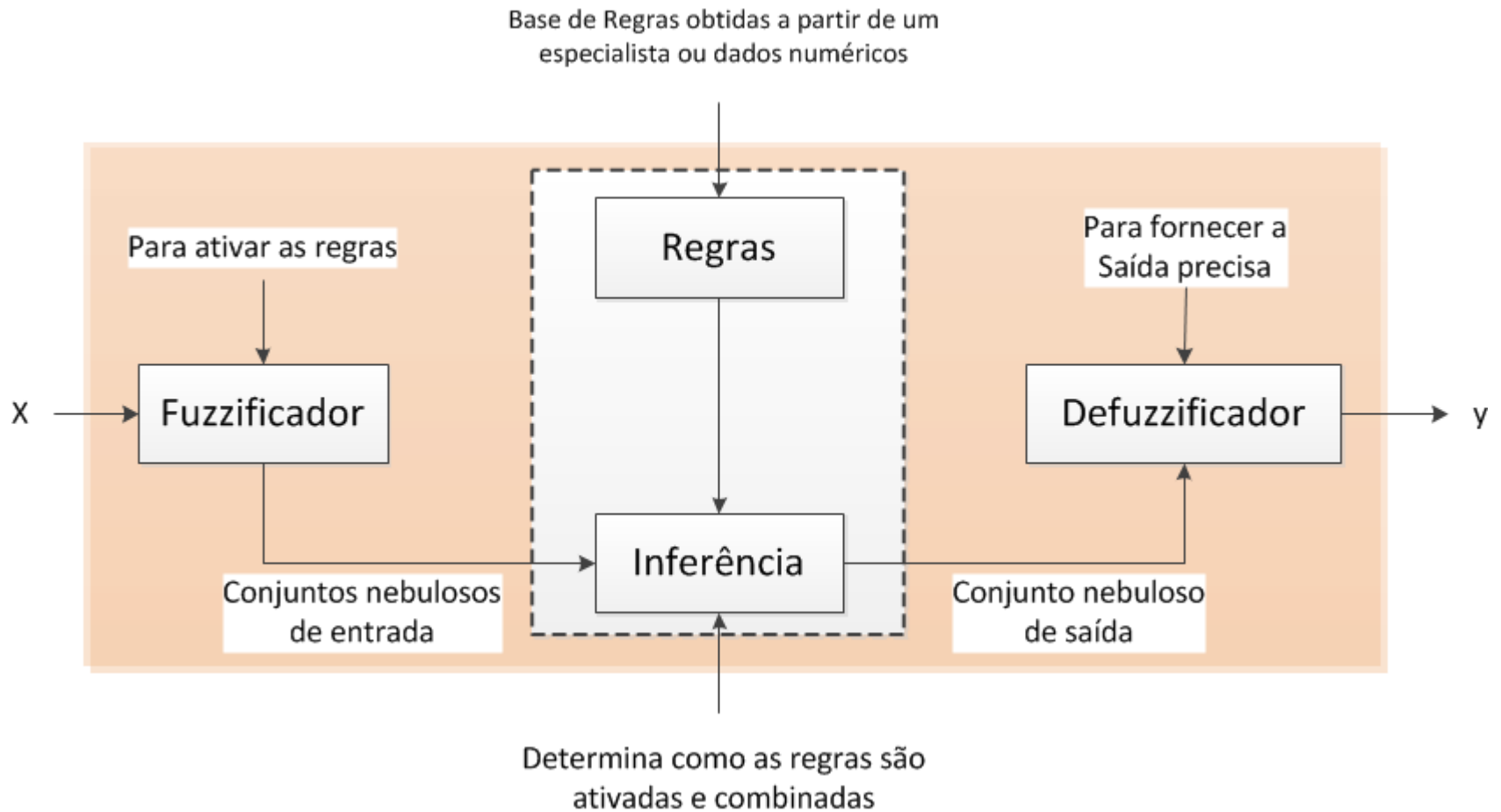


Aplicação de um Sistema Fuzzy



Se a máquina for um ar condicionado, por exemplo, x pode ser a temperatura ambiente e y , o valor correspondente à regulação do ar.

Sistema Fuzzy



Exemplo

- ▶ Considere a seguinte **base de regras**
 - **R1** : se **Financiamento** é **adequado** OU **RecursosHumanos** é **pequeno**
então **Risco** é **pequeno**
 - **R2** : se **Financiamento** é **reduzido** E **RecursosHumanos** é **grande**
então **Risco** é **normal**
 - **R3** : se **Financiamento** é **inadequado**
então **Risco** é **alto**

Exemplo

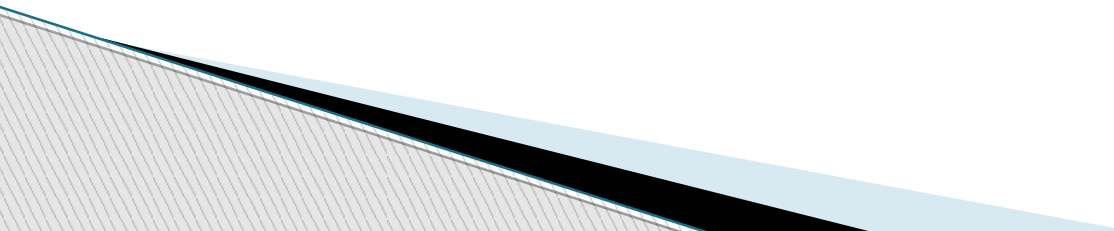
- ▶ As variáveis linguísticas são **Financiamento, Recursos Humanos e Risco**
- ▶ Os valores linguísticos de cada variável são definidas pelas funções a seguir
- ▶ Financiamento:
 - $\mu_{adequado}(f) = L(f; 25, 40)$
 - $\mu_{reduzido}(f) = \Lambda(f; 30, 55, 80)$
 - $\mu_{inadequado}(f) = \Gamma(f; 65, 85)$

Exemplo

► Recursos Humanos:

- $\mu_{pequeno}(r) = L(f; 15,65)$
- $\mu_{grande}(r) = \Gamma(f; 25,75)$

► Risco:

- $\mu_{pequeno}(u) = L(f; 25,40)$
 - $\mu_{normal}(u) = \Pi(f; 25,45,55,75)$
 - $\mu_{alto}(u) = \Gamma(f; 60,75)$
- 

Fuzzificação

- ▶ Consiste em transformar um valor preciso (**crisp**) em um valor difuso. A fuzzificação é feita para as premissas das regras
- ▶ Exemplo: $f=70$ e $r=30$
 - $\mu_{adequado}(70) = 0$
 - $\mu_{reduzido}(70) = 10/25 = 0,4$
 - $\mu_{inadequado}(70) = 15/20 = 0,75$

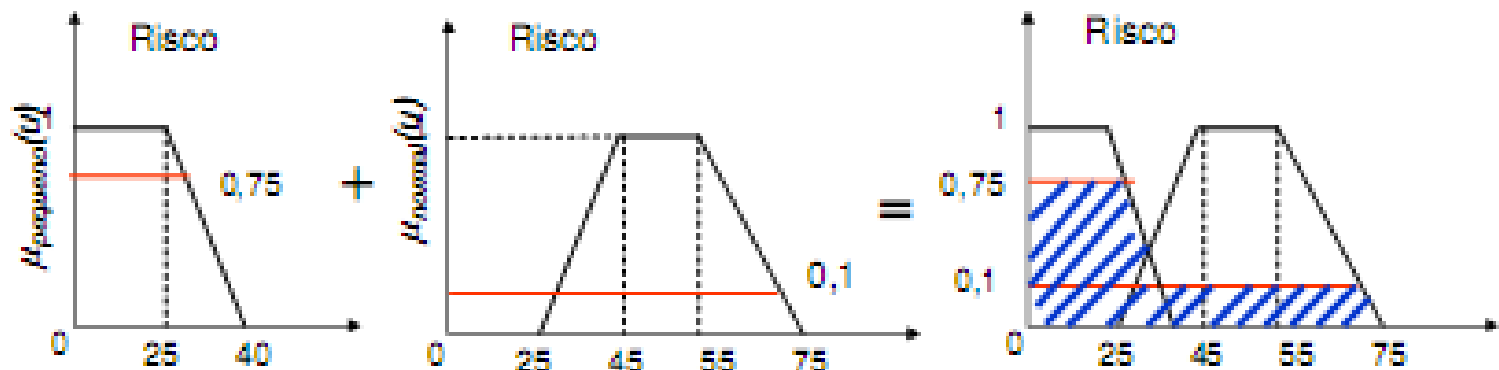
 - $\mu_{pequeno}(30) = 35/50 = 0,7$
 - $\mu_{grande}(30) = 5/50 = 0,1$

Inferência Fuzzy

- ▶ Responsável por determinar a força de disparo e ativação das regras
 - R1: $\mu_{\text{adequado}}(70) \vee \mu_{\text{pequeno}}(30) = 0 \vee 0,7 = 0,7$
 - R2: $\mu_{\text{reduzido}}(70) \wedge \mu_{\text{grande}}(30) = 0,4 \wedge 0,1 = 0,1$
 - R3: $\mu_{\text{inadequado}}(70) = 0,75$
- ▶ Somente R1 e R2 foram ativadas
 - NÃO-Fuzzy(x) = $1 - x$
 - E-Fuzzy(x, y) = Mínimo(x, y)
 - OU-Fuzzy(x, y) = Máximo(x, y)

Inferência Fuzzy

- ▶ Resultado da inferência: agregação (área) dos resultados das regras ativadas.



Exercício

- ▶ Refaça o processo de inferência, considerando agora que $f=50$ e $r=50$