

Задание 4.

Имеется 5 вариантов задания, которые циклически распределяются по списку группы. Т.е.

Номер по списку	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Номер варианта	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4

Результаты (графическое отображение зависимости от координаты и времени искомого решения и результаты сравнения точного и приближенного решения в требуемые моменты времени) высылаются на проверку преподавателю на следующий адрес электронной почты kr_andreichenko@renet.ru

с темой электронного письма

АСНИ-ИВТ-4-<Фамилия>-Отчет

Если не получается решить задачу, выслать сообщение с описанием ошибки с темой электронного письма

АСНИ-ИВТ-4-<Фамилия>-Err

В письме указать номер варианта.

Здесь и далее $()' = \partial() / \partial x$, $\dot{()} = \partial() / \partial t$

$$\Phi(x, t) = \frac{\operatorname{erfc}\left(\frac{x-t}{2}\sqrt{\frac{R}{t}}\right)}{\operatorname{erfc}\left(\frac{x-t}{2}\sqrt{\frac{R}{t}}\right) + e^{\frac{R}{4}(2x-t)}\left[1 - \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2}\sqrt{\frac{R}{t}}\right)\right]}, \quad \operatorname{erfc}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^{\infty} e^{-\xi^2} d\xi,$$

$R = \text{Const.}$

Принять $R = 10$, $a = 0.5$. В качестве пространственной «сетки» для переменной x принять множество значений $\{0, 0.05, 0.1, \dots, 1\}$. Для значений времени t 0.1, 0.2, ..., 1, 1.2, 1.4, ..., 3, 3.5, 4, 4.5, 5 выполнить сравнение в узлах пространственной сетки найденного приближенного решения и точного решения. Отобразить графически найденное приближенное решение при $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq t \leq 5$.

Вариант 1.

$$\dot{u} = \frac{1}{R} u'' - (x + u)(1 + u')$$

$$u(x, 0) = -x, \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$u(0, t) = \Phi(a, t); \quad u(1, t) = \Phi(1 + a, t) - 1$$

точное решение: $u(x, t) = -x + \Phi(x + a, t)$

Вариант 2.

$$\dot{u} = \frac{1}{R} u'' - (1 + e^{-t}) u u' + \frac{e^{-t}}{1 + e^{-t}} u$$

$$u(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$u(0, t) = \frac{\Phi(a, t)}{1 + e^{-t}}; \quad u(1, t) = \frac{\Phi(1 + a, t)}{1 + e^{-t}}$$

точное решение $u(x, t) = \frac{\Phi(x + a, t)}{1 + e^{-t}}$

Вариант 3.

$$(1 + e^{-t}) \dot{u} = \frac{1}{R} u'' - u u'$$

$$u(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$u(0, t) = \Phi\left(a, \ln \frac{1 + e^t}{2}\right); \quad u(1, t) = \Phi\left(1 + a, \ln \frac{1 + e^t}{2}\right)$$

точное решение $u(x, t) = \Phi\left(x + a, \ln \frac{1 + e^t}{2}\right)$

Вариант 4.

$$\dot{u} = \frac{1}{R} u'' - \frac{2 + \cos t}{2} u u' + \frac{\sin t}{2 + \cos t} u$$

$$u(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$u(0, t) = \frac{2\Phi(a, t)}{2 + \cos t}; \quad u(1, t) = \frac{2\Phi(1 + a, t)}{2 + \cos t}$$

точное решение $u(x, t) = \frac{2\Phi(x + a, t)}{2 + \cos t}$

Вариант 5.

$$\frac{1}{1 + x/2} \dot{u} = \frac{1}{R} \left[\left(1 + \frac{x}{2} \right) u' \right]' - \frac{1}{b} u u'$$

$$u(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$u(0, t) = \Phi\left(a, \frac{t}{b^2}\right); \quad u(1, t) = \Phi\left(1 + a, \frac{t}{b^2}\right)$$

$b = 2 \ln \frac{3}{2}$, точное решение $u(x, t) = \Phi\left(a + \frac{2}{b} \ln \left(1 + \frac{x}{2} \right), \frac{t}{b^2}\right)$