Задание 3.
Выполняется (в MATLAB) вариант задания, порядковый номер которого совпадает с порядковым номером в списке группы. Результаты (графическое отображение зависимости от времени нужной компоненты искомого решения и характерное время решения задачи на основе двух различных методов численного интегрирования) высылаются на проверку преподавателю на следующий адрес электронной почты
kp_andreichenko@renet.ru
с темой электронного письма
АСНИ-ИВТ-3-<Фамилия>-Отчет
Если не получается решить задачу, выслать сообщение с описанием ошибки с темой электронного письма
АСНИ-ИВТ-ПМИ-3-<Фамилия>-Err
В письме указать номер варианта.

Необходимо при помощи метода Адамса переменного шага и порядка, а также при помощи «жестко устойчивого» ФДН-метода переменного шага и порядка (метод Гира, основанный на «формулах дифференцирования назад») выполнить при $t \in [0, T_{\max}]$ численное моделирование и отобразить графически зависимость от времени компоненты $y_1(t)$ решения $\mathbf{y} = (y_1, y_2, y_3, y_4)^T = \mathbf{y}(t)$, $\mathbf{y} : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ задачи Коши для «жесткой» системы обыкновенных дифференциальных уравнений вида

$$\begin{aligned} &\dot{\mathbf{y}} = A\mathbf{y} + \mathbf{x}(t) + \mathbf{f}(\mathbf{y}) \\ &\mathbf{y}(0) = 0 \end{aligned} \qquad (1)$$

где $A \in \mathbb{R}^{(4,4)}$, $\mathbf{x} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^4$, $\mathbf{f} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^4$

Вариант 1. Принять $T_{\max} = 25$,

$$A = \begin{bmatrix} 0.01 & 1 & -0.01 & 0.01 \\ -1 & -0.2 & 0.01 & -0.01 \\ 100 & -230 & 700 & 10^5 \\ 700 & 350 & -10^5 & -10^5 \end{bmatrix}, \ \mathbf{f} = \begin{bmatrix} 0.02y_1^2 \\ 0.02y_1y_2 \\ y_2y_4 \\ y_1y_3 \end{bmatrix}, \ \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} e^{-t} \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Вариант 2. Принять $T_{\max} = 25$,

$$A = \begin{bmatrix} 0.01 & 1 & -0.01 & 0.01 \\ -1 & -0.4 & 0.01 & -0.01 \\ 200 & -230 & 500 & 10^5 \\ 700 & 350 & -10^5 & -2\cdot10^5 \end{bmatrix}, \ \mathbf{f} = \begin{bmatrix} 0.02y_1^2y_2 \\ 0.02y_1^3 \\ y_1^2y_3 \\ y_2^2y_4 \end{bmatrix}, \ \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} e^{-t}\cos t \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Вариант 3. Принять $T_{\max} = 25$,

$$A = \begin{bmatrix} 0.01 & 2 & -0.01 & 0.01 \\ -2 & -0.7 & 0.01 & -0.01 \\ 230 & -200 & 500 & 10^5 \\ 700 & 350 & -10^5 & -2\cdot10^5 \end{bmatrix}, \ \mathbf{f} = \begin{bmatrix} 0.02y_1^3 \\ 0.02y_1^2y_2 \\ y_2^2y_4 \\ y_1^2y_3 \end{bmatrix}, \ \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} e^{-t}\sin t \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Вариант 4. Принять $T_{\max} = 25$,

$$A = \begin{bmatrix} 0.01 & 2 & -0.01 & 0.01 \\ -2 & -0.8 & 0.01 & -0.01 \\ 150 & -230 & 700 & 10^5 \\ 360 & 450 & -10^5 & -3\cdot10^5 \end{bmatrix}, \ \mathbf{f} = \begin{bmatrix} 0.02y_1^2 \\ 0.02y_1y_2 \\ 3y_1y_3 \\ -2y_2y_4 \end{bmatrix}, \ \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} 1/(1+t^2) \\ t^2/(1+t^2) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Вариант 5. Принять $T_{\max} = 25$,

$$A = \begin{bmatrix} 0.01 & 1 & -0.01 & 0.01 \\ -1 & -0.5 & 0.01 & -0.01 \\ 300 & -230 & 700 & 10^5 \\ 320 & 350 & -10^5 & -10^5 \end{bmatrix}, \ \mathbf{f} = \begin{bmatrix} 0.02\left[\sqrt{1+y_1^2+y_2^2}-1\right] \\ 0.02y_2y_1 \\ y_2y_4 \\ y_1y_3 \end{bmatrix}, \ \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} e^{-t} \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Вариант 6. Принять $T_{\max} = 25$,

$$A = \begin{bmatrix} 0.01 & 2 & -0.01 & 0.01 \\ -2 & -0.5 & 0.01 & -0.01 \\ 300 & -230 & 700 & 10^5 \\ 800 & 350 & -10^5 & -2\cdot10^5 \end{bmatrix}, \ \mathbf{f} = \begin{bmatrix} 0.02y_2^2\sqrt{1+y_1^2} \\ 0.02y_1^2\sqrt{1+y_1^2} \\ 2y_2y_4 \\ -3y_1y_3 \end{bmatrix}, \ \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} e^{-2t} \\ 1-e^{-t} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Вариант 7. Принять $T_{\max} = 25$,

$$A = \begin{bmatrix} 0.01 & 1 & -0.01 & 0.01 \\ -1 & -0.5 & 0.01 & -0.01 \\ 150 & -200 & 700 & 10^5 \\ 700 & 300 & -10^5 & -2\cdot10^5 \end{bmatrix}, \ \mathbf{f} = \begin{bmatrix} 0.02y_2\sin y_1 \\ 0.02(\cos y_1 - 1) \\ y_1y_3 \\ y_2y_4 \end{bmatrix}, \ \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} e^{-t}\cos t \\ 1+e^{-t} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Вариант 8. Принять $T_{\max} = 25$,

$$A = \begin{bmatrix} 0.01 & 1 & -0.01 & 0.01 \\ -1 & -0.5 & 0.01 & -0.01 \\ 300 & -230 & 700 & 10^5 \\ 120 & 350 & -10^5 & -10^5 \end{bmatrix}, \ \mathbf{f} = \begin{bmatrix} 0.02y_2^2 \\ 0.02y_1^2 \\ 2y_2y_4\sqrt{1+y_1^2} \\ -3y_1y_3\sqrt{1+y_1^2} \end{bmatrix}, \ \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} e^{-2t} \\ 1+e^{-t} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Вариант 9. Принять $T_{\max} = 25$,

$$A = \begin{bmatrix} 0.01 & 1 & -0.01 & 0.01 \\ -1 & -0.5 & 0.01 & -0.01 \\ 300 & -230 & 700 & 10^5 \\ 120 & 350 & -10^5 & -10^5 \end{bmatrix}, \ \mathbf{f} = \begin{bmatrix} \dfrac{0.02y_2^2}{1+2y_1^2+3y_2^2} \\ \dfrac{0.02y_1^2}{1+3y_1^2+y_1^2} \\ \dfrac{2y_2y_4}{1+y_1^2+y_2^2} \\ -3y_1y_3 \end{bmatrix}, \ \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} e^{-2t}\cos t \\ 1+e^{-t}\sin t \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Вариант 10. Принять $T_{\max} = 25$,

$$A = \begin{bmatrix} 0.01 & 2 & -0.01 & 0.01 \\ -2 & -0.8 & 0.01 & -0.01 \\ 100 & -230 & 800 & 10^5 \\ 400 & 350 & -10^5 & -2\cdot 10^5 \end{bmatrix}, \ \mathbf{f} = \begin{bmatrix} 0.02\ln(1+y_1^2+y_2^2) \\ 0.02y_1y_2 \\ 3y_2y_4 \\ -2y_1y_3 \end{bmatrix}, \ \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} e^{-t} \\ \dfrac{1}{1+e^{-t}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Вариант 11. Принять $T_{\max} = 25$,

$$A = \begin{bmatrix} 0.01 & 2 & -0.01 & 0.01 \\ -2 & -0.8 & 0.01 & -0.01 \\ 100 & -230 & 500 & 10^5 \\ 700 & 350 & -10^5 & -2\cdot 10^5 \end{bmatrix}, \ \mathbf{f} = \begin{bmatrix} 0.02(y_1^2+y_2^2) \\ 0.02\sin(y_1y_2) \\ 3y_2y_4 \\ -2y_1y_3 \end{bmatrix}, \ \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} e^{-t} \\ \sqrt{1+e^{-t}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Вариант 12. Принять $T_{\max} = 25$,

$$A = \begin{bmatrix} 0.01 & 1 & -0.01 & 0.01 \\ -1 & -0.6 & 0.01 & -0.01 \\ 150 & -280 & 550 & 10^5 \\ 720 & 350 & -10^5 & -2\cdot 10^5 \end{bmatrix}, \ \mathbf{f} = \begin{bmatrix} 0.02(y_1^2+y_2^2) \\ 0.02y_1y_2 \\ 3y_2y_4\sin y_1 \\ -2y_3\sin y_1 \end{bmatrix}, \ \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{\sqrt{1+e^{-t}}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Вариант 13. Принять $T_{\max} = 25$,

$$A = \begin{bmatrix} 0.01 & 2 & -0.01 & 0.01 \\ -2 & -0.8 & 0.01 & -0.01 \\ 170 & -130 & 711 & 10^5 \\ 330 & -410 & -10^5 & -2\cdot 10^5 \end{bmatrix}, \ \mathbf{f} = \begin{bmatrix} 0.02y_1^2 \\ 0.02y_1y_2 \\ \dfrac{3y_1y_3}{1+y_1^2} \\ -\dfrac{2y_2y_4}{\sqrt{1+y_2^2}} \end{bmatrix}, \ \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{t}{\sqrt{1+t^2}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Вариант 14. Принять $T_{\max} = 25$,

$$A = \begin{bmatrix} 0.01 & 1 & -0.01 & 0.01 \\ -1 & -0.7 & 0.01 & -0.01 \\ 140 & -230 & 780 & 10^5 \\ 870 & 350 & -10^5 & -10^5 \end{bmatrix}, \ \mathbf{f} = \begin{bmatrix} 0.02\ln\left(\dfrac{1+y_1^2}{1+y_2^2}\right) \\ 0.02y_1y_2 \\ -3y_2y_4 \\ 2y_1y_3 \end{bmatrix}, \ \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} e^{-t} \\ \dfrac{1}{\sqrt{1+e^{-t}}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$