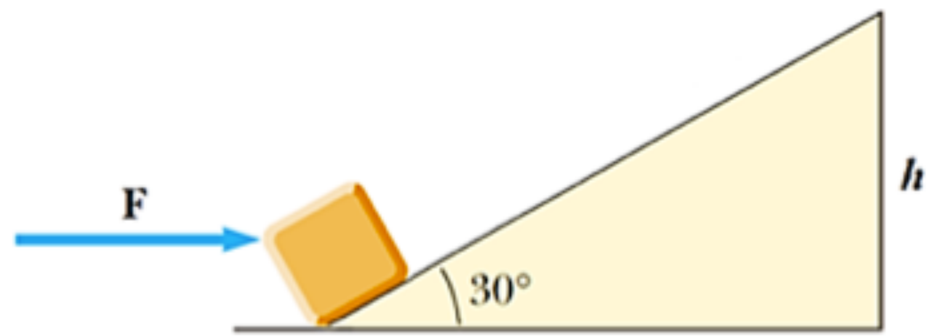
FIZ1001 FİZİK-1
UYGULAMA-4

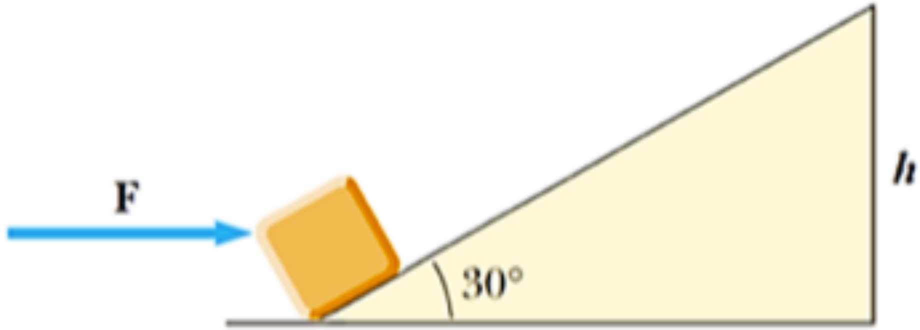
İş-Kinetik Enerji, Potansiyel Enerji, Enerji Korunumu

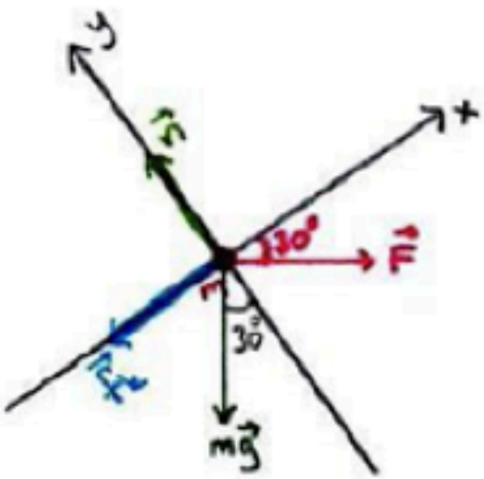
1) 200 N ağırlığındaki bir blok, 3 m uzunluğunda 30° eğimli sürtünmesiz eğik düzlem boyunca yatay bir F kuvvetiyle itiliyor. Bloğun, düzlemin alt noktasındaki hızı 0.5 m/s, üst noktasındaki hızı ise 4 m/s'dir. Blok için serbest cisim diyagramını çizerek;



a) F kuvvetinin yaptığı işi ve F kuvvetinin büyüklüğünü bulunuz.

b) Eğik düzlem ile blok arasındaki kinetik sürtünme katsayısı 0.15 ise aynı kuvvetin etkisi altında hareket eden bloğun, düzlemin üst noktasındaki hızını, iş-enerji teoremini kullanarak hesaplayınız.





$\vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j}$

İki nokta arasındaki mekanik enerji farkı, $\vec{F}$ kuvvetinin yaptığı iş kadardır.

$$\boxed{\Delta E = E_s - E_i}$$

$E_i = \frac{1}{2}mv_i^2$

$E_s = mgh + \frac{1}{2}mv_s^2$

$$\Delta E = mgh + \frac{1}{2}mv_s^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$\Delta E = 200.1{,}5 + \frac{1}{2}.20.4^2 - \frac{1}{2}.20.(0{,}5)^2$$

$$\boxed{\Delta E = 457{,}5\ J = W_F}$$

$$W_F = \vec{F}.\vec{d} = (F_x\hat{i} + F_y\hat{j}).d\hat{i} = F_x.d = F\cos 30°.d$$

$$457{,}5 = F.\cos 30°.3$$

$$\boxed{F = 176\ N}$$

1 b) $\Sigma F_y = 0$

$N - F_y - mg\cos 30^\circ = 0$

$N = mg\cos 30^\circ + F.\sin 30^\circ$

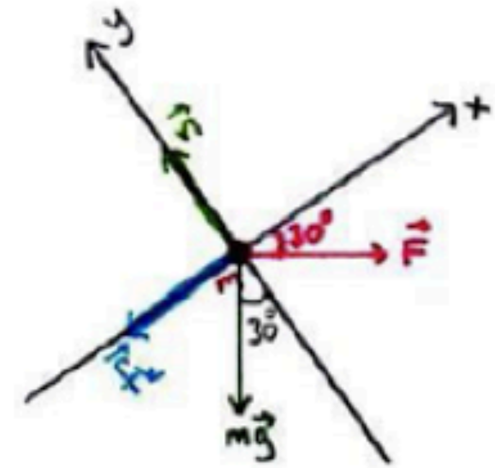
$N = 200.\cos 30^\circ + 176.\sin 30^\circ$

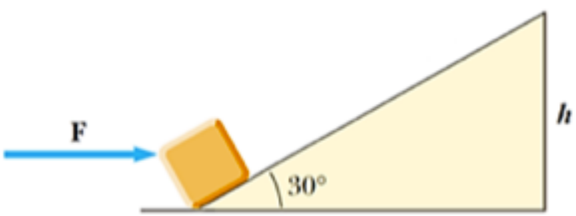
$\boxed{N = 261{,}2\ N}$

$f_k = \mu_k N$

$f_k = 0{,}15.261{,}2$

$\boxed{f_k = 39{,}18\ N}$





$W_F = 457{,}5\ J$

$W_{f_k} = \vec{f_k} \cdot \vec{d}$

$W_{f_k} = f_k\, d \cos 180^\circ$

$W_{f_k} = -39{,}18.3\cos 180^\circ$

$W_{f_k} = -117{,}54\ J$

$\Delta E = W_F + W_{f_k} = \Delta K + \Delta U$

$W_F + W_{f_k} = \left(\frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv_i^2\right) + mgh$

$457{,}5 + (-117{,}54) = \frac{1}{2}.20.v'^2 - \frac{1}{2}.20.(0{,}5)^2 + 200.1{,}5$

$\boxed{v' = 2{,}06\ m/s}$

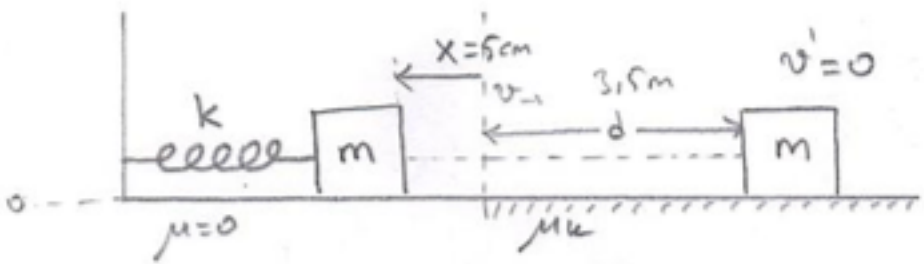
2) Yay sabiti 200 *N/m* olan bir yay, 10 *g* kütleli bir cismi fırlatmak için kullanılmaktadır. Cisim sürtünmesiz yatay bir yüzey üzerinde sıkıştırılmış bir yayın ucuna yerleştirilmiştir. Yay, cisimle birlikte 5 *cm* sıkıştırıldıktan sonra serbest bırakılıyor. Cisim yaydan ayrıldıktan sonra pürüzlü bir yüzey üzerinde kayarak ilerliyor ve sonra duruyor. Cisim durana kadar pürüzlü yüzeyde 3,5 *m* yol aldığına göre;

a) Cismin yaydan ayrıldığı andaki hızını,

b) Sürtünme kuvvetinin yaptığı işi,

c) Yüzey ile cisim arasındaki kinetik sürtünme katsayısını

bulunuz.



a) Pürüzsüz yüzeyde enerji korunur.

$$U_1 + \cancelto{0}{K_1} = \cancelto{0}{U_2} + K_2$$

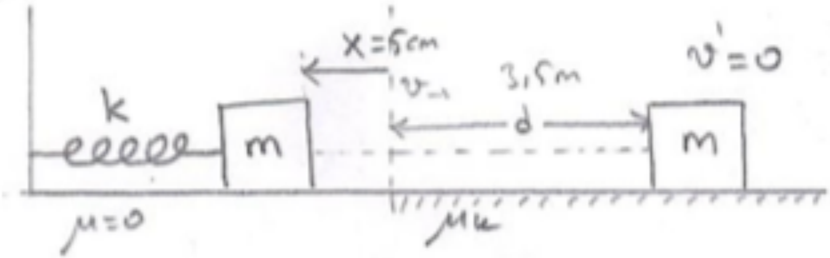
$$\cancel{\tfrac{1}{2}}kx^2 = \cancel{\tfrac{1}{2}}mv^2$$

$$200.5^2 = 10.10^{-3}.v^2$$

$$\boxed{v = 7{,}1\ m/s}$$

② b) $W_{Toplam} = \Delta K$

$$W_{Toplam} = W_{fk} + \underbrace{W_g}_{0} + \underbrace{W_N}_{0} = \Delta K$$



$$W_{fk} = \Delta K = K' - K$$

$$W_{fk} = \frac{1}{2} m (\underbrace{v'^2}_{0} - v^2)$$

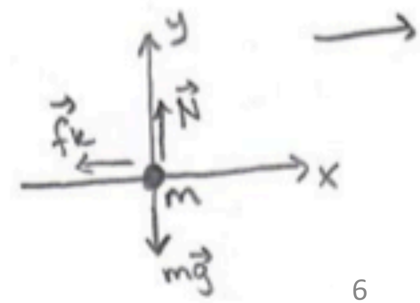
$$W_{fk} = -\frac{1}{2} 10.10^{-3} (7,1)^2$$

$$\boxed{W_{fk} = -0,25\,J}$$

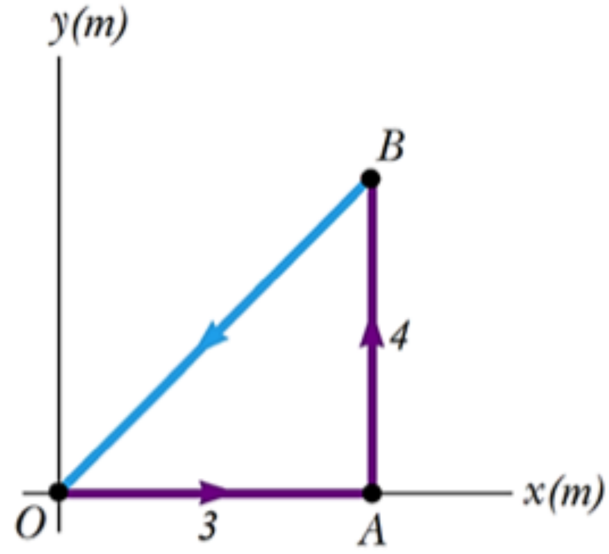
c) $W_{fk} = \vec{f_k} \cdot \vec{d} = f_k . d . \cos 180° = - f_k\, d = -\mu_k N d = -\mu_k m g d$

$$-0,25 = -\mu_k . 10.10^{-3} . 9,8 . 3,5$$

$$\boxed{\mu_k = 0,73}$$



3) m kütleli bir parçacık $\vec{F} = (4\hat{i} - 2\hat{j})\,N$ 'lık sabit bir kuvvetin etkisinde OAB dik üçgeninde şekildeki gibi yatay xy düzleminde hareket etmektedir. OA, AB ve BO bölgelerinde $\vec{F}$ kuvvetinin yapmış olduğu işi hesaplayınız.



$$W = \vec{F} \cdot \vec{r}$$

<u>OA:</u> $\vec{r} = (3\hat{i})\,m$

$W = (4\hat{i} - 2\hat{j}) \cdot (3\hat{i})\ J$

$W = 12\ J$

<u>AB:</u> $\vec{r} = (4\hat{j})\,m$

$W = (4\hat{i} - 2\hat{j}) \cdot (4\hat{j})\ J$

$W = -8\ J$

<u>BO:</u> $\vec{r} = (-3\hat{i} - 4\hat{j})\,m$

$W = (4\hat{i} - 2\hat{j}) \cdot (-3\hat{i} - 4\hat{j})\ J$

$W = -4\ J$

4) $\vec{F} = (4x\hat{i} + 3y\hat{j})$'lik değişken bir kuvvetin etkisindeki m kütleli bir cisim, x doğrultusunda orijinden 5 m hareket ettirildiğinde, kuvvet tarafından cisim üzerinde yapılan işi bulunuz.

$$W = \int_{x_i}^{x_s} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$W = \int_0^5 (4x\hat{i} + 3y\hat{j}) \cdot dx\hat{i}$$

$$W = \int_0^5 4x\,dx = 4\frac{x^2}{2}\Big|_0^5$$

$$W = 50\,J$$

5) Hooke Kanunu'na uymayan bir yay için geri çağırıcı kuvvet $F(x) = -\alpha x - \beta x^2$ ile verilmektedir. Burada $\alpha = 60$ N/m , $\beta = 18$ N/m^2 'dir ve yay kütlesi ihmal edilebilir. Yayın potansiyel enerji farkı olan $U(x)$ 'i belirleyiniz. ($x = 0$ durumunda $U = 0$ 'dır.)

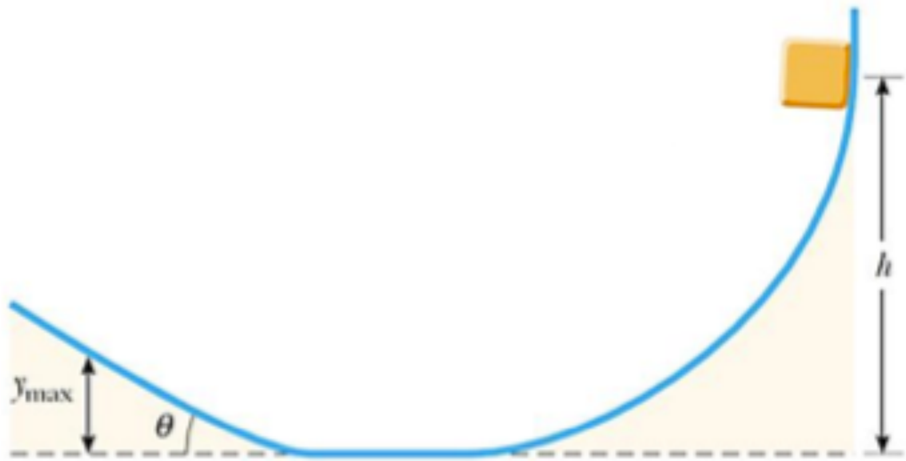
$$-\frac{du}{dx} = F_x = -\alpha x - \beta x^2$$

$$u = \int (\alpha x + \beta x^2)\, dx = \alpha \frac{x^2}{2} + \beta \frac{x^3}{3} + c$$

$$x=0 \quad u=0 \Rightarrow \quad c=0$$

$$u = 30x^2 + 6x^3 \text{ (joule)}$$

6) Bir blok, şekilde görüldüğü gibi eğrisel sürtünmesiz bir raydan aşağı doğru kayıp sonra eğik düzlemde yukarı doğru çıkıyor. Blok ile eğik düzlem arasındaki kinetik sürtünme katsayısı μ_k'dır. Bloğun ulaşacağı maksimum yüksekliği, iş-enerji teoremini kullanarak h, θ, μ_k cinsinden bulunuz.



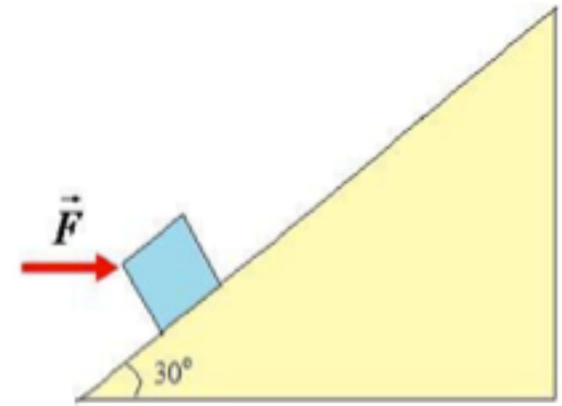
$$mgy_{max} = mgh - \mu_k mgd\cos\theta \qquad d = \frac{y_{max}}{\sin\theta}$$

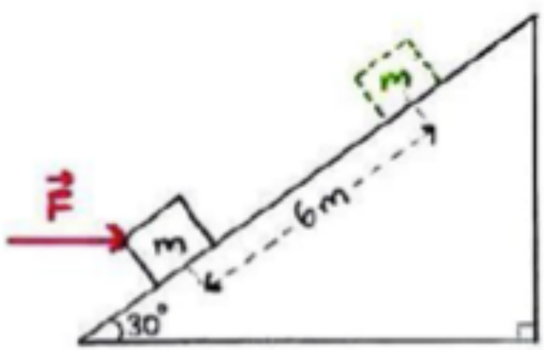
$$mgy_{max} = mgh - \mu_k mg\, y_{max} \cot\theta$$

$$y_{max} = \frac{h}{1+\mu_k \cot\theta}$$

7) Kütlesi 50 kg olan bir bavul, Şekil 'de görüldüğü gibi, yatay doğrultuda uygulanmakta olan $\vec{F}$ kuvveti ile 30° lik eğik düzlem boyunca yukarı doğru sabit hızla 6 m itiliyor. Eğik düzlem ile bavul arasındaki kinetik sürtünme katsayısı 0.2'dir.

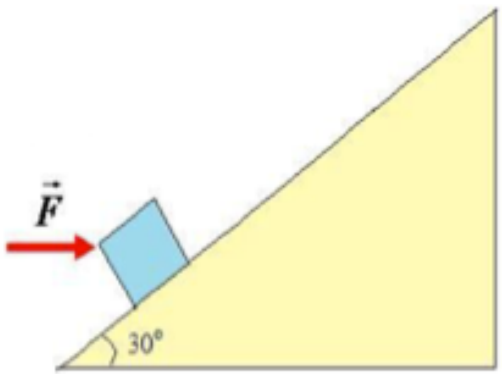
a) Uygulanan kuvvetin yaptığı işi,
b) Sürtünme kuvvetinin yaptığı işi,
c) Yerçekimi kuvveti tarafından yapılan işi,
d) Eğik düzlemin yüzeyi tarafından bavula uygulanan normal kuvvetin yaptığı işi,
e) Hareket süresince yapılan toplam işi hesaplayınız.

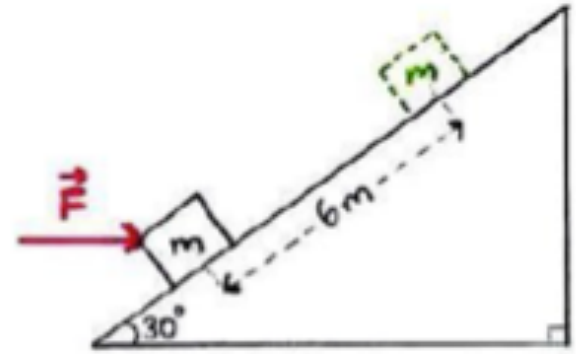




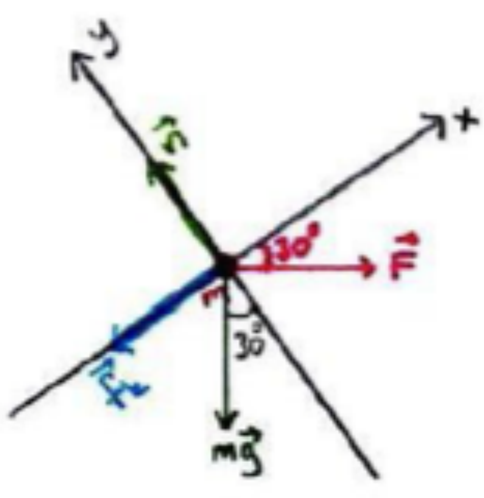
$\sum \vec{F} = m\vec{a}$ $\quad (\vec{v} = \text{sabit} \; ; \; \vec{a} = 0)$

$\sum \vec{F} = 0$





a)



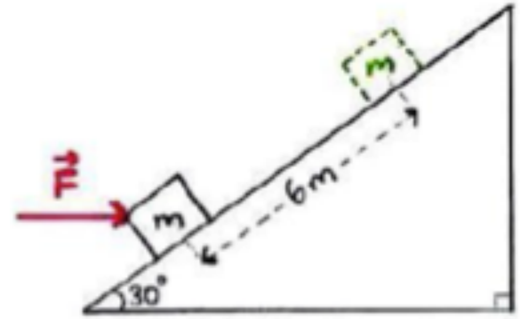
$$\sum F_x = F\cos 30^\circ - f_k - mg\sin 30^\circ = 0$$

$$F\cos 30^\circ - \mu_k . n - mg\sin 30^\circ = 0 \qquad (1)$$

$$\sum F_y = n - F\sin 30^\circ - mg\cos 30^\circ = 0$$

$$n = F\sin 30^\circ + mg\cos 30^\circ \qquad (2)$$

$$\boxed{\begin{aligned} &F\cos 30^\circ - \mu_k . n - mg\sin 30^\circ = 0 \qquad (1) \\ &n = F\sin 30^\circ + mg\cos 30^\circ \qquad (2) \end{aligned}}$$



(2), (1)'de yerine konulursa;

$$F\cos 30^\circ - \mu_k (F\sin 30^\circ + mg\cos 30^\circ) - mg\sin 30^\circ = 0$$

$$F(\cos 30^\circ - \mu_k \sin 30^\circ) = mg(\sin 30^\circ + \mu_k \cos 30^\circ)$$

$$F = \frac{mg(\sin 30^\circ + \mu_k \cos 30^\circ)}{\cos 30^\circ - \mu_k \sin 30^\circ}$$

$m = 50\,kg$
$\mu_k = 0{,}2$
$g = 10\,m/s^2$

$$F = \frac{50.10\,(\sin 30^\circ + 0{,}2\cos 30^\circ)}{\cos 30^\circ - 0{,}2.\sin 30^\circ}$$

$$\boxed{F = 439{,}4\ (N)}$$

$$W_F = \vec{F}.\vec{d} = Fd\cos 30^\circ = 439{,}4.6\cos 30^\circ$$

$$\boxed{W_F = 2283{,}2\,(J)}$$

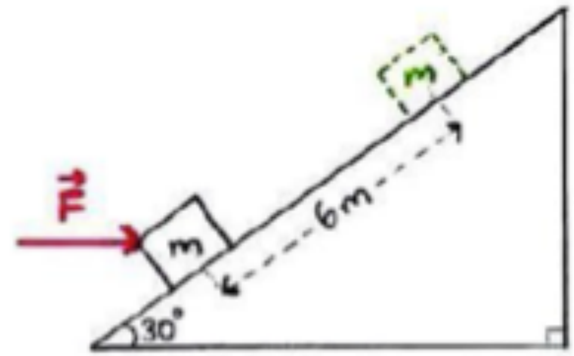
b) $W_{f_k} = \vec{f_k} \cdot \vec{d} = f_k d \cos 180°$

$W_{f_k} = -\mu_k n d$ (2) $\rightarrow$ $n = F\sin 30° + mg\cos 30°$

$W_{f_k} = -\mu (F\sin 30° + mg\cos 30°)\, d$

$W_{f_k} = -0{,}2\,(439{,}4 \sin 30° + 50 \cdot 10 \cdot \cos 30°) \cdot 6$

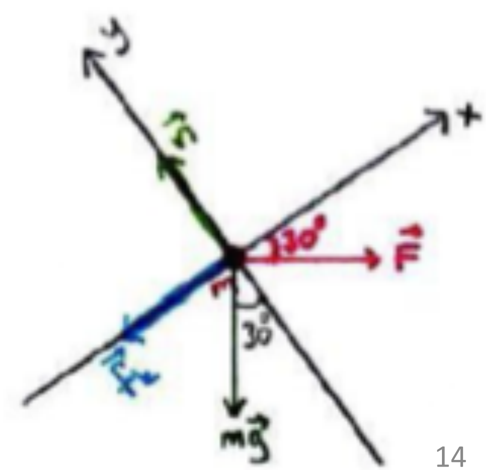
$\boxed{W_{f_k} = -783{,}2 \text{ (J)}}$



c) $W_g = m\vec{g} \cdot \vec{d} = mgd\cos 240°$

$W_g = 50 \cdot 10 \cdot 6 \cdot \cos 240°$

$\boxed{W_g = -1500 \text{ (J)}}$



d) $W_n = \vec{n} \cdot \vec{d} = nd\cos 90°$

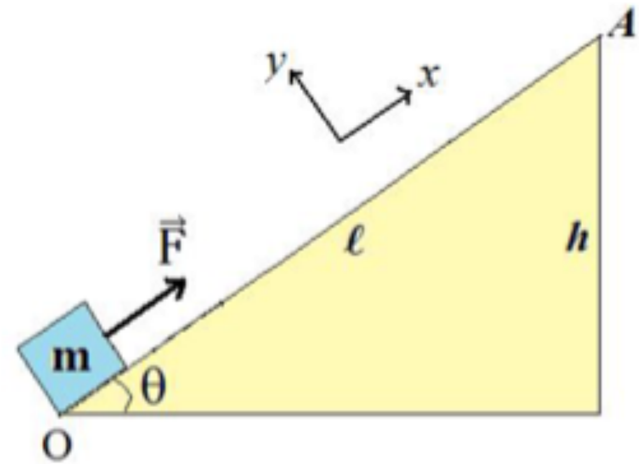
$\boxed{W_n = 0}$

8) m kütleli bir blok, Şekil 'de görülen eğik düzlemin O noktasından, h yüksekliğindeki A noktasına, $l=\overline{OA}$ yolu boyunca, eğik düzleme paralel olarak uygulanan $\vec{F}$ kuvveti ile çekilerek sabit hızla götürülüyor. Blok ile eğik düzlem arasındaki kinetik sürtünme katsayısı, O noktasından itibaren $\mu_k(x)=0.1x$ bağıntısına göre değişiyor.

a) Bloğa etki eden net kuvvetin, blok O noktasından A noktasına gidene kadar yaptığı işi bulunuz.

b) Bloğun serbest cisim diyagramını çizerek, F(x) kuvvetini (m, g ve θ) cinsinden x'e bağlı olarak bulunuz.

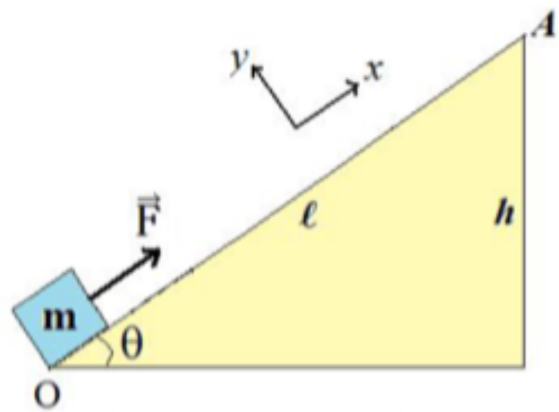
c) F(x) kuvvetinin, blok O noktasından A noktasına gidene kadar yaptığı işi (m, g, θ ve l) cinsinden bulunuz.



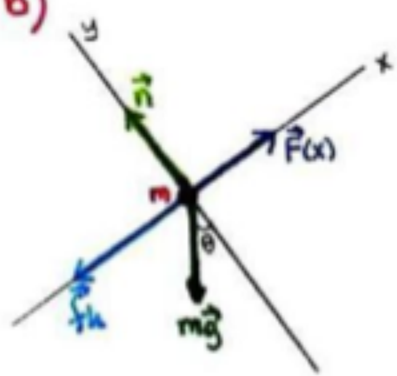
a) $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$\sum \vec{F} = 0$ $\quad$ ($\vec{v}$=sabit ; $\vec{a}=0$)

$\boxed{W_{\sum \vec{F}} = 0}$



b)



$$\sum F_x = F(x) - f_k - mg\sin\theta = 0$$

$$F(x) = mg\sin\theta + \mu_k n \qquad \mu_k = 0{,}1x$$

$$F(x) = mg\sin\theta + 0{,}1 n x \quad (1)$$

$$\sum F_y = n - mg\cos\theta = 0$$

$$n = mg\cos\theta \quad (2)$$

(2), (1)'de yerine konulursa; $\boxed{F(x) = mg\left[\sin\theta + 0{,}1\cos\theta\, x\right]}$

$$\boxed{F(x) = mg\left[\sin\theta + 0{,}1\cos\theta\, x\right]}$$

c) $W_F = \int_0^{\ell} F(x)\, dx$

$$W_F = \int_0^{\ell} mg\left[\sin\theta + 0{,}1\cos\theta\, x\right] dx$$

$$W_F = \left[mg\sin\theta\, x + mg \cdot 0{,}1\cos\theta\, \frac{x^2}{2} \right]_0^{\ell}$$

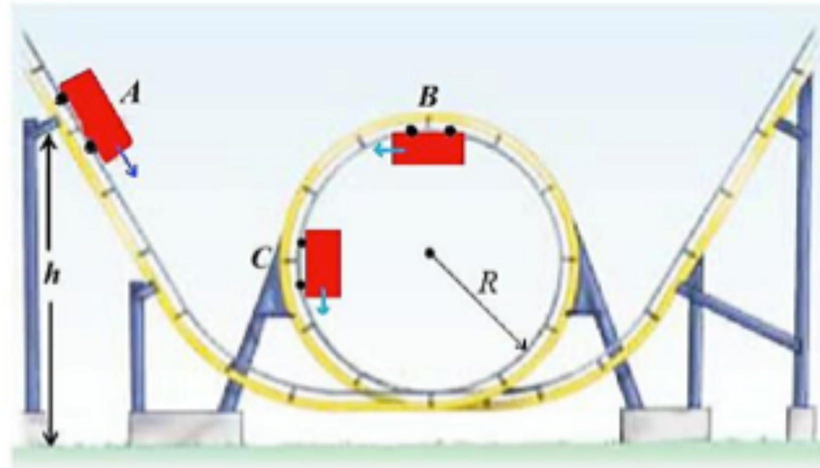
$$W_F = mg\sin\theta\, \ell + 0{,}05\, mg\cos\theta\, \ell^2$$

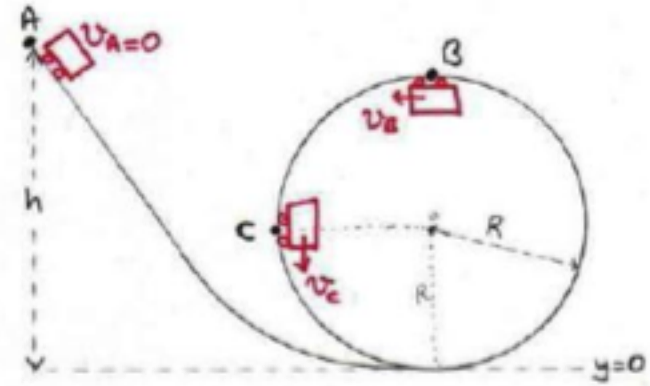
$$\boxed{W_F = mg\ell\left[\sin\theta + 0{,}05 \cdot \cos\theta \cdot \ell\right]}$$

9) Lunaparktaki bir eğlence aracı, yerden h yüksekliğindeki A noktasından ilk hızsız serbest bırakıldığında, Şekil 'de görülen sürtünmesiz parkurda yol almaktadır.

a) Aracın, dairesel parkurun B noktasından düşmeden geçebilmesi için gerekli olan minimum h yüksekliği kaç R olmalıdır?

b) $h = \frac{7}{2}R$ ve R=20 m ise, aracın C noktasındaki hızını, merkezcil ve teğetsel ivmesini bulunuz. ($g = 10\ m/s^2$)





a) $E_i = E_s$

$$\underbrace{K_A}_{0} + \Sigma U_A = K_B + \Sigma U_B$$

$$mgh_{min} = \frac{1}{2} m v_{B_{min}}^2 + 2mgR$$

$$\cancel{m}gh_{min} = \frac{1}{2}\cancel{m}gR + 2\cancel{m}gR$$

$$\boxed{h_{min} = \frac{5}{2}R}$$

$h \geq \frac{5}{2}R$ ise, araç B noktasından düşmeden geçer.

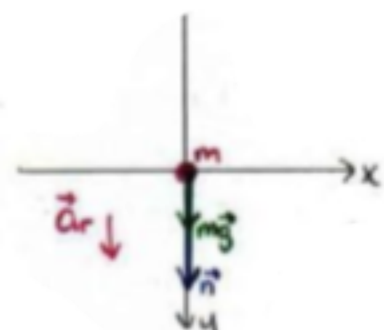
B noktasında;

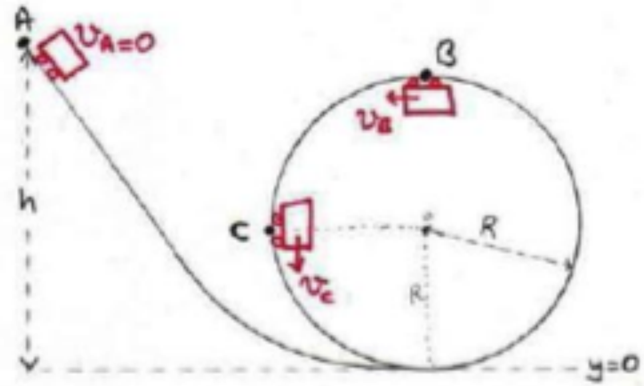
$$\Sigma F_y = n + mg = ma_r$$

$n \to 0$ iken $v_B \to min$

$$mg = m\frac{v_{B_{min}}^2}{R}$$

$$v_{B_{min}}^2 = gR$$





b) $E_A = E_C$

$$K_A + \sum U_A = K_C + \sum U_C$$

$$mgh = \frac{1}{2} m v_c^2 + mgR$$

$h = \frac{7}{2} R$;

$$mg\,\frac{7}{2} R = \frac{1}{2} m v_c^2 + mgR$$

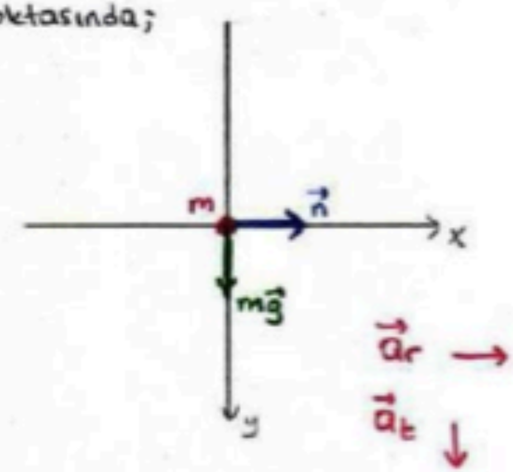
$$\frac{5}{2} gR = \frac{1}{2} v_c^2$$

$$v_c = \sqrt{5gR}$$

$$v_c = \sqrt{5.10.20}$$

$$\boxed{v_c = 31{,}6\ (m/s)}$$

C noktasında;



$$a_r = \frac{v_c^2}{R}$$

$$a_r = \frac{(31{,}6)^2}{20}$$

$$\boxed{a_r = 50\ (m/s^2)}$$

$$a_t = g$$

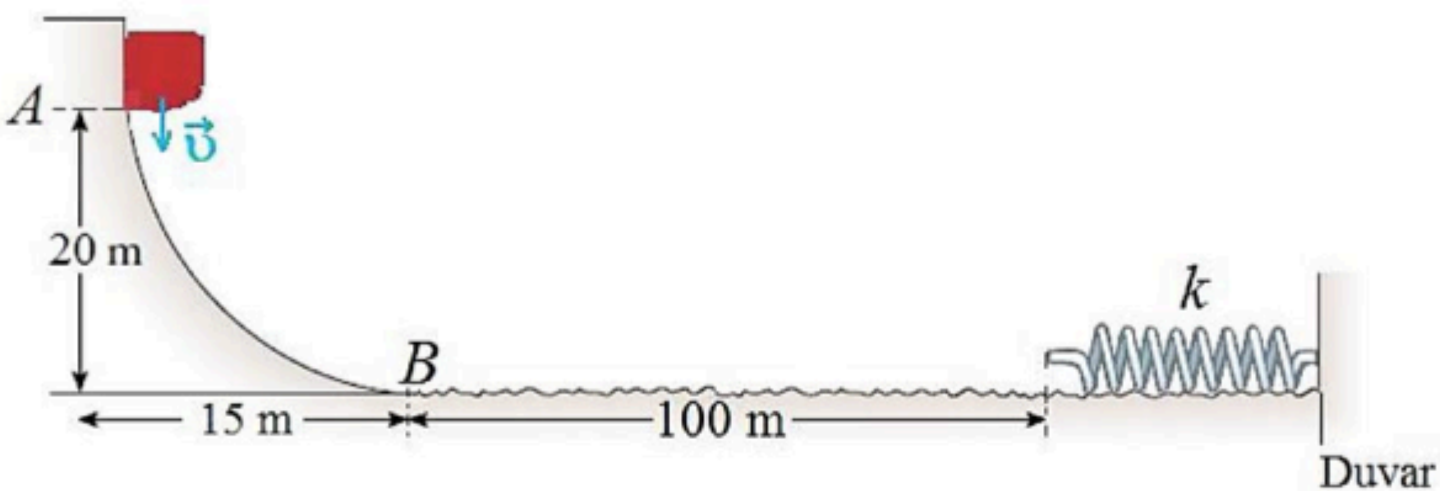
$$\boxed{a_t = 9{,}8\ (m/s^2)}$$

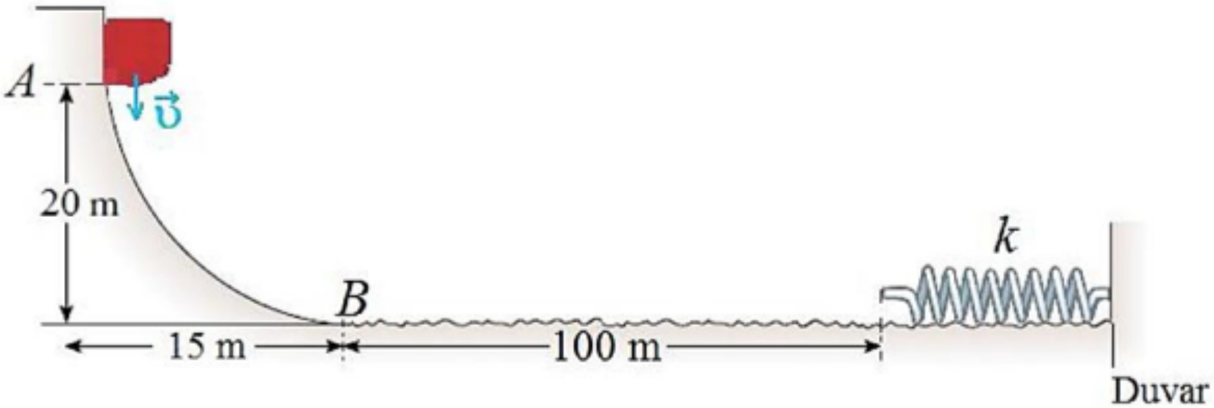
10) 15 kg kütleli bir taş, Şekil 'da görüldüğü gibi , A noktasını 10 m/s'lik hızla terk ederek, aşağıya doğru kaymaya başlıyor. A ve B noktaları arasındaki sürtünmesiz yoldan indikten sonra, B noktası ile duvar arasındaki sürtünmeli yolda 100 m ilerliyor ve yay sabiti k= 2 N/m olan yaya çarpıyor. Taş ile yatay yüzey arasındaki statik sürtünme katsayısı 0.8 ve kinetik sürtünme katsayısı 0.2 olduğuna göre;

a) Taşın B noktasına ulaştığı anda hızı ne olur?

b) Taş, yayı ne kadar sıkıştırır?

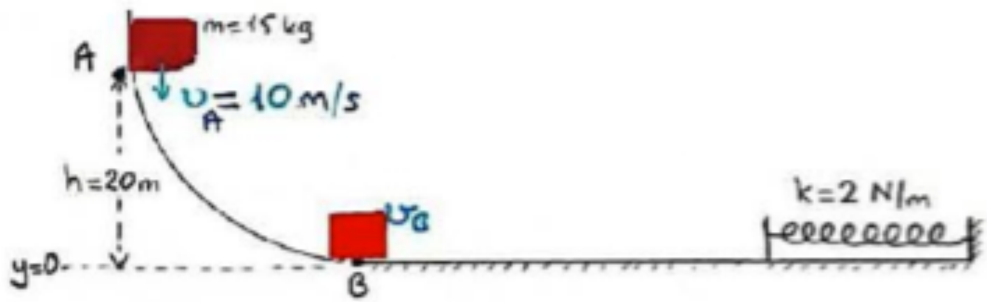
c) Yay tarafından durdurulduktan sonra taş tekrar hareket edebilir mi? ($g = 10\ m/s^2$)





a)

AB yolunda sürtünme olmadığından;



$$E_A = E_B$$

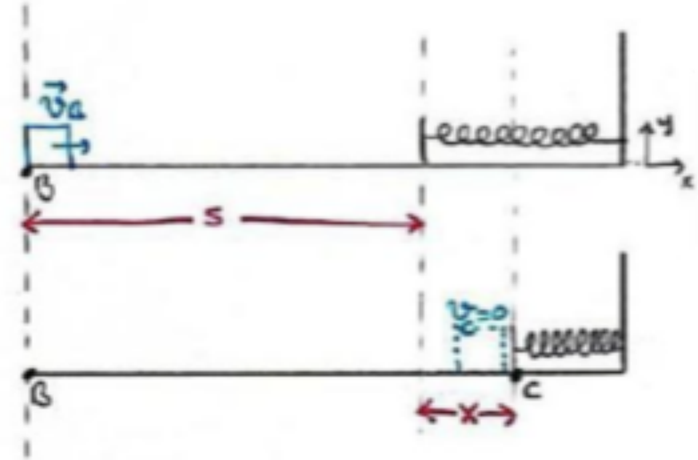
$$K_A + \Sigma U_A = K_B + \Sigma U_B$$

$$\frac{1}{2} m v_A^2 + mgh = \frac{1}{2} m v_B^2 + 0$$

$$\frac{1}{2} . 15 . 10^2 + 15 . 10 . 20 = \frac{1}{2} . 15 . v_B^2$$

$$\boxed{v_B = 22{,}36 \text{ (m/s)}}$$

b) Tüm korunumsuz kuvvetlerin yaptığı iş, sistemin toplam mekanik enerji değişimine eşittir.



$$W_{ksuz} = E_s - E_i$$

$$W_{fk} = (K_C + \Sigma U_C) - (K_B + \Sigma U_B)$$

$$-f_k.(s+x) = \frac{1}{2}mv_C^2 + \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 - mgy$$

$$-\mu_k.n.(s+x) = 0 + \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 - 0$$

$$-0{,}2.15.10(100+x) = \frac{1}{2}2.x^2 - \frac{1}{2}15.(22{,}36)^2$$

$$x^2 + 30x + 3000 - 3750 = 0$$

$$x^2 + 30x - 750 = 0$$

$$\boxed{x = 16{,}2 (m)}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

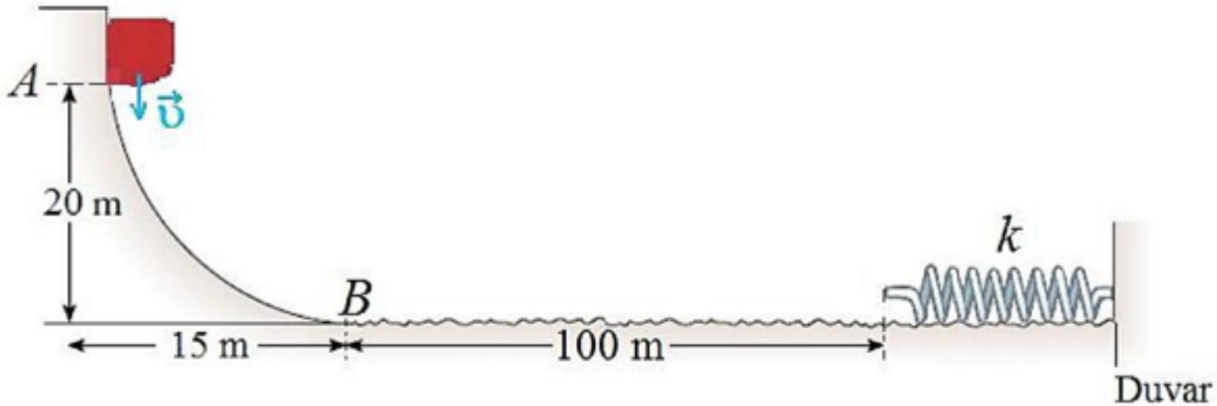
$$\Delta = 30^2 - 4.1.(-750)$$

$$\Delta = 3900$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \mp \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-30 \mp \sqrt{3900}}{2}$$

$$x_1 = -46{,}2 \qquad x_2 = 16{,}2$$



c) Taşın tekrar hareket edebilmesi için, yayın taşa uygulayacağı yay kuvvetinin, statik sürtünme kuvvetinden büyük olması gerekir.

$$f_s = \mu_s . n = \mu_s . mg = 0{,}8 . 15 . 10 = 120 (N)$$

$$F_y = kx = 2 . 16{,}2 = 32{,}4 (N)$$

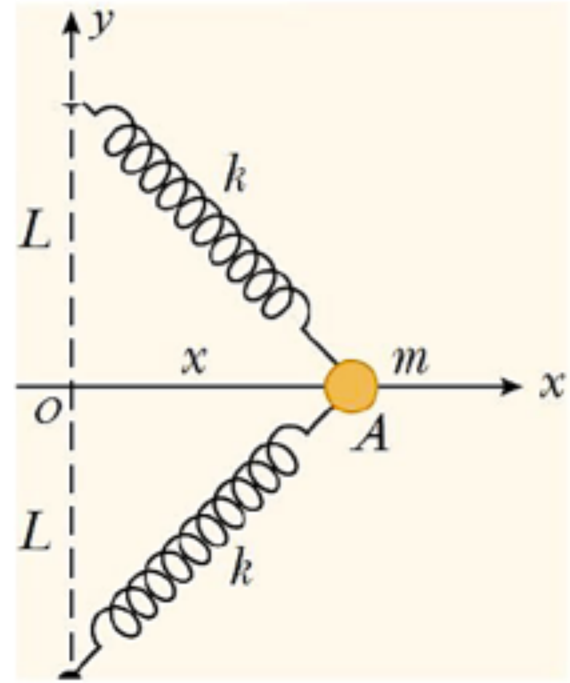
$F_y < f_s$ olduğundan; taş yaya çarptıktan sonra tekrar hareket edemez.

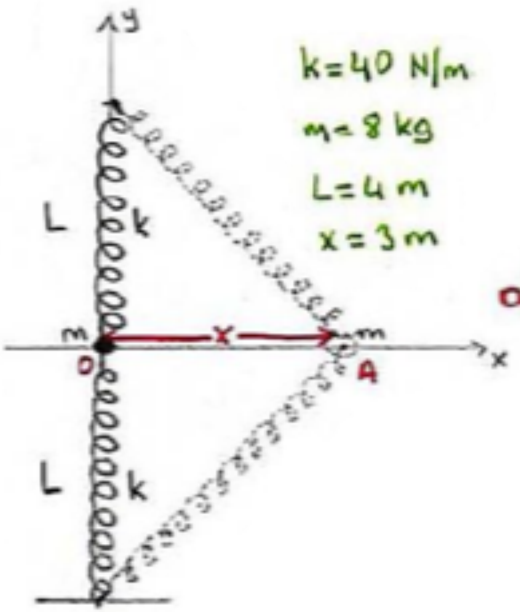
11) Yay sabiti k, denge halinde boyu L olan iki özdeş yay, m kütleli bir cisme Şekildeki gibi bağlanmıştır. Cisim, O noktasından +x yönünde x=3 m çekilip A noktasına getiriliyor. Cismin;

a) A noktasından serbest bırakılıp, x= 0 noktasına geri geldiğinde hızının büyüklüğünü,

b) A noktasından serbest bırakıldığı anda ivmesini bulunuz.

(k= 40 N/m, m=8 kg ,L=4 m)





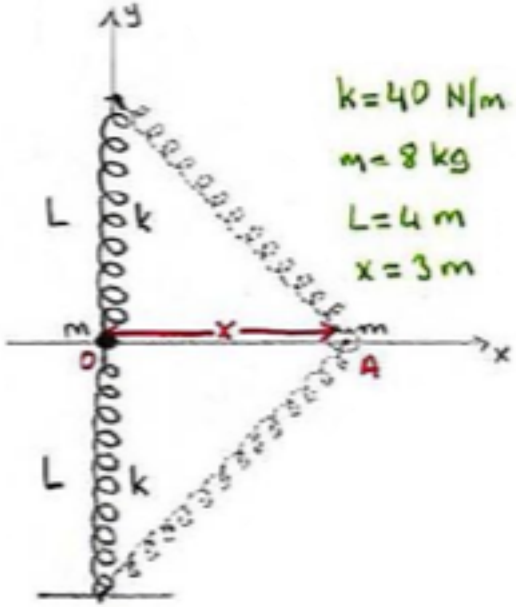
a) Yaylardan birinin uzama miktarı $\sqrt{x^2+L^2}-L$ kadardır.

$$U(x)=\frac{1}{2}k\left(\sqrt{x^2+L^2}-L\right)^2$$

$$U(x)=\frac{1}{2}k\left[(x^2+L^2)-2L\sqrt{x^2+L^2}+L^2\right]$$

$$U(x)=\frac{1}{2}kx^2+kL\left(L-\sqrt{x^2+L^2}\right)$$

İki yay için : $\boxed{U(x)=kx^2+2kL\left(L-\sqrt{x^2+L^2}\right)}$



iki yay için : $\boxed{U(x) = kx^2 + 2kL\left(L - \sqrt{x^2+L^2}\right)}$

$U = 40 \cdot 3^2 + 2 \cdot 40 \cdot 4\left(4 - \sqrt{3^2+4^2}\right) = U_i$

$\underline{U = 40 (J)}$

$\Delta K = -\Delta U$

$K_s - K_i = -(U_s - U_i)$, $K_i = 0$, $U_s = 0$

$\frac{1}{2} m v^2 = U_i$

$\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot v^2 = 40$, $\boxed{v \cong 3{,}2\ (m/s)}$

b) $\vec{F}(x) = -\dfrac{dU(x)}{dt}$

$\vec{F}(x) = -\dfrac{d}{dt}\left[kx^2 + 2kL\left(L - \sqrt{x^2+L^2}\right]\right. \hat{i}$

$\vec{F}(x) = \left(-2kx + \dfrac{2kLx}{\sqrt{x^2+L^2}}\right)\hat{i}$

$\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m}$

$\vec{a} = \left(-\dfrac{2 \cdot 40 \cdot 3}{8} + \dfrac{2 \cdot 40 \cdot 4 \cdot 3}{8 \cdot \sqrt{3^2+4^2}}\right)\hat{i}$, $\boxed{\vec{a} = -6\,\hat{i}\ (m/s^2)}$