

Bölüm:6

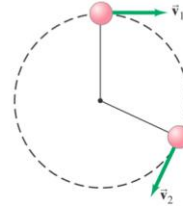
DAİRESEL HAREKET VE NEWTON KANUNLARININ DİĞER UYGULAMALARI



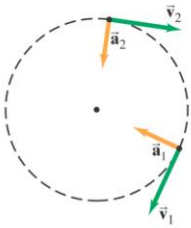
1

- Sabit hızla dairesel bir yörüngede hareket eden cisim düzgün dairesel hareket eder
- Hızın büyüklüğü sabit olmasına rağmen sürekli yön değiştirdiği için hareketin ivmesi vardır

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$$



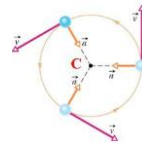
2



Düzgün dairesel harekette, ivme dairenin merkezine doğru yönelir ve büyüklüğü v^2/r dir!

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

3



Düzgün dairesel hareket yapan bir cismin herhangi bir andaki ivmesinin büyüklüğü

$$a = v^2/r$$

dir ve dairenin merkezine doğrudur.

Newton'ın ikinci yasasına göre cisme etki eden kuvvet de dairenin merkezine doğrudur ve büyüklüğü

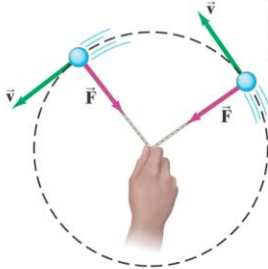
$$F = m \frac{v^2}{r}$$

ifadesi ile verilir. Bu kuvvette "**merkezcil kuvvet**" diyoruz.

Merkezcil kuvvet yeni bir kuvvet değildir, C noktası etrafında dönen cisme etkiyen **net kuvvettir**.

Duruma göre merkezcil kuvvet bazen sürtünme, bazen normal, bazen de yer-çekimi kuvveti olabilir.

4

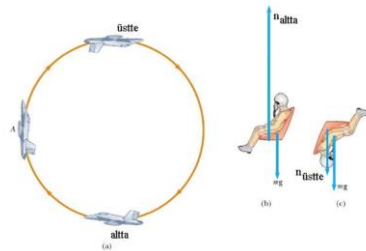


Newton'nun ikinci kanuna göre ivmelenen her cisim üzerine net bir kuvvet uygulanır.

$$\Sigma F_r = ma_r = m \frac{v^2}{r}$$

5

Örnek: m kütleli bir pilot düşey düzlemde bir çember etrafında dönmektedir. Bu uçuş düzeninde uçak, 2,70 km yarıçaplı dairesel yörüngede 225 m/s'lik sabit bir hızla hareket ediyor. Koluğun pilota uyguladığı kuvveti a) dairesel yörüngenin en alt kısmında b) dairesel yörüngenin en üst kısmında hesaplayınız.



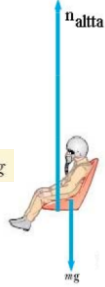
6

a)

$$\sum F = n_{\text{bot}} - mg = m \frac{v^2}{r}$$

$$n_{\text{bot}} = mg + m \frac{v^2}{r} = mg \left(1 + \frac{v^2}{rg} \right)$$

$$n_{\text{bot}} = mg \left(1 + \frac{(225 \text{ m/s})^2}{(2.70 \times 10^3 \text{ m})(9.80 \text{ m/s}^2)} \right) = 2.9 \text{ mg}$$



7

b)

$$\sum F = n_{\text{top}} + mg = m \frac{v^2}{r}$$

$$n_{\text{top}} = m \frac{v^2}{r} - mg = mg \left(\frac{v^2}{rg} - 1 \right)$$

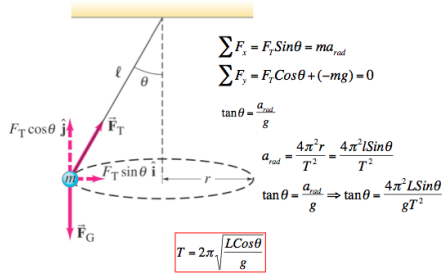
$$n_{\text{top}} = mg \left(\frac{(225 \text{ m/s})^2}{(2.70 \times 10^3 \text{ m})(9.80 \text{ m/s}^2)} - 1 \right)$$

$$= 0.913 \text{ mg}$$



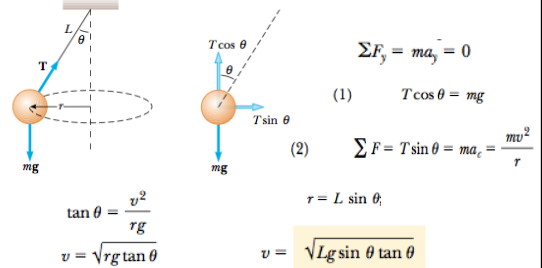
8

Örnek: m kütleli bir cisim l uzunluğundaki ip ile tavana asılmıştır. Bu cisim r yarıçaplı yatay dairesel bir yörünge üzerinde sabit v hızıyla dönmektedir. Sarkacın periyodunu bulunuz.



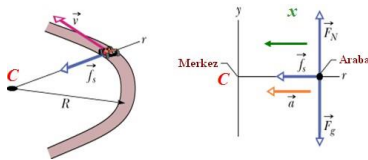
9

Örnek: Kütleli m olan bir cisim L uzunluğundaki bir ipin ucunda şekildeki gibi yatayda r yarıçaplı çembersel bir yörünge de v hızı ile dönmektedir (**Konik sarkaç**). Cismin hızını bilinen nicelikler cinsinden ifade ediniz.



10

Örnek: Kütleli m olan bir yarış arabası düz (yatay) bir yolda R yarıçaplı bir virajı v hızıyla dönmek istiyor. Araba ile yol arasındaki sürtünme kuvvetini belirleyiniz.

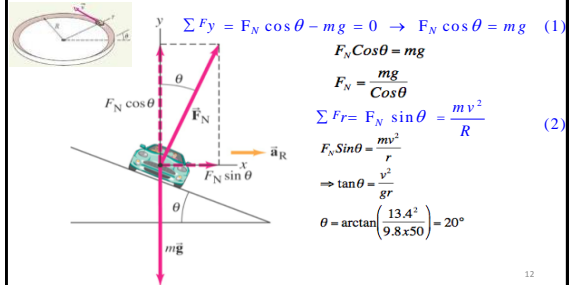


Arabanın serbest-cisim diyagramı çizilirse, virajın merkezine doğru olan net kuvvetin statik sürtünme kuvveti f_s olduğu görülür. Dolayısıyla, **statik sürtünme kuvveti** f_s merkezildir. Arabanın virajdan savrulmadan dönmesini sağlar.

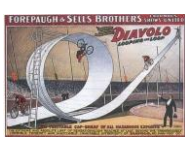
$$F_{\text{net},r} = f_s = \frac{mv^2}{R}$$

11

Örnek Bir mühendis, arabaların sürtünmeye güvenmaksızın savrulmadan dönebilecekleri eğimli bir otoyol virajı yapmak istiyor. Başka bir deyişle, yol buzlu olsa bile araba belirlenen hızla kaymadan virajı dönebilmektedir. Bir arabanın böyle bir virajı 30 mil/saat (13.4 m/s) lik hızla dönebileceğini varsayınız. Virajın yarıçapı da 50m olsun. Yolu eğimi kaç derece olmalıdır?

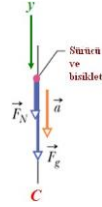


12



Örnek: Çember şeklindeki platformun yarıçapı R ' dir. Platformun en tepesinde sürücünün düşmemesi için o andaki v hızı ne olmalıdır?

Sürücü platformun tepesinde iken serbest-cisim diyagramını çizerek, sürücüye etki eden yer-çekimi kuvveti F_g ve normal kuvvet F_N ' aşağı yöndedir.

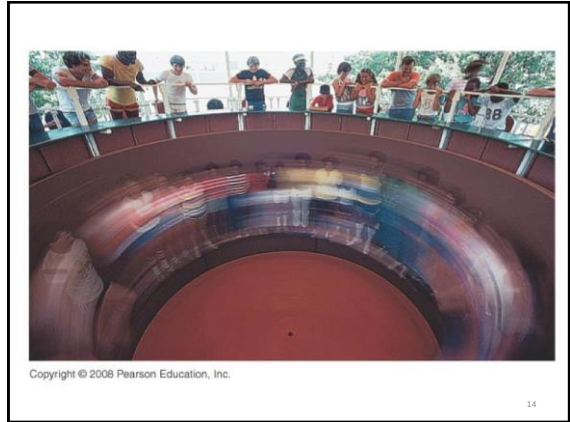


O noktada sürücünün minimum hızı sahip olması durumunda, platformla teması kesilir ve $F_N = 0$ olur. Böylece, sürücüye etki eden tek kuvvet F_g ' dir ve merkezidir. Bu durumda,

$$F_{net,y} = mg = \frac{mv_{min}^2}{R} \rightarrow v_{min} = \sqrt{Rg}$$

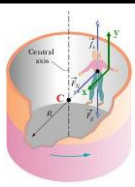
bulunur.

13



Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.

14



Örnek: Rotor, eksenini etrafında v hızıyla dönen R yarıçaplı içi boş bir silindirdir. Kütlesi m olan bir çocuk, sırtı silindirin iç duvarına yaslanmış bir şekilde ayakta. Silindir dönmeye başlıyor ve önceden belirlenmiş bir hız değerine ulaştığında, silindirin tabanı aniden düşmesine rağmen, çocuk silindir duvarında tutulu kalmaktadır. Rotor duvarıyla çocuk arasındaki statik sürtünme katsayısı μ_s olduğuna göre, Rotor'un minimum hızı ne olmalıdır?

Çocuk için serbest-cisim diyagramı çizilirse, **normal kuvvet** F_N ' nin merkezciil kuvvet olduğu görülür.

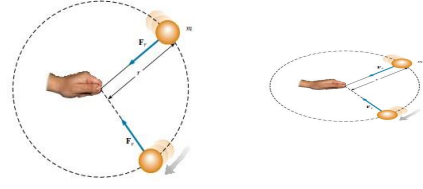
$$F_{s,net} = F_N = ma = \frac{mv^2}{R} \quad (1)$$

$$F_{y,net} = f_s - mg = 0, \quad f_s = \mu_s F_N \Rightarrow mg = \mu_s F_N \quad (2)$$

Eş-1 ve Eş-2 birleştirilirse, $mg = \mu_s \frac{mv^2}{R} \Rightarrow v^2 = \frac{Rg}{\mu_s} \Rightarrow v_{min} = \sqrt{\frac{Rg}{\mu_s}}$ bulunur.

15

Örnek: Kütlesi 0.5 kg olan bir taş, 1.5 m uzunluğundaki bir ipin ucuna bağlanmış ve yatay bir düzlemde döndürülmektedir. Taşın bağlı olduğu ip en fazla 50 N' luk bir kuvvette dayanabildiğine göre, ipin kopmadan hemen önceki hızı ne olur?



$$T = \frac{mv^2}{r} \rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{rT_{max}}{m}} = \sqrt{\frac{1.5(50)}{0.5}} = 12.2 \text{ m/s}$$

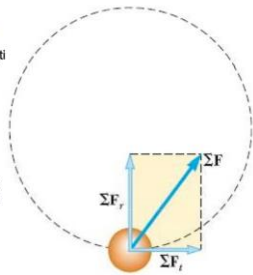
16

Düzgün Olmayan Dairesel Hareket

Daha önce bir parçacığın dairesel yörünge üzerinde hareket ederken süratı değiştiğinde radyal doğrultudaki ivmeye ek olarak $d\mathbf{v}/dt$ şeklinde teğetsel ivmenin de eklenmesi gerektiği belirtilmişti. Bu yüzden dairesel yörünge üzerindeki cisme yarıçap doğrultusunda ve teğetsel doğrultuda kuvvet bileşenleri bulunur.

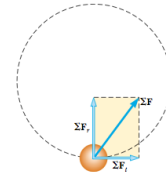
Toplam ivme $\mathbf{a} = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_r$
Toplam kuvvet $\Sigma \mathbf{F} = \Sigma \mathbf{F}_r + \Sigma \mathbf{F}_t$

şeklinde. $\Sigma \mathbf{F}_r$ vektörü yarıçap doğrultusunda merkeze yönelmişken radyal ivmenin oluşmasına, $\Sigma \mathbf{F}_t$ vektörü çembere teğet ivmenin oluşmasına neden olur.



17

•Dairesel harekette cisim üzerine etki eden net kuvvet merkeze doğru yönelmişse cismin hızı sabit kalır.
•Eğer net kuvvet merkeze doğru yönelmemişse, kuvvet teğetsel ve radyal bileşenlere ayrılır.



•Radyal kuvvet cisim dairesel yörüngede tutarken teğetsel kuvvet cismin hızlanmasına veya yavaşlamasına sebep olur.

•Dolayısıyla ivmenin de teğetsel ve radyal bileşenleri vardır.

$$a_r = \frac{v^2}{r} \quad a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_r$$

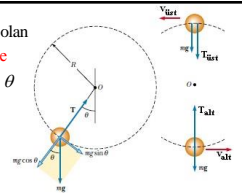
18

Yandaki resimde araçta oturan kişiler radyal doğrultuda bir kuvvete maruz kalırken aynı zamanda teğetsel olarak yavaşlamaya maruz kalırlar. Bu kuvvetler teğetsel olarak yavaşlamaya maruz kalırlar.



19

Örnek : Kütlesi m olan bir cisim uzunluğu R olan bir ipin ucunda, şekildeki gibi **düşey düzlemde** O noktası etrafında dönmektedir. İpin düşeyle θ açısı yaptığı bir anda cismin hızı v ise, ipteki gerilme kuvveti ne olur?



Teğetsel kuvvet

$$\sum F_t = mg \sin \theta = ma_t \rightarrow a_t = g \sin \theta \quad (\text{hızdaki değişimin kaynağı})$$

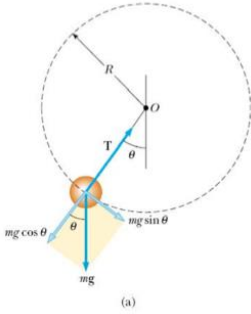
$$\sum F_r = T - mg \cos \theta = ma_r \rightarrow T = m \left(\frac{v^2}{R} + g \cos \theta \right)$$

Radyal kuvvet

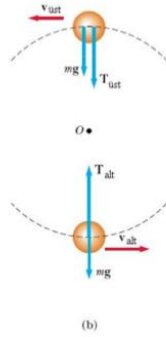
$$\text{Üst noktada } (\theta = 180^\circ) \rightarrow T_{\text{üst}} = m \left(\frac{v^2}{R} - g \right)$$

$$\text{Alt noktada } (\theta = 0^\circ) \rightarrow T_{\text{alt}} = m \left(\frac{v^2}{R} + g \right)$$

20



(a)



(b)

21

İvmeli Sistemlerde Hareket



(a)



(b)



(c)

- (a) Bir araba viraja girdiğinde içindeki yolcu sağa doğru kayar.
 (b) Yolcunun gözlem çerçevesine göre yolcuyla sağ kapı tarafına iten hayali bir kuvvet vardır.
 (c) Yerdeki bir gözlemciye göre yolcuya etki eden kuvvet oturduğu koltuk tarafından sola doğrudur. Böylece yolcu araçta durgun kalır.

22

Örnek: Doğrusal Harekte Hayali Kuvvetler

Kütlesi m olan bir cisim, sağa doğru ivmeli hareket yapan bir yük vagonunun içinde tavana asılıdır.

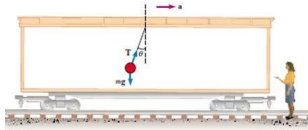
a-) Vagonun dışındaki durgun bir gözlemciye göre aracın ivmesi nedir?

b-) Vagonun içindeki bir gözlemciye göre durumu inceleyiniz?

$$a-) \sum F_x = T \sin \theta = ma$$

$$\sum F_y = T \cos \theta = mg$$

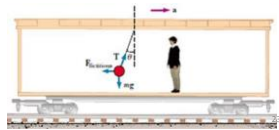
$$a = g \tan \theta$$



$$b-) \sum F'_x = T \sin \theta - f_{\text{hayali}} = 0$$

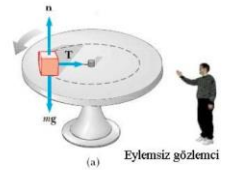
$$\sum F'_y = T \cos \theta = mg$$

$$f_{\text{hayali}} = mg \tan \theta = ma$$



Örnek: Dönen Sistemde Yalancı Kuvvetler

m kütleli bir cisme hareketli ve hareketsiz gözlem çerçevelerindeki kişiler Newton'un ikinci yasasını nasıl uygulayacaklardır?



(a)

Eylemsiz gözlemci

Eylemsiz gözlemci, merkezci kuvvetin ipteki T gerilmesinin oluşturduğunu söyler. Newton'un 2. Kanunu:

$$T = mv^2/r.$$

24

