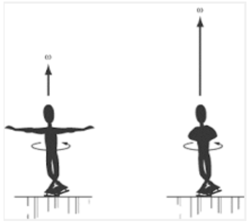
Bölüm: 11

YUVARLANMA HAREKETİ VE AÇISAL MOMENTUM



- Katı Cismin Yuvarlanma Hareketi
- Vektörel Çarpım ve Tork
- Bir Parçacığın Açısal Momentumu
- Dönen Katı Cismin Açısal Momentumu
- Açısal Momentumun Korunumu

YUVARLANMA HAREKETİ

Katı cisimlerin en genel hareketi: Dönme ve öteleme birlikte yer alırlar.

Her türlü hareket daima bu iki bileşene ayrılabilir:

- **Kütle merkezinin öteleme hareketi:**
  Bu hareket Newton yasasıyla belirlenir:

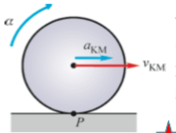
$$\sum_i \vec{F}_i = m\,\vec{a}_{KM} \qquad \text{(öteleme hareketi için)}$$

- **Kütle merkezi etrafında dönme hareketi:**
  Bu hareket dönme dinamiği yasasıyla belirlenir:

$$\boxed{\sum_i \tau_{i,KM} = I_{KM}\,\alpha} \qquad \text{(dönme hareketi için)}$$

En genel harekette çizgisel a_{KM} ile açısal α arasında bir ilişki yoktur.

En genel harekette a_{KM} ile α arasında bir ilişki yoktur.
Fakat, kaymadan yuvarlanan cisimde, bu iki ivme birbirine bağlıdır.



Eğer cisim kaymıyorsa, yüzeye değen P noktasının hızı daima sıfır olur.

Yüzeye değen bu nokta cismin **ani dönme ekseni** olur.

Bu eksenden R uzaklıktaki kütle merkezinin çizgisel ivmesi:

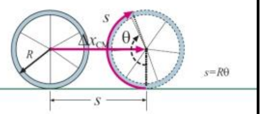
$$\boxed{a_{KM} = R\,\alpha} \qquad \text{(yuvarlanma koşulu)}$$

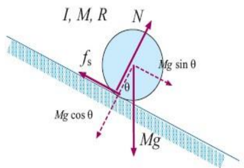
Yuvarlanma hareketinde kinetik enerji:

Dönme ve öteleme birlikte yeraldığı için, kinetik enerji her ikisinin toplamı olur:

$$\boxed{K = \tfrac{1}{2} m v_{KM}^2 + \tfrac{1}{2} I_{KM}\,\omega^2} \qquad \text{(yuvarlanma kinetik enerjisi)}$$

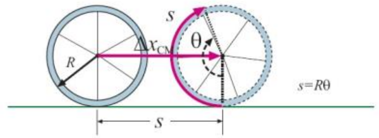
- Yuvarlanma hareketi, dönme ekseninin uzayda sabit olmadığı dönme hareketidir.
- Eğer cismin üzerine etki eden dış torklar yoksa, katı bir cismin açısal momentumu her zaman korunur.
- Doğrusal momentumun korunumu yasası gibi, açısal momentumun korunum yasası da relativistik (göreli) ve kuantum mekaniksel sistemlerde aynı derecede geçerli olan temel bir fizik yasasıdır.





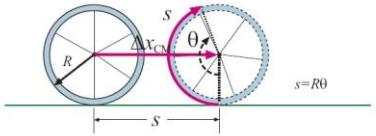
Katı Cismin Yuvarlanma Hareketi

- Hareketli bir eksen etrafında dönen silindir, küre, halka gibi yüksek simetrili katı bir cismin hareketli bir eksen etrafında dönme hareketini inceleyelim;



- Cismin düzgün bir yüzey üzerinde kaymadan yuvarlanma, yani saf yuvarlanma hareketi yaptığını düşünelim

Katı Cismin Yuvarlanma Hareketi

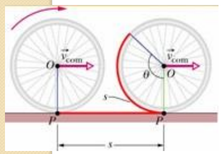


$$\Delta x_{CM} = s = R\theta \qquad v_{CM} = \frac{dx_{CM}}{dt}$$

$$\Downarrow$$

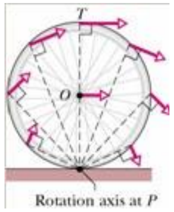
$$a_{CM} = R\alpha \qquad v_{CM} = R\omega$$

Katı Cismin Yuvarlanma Hareketi

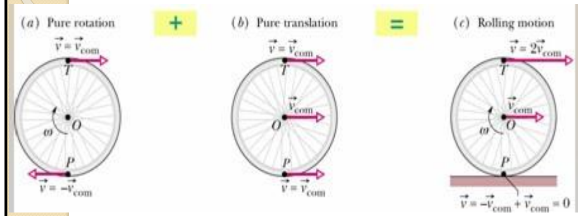


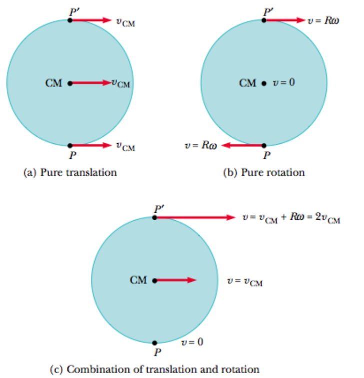
Saf Dönme Hareketi

$$v_{com} = \omega R$$



Dönme + Ötelenme Hareketi= Yuvarlanma Hareketi





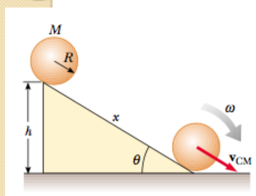
Katı Cismin Yuvarlanma Hareketi

$$\begin{aligned}
K &= \tfrac{1}{2} I_P \omega^2 \\
I_P &= I_{com} + MR^2 \\
K &= \tfrac{1}{2} I_{com}\omega^2 + \tfrac{1}{2} MR^2\omega^2 \\
v_{com} &= \omega R \\
K &= \tfrac{1}{2} I_{com}\omega^2 + \tfrac{1}{2} M v_{com}^2
\end{aligned}$$

Kinetik Enerji

Yuvarlanan bir cisim iki tip kinetik enerjiye sahiptir: Bir eksen etrafında dönme kinetik enerjisi ve kütle merkezinin ötelenmesinden kaynaklanan kinetik enerji.

Eğik Düzlemde Yuvarlanan Küre



$$v_{KM} = R\omega$$

$$K = \frac{1}{2} I_{KM}\left(\frac{v_{KM}}{R}\right)^2 + \frac{1}{2} M v_{KM}^2$$

$$K = \frac{1}{2}\left(\frac{I_{KM}}{R^2} + M\right) v_{KM}^2$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{I_{KM}}{R^2} + M\right) v_{KM}^2 = Mgh$$

$$v_{KM} = \left(\frac{2gh}{1 + I_{KM}/MR^2}\right)^{1/2}$$

Eğik Düzlemde Yuvarlanan Küre

Küre eğik düzlemin tepesinde U=Mgh potansiyel enerjisi ve K=0 kinetik enerjisi ile hareket etmeye başlar.

Düzgün bir katı küre için eylemsizlik momenti; $I=\frac{2}{5}MR^2$

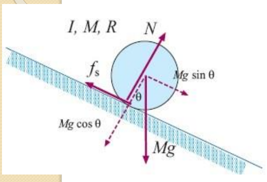
$$\Rightarrow \quad v_{KM}=\left(\frac{2gh}{1+\frac{2/5MR^2}{MR^2}}\right)^{1/2}=\left(\frac{10}{7}gh\right)^{1/2}$$

Eğik düzlem doğrultusundaki x yerdeğiştirmesi h=xSinθ ile bağıntılıdır.

$$\Rightarrow \quad v_{KM}{}^2=\frac{10}{7}gxSin\theta$$

$v_{KM}{}^2=2a_{KM}{}^2x$ olduğunu bildiğimize göre $\boxed{a_{KM}=\frac{5}{7}gSin\theta}$ bulunur.

Eğik Düzlemde Yuvarlanan Küre



$$Mg\sin\theta - f_s = Ma_{CM}$$

$$\tau = Rf_s\sin 90^\circ = Rf_s$$

$$\tau = Rf_s = I\alpha$$

$$a_{CM}=r\alpha \quad \Longrightarrow \quad \alpha=\frac{a_{CM}}{R}$$

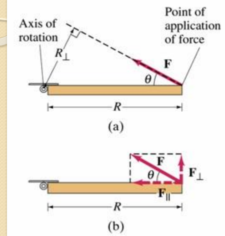
$$Rf_s=\frac{Ia_{CM}}{R} \quad \Longrightarrow \quad f_s=\frac{Ia_{CM}}{R^2}$$

$$Mg\sin\theta-\frac{Ia_{CM}}{R^2}=Ma_{CM}$$

$$\boxed{a_{KM}=\frac{5}{7}gSin\theta} \longleftarrow \quad a_{CM}=\frac{g\sin\theta}{\left(1+\frac{I}{MR^2}\right)}$$

10

Vektörel Çarpım ve Tork



$$\tau = R_\perp F$$

$$\tau = RF_\perp$$

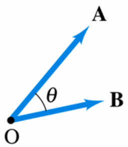
$$\tau = RF\sin\theta$$

$$\Downarrow$$

$$\vec{\tau}=\vec{R}\times\vec{F}$$

15

Vektörel Çarpım



$$\vec{A}\times\vec{B}\equiv|\vec{A}||\vec{B}|\sin\theta$$

$$\hat{i}\times\hat{i}=\hat{j}\times\hat{j}=\hat{k}\times\hat{k}=0$$

$$\hat{i}\times\hat{j}=\hat{k} \qquad \hat{j}\times\hat{k}=\hat{i} \qquad \hat{k}\times\hat{i}=\hat{j}$$

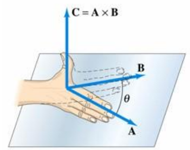
$$\vec{A}=A_x\hat{i}+A_y\hat{j}+A_z\hat{k}$$

$$\vec{B}=B_x\hat{i}+B_y\hat{j}+B_z\hat{k}$$

$$\vec{A}\times\vec{B}=\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}$$

16

Sağ El Kuralı



$$\vec{C}=\vec{A}\times\vec{B}=\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}$$

17

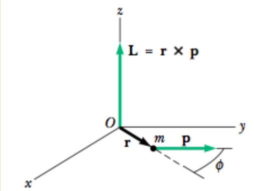
Vektörel Çarpımın Özellikleri

1. **AxB=-BxA**
2. Eğer **A, B**'ye paralelse **AxB=0** ve **AxA=0**
3. A vektörü B vektörüne dikse $|\vec{A}x\vec{B}|=AB$ olur.
4. **Ax(B+C)=AxB+AxC**
5. $\frac{d}{dt}(\vec{A}x\vec{B})=\vec{A}x\frac{d\vec{B}}{dt}+\frac{d\vec{A}}{dt}x\vec{B}$

18

Bir Parçacığın Açısal Momentumu

O koordinat başlangıcına göre, bir parçacığın L açısal momentumu, o andaki r konum vektörü ile p doğrusal momentumunun vektörel çarpımı olarak tanımlanır.



$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$|\vec{L}| = rpSin\phi = mvrSin\phi$$

Bir Parçacığın Açısal Momentumu

<u>Doğrusal Hareket</u>		<u>Dönme Hareketi</u>
$\vec{p} = m\vec{v}$	⇨	$\vec{L} = I\vec{\omega}$
$\vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{p}}{dt}$	⇨	$\vec{\tau} = I\vec{\alpha} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

Bir parçacığa etki eden net tork, parçacığın açısal momentumunun zamana göre değişimine eşittir.

AÇISAL MOMENTUM VE KORUNUMU

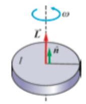
Öteleme hareketinde momentum $p = m\,v$ olarak tanımlanmıştı.
Benzer şekilde, dönme hareketinde açısal momentum tanımlanır:

★ $\boxed{L = I\,\omega \qquad \text{(açısal momentum)}}$ ★

Birimi $kg \cdot m^2/s$ olup, özel bir adı yoktur.

En basit durum: Hızı v olan noktasal cismin r uzaklıktaki dönme eksenine göre açısal momentumu:

$L = I\omega = (mr^2)\,\omega = mvr$ (noktasal cismin açısal momentumu)

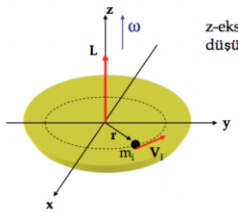


Gerçekte, açısal momentum vektörel bir niceliktir.
$\vec{p}$ momentum vektörünün torku olarak tanımlanır:

$\boxed{\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}}$ ★

Yönü, cismin dönme düzlemine diktir.

Dönen Katı Bir Cismin Açısal Momentumu



z-ekseni etrafında dönen katı bir cisim düşünelim;

$$L_i = m_i r_i^{\,2}\,\omega$$

$$L_z = \left(\sum_i m_i r_i^{\,2}\right)\omega$$

$$L_z = I\omega$$

$$\frac{dL_z}{dt} = I\frac{d\omega}{dt} = I\alpha$$

$$\boxed{\sum \tau_{dış} = \frac{dL_z}{dt} = I\alpha}$$

Dönen Katı Cismin Açısal Momentumu:

Dönme hareketi denklemini yeniden yazalım:

★ $\boxed{\tau = I\,\alpha = I\,\frac{d\omega}{dt} = \frac{d(I\omega)}{dt} = \frac{dL}{dt}}$ ★

Açısal Momentumun Korunumu:

Katı cisme etkiyen dış kuvvetlerin momenti sıfır ise, açısal momentum sabit kalır:

$$\boxed{\tau = 0 \quad \Longrightarrow \quad \frac{dL}{dt} = 0}$$

★ $\boxed{L_1 = L_2 = \text{sabit}}$ ★ (açısal momentum korunumu)

Parçacık Sisteminin Açısal Momentumu

Bir parçacıklar sisteminin verilen bir noktaya göre $\vec{L}$ toplam açısal momentumu, parçacıkların her birine ait açısal momentumların vektörel toplamı olarak tanımlanır:

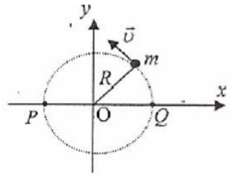
$$\vec{L} = \vec{L_1} + \vec{L_2} + \ldots\ldots + \vec{L_n} = \sum_i \vec{L_i}$$

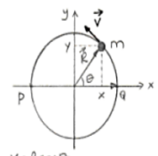
Eylemsiz bir referans sisteminde, verilen bir orijine göre sistemin toplam açısal momentumunun zamana göre değişimi, o orijine göre sistem üzerine etli eden net dış torka eşittir.

$$\sum \tau_{dış} = \sum_i \frac{d\vec{L_i}}{dt} = \sum_i \vec{L_i} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Örnek

m kütleli bir parçacık Şekil'deki gibi, R yarıçaplı bir çember üzerinde sabit v hızıyla dönmektedir. Hareket, Q noktasından başlamışsa, P noktasına göre parçacığın açısal momentumunu zamana bağlı olarak bulunuz.





$x = R\cos\theta$

$y = R\sin\theta$

* Başlangıç konum vektörü, $\vec{r}_0 = x_0 \cdot \vec{i} + y_0 \cdot \vec{j}$
(Q noktası) $\vec{r}_0 = R \cdot \vec{i}$

* m kütlesinin şekilde gösterilen durumu için konum vektörü, $\vec{R} = R\cos\theta\,\vec{i} + R\sin\theta\,\vec{j}$

* P noktasından kütleye çizilen vektör, $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{R}$

$$\vec{r} = R\vec{i} + R\cos\theta\,\vec{i} + R\sin\theta\,\vec{j}$$
$$= R\left[(1+\cos\theta)\vec{i} + \sin\theta\,\vec{j}\right]$$

Hız vektörü birim vektörler cinsinden,

$s = \theta \cdot R$

$\underbrace{\frac{ds}{dt}}_{} = \frac{d\theta}{dt} \cdot R$

$v = \frac{d\theta}{dt} \cdot R$

$d\theta = \frac{v}{R} \cdot dt$

$\theta = \int \frac{v}{R} dt$

$\boxed{\theta = \frac{v}{R} \cdot t}$

$\boxed{\theta = \omega \cdot t}$

$$\vec{v} = -v\sin(\theta)\vec{i} + v\cos(\theta)\vec{j}$$

$$\vec{v} = -v\sin\left(\frac{vt}{R}\right)\vec{i} + v\cos\left(\frac{vt}{R}\right)\vec{j}$$

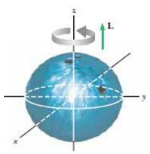
$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r_x & r_y & 0 \\ mv_x & mv_y & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \vec{k}\left[R(1+\cos\theta)(mv\cos\theta) - R\sin\theta(-mv\sin\theta)\right]$$

$$= \vec{k}\left[R\left(mv\left[\cos\theta + \underbrace{\cos^2\theta + \sin^2\theta}_{=1}\right]\right)\right]$$

$$\vec{L} = mvR(1+\cos\theta)\vec{k} = mvR\left[1+\cos\left(\frac{vt}{R}\right)\right]\vec{k}$$

Örnek : Kütlesi 6 kg ve yarıçapı 12 cm olan bowling topu kendi ekseni etrafında saniyede 10 defa dönmektedir. Topun açısal momentumu nedir?

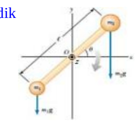


$L = I\omega$

$I = \frac{2}{5}mR^2 = \frac{2}{5}(6)(12\times10^{-2})^2 = 345.6\times10^{-4}\ \mathrm{kg\cdot m^2}$

$L = I\omega \to L = \left(345.6\times10^{-4}\right)\cdot\left(10\times2\pi\right) = 2.17\ \mathrm{kg\cdot m^2/s}$

Örnek : Kütlesi M ve uzunluğu l olan çubuk, kütle merkezinden dik olarak geçen eksen z-ekseni etrafında rahatça dönebilmektedir. İki ucuna m_1 ve m_2 kütlelerine sahip bilyeler monte edilmiş sistem düşey düzlemde ω hızı ile dönmektedir.



a–) Sistemin açısal momentumu nedir?

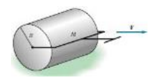
b–) Çubuk yatayla θ açısı yaptığı bir anda sistemin açısal ivmesi ne olur?

a–) $L = I\omega \;\to\; I = \frac{1}{12}Ml^2 + m_1\left(\frac{l}{2}\right)^2 + m_2\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{l^2}{4}\left(\frac{M}{3} + m_1 + m_2\right)$

$L = I\omega = \frac{l^2}{4}\left(\frac{M}{3} + m_1 + m_2\right)\omega$

b–) $\sum\tau = I\alpha \to \alpha = \dfrac{\overbrace{\left[m_1 g\left(\frac{l}{2}\right)\cos\theta - m_2 g\left(\frac{l}{2}\right)\cos\theta\right]}^{\tau}}{\frac{l^2}{4}\left(\frac{M}{3} + m_1 + m_2\right)} = \dfrac{2\,(m_1 - m_2)\,g\cos\theta}{l\left(\frac{M}{3} + m_1 + m_2\right)}$

Örnek : Kütlesi M, yarıçapı R olan bir çim biçme silindirine yatay doğrultuda şekildeki gibi bir F kuvveti uygulanıyor. Silindir yatay düzlemde kaymadan yuvarlanmaktadır. Kütle merkezinin ivmesinin $\left(\frac{2F}{3M}\right)$ ve statik sürtünme katsayısının $\left(\frac{F}{3Mg}\right)$ olduğunu gösteriniz.



$$\sum\tau = I\alpha \to f_s R = I\frac{a}{R} \;\to\; f_s = \left(\frac{1}{2}MR^2\right)\frac{a}{R^2} = \frac{1}{2}Ma$$

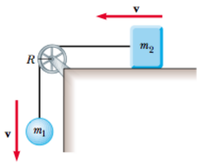
$$F - f_s = Ma \to \left(M + \frac{1}{2}M\right)a = F \to \vec{a} = \frac{2F}{3M}$$

$$f_s = \mu_s Mg = F - Ma = F - M\frac{2F}{3M} = \frac{F}{3} \to \mu_s = \frac{F}{3Mg}$$

Örnek

Birbirine bağlı iki kütle

m_1 kütleli bir kütle ile m_2 kütleli bir blok şeklide görüldüğü gibi, R yarıçaplı bir makaradan geçen ince bir iple birbirine bağlıdır. Makaranın, kendi eksenine göre eylemsizlik momenti I dır. Blok, sürtünmesiz yatay bir düzlem üzerinde kaymaktadır. Açısal momentum ve tork kavramlarını kullanarak, bu iki cismin doğrusal ivmesi için bir ifade elde ediniz.



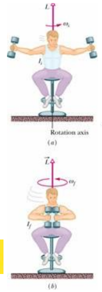
Açısal Momentumun Korunumu

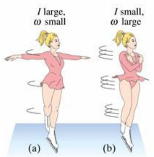
Sabit bir eksen etrafında dönen katı bir cismin açısal momentumu;

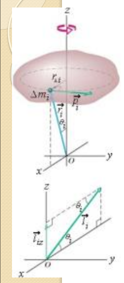
$$L = I\omega$$

Eğer bir sisteme etki eden bileşke dış tork sıfırsa, sistemin toplam açısal momentumunun büyüklüğü ve doğrultusu sabittir.

$$\vec{L} = \text{const.} \quad \Rightarrow \quad \vec{L}_i = \vec{L}_f$$







Açısal Momentumun Korunumu:

Katı cisimlerde dahil, tüm parçacık sistemleri için Newton' un ikinci yasasının açısal formu: $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau}_{net}$ ' tir.

Eğer sistem üzerine etkiyen net tork sıfırsa ($\vec{\tau}_{net} = 0$):

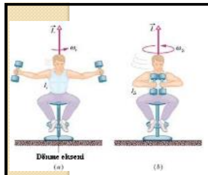
$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \rightarrow \vec{L} =$ sabit olur. Bu, açısal momentumun korunum ilkesidir.

Bir başka deyimle;

$$\begin{pmatrix}\textbf{Herhangi bir } t_i \textbf{ anındaki} \\ \textbf{net açısal momentum}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\textbf{Herhangi bir } t_s \textbf{ anındaki} \\ \textbf{net açısal momentum}\end{pmatrix}$$

$$\vec{L}_i = \vec{L}_s$$

Not : Dış torkun belli bir eksen yönündeki bileşeni sıfırsa, açısal momentumun o eksen yönündeki bileşeni değişmez (korunur).



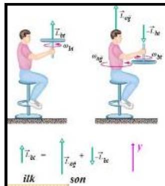
Resimdeki öğrenci, düşey eksen etrafında dönebilen bir taburenin üzerinde oturmaktadır. Kollarını iki yana açan öğrencinin ellerinde özdeş ağırlıklar varken ω_i açısal hızıyla dönmektedir. Bu durumdaki açısal momentum vektörü $\vec{L}$ dönme ekseni boyunca yukarı yöndedir (Şekil-*a*).

Öğrenci belli bir anda kollarını topluyor (Şekil-*b*) ve bu hareket sonucunda, dönme eylemsizlik momenti, I_i' den daha düşük bir değer olan I_s' ye düşüyor. Öğrenci ve tabure sistemi üzerine dış bir tork etkimediğinden, açısal momentum korunur.

t_i anında: $L_i = I_i\omega_i$ ve t_s anında: $L_s = I_s\omega_s$ olduğundan,

$L_i = L_s \rightarrow I_i\omega_i = I_s\omega_s \rightarrow \omega_s = \frac{I_i}{I_s}\omega_i$ bulunur.

$I_s < I_i \rightarrow \frac{I_i}{I_s} > 1 \rightarrow \omega_s > \omega_i$. Öğrenci son durumda daha hızlı döner.



Örnek : Düşey eksen etrafında rahatça dönebilen bir taburenin üzerindeki öğrencinin elinde, 3.9 devir/s' lik bir açısal hızla dönen ve eylemsizlik momenti 1.2 kg · m² olan bir bisiklet tekerleği vardır. Öğrenci, belli bir anda tekerleği aynı açısal hızla ters yönde dönecek şekilde çeviriyor. Bunun sonucunda, öğrencinin açısal hızı ne olur?

Öğrenci (öğ) + tabure (t)
birleşik sisteminin toplam dönme eylemsizlik momenti
$I_{öğ} + I_t = 6.8\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$

$$I_{bt} = 1.2\ \text{kg}\cdot\text{m}^2 \quad ; \quad \omega_{bt} = 3.9\ \text{dev/s} \quad ; \quad I_{öğ+t} = 6.8\ \text{kg}\cdot\text{m}^2 \quad \rightarrow \quad \omega_{öğ} = ?$$

$$L_i = L_s \rightarrow L_{bt} = -L_{bt} + L_{öğ+t} \rightarrow L_{öğ+t} = 2L_{bt}$$

$$2I_{bt}\omega_{bt} = I_{öğ+t}\omega_{öğ} \rightarrow \omega_{öğ} = \frac{2I_{bt}\omega_{bt}}{I_{öğ+t}} = \frac{2\times1.2\times3.9}{6.8} = 1.4\ \text{dev/s}$$

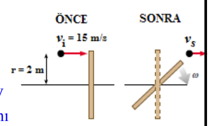
Örnek : Yarıçapı $R = 2$ m, kütlesi $M = 100$ kg olan disk şeklindeki bir platform, merkezinden dik olarak geçen eksen etrafında rahatça dönebilmektedir. Kütlesi $m = 60$ kg olan bir öğrenci platformun dış kenarı üzerindeyken platformla birlikte 2 rad/s hızla dönmektedir. Öğrenci daha sonra platformun merkezine doğru yürümeye başlıyor. $r = 0.5$ m noktasına geldiğinde öğrenci+platform hangi hızla döner?

$$L_i = L_s \rightarrow I_i\omega_i = I_s\omega_s \rightarrow \omega_s = \frac{I_i}{I_s}\omega_i$$

$$I_i = \frac{1}{2}MR^2 + mR^2 \quad ; \quad I_s = \frac{1}{2}MR^2 + m(r)^2$$

$$\omega_s = \frac{\left(\frac{1}{2}MR^2 + mR^2\right)}{\left(\frac{1}{2}MR^2 + m(r)^2\right)}\omega_i = \frac{(200+240)}{(200+15)}(2) = 4.1\ \text{rad/s}$$

Örnek : Kütle merkezinden dik olarak geçen eksene göre eylemsizlik momenti 12 kg·m^2 ve uzunluğu 4 m olan ince bir çubuk şekildeki gibi düşey olarak durmaktadır. Kütlesi 2 kg olan bir cisim 15 m/s yatay hızla çubuğun tepe noktasına esnek olarak çarpıp aynı yönde yoluna devam ediyor. Çarpışmadan sonra cismin çizgisel hızı ve çubuğun açısal hızı nedir?



$$L_i = L_s \rightarrow rmv_i = rmv_s + I\omega = rmv_s + I\frac{v_s}{r}$$

$$v_s = \frac{m}{\left(m + \frac{I}{r^2}\right)} v_i = \frac{2}{\left(2 + \frac{12}{4}\right)} 15 = 6\text{ m/s}$$

$$\omega_s = \frac{v_s}{r} = \frac{6}{2} = 3\text{ rad/s}$$

Örnek

Dönen Bisiklet Tekerleği

Bir taburede oturan bir öğrenci dönen bisiklet tekerleğini milinden tutmaktadır. Başlangıçta öğrenci ve tabure hareketsiz olduğu halde, tekerlek, yukarıya doğru yönelmiş bir L_i başlangıç açısal momentumuyla dönmektedir. Tekerlek, kendi merkezi etrafında alt üst denilecek şekilde 180°döndürülürse, öğrenci ve tabure dönmeye başlar. L_i cinsinden, öğrenci ve tabureden oluşan sistemin L Açısal momentumunun büyüklüğü ve doğrultusunu bulunuz.