

Лабораторная работа № 1

МАТРИЧНЫЕ ИГРЫ В ЧИСТЫХ СТРАТЕГИЯХ

Цель работы: приобретение практических навыков в составлении матрицы игры и нахождении минимаксных (максиминных) стратегий, определении цены игры и нахождении седловой точки.

Задания

1. Составить матрицу игры $m \times n$, которая проводится по следующим правилам:

- Случайно выбирается целое число z из интервала $[a_1, a_2, \dots, a_k]$, каждое возможное значение может быть выбрано с вероятностью $1/k$.
- Игрок **A**, не зная результата этого хода, выбирает целое число x .
- Игрок **B**, не зная ни z , ни x , выбирает целое число y .
- Выигрыш **A** определяется следующим образом:

$$(|y - z| - |x - z|).$$

Определить спектр **обоснованных** ходов игроков. Доказать, что игра является игрой с нулевой суммой, и составить матрицу ожидаемого выигрыша для игрока **A**.

№	Границы интервала	№	Границы интервала	№	Границы интервала
1	$[1, \dots, 5]$	6	$[-4, \dots, 0]$	11	$[1, \dots, 6]$
2	$[2, \dots, 6]$	7	$[-3, \dots, 1]$	12	$[2, \dots, 7]$
3	$[3, \dots, 7]$	8	$[-2, \dots, 2]$	13	$[3, \dots, 8]$
4	$[4, \dots, 8]$	9	$[-1, \dots, 3]$	14	$[4, \dots, 9]$
5	$[5, \dots, 9]$	10	$[0, \dots, 4]$	15	$[5, \dots, 10]$

2. Для данной матрицы выигрышей игрока **A** определить седловую точку (если она существует). Определить в каком промежутке находится цена игры, если игра не имеет седловой точки.

№	Матрица выигрыша A	№	Матрица выигрыша A
1	$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 & 2 & -3 & -3 \\ 0 & 2 & -2 & -3 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & -1 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & -1 & -2 & 2 & -2 \\ -2 & -1 & -3 & 1 & -1 & -2 \\ -1 & -1 & 0 & -2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$	9	$A = \begin{pmatrix} -5 & 2 & 7 & -4 & -5 & -4 \\ 0 & 1 & 9 & 3 & 9 & -2 \\ 2 & -7 & 9 & 3 & 5 & 3 \\ 4 & -4 & 1 & -6 & 5 & 4 \\ -7 & 5 & -7 & -4 & 2 & 9 \\ 5 & -7 & 2 & 6 & 5 & -6 \end{pmatrix}$

2	$= \begin{pmatrix} -5 & -2 & -6 & 5 & 5 & -7 \\ -1 & 4 & 0 & -7 & -8 & 0 \\ -7 & -4 & -5 & -6 & 2 & -5 \\ -6 & 4 & 0 & -1 & 3 & -7 \\ -6 & -4 & 5 & 2 & -3 & 2 \\ 4 & -5 & 1 & 5 & 5 & -2 \end{pmatrix}$	10	$A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & -1 & -4 & -2 & 1 \\ 4 & -1 & 4 & -3 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 4 & 4 & -4 & -4 \\ -2 & -4 & 2 & -1 & 3 & -4 \\ 4 & -1 & 3 & -2 & -4 & -1 \\ -4 & 3 & 1 & -1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$
3	$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 & 4 & 6 & 2 \\ 0 & 4 & 2 & 3 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & -2 & 3 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & 6 & 1 & 1 & 6 \\ 6 & 4 & 1 & 3 & 4 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 0 & 4 & 6 \end{pmatrix}$	11	$A = \begin{pmatrix} -3 & -1 & -1 & 1 & -3 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & -2 & 2 & 2 \\ -2 & -2 & 2 & -1 & 2 & -3 \\ -3 & 0 & 1 & -3 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$
4	$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & -7 & -4 & -7 \\ 0 & -6 & 9 & 3 & 6 & 3 \\ -3 & -5 & -7 & 0 & -3 & -4 \\ 8 & 5 & 6 & 9 & 1 & -7 \\ -7 & 3 & -2 & -7 & -6 & 1 \\ 2 & -4 & -2 & 1 & -6 & -1 \end{pmatrix}$	12	$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 & -3 & -3 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 & -3 & 0 \\ -2 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & -3 & -3 \\ -1 & -2 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$
5	$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 & -7 & -2 & -7 \\ 4 & 1 & -6 & 1 & 0 & -8 \\ -7 & -1 & -7 & 4 & -8 & -6 \\ -1 & -6 & 2 & 5 & -4 & -4 \\ -6 & 1 & -3 & 1 & -7 & -1 \\ -4 & -2 & 1 & 3 & -5 & -4 \end{pmatrix}$	13	$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 & -4 & 0 & 4 \\ 1 & 3 & -4 & 4 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & -2 & -4 & 1 & -3 \\ -3 & -3 & -1 & -4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$
6	$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & -2 & -1 & -4 & 3 \\ 4 & -1 & -2 & -4 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & -4 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & -3 & 2 & -4 & 2 & -4 \\ -3 & 2 & 2 & -4 & -2 & 0 \\ 3 & 3 & 1 & -1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$	14	$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 & 6 & -2 & 2 \\ 4 & 3 & 3 & 2 & 2 & 6 \\ 4 & 3 & 6 & -1 & -1 & 4 \\ 6 & 6 & 4 & 5 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 3 & 5 & 6 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 3 & -2 & 5 \end{pmatrix}$
7	$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 & 0 & 2 & 0 \\ 4 & 1 & 3 & 3 & 0 & -1 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & -1 & 1 \\ 6 & -2 & 1 & -2 & 4 & -2 \\ -2 & 3 & 4 & 1 & 3 & 5 \\ 6 & -1 & 2 & 2 & 5 & 6 \end{pmatrix}$	15	$A = \begin{pmatrix} -5 & -2 & -3 & 1 & 8 & 1 \\ 6 & -6 & -5 & 2 & -6 & -1 \\ 5 & -3 & 1 & -6 & 5 & -3 \\ 4 & 6 & 2 & 7 & -5 & -6 \\ 1 & 9 & -1 & 6 & -3 & -2 \\ -7 & 4 & 4 & 6 & 1 & 5 \end{pmatrix}$
8	$A = \begin{pmatrix} -3 & -6 & -8 & 0 & -3 & 4 \\ 5 & -5 & -7 & -8 & -2 & -6 \\ 2 & -8 & 0 & -5 & 4 & -1 \\ -1 & -6 & 4 & 5 & 0 & 2 \\ -6 & -5 & 5 & -8 & -5 & -1 \\ 0 & -5 & 0 & 2 & -2 & -4 \end{pmatrix}$	16	$= \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 & -2 & -4 & 0 \\ 2 & 5 & -2 & -8 & -5 & 2 \\ 1 & -7 & -2 & -4 & -8 & -4 \\ -3 & 2 & -1 & -6 & -5 & -7 \\ -4 & -5 & 1 & -4 & -6 & -4 \\ 5 & 3 & -2 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

3. В следующей игре заданы платежи игроку А. Укажите область значений параметров p и q , при которых пара (2;2) будет седловой точкой.

№	Матрица выигрыша А	№	Матрица выигрыша А	№	Матрица выигрыша А
1	$A = \begin{pmatrix} 1 & p & 1 \\ 3 & -5 & q \\ -1 & -4 & 1 \end{pmatrix}$	6	$A = \begin{pmatrix} 1 & p & 1 \\ 3 & -5 & q \\ -1 & -4 & 1 \end{pmatrix}$	11	$A = \begin{pmatrix} 1 & p & 1 \\ 3 & -5 & q \\ -1 & -4 & 1 \end{pmatrix}$
2	$A = \begin{pmatrix} 1 & p & 1 \\ 3 & -5 & q \\ -1 & -4 & 1 \end{pmatrix}$	7	$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & -4 & q \\ -1 & p & 1 \end{pmatrix}$	12	$A = \begin{pmatrix} 1 & q & 0 \\ p & 5 & 2 \\ -3 & -4 & 1 \end{pmatrix}$
3	$A = \begin{pmatrix} -4 & p & -4 \\ -5 & -1 & q \\ -2 & 2 & 6 \end{pmatrix}$	8	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & q \\ 4 & p & 4 \end{pmatrix}$	13	$A = \begin{pmatrix} 1 & q & 1 \\ p & 2 & 3 \\ -1 & -5 & -2 \end{pmatrix}$
4	$A = \begin{pmatrix} 1 & p & 3 \\ -7 & 6 & q \\ 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}$	8	$A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 1 \\ 3 & -5 & q \\ 1 & p & -3 \end{pmatrix}$	14	$A = \begin{pmatrix} 1 & q & 1 \\ p & 5 & 6 \\ -1 & -4 & 1 \end{pmatrix}$
5	$A = \begin{pmatrix} 8 & p & -2 \\ 0 & 5 & q \\ 5 & 4 & -9 \end{pmatrix}$	10	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & q \\ -2 & p & 1 \end{pmatrix}$	15	$A = \begin{pmatrix} 0 & q & 1 \\ p & -5 & 2 \\ -1 & -4 & 1 \end{pmatrix}$