

ИГРЫ С ПРИРОДОЙ

Цель работы: приобретение практических навыков в построении моделей конфликтных ситуаций с непротивоположными интересами сторон, определение равновесия Нэша и доминирования по Парето в биматричных играх, усвоение геометрических подходов к решению бескоалиционных игр в смешанных стратегиях.

Задания

1. Проанализировать описанную ситуацию с точки зрения применимости **основных** рассмотренных критериев принятия решений в условиях неопределенности. Для выбора наиболее эффективного варианта стратегии ко всем возможным вариантам применить известные основные критерии оптимальности. Вариант, на который указало большинство критериев, принять за оптимальный.

Национальная школа выживания подбирает место для строительства летнего лагеря в центре Аляски в целях тренировки людей на выживание в условиях дикой природы. Школа считает, что число участников сбора может быть 200, 250, 300, 400 или 500 человек. Стоимость летнего лагеря будет минимальной, поскольку он строится для удовлетворения только определенных небольших потребностей. Отклонения в сторону уменьшения или увеличения относительно идеальных уровней потребностей влекут за собой дополнительные затраты, обусловленные строительством избыточных (неиспользуемых) мощностей или потерей возможности получить прибыль в случае, когда некоторые потребности не удовлетворяются. Пусть переменные A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 представляют возможные размеры лагеря (на 200, 250, 300, 400 или 500 человек), а переменные $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$ — реальное количество участников сбора.

В вариантах заданий приведена матрица стоимостей (в тысячах долларов), относящаяся к описанной ситуации.

| № | Матрица стоимостей A | № | Матрица стоимостей A |
|---|--|---|---|
| 1 | $A = \begin{pmatrix} 6 & 49 & 28 & 18 & 28 & 36 \\ 22 & 69 & 20 & 97 & 13 & 61 \\ 92 & 60 & 44 & 60 & 11 & 3 \\ 45 & 14 & 85 & 90 & 75 & 27 \\ 28 & 4 & 88 & 33 & 46 & 86 \end{pmatrix}$ | 9 | $A = \begin{pmatrix} 88 & 77 & 40 & 82 & 92 & 72 \\ 62 & 15 & 68 & 1 & 78 & 100 \\ 53 & 44 & 53 & 40 & 46 & 46 \\ 36 & 41 & 73 & 41 & 72 & 60 \\ 98 & 77 & 13 & 38 & 40 & 30 \end{pmatrix}$ |

| | | | |
|---|--|----|---|
| 2 | $= \begin{pmatrix} 5 & 83 & 19 & 49 & 90 & 52 \\ 13 & 55 & 14 & 28 & 72 & 17 \\ 88 & 7 & 36 & 17 & 40 & 58 \\ 29 & 64 & 2 & 56 & 87 & 44 \\ 14 & 37 & 80 & 69 & 74 & 84 \end{pmatrix}$ | 10 | $A = \begin{pmatrix} 60 & 56 & 76 & 45 & 37 & 26 \\ 92 & 31 & 5 & 94 & 60 & 44 \\ 75 & 89 & 42 & 32 & 49 & 59 \\ 78 & 84 & 59 & 14 & 49 & 41 \\ 58 & 29 & 5 & 29 & 39 & 50 \end{pmatrix}$ |
| 3 | $A = \begin{pmatrix} 35 & 29 & 77 & 19 & 23 & 92 \\ 66 & 47 & 29 & 23 & 96 & 44 \\ 6 & 34 & 29 & 11 & 77 & 20 \\ 39 & 78 & 11 & 26 & 94 & 70 \\ 49 & 54 & 77 & 82 & 12 & 72 \end{pmatrix}$ | 11 | $A = \begin{pmatrix} 54 & 25 & 72 & 12 & 44 & 92 \\ 87 & 57 & 87 & 34 & 33 & 0 \\ 31 & 16 & 78 & 8 & 11 & 59 \\ 76 & 87 & 46 & 12 & 25 & 77 \\ 53 & 91 & 96 & 83 & 91 & 38 \end{pmatrix}$ |
| 4 | $A = \begin{pmatrix} 66 & 86 & 27 & 45 & 43 & 37 \\ 6 & 95 & 53 & 84 & 7 & 37 \\ 14 & 25 & 41 & 13 & 3 & 21 \\ 33 & 85 & 46 & 32 & 54 & 98 \\ 91 & 52 & 26 & 62 & 44 & 3 \end{pmatrix}$ | 12 | $A = \begin{pmatrix} 5 & 36 & 48 & 12 & 18 & 40 \\ 86 & 67 & 57 & 65 & 63 & 66 \\ 50 & 98 & 87 & 53 & 96 & 25 \\ 21 & 80 & 68 & 100 & 19 & 21 \\ 91 & 27 & 84 & 27 & 58 & 87 \end{pmatrix}$ |
| 5 | $A = \begin{pmatrix} 20 & 52 & 89 & 29 & 40 & 12 \\ 64 & 44 & 91 & 84 & 58 & 67 \\ 59 & 66 & 59 & 83 & 59 & 7 \\ 64 & 25 & 100 & 74 & 81 & 41 \\ 82 & 57 & 8 & 97 & 14 & 31 \end{pmatrix}$ | 13 | $A = \begin{pmatrix} 42 & 13 & 62 & 42 & 0 & 85 \\ 38 & 40 & 54 & 88 & 84 & 2 \\ 11 & 53 & 32 & 79 & 73 & 96 \\ 71 & 78 & 86 & 40 & 12 & 84 \\ 65 & 79 & 38 & 31 & 50 & 75 \end{pmatrix}$ |
| 6 | $A = \begin{pmatrix} 30 & 98 & 83 & 89 & 69 & 72 \\ 36 & 88 & 85 & 58 & 55 & 9 \\ 38 & 75 & 94 & 22 & 59 & 41 \\ 58 & 29 & 39 & 6 & 43 & 1 \\ 17 & 83 & 0 & 30 & 76 & 61 \end{pmatrix}$ | 14 | $A = \begin{pmatrix} 90 & 92 & 99 & 4 & 43 & 79 \\ 14 & 7 & 21 & 81 & 27 & 94 \\ 86 & 29 & 60 & 42 & 20 & 60 \\ 98 & 83 & 46 & 74 & 43 & 8 \\ 42 & 77 & 34 & 90 & 26 & 16 \end{pmatrix}$ |
| 7 | $A = \begin{pmatrix} 94 & 72 & 37 & 90 & 84 & 85 \\ 26 & 11 & 89 & 93 & 4 & 43 \\ 31 & 31 & 61 & 4 & 40 & 62 \\ 11 & 27 & 9 & 98 & 2 & 44 \\ 8 & 92 & 75 & 36 & 58 & 49 \end{pmatrix}$ | 15 | $A = \begin{pmatrix} 33 & 41 & 54 & 88 & 77 & 20 \\ 73 & 67 & 88 & 88 & 92 & 54 \\ 95 & 86 & 24 & 55 & 94 & 50 \\ 42 & 24 & 9 & 96 & 85 & 23 \\ 92 & 67 & 11 & 2 & 19 & 62 \end{pmatrix}$ |
| 8 | $A = \begin{pmatrix} 28 & 67 & 41 & 59 & 82 & 83 \\ 30 & 35 & 3 & 87 & 44 & 64 \\ 49 & 91 & 85 & 90 & 7 & 71 \\ 97 & 33 & 29 & 16 & 72 & 51 \\ 99 & 45 & 83 & 89 & 55 & 25 \end{pmatrix}$ | 16 | $A = \begin{pmatrix} 51 & 85 & 25 & 56 & 77 & 19 \\ 23 & 10 & 12 & 99 & 8 & 5 \\ 16 & 82 & 63 & 21 & 53 & 77 \\ 60 & 18 & 46 & 82 & 32 & 67 \\ 99 & 19 & 44 & 61 & 61 & 52 \end{pmatrix}$ |

2. Проанализировать описанную ситуацию с точки зрения применимости **производных** рассмотренных критериев принятия решений в условиях неопределенности. Для выбора наиболее эффективного варианта стратегии ко всем возможным вариантам применить известные производные критерии оптимальности. Вариант, на который указало большинство критериев, принять за оптимальный.

В приближении посевного сезона фермер Мак-Кой имеет четыре альтернативы:

A_1 — выращивать кукурузу,

A_2 — выращивать пшеницу,

A_3 — выращивать соевые бобы,

A_4 — использовать землю под пастбища.

Платежи, связанные с указанными возможностями, зависят от количества осадков, которые условно можно разделить на четыре категории:

B_1 — сильные осадки,

B_2 — умеренные осадки,

B_3 — незначительные осадки,

B_4 — засушливый сезон.

В вариантах заданий приведена матрица стоимостей (в тысячах долларов), относящаяся к описанной ситуации.

| № | Матрица стоимостей A | № | Матрица стоимостей A |
|---|--|----|--|
| 1 | $A = \begin{pmatrix} -35 & -16 & -55 & -63 \\ -20 & -66 & -96 & 42 \\ -57 & 82 & -91 & 99 \\ -94 & 46 & 84 & 94 \end{pmatrix}$ | 9 | $A = \begin{pmatrix} 85 & -64 & -67 & -9 \\ 21 & 49 & 9 & -81 \\ -3 & 35 & -41 & 96 \\ -30 & 47 & -57 & 49 \end{pmatrix}$ |
| 2 | $= \begin{pmatrix} -8 & -23 & -78 & 42 \\ 85 & -84 & -80 & 3 \\ 52 & -63 & -75 & 6 \\ 90 & -11 & 33 & 16 \end{pmatrix}$ | 10 | $A = \begin{pmatrix} 65 & -5 & 67 & 35 \\ -39 & 65 & 97 & 48 \\ 33 & 63 & 13 & 73 \\ -88 & 4 & 46 & -39 \end{pmatrix}$ |
| 3 | $A = \begin{pmatrix} -96 & 91 & -4 & 57 \\ 89 & -48 & 9 & -39 \\ 56 & 56 & 5 & 86 \\ -44 & 88 & -51 & -73 \end{pmatrix}$ | 11 | $A = \begin{pmatrix} -74 & -9 & -9 & -26 \\ -97 & 78 & -11 & 66 \\ -29 & 11 & -96 & 9 \\ 19 & -73 & 61 & -2 \end{pmatrix}$ |

| | | | |
|---|---|----|--|
| 4 | $A = \begin{pmatrix} -21 & 6 & -97 & -88 \\ -81 & 41 & -87 & 87 \\ -16 & -43 & 75 & 33 \\ -44 & -10 & 84 & -98 \end{pmatrix}$ | 12 | $A = \begin{pmatrix} 10 & 27 & 67 & 51 \\ -20 & 46 & 42 & 41 \\ 79 & 75 & 2 & -57 \\ -76 & -86 & 78 & -61 \end{pmatrix}$ |
| 5 | $A = \begin{pmatrix} -14 & -2 & -54 & 90 \\ 66 & -83 & 71 & -2 \\ -72 & -74 & 52 & 86 \\ 13 & -9 & 96 & 26 \end{pmatrix}$ | 13 | $A = \begin{pmatrix} -35 & -9 & -65 & -48 \\ 40 & -78 & 26 & 91 \\ -3 & -84 & -29 & -70 \\ 10 & -97 & 59 & -9 \end{pmatrix}$ |
| 6 | $A = \begin{pmatrix} -22 & -42 & 66 & 54 \\ 24 & -57 & 7 & 79 \\ 21 & -86 & -37 & 31 \\ 2 & 35 & -49 & 94 \end{pmatrix}$ | 14 | $A = \begin{pmatrix} -76 & -72 & 16 & 77 \\ -73 & -89 & -70 & 55 \\ 39 & -48 & 4 & 44 \\ -8 & -86 & 86 & 10 \end{pmatrix}$ |
| 7 | $A = \begin{pmatrix} 80 & -51 & -69 & 76 \\ 85 & -89 & 50 & -55 \\ 76 & -45 & 23 & 25 \\ -48 & 33 & -79 & -37 \end{pmatrix}$ | 15 | $A = \begin{pmatrix} 94 & -35 & 8 & -44 \\ 33 & -44 & 80 & -98 \\ 73 & -17 & 54 & -34 \\ -6 & -12 & 91 & -51 \end{pmatrix}$ |
| 8 | $A = \begin{pmatrix} 16 & 84 & 77 & -21 \\ 60 & -46 & 2 & 78 \\ -99 & 24 & 0 & -7 \\ 79 & 5 & 14 & -58 \end{pmatrix}$ | 16 | $A = \begin{pmatrix} -31 & 28 & 4 & -97 \\ 41 & 17 & 36 & -64 \\ 80 & -68 & 97 & 47 \\ 46 & 23 & -8 & 22 \end{pmatrix}$ |

3. С помощью применимых критериев принятия решений в условиях риска определить оптимальный период (в месяцах) между планируемыми профилактическими ремонтами для следующей ситуации.

Электроэнергетическая компания использует парк из N грузовых автомобилей для обслуживания электрической сети. Компания планирует периодический профилактический ремонт автомобилей. Вероятность поломки автомобиля в первый месяц равна p_1 , во второй месяц — p_2 и увеличивается на Δp для каждого последующего месяца, по k -ый включительно. Начиная с $k+1$ месяца и далее, вероятность поломки сохраняется постоянной на уровне p_0 . Случайная поломка

одного грузового автомобиля обходится компании в V_1 долл., а планируемый профилактический ремонт в V_2 долл.

В вариантах заданий приведены значения параметров, относящихся к описанной ситуации.

| № п/п | N | p_1 | p_2 | Δp | k | p_0 | V_1 | V_2 |
|-------|-----|-------|-------|------------|-----|-------|-------|-------|
| 1 | 10 | 0 | 0.02 | 0.01 | 8 | 0.2 | 100 | 15 |
| 2 | 12 | 0.01 | 0.03 | 0.015 | 9 | 0.3 | 200 | 25 |
| 3 | 14 | 0.02 | 0.04 | 0.02 | 10 | 0.4 | 200 | 75 |
| 4 | 15 | 0.03 | 0.05 | 0.025 | 11 | 0.5 | 150 | 30 |
| 5 | 18 | 0.04 | 0.1 | 0.03 | 12 | 0.55 | 180 | 40 |
| 6 | 20 | 0.05 | 0.11 | 0.035 | 8 | 0.5 | 300 | 80 |
| 7 | 25 | 0 | 0.01 | 0.04 | 9 | 0.4 | 200 | 50 |
| 8 | 20 | 0.01 | 0.02 | 0.045 | 10 | 0.5 | 100 | 20 |
| 9 | 32 | 0.02 | 0.03 | 0.05 | 11 | 0.65 | 200 | 45 |
| 10 | 34 | 0.03 | 0.04 | 0.01 | 12 | 0.5 | 250 | 75 |
| 11 | 35 | 0.04 | 0.05 | 0.015 | 8 | 0.4 | 150 | 40 |
| 12 | 40 | 0.05 | 0.07 | 0.02 | 9 | 0.5 | 180 | 50 |
| 13 | 43 | 0 | 0.03 | 0.025 | 10 | 0.65 | 300 | 75 |
| 14 | 45 | 0.01 | 0.05 | 0.03 | 11 | 0.5 | 200 | 50 |
| 15 | 50 | 0.02 | 0.06 | 0.035 | 12 | 0.7 | 250 | 60 |

4. С помощью подходящих критериев для принятия решения в условиях риска определить оптимальные значения параметров настройки для автомата в следующей ситуации.

Наружный диаметр d цилиндра, производимого автоматом, имеет верхнее и нижнее допустимые значения $\mu + t_U$ и $\mu - t_L$ соответственно. Производственный процесс настроен так, что величина диаметра является нормально распределенной случайной величиной с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ . Каждый цилиндр со значением диаметра, превышающим верхнее допустимое значение, доводится до нужных размеров за C_1 долл. Цилиндр, диаметр которого меньше установленной нижней нормы, реализуется с убытком C_2 долл.

В вариантах заданий приведены значения параметров, относящихся к описанной ситуации.

| № п/п | μ | t_U | t_L | C_1 | C_2 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 1 | 0.05 | 0.02 | 100 | 15 |
| 2 | 2 | 0.01 | 0.03 | 200 | 25 |

| | | | | | |
|----|---|------|------|-----|----|
| 3 | 4 | 0.02 | 0.04 | 200 | 75 |
| 4 | 5 | 0.03 | 0.05 | 150 | 30 |
| 5 | 8 | 0.04 | 0.1 | 180 | 40 |
| 6 | 2 | 0.05 | 0.11 | 300 | 80 |
| 7 | 6 | 0.1 | 0.01 | 200 | 50 |
| 8 | 2 | 0.01 | 0.02 | 100 | 20 |
| 9 | 3 | 0.02 | 0.03 | 200 | 45 |
| 10 | 4 | 0.03 | 0.04 | 250 | 75 |
| 11 | 5 | 0.04 | 0.05 | 150 | 40 |
| 12 | 4 | 0.05 | 0.07 | 180 | 50 |
| 13 | 3 | 0.05 | 0.03 | 300 | 75 |
| 14 | 4 | 0.01 | 0.05 | 200 | 50 |
| 15 | 5 | 0.02 | 0.06 | 250 | 60 |