

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Э.БАУМАНА
Факультет информатики и систем управления
Кафедра теоретической информатики и компьютерных технологий

Лабораторная работа №4
по курсу «Численные методы»
«Метод Ньютона нахождения корней функции»

Выполнил:
студент группы ИУ9-62
Беляев А. В.

Проверила:
Домрачева А. Б.

Москва 2016

Содержание

1	Постановка задачи	3
2	Необходимые теоретические сведения	3
3	Текст программы	3
4	Результаты	4
5	Выводы	4

1 Постановка задачи

Задана функция $f(x)$. Используя метод Ньютона, найти решение уравнения вида

$$f(x) = 0, f \in C^2(a, b)$$

с заданной погрешностью ϵ и подсчитать необходимое для нахождения корня количество итераций. Корень при этом локализован на некотором отрезке $[a, b]$.

2 Необходимые теоретические сведения

Метод Ньютона (метод касательных) решения уравнений – итерационный метод приближенного нахождения корня заданной функции.

Основная идея метода заключается в построении касательной к графику исследуемой функции в точке приближения, начиная вблизи предположительного корня, и последующем использовании точки пересечения касательной с осью абсцисс в качестве следующей точки пересечения.

В качестве начального приближения возьмем конец отрезка, на котором знак функции совпадает со знаком второй производной данной функции. Для получения последующих приближений воспользуемся равенством:

$$y = f'(x_n)(x - x_n) + f(x_n)$$

Подставив $y = 0$ и $x = x_n$ получим

$$x_k = x_{k-1} - \frac{f(x_{k-1})}{f'(x_{k-1})}$$

В качестве условия останова воспользуемся следующим неравенством:

$$f(x_k)f(x_k + \epsilon * \text{sgn}(x_k - x_{k-1})) < 0$$

3 Текст программы

Для написания программы был использован язык Javascript.

```
var eps = 0.001;

function f(x) { return x*x + x - 6; }
function df(x) { return 2*x + 1; }

function newtons(fx, dfx, x0) {
    var steps = 0, x0, x1 = x0 - fx(x0)/dfx(x0);

    while (true) {
        x0 = x1;
        x1 = x1 - fx(x1)/dfx(x1);

        if (0 == fx(x1)) break;

        if (fx(x1) * fx(x1 + Math.sign(x0 - x1)*eps) < 0) break;

        steps++;
    }
    console.log("X=" + x1 + " steps=" + steps);
}

function Lab4Main() {
    var startPoint = -7.5;
    newtons(f, df, startPoint);
}
```

4 Результаты

В результате работы программы, для функции $x^2 + x - 6$ (с корнями $x_1 = 2$ и $x_2 = -3$) были получены следующие результаты:

Таблица 1: Результаты работы

Нач. приближение	Ожидаемое знач.	Полученное знач.	Кол-во итераций
-7.5	-3.0	-3.000032	2
-15	-3.0	-3.000072	3
4	2.0	2.000000	2
10	2.0	2.000000	4

5 Выводы

В ходе работы был реализован метод Ньютона приближенного нахождения корней многочлена.

Данный метод является быстросходящимся и показывает достаточно точные результаты при правильно подобранных начальном приближении и условии окончания счета, что и было продемонстрировано в ходе тестирования на рассматриваемой функции.