МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Э. БАУМАНА
**Факультет информатики и систем управления**
**Кафедра теоретической информатики и компьютерных технологий**

Лабораторная работа №1,2
по курсу «Теория игр и исследование операци»

# «Линейное программирование. Симплекс-метод. Двоиственность в Л.П.»

Выполнил:
студент группы ИУ9-31М
Беляев А. В.

Проверил:
Басараб М.А.

Москва 2019

# 1 Вариант 3. Симплекс-метод

## 1.1 Цель работы

Изучение симплекс-метода решения задачи линеиного программирования (ЛП)

## 1.2 Постановка задачи и методические указания

Требуется наити решение следующеи задачи

$$F = cx \to max$$

$$Ax \leq b$$

$$x \geq 0$$

Задачу ЛП требуется записать в каноническои форме. Затем решить задачу ЛП симплекс-методом.

Получив оптимальное решение, выполнить его проверку подстановкои.

## 1.3 Ход работы

На вход программы подаются следующие данные ($c = \lambda$)

```
a = np.array([[2, 1, 1],
              [1, 2, 0],
              [0, 0.5, 1]])
b = np.array([[4],
              [6],
              [2]])
lambdas = np.array([[2, 8, 3]])

# решение задачи на максимум
solution_max = Simplexx(a, b, lambdas, Condition.MAX).run()
```

Печать промежуточных результатов, таблиц и действий во время симплекс-процедуры дает следующий вывод:

```
[[4.  2.  1.  1. ]
 [6.  1.  2.  0. ]
 [2.  0.  0.5 1. ]
 [0.  2.  8.  3. ]]

Поиск опорного решения
Опорное решение:
{'x_1': 0, 'x_2': 0, 'x_3': 0, 'x_4': 4.0, 'x_5': 6.0, 'x_6': 2.0, 'F':
↪ -0.0}

Поиск оптимального решения
```

```
Замена базиса: x_4 <-> x_1, row: 0, col: 1
[[ 2.   0.5  0.5  0.5]
 [ 4.  -0.5  1.5 -0.5]
 [ 2.  -0.   0.5  1. ]
 [-4.  -1.   7.   2. ]]
Более оптимальное решение:
{'x_4': 0, 'x_2': 0, 'x_3': 0, 'x_1': 2.0, 'x_5': 4.0, 'x_6': 2.0, 'F': 4.0}

Замена базиса: x_5 <-> x_2, row: 1, col: 2
[[  0.66666667   0.66666667  -0.33333333   0.66666667]
 [  2.66666667  -0.33333333   0.66666667  -0.33333333]
 [  0.66666667   0.16666667  -0.33333333   1.16666667]
 [-22.66666667   1.33333333  -4.66666667   4.33333333]]
Более оптимальное решение:
{'x_4': 0, 'x_5': 0, 'x_3': 0, 'x_1': 0.67, 'x_2': 2.67, 'x_6': 0.67, 'F': 22.67}

Замена базиса: x_1 <-> x_4, row: 0, col: 1
[[  1.     1.5   -0.5    1.  ]
 [  3.     0.5    0.5    0.  ]
 [  0.5   -0.25  -0.25   1.  ]
 [-24.    -2.    -4.     3.  ]]
Более оптимальное решение:
{'x_1': 0, 'x_5': 0, 'x_3': 0, 'x_4': 1.0, 'x_2': 3.0, 'x_6': 0.5, 'F': 24.0}

Замена базиса: x_6 <-> x_3, row: 2, col: 3
[[  0.5    1.75  -0.25  -1.  ]
 [  3.     0.5    0.5   -0.  ]
 [  0.5   -0.25  -0.25   1.  ]
 [-25.5   -1.25  -3.25  -3.  ]]
Более оптимальное решение:
{'x_1': 0, 'x_5': 0, 'x_6': 0, 'x_4': 0.5, 'x_2': 3.0, 'x_3': 0.5, 'F': 25.5}
```

Таким образом, наиболее оптимальное решение следующее:

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 3$$

$$x_3 = 0.5$$

$$x_4 = 0.5$$

$$x_5 = 0$$

$$x_6 = 0$$

Проверяем решение подстановкой:

$$F(x) = 2x_1 + 8x_2 + 3x_3 = 0 + 24 + 1.5 = 25.5$$

В приложении к работе содержатся 2 файла

- файл с непосредственно реализацией симплекс-метода
- файл с набором из 11 тестов, гаранитрующих его правилную работу

# 2 Вариант 3. Двоиственность в Л.П

## 2.1 Цель работы

Научиться по прямои задаче ЛП формулировать и решать соответствующую двоиственную задачу

## 2.2 Постановка задачи и методические указания

Пусть исходная ПЗ ЛП имеет вид

$$F = cx \to max$$

$$Ax \le b$$

$$x \ge 0$$

Требуется по ПЗ ЛП сформулировать двоиственную задачу ЛП и решить ее симплекс-методом, аналогично лабораторнои работе № 1. Получив оптимальное решение, проверить его на согласованность с принципом двоиственности и осуществить подстановку

## 2.3 Ход работы

На вход программы подаются данные в точно таком же, как и в случае с прямым симплекс-методом, виде:

```
a = np.array([[2, 1, 1],
              [1, 2, 0],
              [0, 0.5, 1]])
b = np.array([[4],
              [6],
              [2]])
lambdas = np.array([[2, 8, 3]])

dual_solution = DualSimplexx(a, b, lambdas, Condition.MAX).run()
```

Далее данные преобразуются следующим образом:

$$A = -A^T$$

$$c = b$$

$$b = -c$$

После чего запускается прямой метод. В ходе решения работы программа дает следующий вывод:

```
[[-2.  -2.  -1.  -0. ]
 [-8.  -1.  -2.  -0.5]
 [-3.  -1.  -0.  -1. ]
 [ 0.  -4.  -6.  -2. ]]

Поиск опорного решения
Замена базиса: x_4 <-> x_1, row: 0, col: 1
[[ 1.  -0.5  0.5  0. ]
 [-7.  -0.5 -1.5 -0.5]
 [-2.  -0.5  0.5 -1. ]
 [ 4.  -2.  -4.  -2. ]]

Замена базиса: x_6 <-> x_4, row: 2, col: 1
[[ 3.  -1.   0.   1. ]
 [-5.  -1.  -2.   0.5]
 [ 4.  -2.  -1.   2. ]
 [12.  -4.  -6.   2. ]]

Замена базиса: x_5 <-> x_6, row: 1, col: 1
[[ 8.  -1.   2.   0.5]
 [ 5.  -1.   2.  -0.5]
 [14.  -2.   3.   1. ]
 [32.  -4.   2.   0. ]]

Опорное решение:
{'x_5': 0, 'x_2': 0, 'x_3': 0, 'x_1': 8.0, 'x_6': 5.0, 'x_4': 14.0, 'F':
↪  32.0}

Поиск оптимального решения
Замена базиса: x_6 <-> x_2, row: 1, col: 2
[[ 3.    0.   -1.    1.  ]
 [ 2.5  -0.5   0.5  -0.25]
 [ 6.5  -0.5  -1.5   1.75]
 [27.   -3.   -1.    0.5 ]]
Более оптимальное решение:
```

```
{'x_5': 0, 'x_6': 0, 'x_3': 0, 'x_1': 3.0, 'x_2': 2.5, 'x_4': 6.5, 'F': 27.0}

Замена базиса: x_1 <-> x_3, row: 0, col: 3
[[ 3.    0.   -1.    1.  ]
 [ 3.25 -0.5   0.25  0.25]
 [ 1.25 -0.5   0.25 -1.75]
 [25.5  -3.   -0.5  -0.5 ]]
Более оптимальное решение:
{'x_5': 0, 'x_6': 0, 'x_1': 0, 'x_3': 3.0, 'x_2': 3.25, 'x_4': 1.25, 'F': 25.5}
```

Таким образом, в ходе решения двойственной задачи на максимум, согласно принципу двойственности, решение происходило наоборот - от максимума к минимуму. Получен набор значений:

$$x_1 = 0$$
$$x_2 = 3.25$$
$$x_3 = 3$$
$$x_4 = 1.25$$
$$x_5 = 0$$
$$x_6 = 0$$

Проверим подстановкой:

$$F(x) = 4 * 0 + 6 * 3.25 + 2 * 3 = 25.5$$

В приложении к работе аналогично нахосодержатся 2 файла - файл с реализацией двойственного метода и файл с тестами (6 штук), гарантирующий правильность решения.

# 3 Выводы

В ходе решения лабораторной работы были реализованы алгоритмы прямого решения симплекс-методов и решения дуальной задачи. Ответы, полученные программой (в прямом и дуальном случае) сошлись, а наличие тестово подтверждает корректнсть реализации.