Оценка GARCH моделей в R

Подключаем пакет для оценки гарчей в R и прочие удобства:

```
library("rugarch")
library("forecast")
library("lubridate")
library("xts")
```

В пакете rugarch есть встроенный набор данных по индексу SP500. Достаём этот набор данных из недр пакета:

```
data("sp500ret")
```

Посмотрим на начало ряда:

```
head(sp500ret)
```

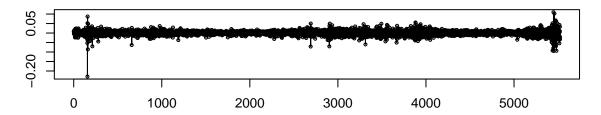
Исходный ряд — это data.frame. Преобразуем его в xts временной ряд. Это немного другой формат хранения данных. Более удобный для временных рядов.

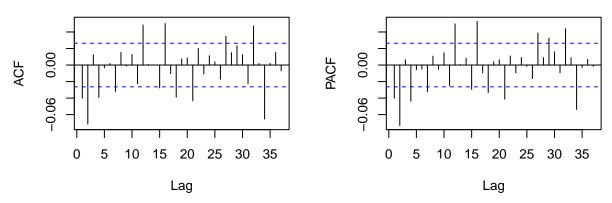
```
\begin{array}{l} y < - sp500ret\$SP500RET \\ t < - ymd(rownames(sp500ret)) \\ sp500xts < - xts(y, order.by=t) \end{array}
```

Построим график доходностей и АСF/РАСF:

```
tsdisplay(sp500xts)
```

sp500xts





Пакет rugarch оценивает целый зоопарк GARCH моделей. Мы выберем для примера самую простую, ARMA(1,1)-GARCH(1,1) модель.

То есть уравнение для доходности имеет вид:

$$(y_t - \mu) = \phi_1(y_{t-1} - \mu) + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

А уравнение для волатильности, $\varepsilon_t = \sigma_t \cdot \nu_t$, имеет вид:

$$\sigma_t^2 = w + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

Сначала указываем желаемую спецификацию, а затем оцениваем.

```
 \begin{array}{l} model < - \ ugarchspec( \\ variance.model = \ list(garchOrder = c(1, 1)), \\ mean.model = \ list(armaOrder = c(1, 1))) \\ model\_est < - \ ugarchfit(spec = model, \\ data = sp500xts) \\ \end{array}
```

Смотрим на результаты оценивания:

$$model_{est}$$

```
##
## *-----*
## * GARCH Model Fit
## *-----*
###
```

```
## Conditional Variance Dynamics
## -----
\#\# GARCH Model : sGARCH(1,1)
## Mean Model : ARFIMA(1,0,1)
\#\# Distribution : norm
##
## Optimal Parameters
## -----
##
         Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
        0.000522 0.000087 5.9878 0.00000
## mu
\#\# \text{ ar1}
         ## ma1 -0.898444 0.064089 -14.0188 0.00000
\#\# \text{ omega } 0.000001 \quad 0.000001 \quad 1.3891 \quad 0.16481
## alpha1 0.087715 0.013720 6.3930 0.00000
## beta1 0.904954
                     0.013767 \ 65.7328 \ 0.00000
##
## Robust Standard Errors:
         Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
##
          0.000522 0.000130 4.014118 0.000060
## mu
\#\# \text{ ar1}
          0.871332 0.087565 9.950649 0.000000
## ma1 -0.898444 0.079625 -11.283381 0.000000
\#\# \text{ omega} \quad 0.000001 \quad 0.000014 \quad 0.093146 \ 0.925788
## alpha1 0.087715
                     0.186997 \quad 0.469074 \quad 0.639016
## beta1 0.904954 0.192511 4.700801 0.000003
##
\#\# \text{ LogLikelihood}: 17902.41
##
\#\# Information Criteria
## ----
##
## Akaike
              -6.4807
## Bayes
              -6.4735
\#\# Shibata
              -6.4807
\#\# Hannan-Quinn -6.4782
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## -----
##
                    statistic p-value
                        5.523 1.876e-02
## Lag[1]
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 6.409 1.422e-05
\#\# \text{ Lag}[4*(p+q)+(p+q)-1][9]
                              7.162 1.132e-01
\#\# \text{ d.o.f=2}
\#\# H0 : No serial correlation
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
## -----
                    statistic p-value
##
\#\# \operatorname{Lag}[1]
                        1.103 \ 0.2936
\#\# \text{Lag}[2*(p+q)+(p+q)-1][5]
                            1.495 \ 0.7410
\#\# \text{ Lag}[4*(p+q)+(p+q)-1][9]
                              1.955 \ 0.9104
\#\# \text{ d.o.f}{=}2
##
## Weighted ARCH LM Tests
## -----
```

```
Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3] 0.01958 0.500 2.000 0.8887
## ARCH Lag[5] 0.17499 1.440 1.667 0.9713
## ARCH Lag[7] 0.53740 \ 2.315 \ 1.543 \ 0.9749
##
## Nyblom stability test
## -----
## Joint Statistic: 174.7772
## Individual Statistics:
## mu
          0.2104
\#\# ar1
          0.1471
\#\# ma1
          0.1047
\#\# omega 21.3752
## alpha1 0.1345
\#\# beta 1 0.1128
##
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:
                        1.49 1.68 2.12
## Individual Statistic: 0.35 \ 0.47 \ 0.75
##
\#\# Sign Bias Test
## -----
##
                 t-value
                           prob sig
\#\# Sign Bias
                    0.4302 6.670e-01
## Negative Sign Bias 2.9467 \ 3.226e-03 ***
\#\# Positive Sign Bias 2.3928 1.675e-02 **
\#\# Joint Effect
                   28.9717 2.270e-06 ***
##
##
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
## -----
## group statistic p-value(g-1)
## 1
             179.0
                    4.775e-28
       20
\#\# 2
       30
             187.8
                    3.641e-25
## 3
       40
             218.4
                    8.218e-27
\#\# \ 4
       50
             228.1
                    6.432e-25
##
##
\#\# Elapsed time : 0.8314869
```

Можно на каждый из результатов глянуть отдельно. Например, информационные критерии:

infocriteria(model est)

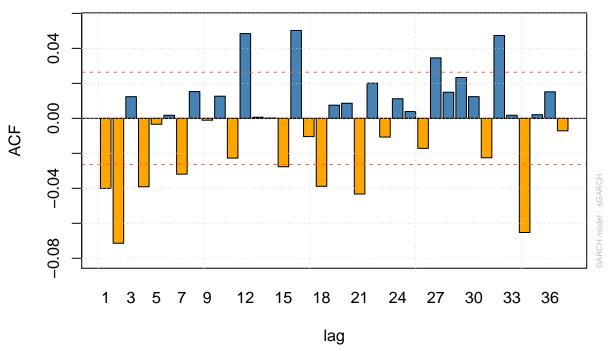
```
## Akaike -6.480683
## Bayes -6.473495
## Shibata -6.480686
## Hannan-Quinn -6.478177
```

Можно построить кучу заготовленных графиков. Мы построим два, и настоятельно советуем попробовать plot(model est):

График автокорреляционной функции самого ряда:

plot(model_est, which=4)

ACF of Observations

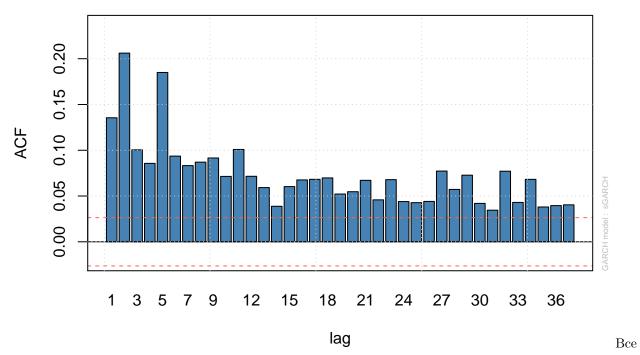


Есть и положительные, и отрицательные корреляции, отчасти значимые.

График автокорреляционной функции для квадратов доходностей:

plot(model_est, which=5)

ACF of Squared Observations



автокорреляции положительны, первые автокорреляции квадратов значимы.

Прогнозируем на 10 шагов вперёд:

```
prognoz <- ugarchforecast(model_est)
prognoz</pre>
```

```
##
           GARCH Model Forecast
\#\# Model: sGARCH
\#\# Horizon: 10
\#\# Roll Steps: 0
\#\# Out of Sample: 0
##
\#\# 0-roll forecast [T0=2009-01-30]:
          Series Sigma
\#\# T+1 0.0016642 0.02480
\#\#\ T{+}2\ \ 0.0015172\ 0.02473
\#\# T+3 0.0013892 0.02467
\#\# T+4 0.0012775 0.02460
\#\# T+5 0.0011803 0.02454
\#\#\ T{+}6\ \ 0.0010956\ 0.02448
\#\#\ T{+}7\ \ 0.0010217\ 0.02442
\#\#\ T{+}8\ \ 0.0009574\ 0.02435
\#\# \ T{+}9 \ \ 0.0009013 \ 0.02429
\#\#\ T{+}10\ 0.0008525\ 0.02423
```