

~~Pass Turtle~~

递归

LyuLumos, Jan 27, 2022.

递归的定义

要理解递归，就得先理解什么是递归。



递归函数的特征

1. 终止条件

解决最小子问题的解，可能有多个子问题。

2. 自我调用

当前问题 $f(n)$ 与子问题 $f(n-1) \dots$ 之间的关系

```
int func(传入数值) {  
    if (终止条件) return 最小子问题解;  
    return func(缩小规模);  
}
```

递归懵逼

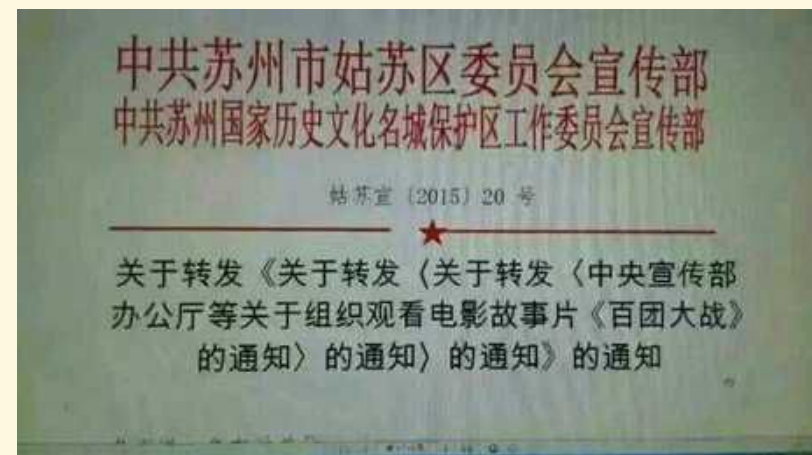
```
void mengbi(int ? )  
{  
    mengbi(??);  
}
```

运行过程

何为递？何为归？

“古之欲明明德于天下者，先治其国；欲治其国者，先齐其家；欲齐其家者，先修其身；欲修其身者，先正其心；欲正其心者，先诚其意；欲诚其意者，先致其知，致知在格物。物格而后知至，知至而后意诚，意诚而后心正，心正而后身修，身修而后家齐，家齐而后国治，国治而后天下平。——《大学》

“



最简单的例子

给定 n ，使用递归函数计算 $1 + 2 + 3 + \dots + n$ 。

1. 思考递归函数与子问题之间的关系

函数表达式为 $f(n) = f(n - 1) + n$

2. 判断终止条件

```
f(1)=1
```

3. 写

- $5 + \text{sum}(4)$
- $5 + (4 + \text{sum}(3))$
- $5 + 4 + (3 + \text{sum}(2))$
- $5 + 4 + 3 + (2 + \text{sum}(1))$
- -----> 到达边界条件 $\text{sum}(1) = 1$
- $5 + 4 + 3 + (2 + 1)$
- $5 + 4 + (3 + 3)$
- $5 + (4 + 6)$
- $(5 + 10)$
- 15

递归算法的核心

永远相信你的函数可以完成你分给它的任务。

例题2. 斐波那契数列 & 水平面分割

斐波那契数列过于经典，题面省略。

水平面分割（蓝桥杯经典题目）

求平面上10条直线最多能把平面分成几部分？

例题3. 递归版本的二分查找

给定长度为 n 的**有序**整数数列，查找数列中是否存在整数 x 。

例题4. 输出字符

吓得我抱起了

抱着抱着抱着我的小鲤鱼的我的我的我



例题5. 二叉树的先/中/后序遍历

例题6. 归并排序

例题7. 快速排序（递归）

例题8. Hanoi塔

有三根杆子A, B, C。A杆上有 N 个 ($N > 1$) 穿孔圆盘, 盘的尺寸由下到上依次变小。要求按下列规则将所有圆盘移至 C 杆:

- 每次只能移动一个圆盘;
- 大盘不能叠在小盘上面。

提示: 可将圆盘临时置于 B 杆, 也可将从 A 杆移出的圆盘重新移回 A 杆, 但都必须遵循上述两条规则。

问: 如何移? 最少要移动多少次?

一些闲谈

- 递归的缺点是，递归函数会计算许多重复的过程，而且递归是在栈内进行的，所以一般来说，纯递归函数的计算范围很小，比如 `fib(n)` 只能计算到大概45项左右。用递推或者记忆化搜索一般会比递归更优一些。
- 递归最大的用途在于：**搜索**，准确来说是DFS。