|  |  |
| --- | --- |
| **Gerb-BMSTU_01** | **Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  **Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  **высшего образования**  **«Московский государственный технический университет**  **имени Н.Э. Баумана**  **(национальный исследовательский университет)»**  **(МГТУ им. Н.Э. Баумана)** |

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Лабораторная работа № \_\_4\_\_**

|  |  |
| --- | --- |
| **Тема** Построение и программная реализация алгоритма наилучшего среднеквадратичного приближения  **Студент** Прохорова Л. А.  **Группа** ИУ7-43Б  **Оценка (баллы) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**  **Преподаватель** Градов В. М. |  |

Москва.

2020 г.

**Тема:** Построение и программная реализация алгоритма наилучшего среднеквадратичного приближения.

**Цель работы**. Получение навыков построения алгоритма метода наименьших квадратов с использованием полинома заданной степени при аппроксимации табличных функций с весами.

**Исходные данные.**

1. Таблица функции с **весами**  с количеством узлов N.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| x | y |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Предусмотреть в интерфейсе удобную возможность изменения пользователем весов в таблице.

2. Степень аппроксимирующего полинома - n.

**Выходные данные**

График, в котором изображён аппроксимирующий полином и точки из исходной таблицы значений.

**Описание алгоритма.**

Пусть имеется множество функций , принадлежащих линейному пространству функций. Под близостью в среднем исходной и аппроксимирующей функций будем понимать результат оценки суммы (4.1) где - вес точки. Суммирование выполняется по всем N узлам заданной функции. Такой вид аппроксимации называют среднеквадратичным приближением.

Будем искать наилучшее приближение, т.е. такую функцию , чтобы было справедливым соотношение

(4.2)

Разложим функцию по системе линейно независимых функций :

(4.3) .

1.

2. (4.4)

Подставляя (4.3) в условие (4.2), получим с учетом (4.4.)

Дифференцируя это выражение по и приравнивая производные нулю, найдем

. (4.5)

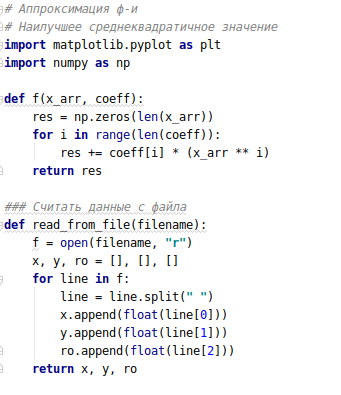
Определитель этой системы в силу линейной независимости функций не равен нулю. Следовательно, из системы (4.5) можно найти коэффициенты , определяющие функцию согласно (4.3) и минимизирующие (4.1). Таким образом, наилучшее среднеквадратичное приближение существует и оно единственно.

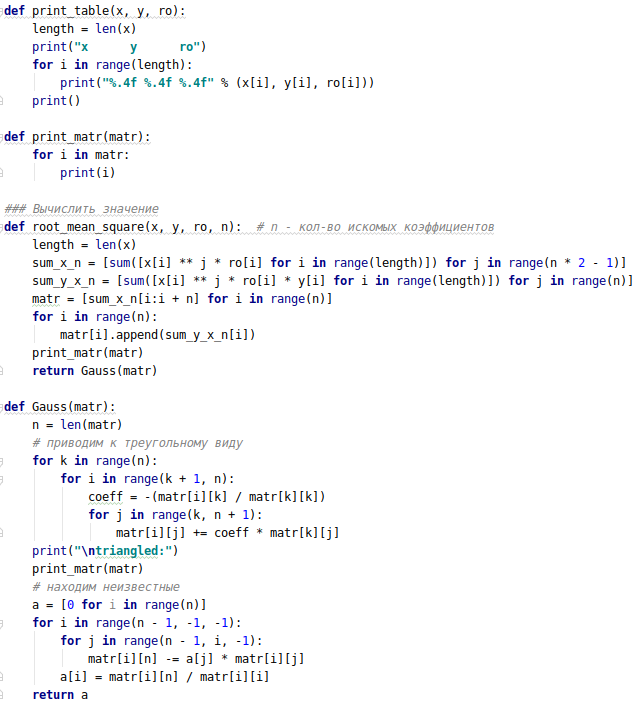
Если , причем , то система уравнений (4.5) принимает вид

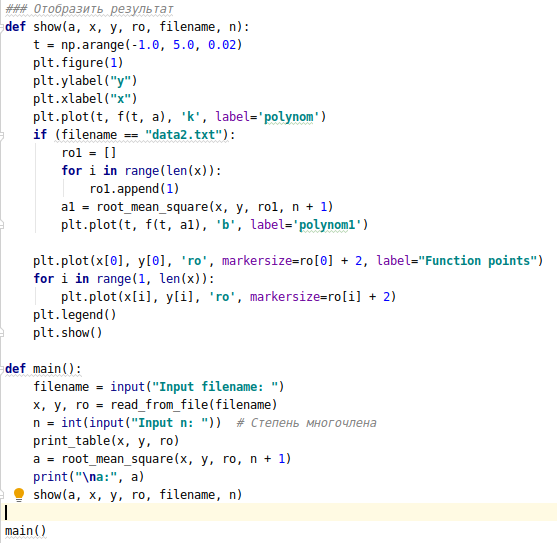
, , (4.6)

где .

**Код программы**





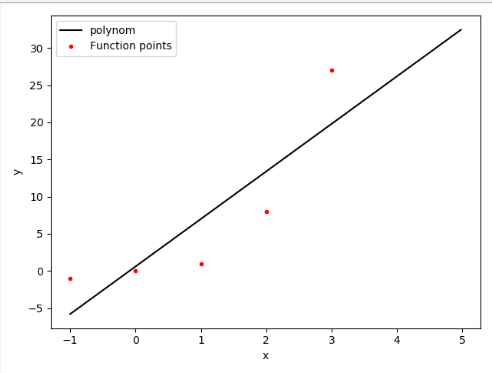


**Результат работы программы.**

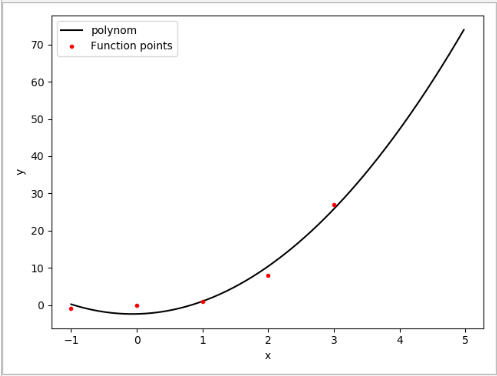
**1. Веса всех точек равны 1.**

Исходная таблица

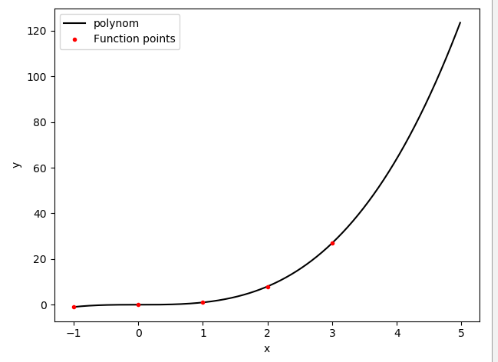
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| xi | yi | ρi |
| -1 | -1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 8 | 1 |
| 3 | 27 | 1 |



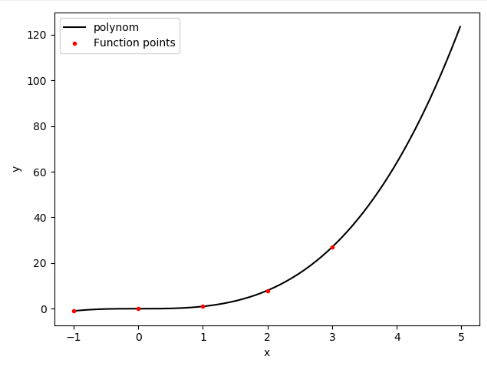
Степень полинома = 1.



Степень полинома = 2.



Степень полинома = 3.

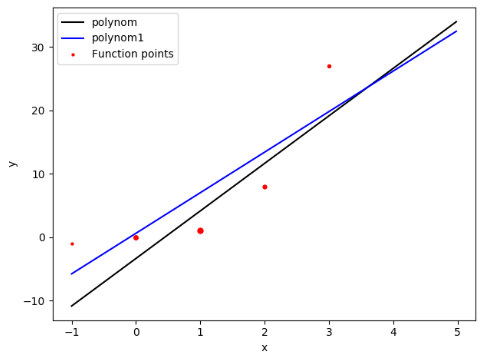


Степень полинома = 7.

2. **Веса точек разные.**

Таблица значений

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| xi | yi | ρi |
| -1 | -1 | 0.1 |
| 0 | 0 | 2 |
| 1 | 1 | 3 |
| 2 | 8 | 1.5 |
| 3 | 27 | 0.9 |



Степень полинома = 1.

На графике диаметр точки прямо пропорционален её весу. Синим цветом обозначен полином при единичных весах. Чёрным цветом полином с текущими весами.

**Вопросы при защите лабораторной работы.**

1. Что произойдет при задании степени полинома n=N-1 (числу узлов таблицы минус 1)?

Для построения полинома будут использоваться все имеющиеся точки, независимо от весов которые они имеют.

2. Будет ли работать Ваша программа при ? Что именно в алгоритме требует отдельного анализа данного случая и может привести к аварийной остановке?

Программа будет работать(доказательство есть в одном из примеров, когда n = 7, а N = 5), однако полином n-ой в данном случае нельзя построить по N точкам, так как определитель будет равен нулю. Программа будет работать из-за погрешностей.

3. Получить формулу для коэффициента полинома при степени полинома n=0. Какой смысл имеет величина, которую представляет данный коэффициент?

 Формула для расчёта a0. Эта величина выражает математическое ожидание.

4. Записать и вычислить определитель матрицы СЛАУ для нахождения коэффициентов полинома для случая, когда n=N=2. Принять все =1.

Пусть есть таблица:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| xi | yi | ρi |
| x0 | y0 | 1 |
| x1 | y1 | 1 |

Тогда имеем СЛАУ:

