

Софийски университет св.Климент Охридски  
ФАКУЛТЕТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА



Проект по Фрактали  
на тема  
**Снежинка на Кох**  
**(Koch snowflake)**

Изготвила: Любка Димитрова Ангелинина

Специалност: Софтуерно инженерство

Курс: Втори

Ф.Н.:62342

## Малко повече за фракталите

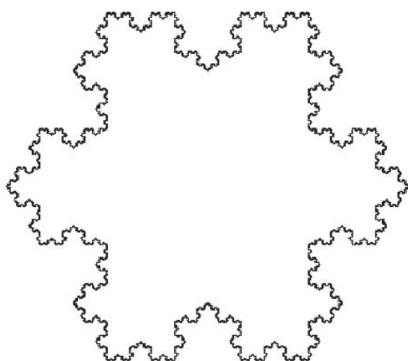
Фракталите са фигури с безкрайно многото детайли. Наименованието фрактал произлиза от латинската 'fractus' – разбит и е въведен от Манделброд. През 1982 година Манделброт издава книгата „Фрактална геометрия на природата“, в която авторът събрал и систематизирал практически цялата налична до този момент информация за фракталите и в лек и достъпен стил я е изложил. Когато ги гледаме от по-близо те не стават по-прости, а се запазват толкова сложни, колкото и без увеличение. Свойството частите на един обект да са подобни на целият обект се нарича самоподобие. Самоподобието е характерно за всички математически фрактали, а една от основните им характеристики е размерността.

Фракталите са средства за описване на обекти като модели на планински вериги, грапави брегови линии, кръвоносни системи на много капиляри и съдове, корони на дървета и т.н. Изображенията на такива обекти могат да бъдат представени с помощта на фрактална графика. В наши дни теорията на фракталите намира широко приложение в различни области от човешката дейност. Освен чисто научния обект за изследване, фракталите се използват в теорията на информацията за свиване на географски данни и при фракталната живопис.

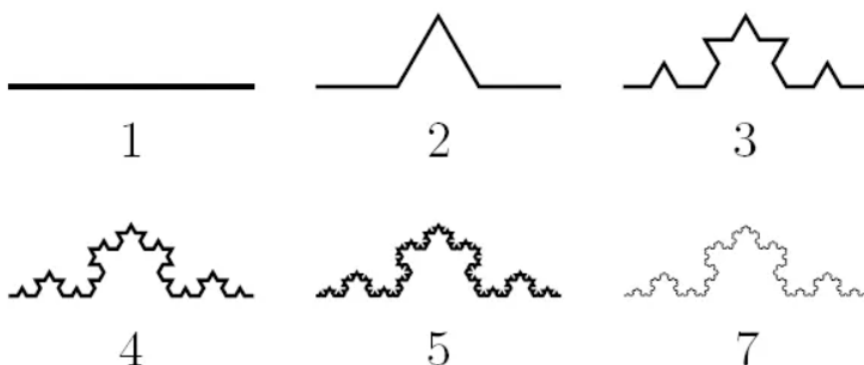
Естествен природен фрактал е снежинката



# Снежинка на Кох



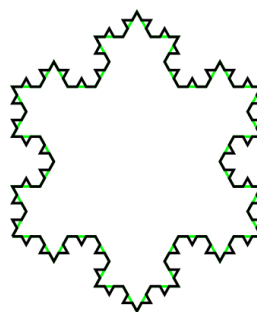
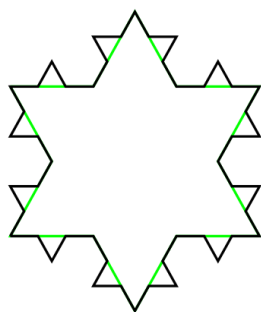
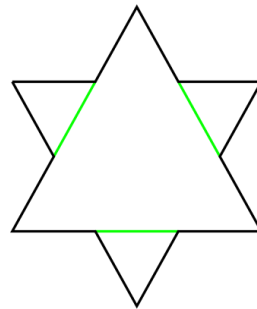
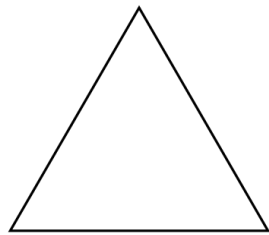
През 1904 г. Хелге фон Кох измислил непрекъснатата крива, която никъде няма допирателна, освен това тя лесно се рисува. Всъщност кривата е измислена като пример за непрекъснатата линия, към която е невъзможно да се начертае допирателна линия във всяка точка. Кривата на Кох е проста в дизайна. Оказало се, че тя притежава свойствата на фрактала. Един от вариантите на тази крива носи името „снежинка на Кох“. Снежинката на Кох е един от първите фрактали, изследвани от учените. От три екземпляра на кривата на Кох се получава снежинка.



# Създаване на Кохова снежинка

Изграждането е много прост итеративен процес:

1. Започваме с равностранен триъгълник, който всъщност е нулева итерация на снежинката на Кох.
2. Намираме централната точка на всеки ръб на текущата снежинка.
3. В центъра на всеки ръб добавяме равностранен триъгълник, стърчащ навън със страна, равна на  $1/3$  от дължината на текущия ръб.
4. Определяме следващата итерация да бъде извън външната страна на предишната снежинка и всички добавени триъгълници.
5. Повторете стъпките по-горе толкова пъти, колкото е необходимо.



Доказано е, че има редица интересни свойства. Например, дължината на периметъра е равна на безкрайността, което обаче не пречи да покрие ограничена площ, чиято стойност е  $8/5$  от площта на основния триъгълник. Поради този факт, някои приложени техники и параметри на равнинни фигури, като например граничния индекс (съотношението на периметъра към корена на района), не са приложими при работа със снежинката на Кох.

## Периметър и лице на снежинката на Кох

### 1. Периметър:

След всяка итерация броят на страните на снежинката на Кох се увеличава със степен на 4, така че броят на страните след  $n$  итерации е:

$$N_n = N_{n-1} \cdot 4 = 3 \cdot 4^n.$$

Нека равностранный триъгълник има страна с дължина  $s$ . Тогава дължината на всяка страна на снежинката след  $n$  итерации ще е:

$$S_n = \frac{S_{n-1}}{3} = \frac{s}{3^n}.$$

И така за периметъра получаваме, че след  $n$  итерации е:

$$P_n = N_n \cdot S_n = 3 \cdot s \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^n.$$

Общо взето след всяка итерация периметърът нараства-той расте до безкрайност, въпреки че затворената площ остава крайна.

### 2. Лице

След всяка итерация се добавя нов триъгълник на всяка страна от предишната итерация. Следователно броят на добавените нови триъгълници след  $n$  итерации е:

$$T_n = N_{n-1} = 3 \cdot 4^{n-1} = \frac{3}{4} \cdot 4^n.$$

Примерен код за изчертаване на снежинка на Кох до 7 итерации:

### style.css

```
body{  
    background-color: #fff;  
    width: 70%;  
    margin: 15% auto;  
    font-family: 'Abhaya Libre', serif;  
}
```

```
h1 {  
    font-family: 'Amita', cursive;  
    text-align: left;  
    font-size: 48px;  
    color: #606D72;  
}
```

```
h2 {  
    font-family: 'Amita', cursive;  
    color: #606D72  
}
```

```
button {  
    font-size: 20px;  
}
```

```
#main {
```

```
    position:relative;
}
```

```
#sidepanel {
    position:absolute;
    right:0;
    top:50;
    padding-bottom:10%;
}
```

```
#container {
    width:60%;
    position:relative;
    left:0;
    top:0;
}
```

```
#imageView {
    position:absolute;
    top:50;
    left:0;
}
```

```
#Snowflake {
    font-size: 24px;
}
```

*Функциите за изчертаване:*

Index.js

```
var canvas=null;
```

```
var context=null;
```

```
window.onload = init()
```

```
function init()
```

```
{
```

```
W = 600
```

```
H = 600
```

```
var arg1 = document.getElementById("iter").value;
```

```
var flen = document.getElementById("size").value;
```

```
//var nlen = flen*13.4;
```

```
colorarg1 = document.getElementById("scolor").value;
```

```
//colorarg2 = document.getElementById("bcolor").value;
```

```
canvas = document.getElementById("imageView");
```

```
context = canvas.getContext('2d');
```

```
canvas.width=W;
```

```
canvas.height=H;
```

```
container.appendChild(canvas);
```

```
context = canvas.getContext("2d");
```

```
context.beginPath();
```



```
context.stroke();  
context.closePath();
```

```
fractal([5*flen,15*flen], [50*flen,15*flen],arg1);  
fractal([27*flen,49*flen], [5*flen,15*flen],arg1);  
fractal([50*flen,15*flen],[27*flen,49*flen],arg1);
```

```
};
```

```
function fractal(A, B, depth){
```

```
    if (depth < 0){  
        return null;  
    }
```

```
    var C = divide(add(multiply(A, 2), B), 3);  
    var D = divide(add(multiply(B, 2), A), 3);  
    var F = divide(add(A, B), 2);
```

```
    var V1 = divide(minus(F, A), length(F, A));  
    var V2 = [V1[1], -V1[0]];
```

```
    var E = add(multiply(V2, Math.sqrt(3)/6 * length(B, A)), F);
```

```
    DrawLine(A, B, colorarg1);
```

```
    if (depth !=0){
```

```
    for (var i=0;i<10;i++)  
        DrawLine(C, D, '#FFFFFF');  
};
```

```
fractal(A, C, depth-1);  
fractal(C, E, depth-1);  
fractal(E, D, depth-1);  
fractal(D, B, depth-1);
```

```
};
```

```
function multiply(v, num){  
    return [v[0]*num, v[1]*num];  
};
```

```
function divide(v, num){  
    return [v[0]/num, v[1]/num];  
};
```

```
function add(a, b){  
    return [a[0]+b[0], a[1]+b[1]];  
};
```

```
function minus(a, b){  
    return [a[0]-b[0], a[1]-b[1]];  
};
```

```
function length(a, b){  
    return Math.sqrt(Math.pow(a[0] - b[0],2) +  
        Math.pow(a[1] - b[1],2));  
};
```

```
function DrawLine(a, b, c){  
    context.beginPath();  
    context.strokeStyle = c;  
    context.lineWidth=3;  
    context.moveTo(a[0], a[1]);  
    context.lineTo(b[0], b[1]);  
    context.stroke();  
    context.closePath();  
  
};
```

```
function ResetFlake() {  
    context.clearRect(0,0, canvas.width, canvas.height);  
};
```

## Index1.html

```
<!DOCTYPE html>  
<html lang="en" >  
<head>  
<meta charset="UTF-8">  
<title>Koch Snowflake</title>
```

```
<link href="https://fonts.googleapis.com/css?family=Amita"
rel="stylesheet">
```

```
<link href="https://fonts.googleapis.com/css?family=Abhaya+Libre"
rel="stylesheet">
```

```
<link rel='stylesheet prefetch'
href='https://cdnjs.cloudflare.com/ajax/libs/twitter-
bootstrap/3.3.7/css/bootstrap.min.css'>
```

```
<link rel="stylesheet" href="css/style.css">
```

```
</head>
```

```
<body>
```

```
<head>
```

```
<title>Koch Snowflake Fractal</title>
```

```
</head>
```

```
<body>
```

```
<div id="main"><h1>Снежинка на Кох</h1>
```

```
<div id="sidepanel">
```

```
<form id="Snowflake">
```

```
Цвят:<br>
```

```
<input type="text" id="scolor" name="scolor"
value="#000000"><br><br>
```

```
Брой итерации:<br>
```

```
<input type="number" id="iter" name="iter" value="4" min="0"
max="7"><br><br>
```

```
Размер:<br>
```

```
<input type="number" id="size" name="size" value="7" min="7"
max="12"><br><br>
```

```
<button type="button" onclick="init(); return false;">Генерирай
Снежинка на Кох</button>
```

```
<button type="button" onclick="ResetFlake(); return  
false;">Нулирай</value>
```

```
</form>
```

```
</div>
```

```
<div id="container">
```

```
<canvas id="imageView" ></canvas>
```

```
</div> </div>
```

```
</body>
```

```
<script src="js/index.js"></script>
```

```
</body>
```

```
</html>
```