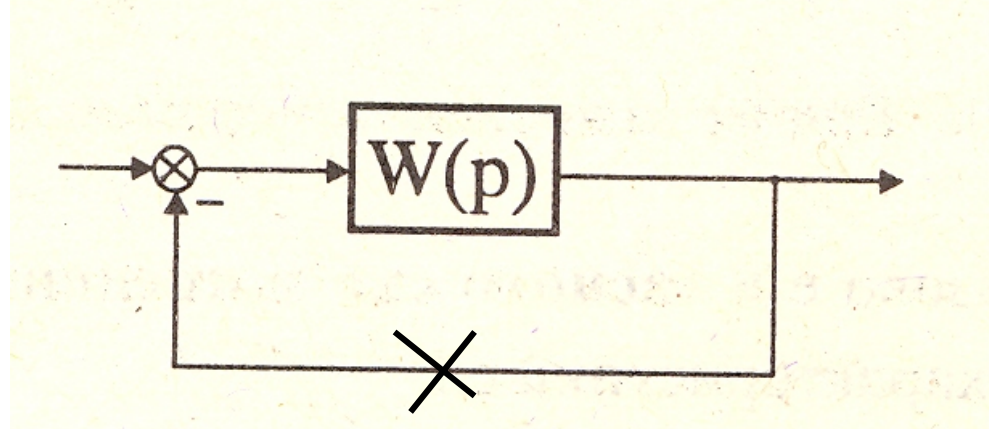


13. Честотни характеристики на отворени САУ

1. ЛАЧХ



$$W(p) = \prod_{i=1}^n W_i(p)$$

$$W(j\omega) = \prod_{i=1}^n W_i(j\omega) = A_1(\omega)e^{j\varphi_1(\omega)} A_2(\omega)e^{j\varphi_2(\omega)} \dots A_n(\omega)e^{j\varphi_n(\omega)}$$

$$A(\omega) = A_1(\omega)A_2(\omega)\dots A_n(\omega) = \prod_{i=1}^n A_i(\omega)$$

$$\varphi(\omega) = \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) + \dots + \varphi_n(\omega) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega)$$

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg \prod_{i=1}^n A_i(\omega) = \sum_{i=1}^n L_i(\omega)$$

13. Честотни характеристики на отворени САУ

Пример: Да се построи асимптотичната ЛАЧХ на следната отворена САУ:

$$W(p) = \frac{1000(0.333p + 1)}{p(10p + 1)(0.0001p^2 + 0.01p + 1)},$$

Решение:

$W(p)$ се представя като произведение от предавателни функции на пет типови звена:

1. Пропорционално - $W_1(p) = k = 1000;$

2. Интегриращо - $W_2(p) = \frac{1}{p};$

3. Апериодично - $W_3(p) = \frac{1}{T_3p + 1}; \quad T_3 = 10 \text{ s};$

4. Идеално форсиращо - $W_4(p) = T_4p + 1; \quad T_4 = 0.333 \text{ s};$

5. Колебателно - $W_5(p) = \frac{1}{T_5^2 p^2 + 2\xi T_5 p + 1}; \quad T_5 = 0.01 \text{ s}, \quad \xi = 0.5.$

13. Честотни характеристики на отворени САУ

$$W(p) = \frac{1000(0.333p + 1)}{p(10p + 1)(0.0001p^2 + 0.01p + 1)},$$

$$k = 1000; \quad T_3 = 10 \text{ s}; \quad T_4 = 0.333 \text{ s}; \quad T_5 = 0.01 \text{ s}, \quad \xi = 0.5;$$

$$20 \lg k = 60 \text{ dB}; \quad \omega_{\text{сп}3} = \frac{1}{T_3} = \frac{1}{10} = 0.1 \text{ s}^{-1};$$

$$\omega_{\text{сп}4} = \frac{1}{T_4} = \frac{1}{0.333} = 3 \text{ s}^{-1};$$

$$\omega_{\text{сп}5} = \frac{1}{T_5} = \frac{1}{0.01} = 100 \text{ s}^{-1};$$

$$\lg \omega_{\text{сп}3} = \lg 0.1 = -1 \text{ dec};$$

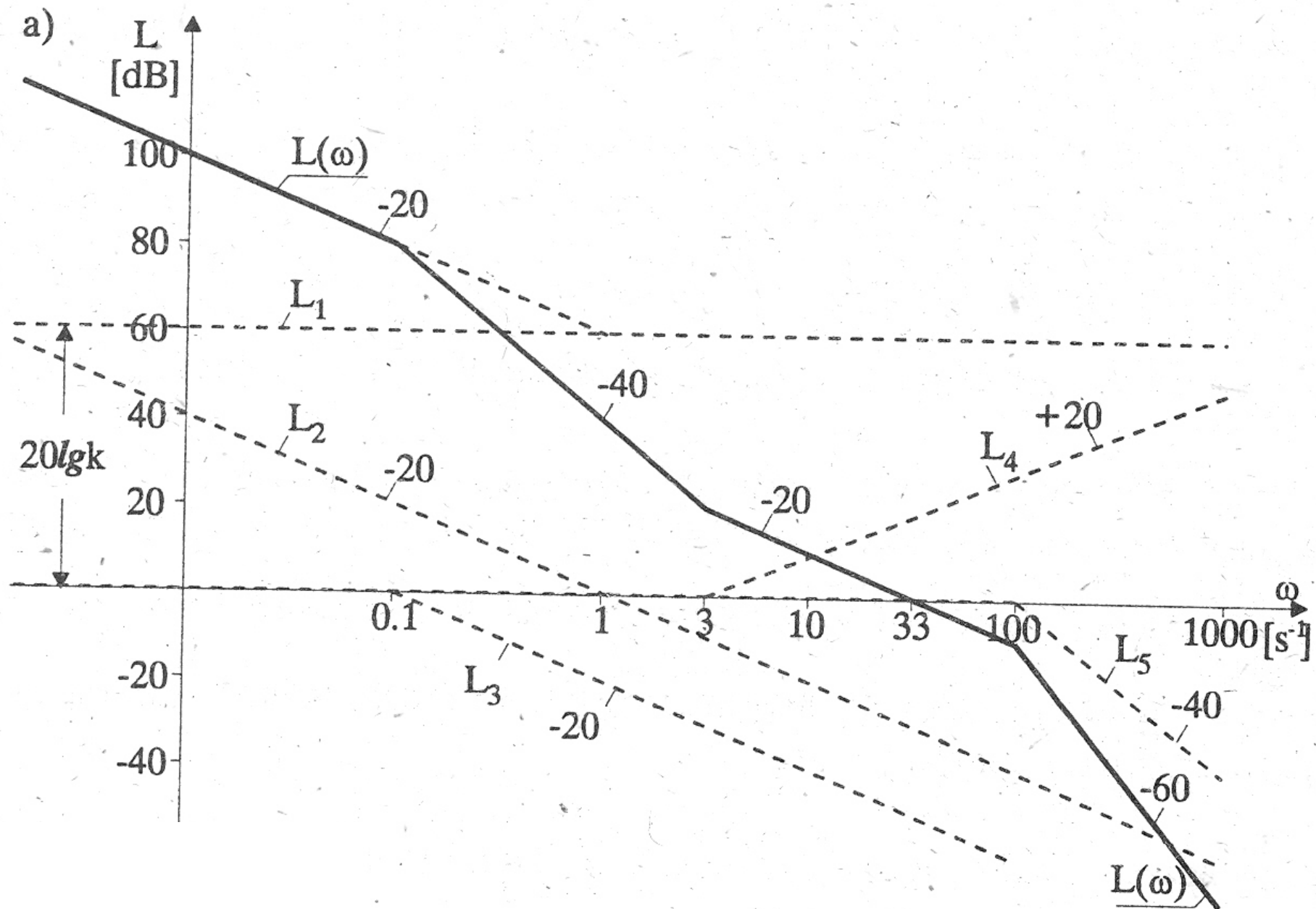
$$\lg \omega_{\text{сп}4} = \lg 3 = 0.5 \text{ dec};$$

$$\lg \omega_{\text{сп}5} = \lg 100 = 2 \text{ dec}.$$

13. Честотни характеристики на отворени САУ

1. ЛАЧХ на пропорционалното звено L_1 е права, успоредна на абсцисната ос, преминаваща на разстояние $20 \lg 1000 = 60 [dB]$ от нея;
2. ЛАЧХ на интегриращото звено L_2 е права с наклон $-20 \frac{dB}{dec}$ и пресича абсцисната ос при честота $1 s^{-1}$;
3. Асимптотичната ЛАЧХ на апериодичното звено L_3 съвпада с абсцисната ос до спрягащата честота $\omega_3 = \frac{1}{T_3} = 0.1 s^{-1}$, а при по-високите честоти е права с наклон $-20 \frac{dB}{dec}$;
4. Асимптотичната ЛАЧХ на форсиращото звено L_4 съвпада с абсцисната ос при $\omega < \omega_4 = \frac{1}{T_4} = 3 s^{-1}$, а при $\omega > \omega_4$ е права с наклон $+20 \frac{dB}{dec}$;
5. Асимптотичната ЛАЧХ на колебателното звено L_5 съвпада с абсцисната ос при $\omega < \omega_5 = \frac{1}{T_5} = 100 s^{-1}$, а при $\omega > \omega_5$ е права с наклон $-40 \frac{dB}{dec}$;

13. Честотни характеристики на отворени САУ



13. Честотни характеристики на отворени САУ

Алгоритъм за построяване на асимптотична ЛАЧХ:

1. Изчисляват се спрягащите честоти $\omega_i = \frac{1}{T_i}$ (на звената, които имат такива) и $20 \lg k$, където k е общият коефициент на пропорционалност;
2. Строи се първата (нискочестотната) асимптота на ЛАЧХ на системата - до най-малката спрягаща честота. Тя е права линия, преминаваща през точката ($\omega = 1$, $L = 20 \lg k$) с наклон $- \nu 20 \frac{dB}{dec}$, където ν е разликата в броя на интегриращите и идеалните диференциращи звена;
3. Втората асимптота се прекарва от края на първата до следващата спрягаща честота. Наклонът на ЛАЧХ се променя с -20 , $+20$, -40 или $+40 \frac{dB}{dec}$ в зависимост от това дали първата спрягаща честота отговаря съответно на апериодично, на форсиращо, на колебателно или на форсиращо от втори ред звено;
4. Всяка следваща асимптота се строи аналогично на втората.

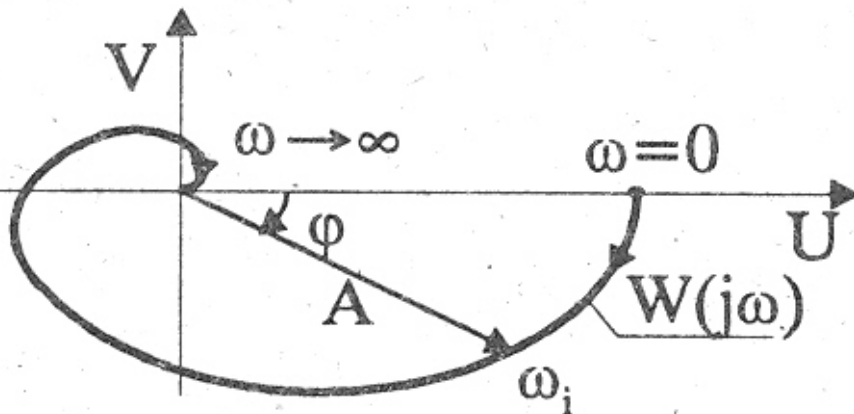
2. Някои свойства на АФЧХ

(1) Нискочестотен диапазон

а) Статическа САУ – отворената система не съдържа интегриращи звена (редът на астатизъм е $\nu = 0$, $a_n \neq 0$). От ПФ:

$$W(j\omega) = \frac{b_0(j\omega)^m + \dots + b_{m-1}(j\omega) + b_m}{a_0(j\omega)^n + \dots + a_{n-1}(j\omega) + a_n}$$

$$\text{при } \omega = 0: \quad W(0) = \frac{b_m}{a_n} = k \quad \Rightarrow$$

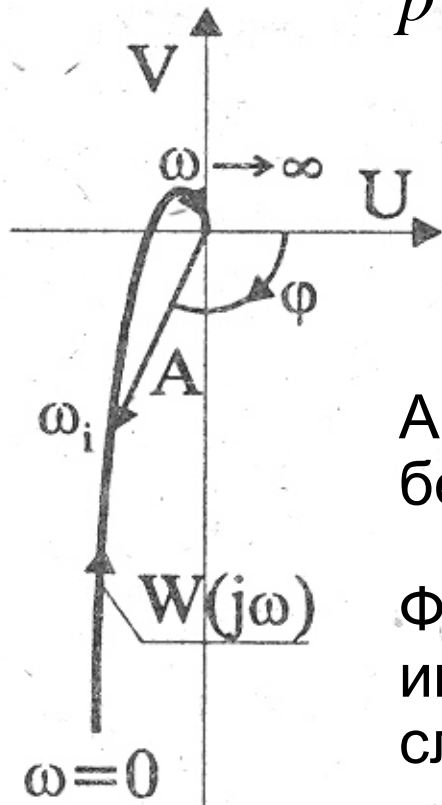


АФЧХ започва от абсцисната ос.

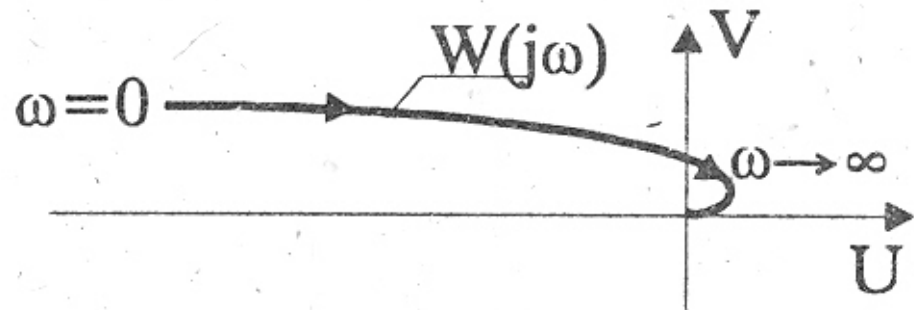
13. Честотни характеристики на отворени САУ

б) Астатическа САУ – отворената система съдържа интегриращи звена ($\nu \neq 0$, $a_n = 0$).

$$\nu = 1: W = \frac{1}{p} W_1.$$

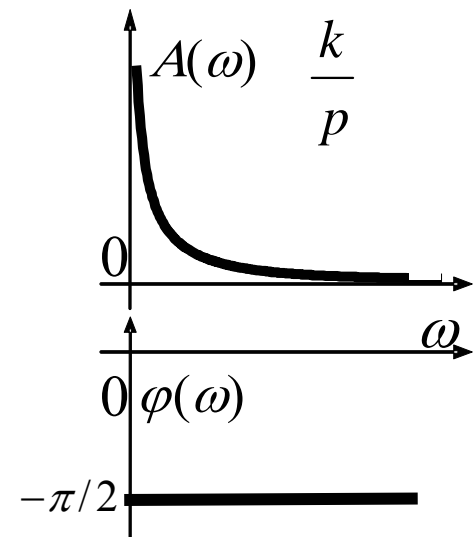


$$\nu = 2:$$



АЧХ при $\omega = 0$ има безкрайно голяма стойност;

ФЧХ е $-\nu\pi/2$, тъй като интегриращото звено има следните характеристики:



13. Честотни характеристики на отворени САУ

- (2) *Средночестотен диапазон* – при нарастване на честотата, АФЧХ се “въртят” обикновено в отрицателна посока (по часовниковата стрелка), а ФЧХ са отрицателни. Това следва от условието за физическа реализуемост на реалните звена.
- (3) *Високочестотен диапазон* – при $\omega \rightarrow \infty$ АФЧХ се стреми към началото на координатната система, т.е., $A(\infty) \rightarrow 0$. Това следва от условието за физическа реализуемост на реалните звена ($m < n$)

От това условие се определя и ъгълът, под който АФЧХ се стреми към началото на координатната система, т.е.:

$$\varphi(\infty) \rightarrow -(n - m) \frac{\pi}{2}$$