11. Реално диференциращо звено

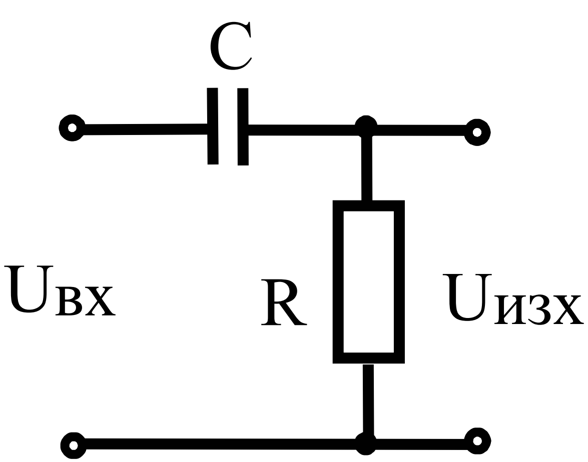
ДУ: $$T\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k\frac{du(t)}{dt}$$

ПФ: $$TpY(p) + Y(p) = kpU(p)$$

$$(Tp+1)Y(p) = kpU(p)$$

$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{kp}{Tp+1}$$

Пример:

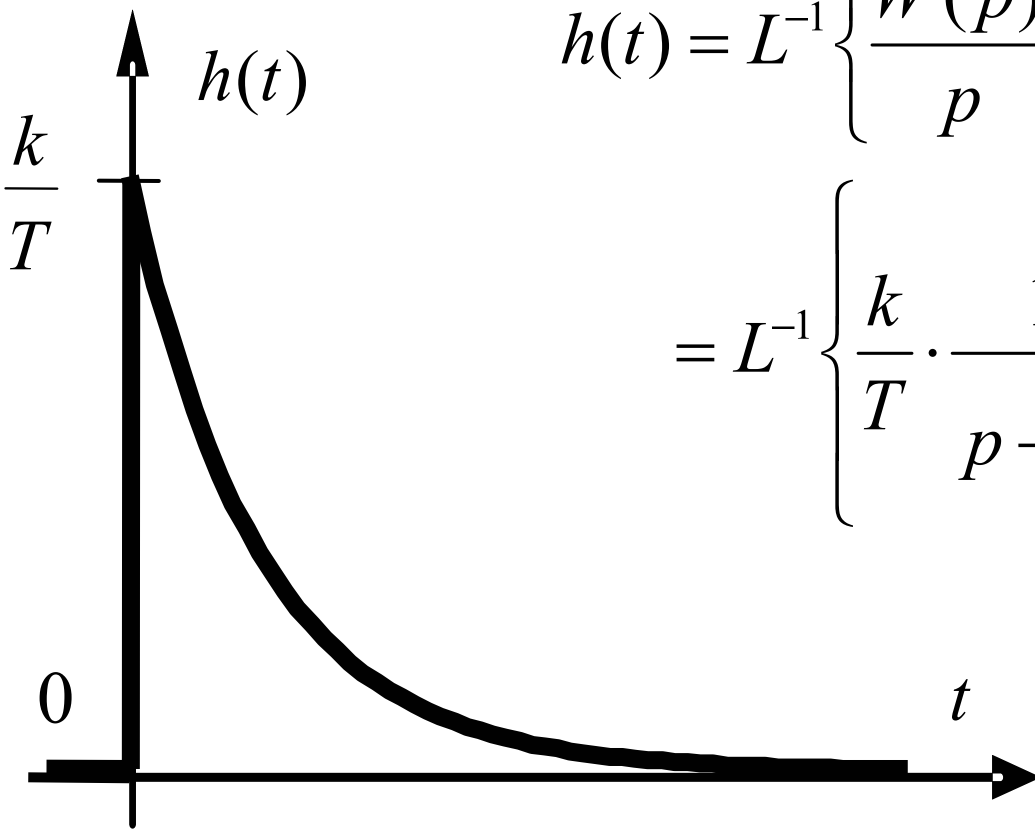


$$W(p) = \frac{U_{\text{изх}}(p)}{U_{\text{вх}}(p)} = \frac{R}{R+\frac{1}{pC}} = \frac{RCp}{RCp+1} =$$

$$= \frac{Tp}{Tp+1}$$

11. Реално диференциращо звено

ПХ: $u(t) = 1(t), \quad U(p) = \dfrac{1}{p}$

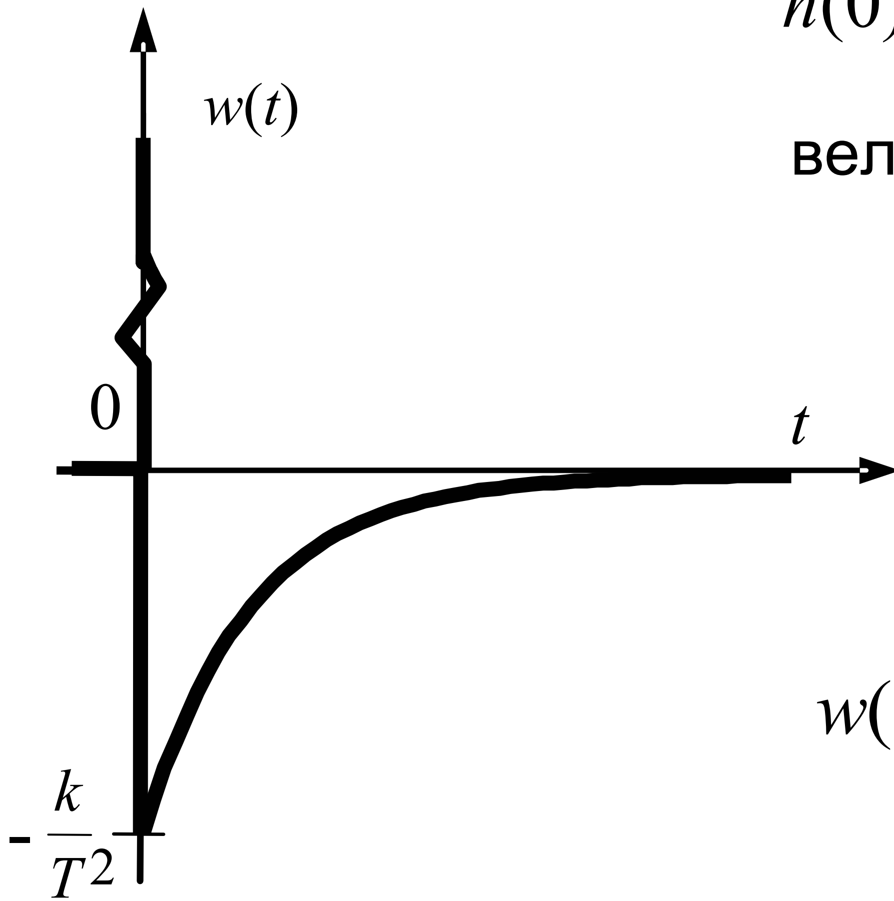


$$h(t) = L^{-1}\left\{\frac{W(p)}{p}\right\} = L^{-1}\left\{\frac{kp}{(Tp+1)p}\right\} =$$

$$= L^{-1}\left\{\frac{k}{T}\cdot\frac{1}{p+\dfrac{1}{T}}\right\} = \frac{k}{T}e^{-\frac{1}{T}t}$$

11. Реално диференциращо звено

ТХ: $u(t)=\delta(t)$, $w(t)=\dfrac{dh(t)}{dt}$. В момента на включването



$h(0)=\dfrac{k}{T}$, т.е. изходната

величина се изменя със скок.

$$w(t)=\frac{k}{T}\delta(t)-\frac{k}{T^2}e^{-\frac{1}{T}t}$$

11. Реално диференциращо звено

ЧПФ: $$W(j\omega)=\frac{kj\omega}{1+j\omega T}\cdot\frac{1-j\omega T}{1-j\omega T}=\frac{k\omega^2 T}{1+\omega^2T^2}+j\frac{k\omega}{1+\omega^2T^2}$$

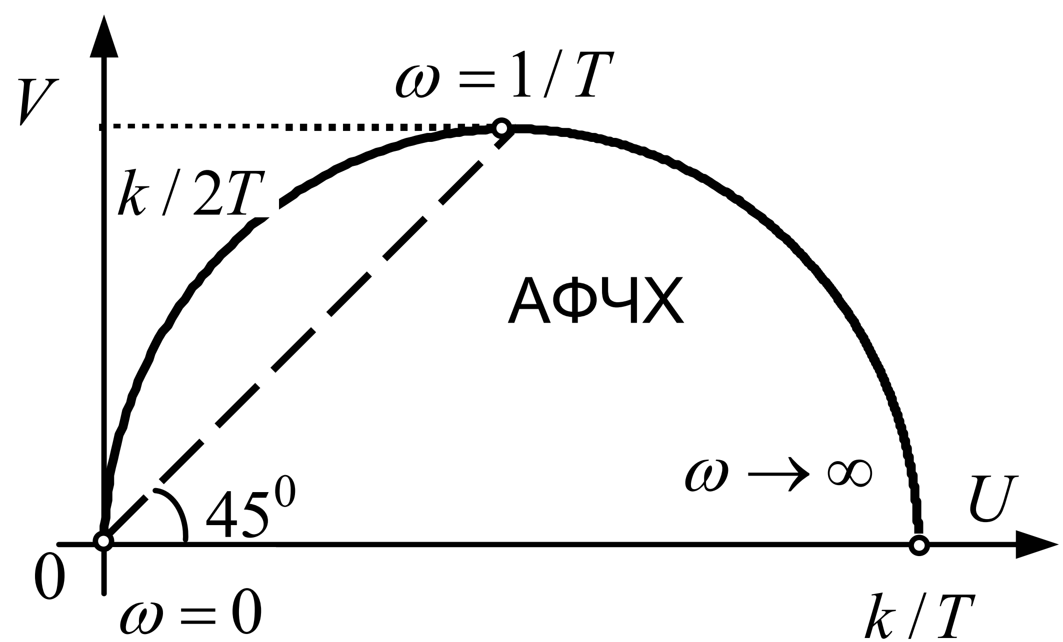
РЧФ: $$U(\omega)=\frac{k\omega^2 T}{1+\omega^2T^2}$$

ИЧФ: $$V(\omega)=\frac{k\omega}{1+\omega^2T^2}$$

ω	0	1/T	∞
U	0	k/2T	k/T
V	0	k/2T	0

$$\lim_{\omega\to\infty}U(\omega)=$$

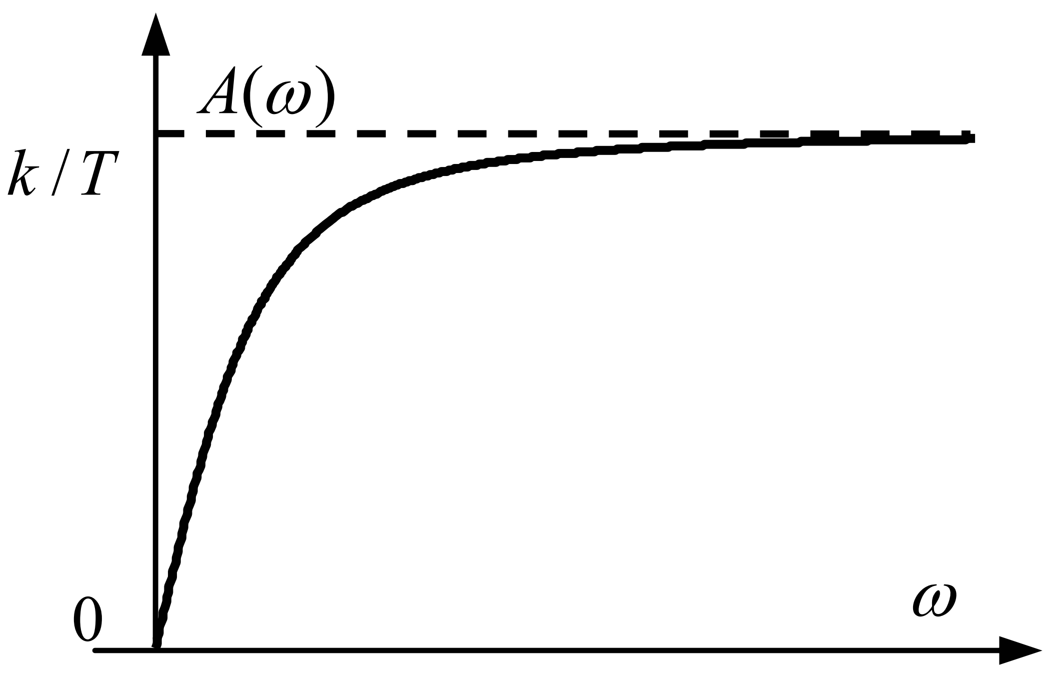
$$=\lim_{\omega\to\infty}\frac{\omega^2}{\omega^2}\cdot\frac{kT}{\frac{1}{\omega^2}+T^2}=\frac{k}{T}$$



11. Реално диференциращо звено

АЧХ: $$A(\omega)=\sqrt{U^2(\omega)+V^2(\omega)}=\sqrt{\left(\frac{k\omega^2T}{1+\omega^2T^2}\right)^2+\left(\frac{k\omega}{1+\omega^2T^2}\right)^2}=$$

$$=\frac{k\omega}{1+\omega^2T^2}\sqrt{\omega^2T^2+1}=\frac{k\omega}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}$$



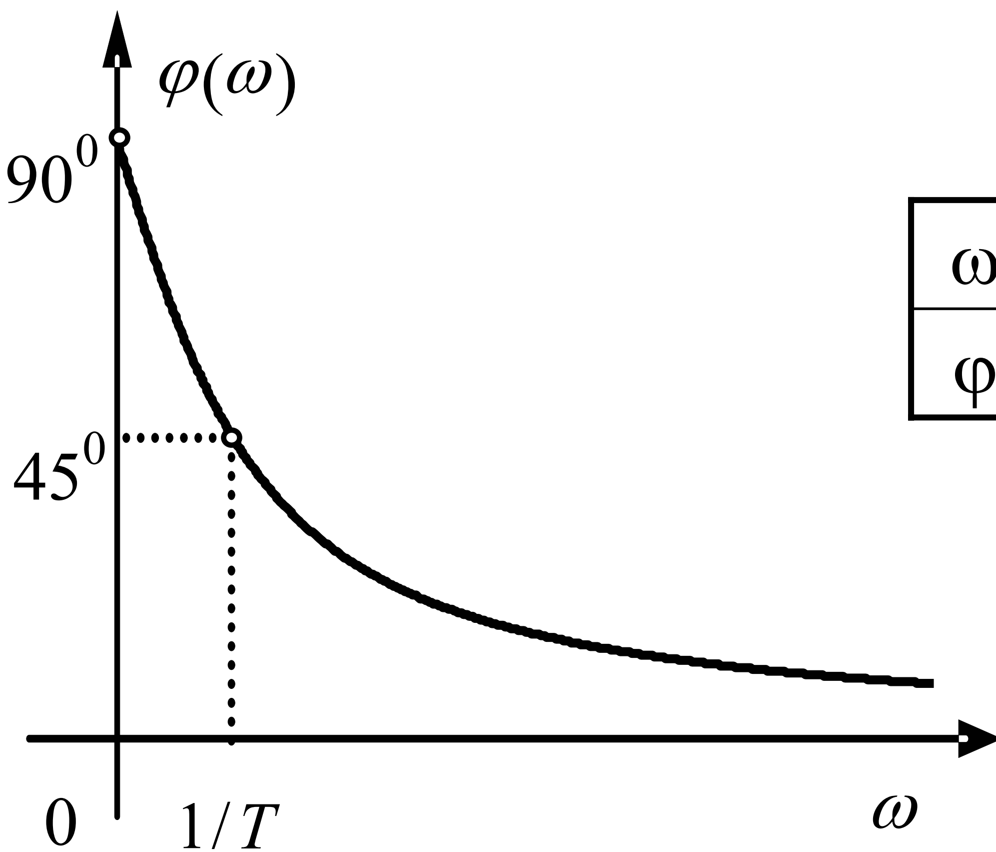
$$A(\infty)=\lim_{\omega\to\infty}\frac{k\omega}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}=$$

$$=\lim_{\omega\to\infty}\frac{\omega}{\omega}\cdot\frac{k}{\sqrt{\frac{1}{\omega^2}+T^2}}=\frac{k}{T}$$

ω	0	1/T	∞
A	0	$k/(T\sqrt{2})$	k/T

11. Реално диференциращо звено

ФЧХ: $$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg}\frac{V(\omega)}{U(\omega)} = \operatorname{arctg}\frac{\dfrac{k\omega}{1+\omega^2T^2}}{\dfrac{k\omega^2T}{1+\omega^2T^2}} = \operatorname{arctg}\frac{1}{\omega T},$$



ω	0	1/T	∞
φ	π/2	π/4	0

11. Реално диференциращо звено

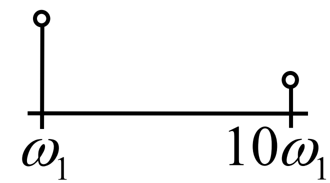
ЛАЧХ:

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg \frac{k\omega}{\sqrt{1+\omega^2 T^2}} = 20\lg k\omega - 20\lg \sqrt{1+\omega^2 T^2}$$

НЧ: $\omega << \frac{1}{T};\ \omega T << 1,$ пренебрегва се $\omega^2 T^2$:

$$L_{НЧ}(\omega) = 20\lg k\omega = 20\lg k + 20\lg \omega$$

$\frac{\Delta L_{НЧ}}{\Delta\omega} = ?$ Нека $\Delta\omega = 1\,\mathrm{dec}$



$$L_{НЧ}(\omega_1) = 20\lg k + 20\lg \omega_1$$

$$L_{НЧ}(10\omega_1) = 20\lg k + 20\lg 10\omega_1$$

$$\Delta L_{НЧ} = L_{НЧ}(10\omega_1) - L_{НЧ}(\omega_1) =$$

$$= 20\lg k + 20\lg 10\omega_1 - 20\lg k - 20\lg \omega_1 = 20\lg 10 = 20\,\mathrm{dB}$$

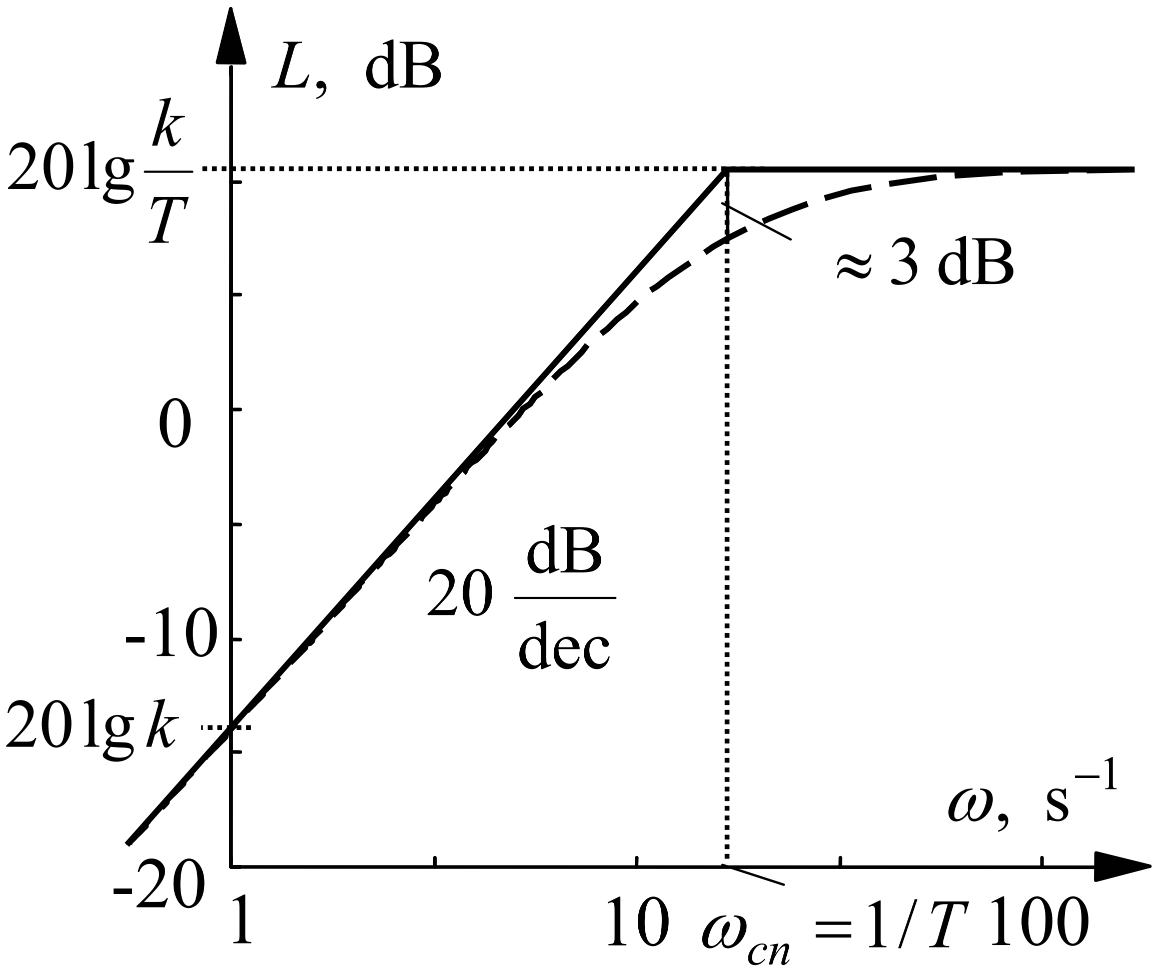
ВЧ: $\omega >> \frac{1}{T};\ \omega T >> 1,$ пренебрегва се 1:

$$L_{ВЧ}(\omega) = 20\lg k\omega - 20\lg \omega T = 20\lg \frac{k}{T}$$

11. Реално диференциращо звено

ЛАЧХ: $\dfrac{\Delta L_{НЧ}}{\Delta\omega} = 20\,\dfrac{\text{dB}}{\text{dec}};$ т.($\omega = 1,\ L_{НЧ}(1) = 20\lg k$)

т.($\omega_{\text{сп}} = 1/T,\ L_{НЧ}(1/T) = 20\lg(k/T)$)



$$\Delta L_{\max} = 20\lg\frac{k}{T} - L\left(\frac{1}{T}\right) =$$

$$= 20\lg\frac{k}{T} - 20\lg\frac{k\,\frac{1}{T}}{\sqrt{1+\frac{1}{T^2}T^2}} =$$

$$= 20\lg\sqrt{2} \approx 3\,\text{dB}$$

12. Звено с чисто закъснение. Неминималнофазови звена.

1. Звено с чисто закъснение

ДУ: $y(t) = u(t-\tau)$,

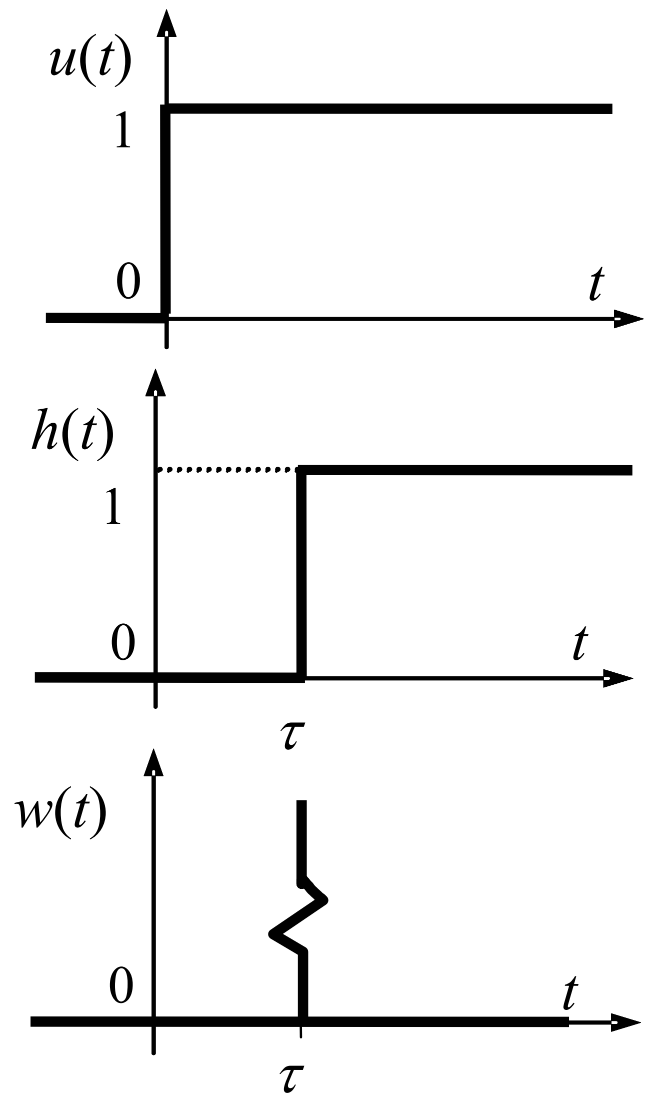
където τ е чисто закъснение.

ПХ: $u(t) = 1(t)$: $h(t) = 1(t-\tau)$

ТХ: $u(t) = \delta(t)$: $w(t) = \delta(t-\tau)$:

Пример:

Лентов транспортьор



12. Звено с чисто закъснение

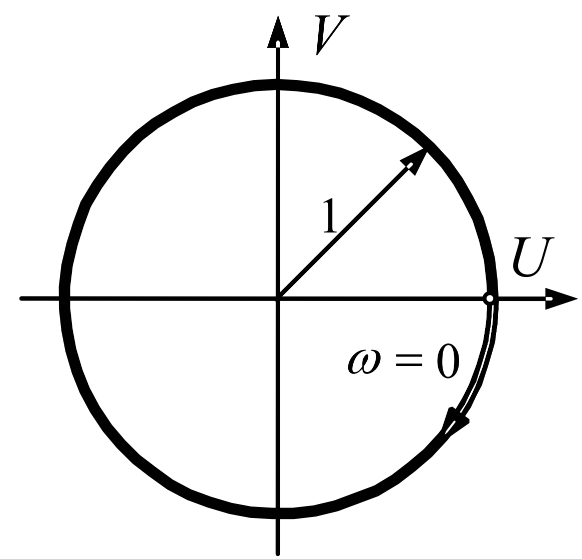
ПФ: $$Y(p) = e^{-p\tau} U(p)$$

$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = e^{-p\tau}$$

ЧПФ: $$W(j\omega) = e^{-j\omega\tau} = \cos\omega\tau - j\sin\omega\tau$$

РЧФ: $$U(\omega) = \cos\omega\tau$$

ИЧФ: $$V(\omega) = -\sin\omega\tau$$

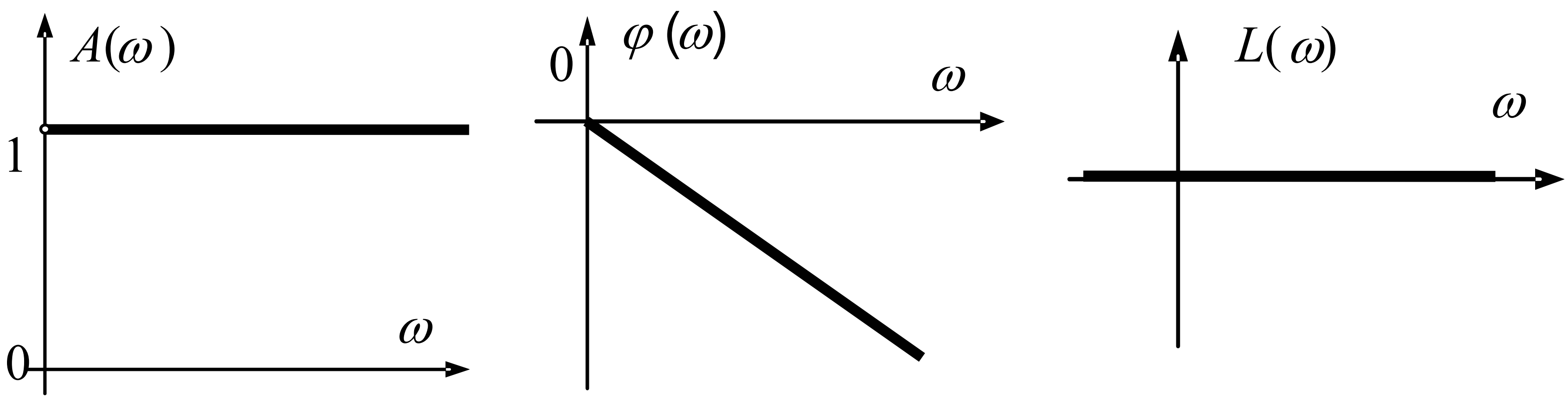


12. Звено с чисто закъснение

АЧХ: $$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)} = 1$$

ФЧХ: $$\varphi(\omega) = -\omega\tau$$

ЛАЧХ: $$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg 1 = 0$$



2. Неминималнофазови звена

Звена (или системи), на които корените на полиномите в числителя и знаменателя на предавателната функция имат отрицателна или нулева реална част се наричат ***минималнофазови***. Между техните *АЧХ* и *ФЧХ* има еднозначна връзка, поради което само едната (например *ЛАЧХ*) напълно характеризира свойствата на звеното (системата).

Звена или системи, които имат поне една нула или полюс с положителна реална част, се наричат ***неминималнофазови***. За неминималнофазовото звено е характерно, че неговата *ФЧХ* е по-голяма по абсолютна стойност от тази на минималнофазовото звено със същата *АЧХ*.

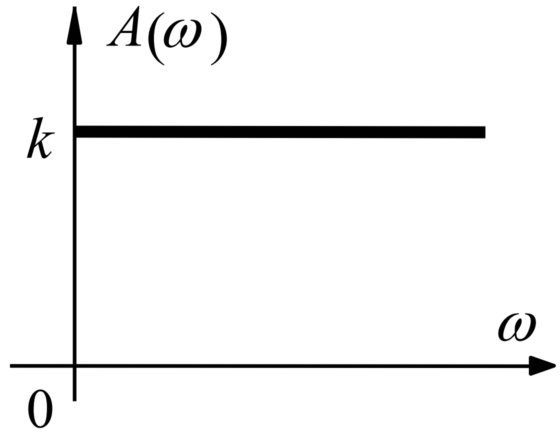
12. Неминималнофазови звена

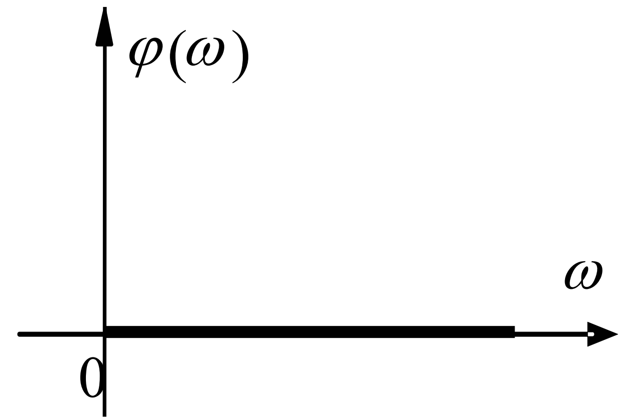
Пример:

Минималнофазово звено (*пропорционално звено*):

$$A_{\Pi}(\omega) = k$$

$$\varphi_{\Pi}(\omega) = 0$$





Неминималнофазово звено (*звено с чисто закъснение*):

$$A_{\tau}(\omega) = 1$$

$$\varphi_{\tau}(\omega) = -\omega\tau$$