24. Симетрична sat управляваща структура за оптимално по бързодействие управление на система от II ред.

- Генериране на ОЛП.
- Синтез на S-управляваща структура.
- Структурна схема на затворена приближено-оптимална по бързодействие система.

24. Симетрична sat управляваща структура.

1. Синтез на ОЛП в обратно време.

Разглежда се обект от II ред с един вход

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{X}(t) + \mathbf{b}u(t) \quad . \qquad (1)$$

Тъй като оптималното по бързодействие управлението има релеен двупозиционен характер, в (1) се замества $u = \pm 1$:

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{X}(t) + \mathbf{b} \quad ,$$

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{X}(t) - \mathbf{b} \quad .$$

Изчисляват се частите от нулевите фазови траектории на двете семейства, водещи към координатното начало. Това се постига по обратен път, ако се тръгне от координатното начало $\mathbf{X}(T) = \mathbf{X}_{\mathrm{T}} = (0;0)^{\mathrm{T}}$ и се върви в обратно време:

$$\tau = T - t \, .$$

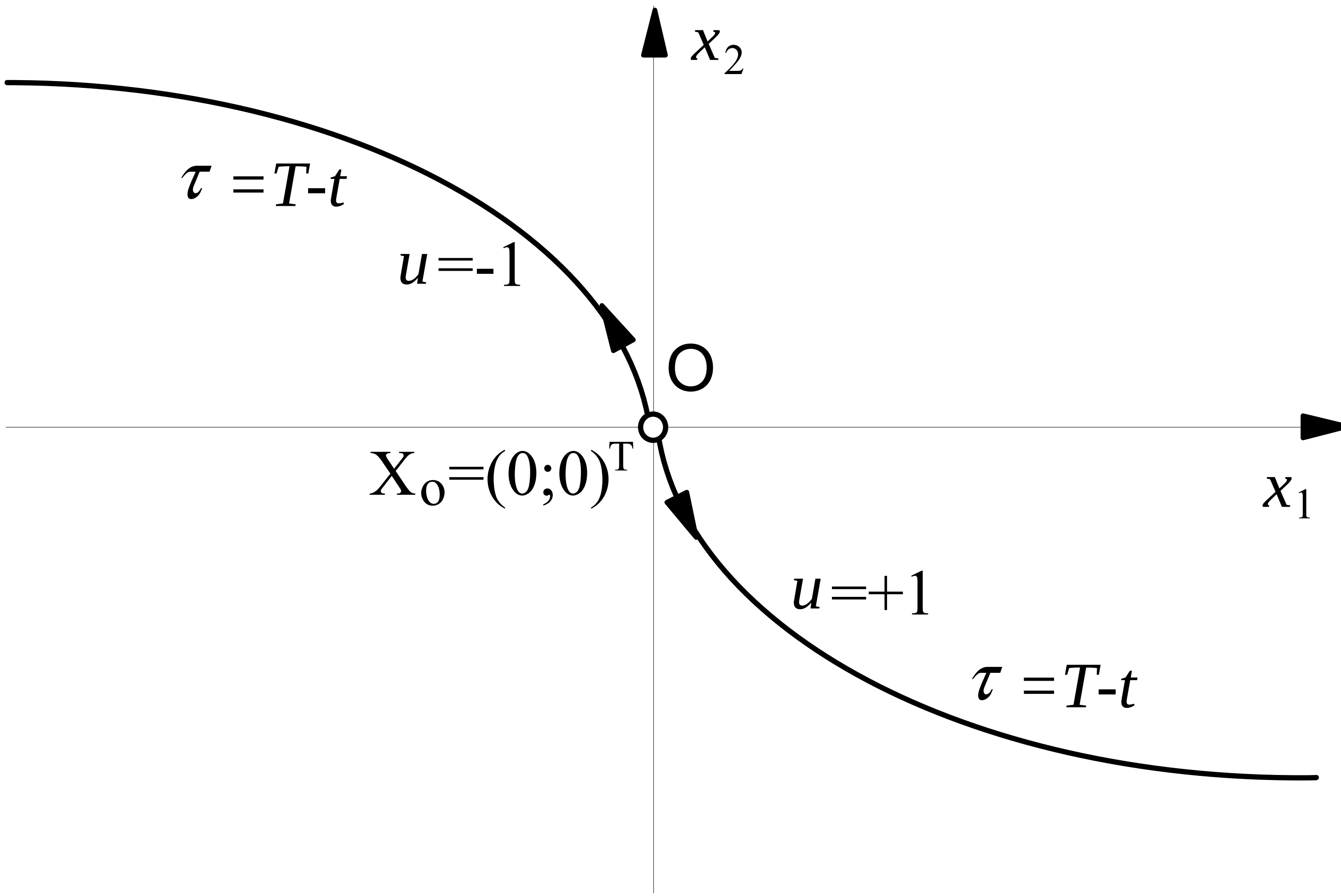
Тогава: $$d\tau = -dt \, ,$$

$$\dot{\mathbf{X}}(\tau) = -\mathbf{A}\mathbf{X}(\tau) - \mathbf{b} \quad , \qquad (2)$$

$$\dot{\mathbf{X}}(\tau) = -\mathbf{A}\mathbf{X}(\tau) + \mathbf{b} \quad . \qquad (3)$$

ОЛП се получава като решение на (2) и (3) при нулеви начални условия $\mathbf{X}(\tau) = \mathbf{X}(0) = \mathbf{X}_0 = (0;0)^{\mathrm{T}}$.

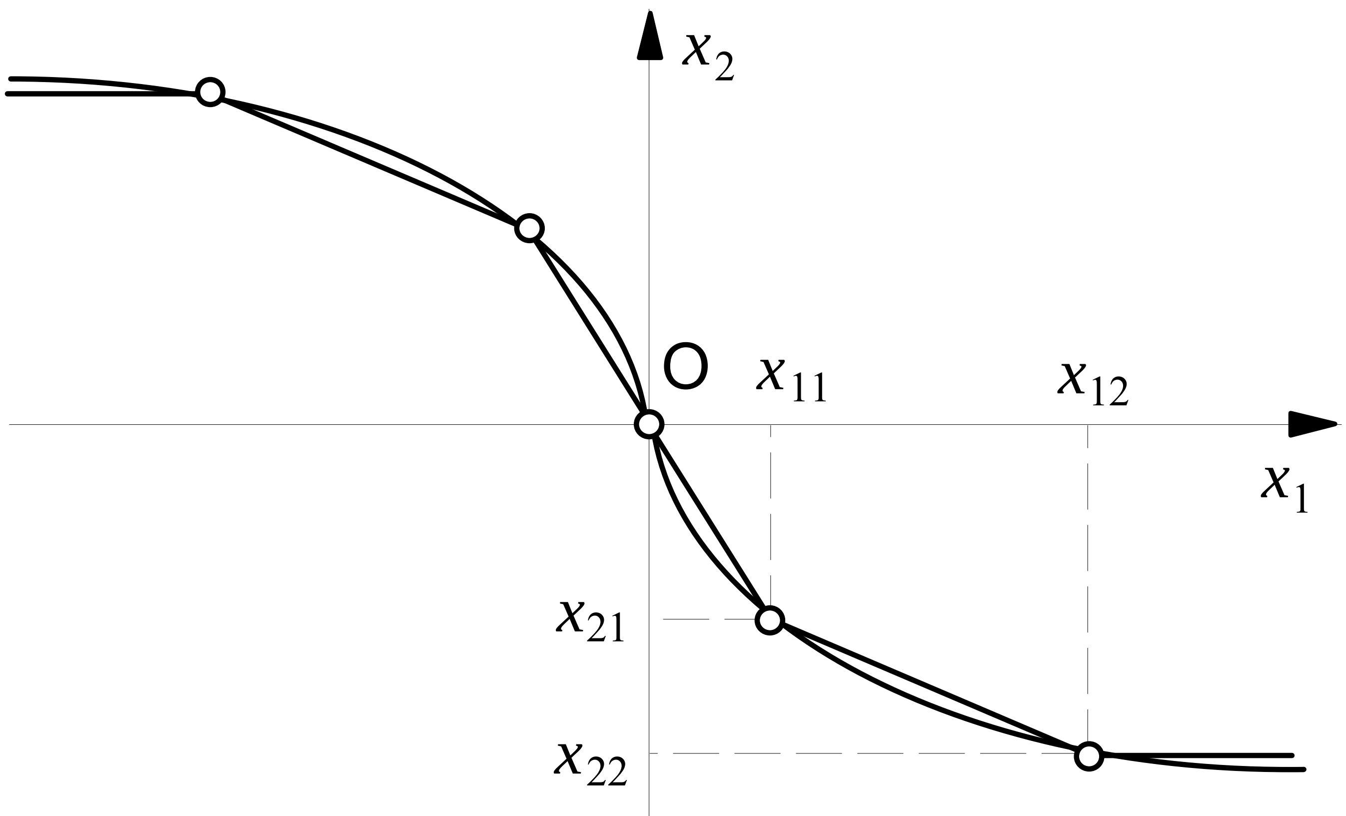
Построяване на ОЛП в обратно време:



2. Симетрична S-управляваща структура.

ОЛП се апроксимира с начупена линия, която за $x_1 \to \pm\infty$ е успоредна на абсцисната ос. Изпълнява се като сума от подходящо оразмерени *sat* функции, за ограничен тип обекти. Нека $x_{11} < x_{12} < \ldots < x_{1N}$. Дадена е апроксимация от 2 *sat* функции:

$$f = S_1 + S_2 = a_1 \operatorname{sat} b_1 x_1 + a_2 \operatorname{sat} b_2 x_1 . \qquad (4)$$



24. Симетрична sat управляваща структура.

В линейната зона на S_1, $f = S_1 + S_2 = a_1 \operatorname{sat} b_1 x_1 + a_2 \operatorname{sat} b_2 x_1$ е:

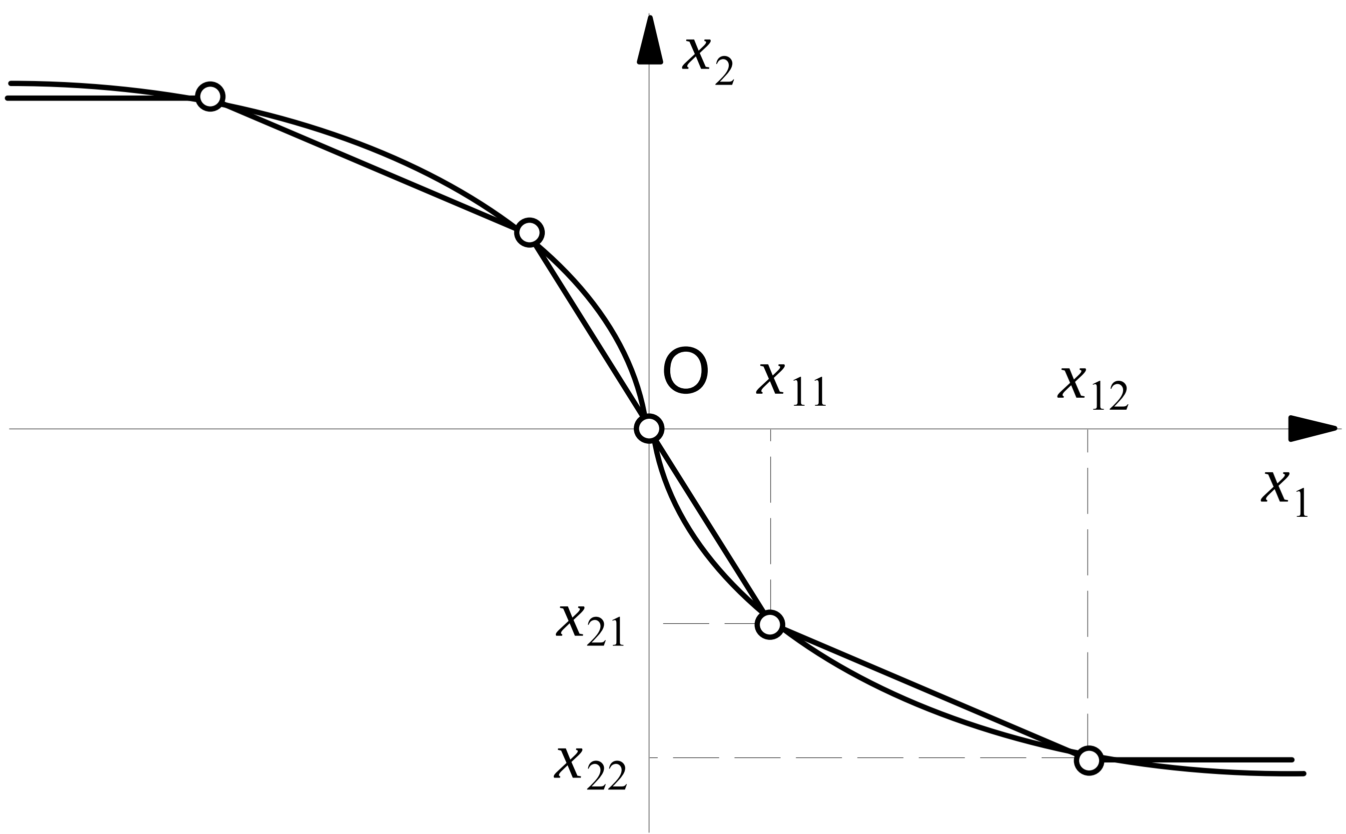
$$f_1 = a_1 b_1 x_1 + a_2 b_2 x_1 = (a_1 b_1 + a_2 b_2) x_1 . \tag{5}$$

В нелинейната зона на S_1 и линейната на S_2

$$f_2 = a_1 + a_2 b_2 x_1 . \tag{6}$$

В нелинейната зона на S_1 и S_2

$$f_3 = a_1 + a_2 \ . \tag{7}$$



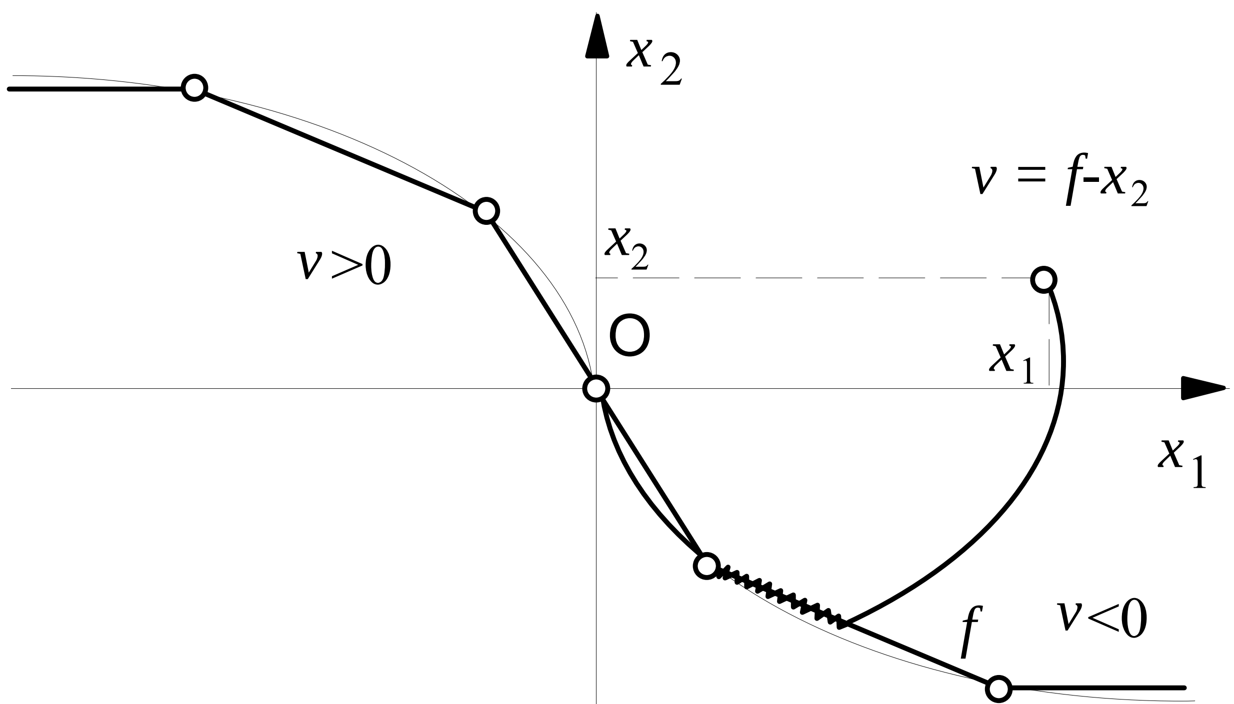
24. Симетрична sat управляваща структура.

За системи от II ред със симетрична линия на превключване се използва

$$v = f - x_2 = \sum_{i=1}^{N} a_i \operatorname{sat} b_i x_1 - x_2 , \qquad (8)$$

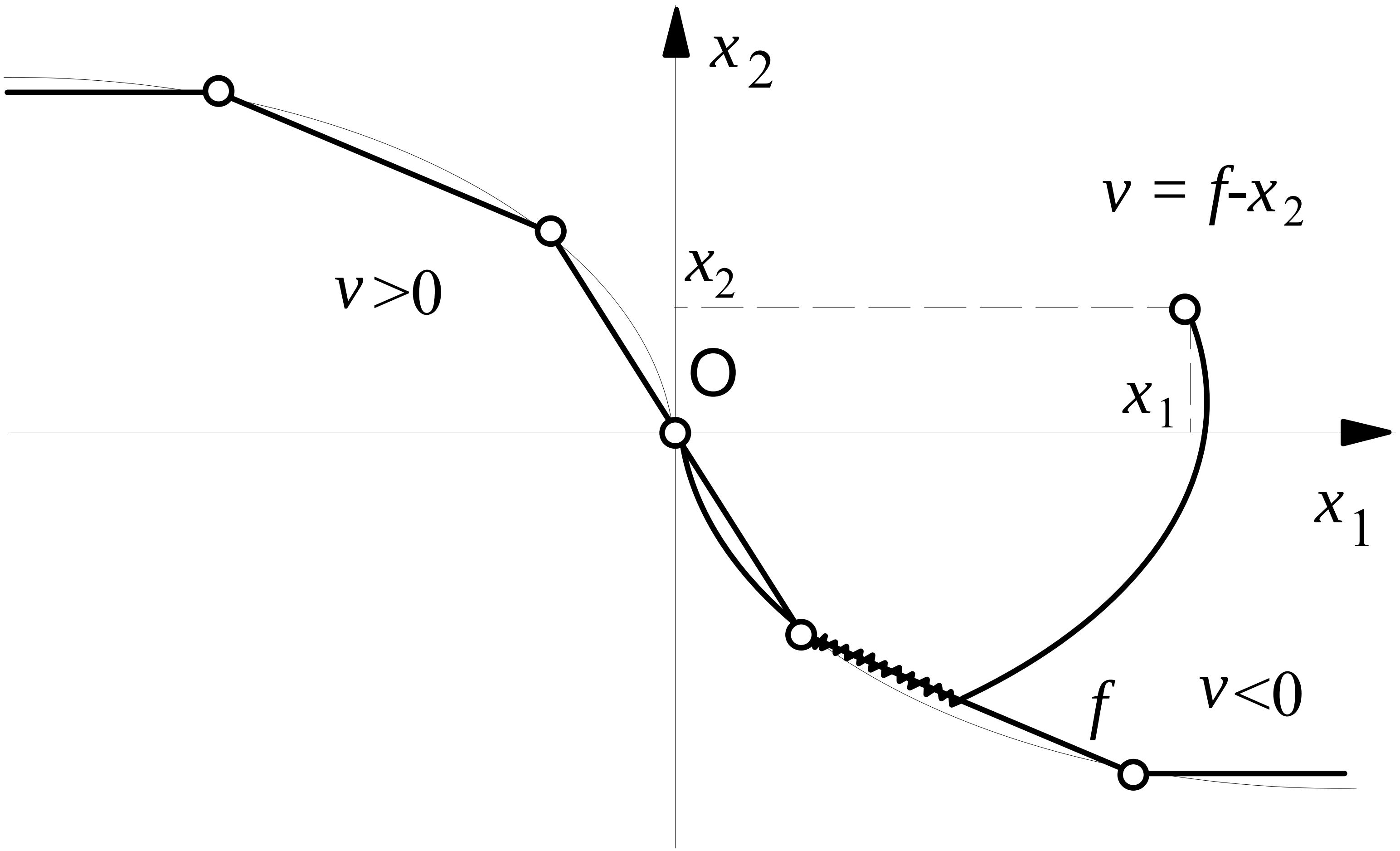
където N е броят на използваните *sat* функции, а броят на отсечките в апроксимацията (4) е $2N+1$. За всяка точка над приближено-оптималната линия на превключване (ПОЛП) функцията v ще бъде определена отрицателно ($v<0$), а под ПОЛП - положително ($v>0$). Управлението е:

$$u = \operatorname{sign} v .$$



24. Симетрична sat управляваща структура.

ПОЛП: деление на фазовата равнина на две полуравнини с различни знаци:



24. Симетрична sat управляваща структура.

Ако във израза $$v = f - x_2 = \sum_{i=1}^{N} a_i \operatorname{sat} b_i x_1 - x_2 ,$$

x_1 и x_2 се заместят с x_{1j} и x_{2j} , $j = 1,2,...,N$ (които лежат на начупената линия и са нейни върхове) се получава $v = 0$:

$$v(x_{1j}, x_{2j}) = f(x_{1j}) - x_{2j} = \sum_{i=1}^{2} a_i \operatorname{sat} b_i x_{1j} - x_{2j} = 0 \ , \quad j = 1,2.$$

т. (x_{11}, x_{21}): $\quad a_1 \operatorname{sat} b_1 x_{11} + a_2 \operatorname{sat} b_2 x_{11} = x_{21}$, (9)

т. (x_{12}, x_{22}): $\quad a_1 \operatorname{sat} b_1 x_{12} + a_2 \operatorname{sat} b_2 x_{12} = x_{22}$. (10)

Тъй като ПОЛП е изградена от инвертирани sat функции, то коефициентите a_i, $i = 1,2,...,N$, (a_1 и a_2) са отрицателни. Предвид (5) - (7) и (9), (10) се получава системата:

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 b_2 x_{11} &= x_{21} \ , \\ a_1 + a_2 &= x_{22} \ . \end{aligned} \qquad (11)$$

24. Симетрична sat управляваща структура.

Тъй като по определение аргументът на sat функцията в края на линейния диапазон е ± 1, то:

$$b_1 x_{11} = 1, \qquad \Rightarrow \; b_1 = \frac{1}{x_{11}} \;,$$

$$b_2 x_{12} = 1, \qquad \Rightarrow \; b_2 = \frac{1}{x_{12}} \;. \tag{12}$$

В общия случай b_i се изчисляват по формулата

$$b_i = \frac{1}{x_{1i}} \;, \qquad i = 1,2,\ldots,N \;.$$

Замествайки b_2 от (12) в (11) се получава

$$a_1 + a_2 \frac{x_{11}}{x_{12}} = x_{21} \;,$$

$$a_1 + a_2 = x_{22} \;. \tag{13}$$

24. Симетрична sat управляваща структура.

Тази система е винаги решима, ако е спазено условието $x_{11} < x_{12} < ... < x_{1N}$. За N sat елемента, (13) приема вида:

$$a_1 + a_2 \frac{x_{11}}{x_{12}} + a_3 \frac{x_{11}}{x_{13}} + ... + a_N \frac{x_{11}}{x_{1N}} = x_{21}$$

$$a_1 + a_2 + a_3 \frac{x_{12}}{x_{13}} + ... + a_N \frac{x_{12}}{x_{1N}} = x_{22}$$

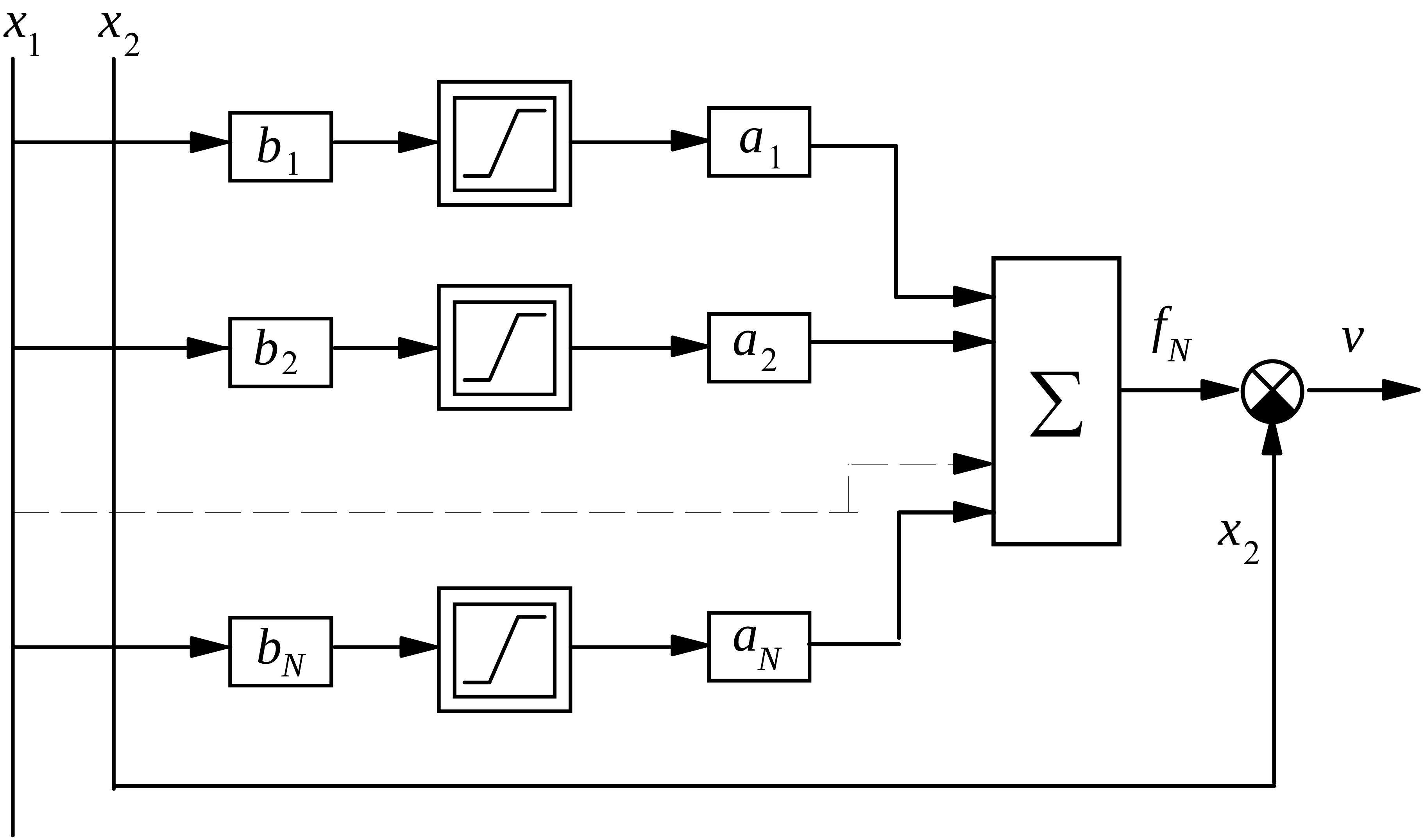
$$a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_N \frac{x_{13}}{x_{1N}} = x_{23}$$

....

$$a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_N = x_{2N} \quad .$$

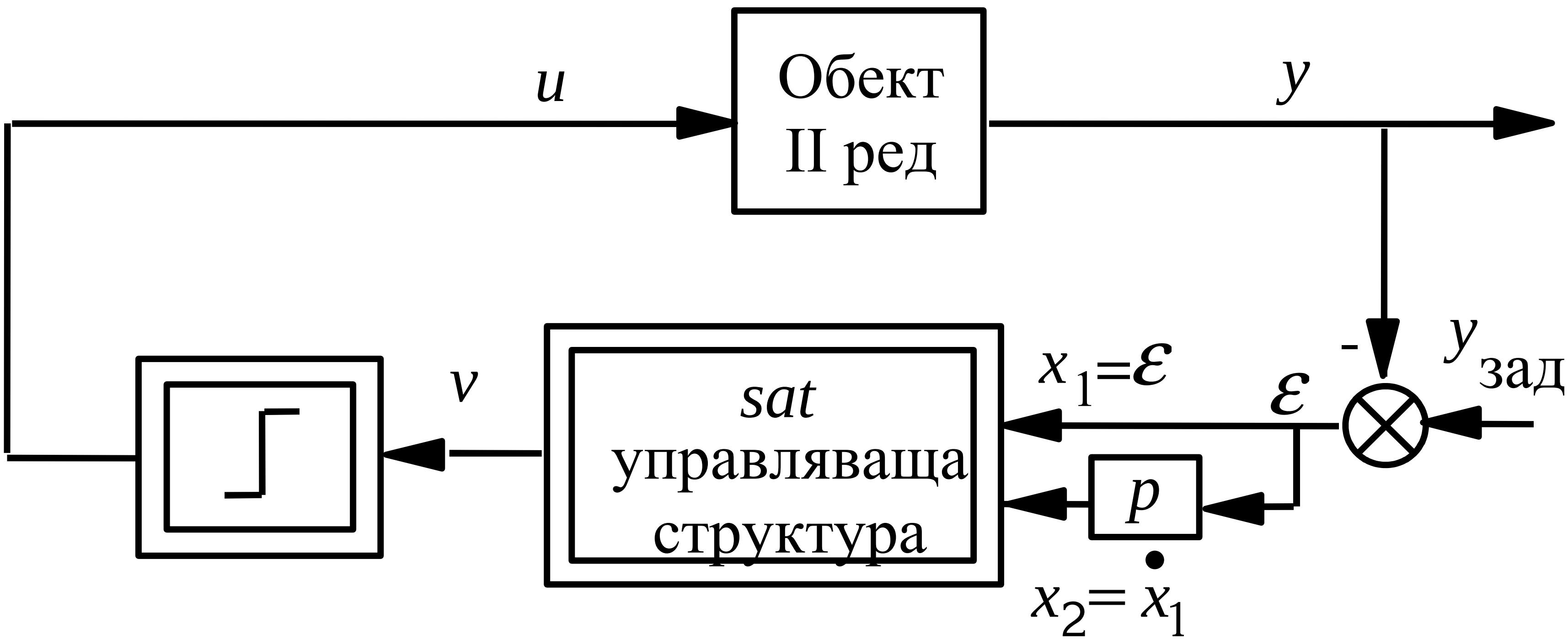
24. Симетрична sat управляваща структура.

S-управляваща структура:



24. Симетрична sat управляваща структура.

Структурната схема на затворената приближено-оптимална по бързодействие система (ПОБС):



<u>*24. Симетрична sat управляваща структура.*</u>

ОЛП и ПОЛП на обект, описван с уравнението на Дюфинг: