5. Интуитивен подход към линеаризацията с ОВ от вида "вход-изход".

- Въведение в линеаризация чрез ОВ “вход-изход” (input-output linearization)
- Пример
- Особености на решението
- Относителна степен r

1. Въведение в линеаризацията "вход-изход"

- Разглежда се системата

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u)$$
$$y = h(\mathbf{x}) \qquad (*)$$

- Целта е да се синтезира управление u, чрез което изходът y да следи зададена желана траектория y_d. Изходният сигнал y и неговите производни да бъдат ограничени в дефиниционната област, в която y_d и неговите производни до висок ред се предполага че са известни и ограничени.

- Използването на модела (*) се затруднява от факта, че изходът y е свързан с входа u само индиректно чрез променливата на състоянието $\mathbf{x}$ и нелинейното уравнение на състоянието (*). Не е очевидно как може да се синтезира u, така че да управлява следящия режим на y.

Синтезът на следящо управление се улеснява, ако *се намери директна и проста зависимост между изхода на системата* y *и управляващия вход* u.

2.Пример

- Разглежда се система от трети ред

$$\dot{x}_1 = \sin x_2 + (x_2+1)x_3$$
$$\dot{x}_2 = x_1^5 + x_3$$
$$\dot{x}_3 = x_1^2 + u$$
$$y = x_1$$

- За получаване на директна зависимост между изхода y и входа u, изходът y се диференцира

$$\dot{y} = \dot{x}_1 = \sin x_2 + (x_2+1)x_3 .$$

- Тъй като $\dot{y}$ все още не зависи пряко от входа u, то се извършва повторно диференциране. Получава се

$$\ddot{y} = (x_2+1)u + f_1(\mathbf{x}), \qquad (*)$$

където $f_1(\mathbf{x})$ е функция на състоянието дефинирана като

$$f_1(\mathbf{x}) = (x_1^5 + x_3)(x_3 + \cos x_2) + (x_2+1)x_1^2 .$$

Уравнението (*) изразява явно зависимостта между y и u .

5. Линеаризацията с ОВ от вида "вход-изход".

- Ако $x_2 \neq -1$, управляващият вход в

$$\ddot{y} = (x_2 + 1)u + f_1(\mathbf{x})$$

се избира във вида

$$u = \frac{1}{x_2 + 1}(v - f_1), \qquad (**)$$

където v е нов вход, чийто управляващ закон трябва да бъде синтезиран.

Нелинейността в (*) се отстранява и се получава проста линейна зависимост от вида "два интегратора" между изхода и новия вход v:

$$\ddot{y} = v.$$

5. Линеаризацията с ОВ от вида "вход-изход".

- Синтезът на следящо управление за обект "два интегратора"

$$\ddot{y} = v$$

е лесен поради съществуващите техники за управление на линейни системи. Например, нека грешката в следенето е

$$e = y(t) - y_d(t),$$

а новият изход -

$$v = \ddot{y}_d - k_1 e - k_2 \dot{e}$$

където k_1 и k_2 са положителни константи. Тогава грешката в следенето на затворената система се дава чрез

$$\ddot{e} + k_2 \dot{e} + k_1 e = 0,$$

което уравнение описва устойчива система. Следователно, ако първоначално $e(0) = \dot{e}(0) = 0$, тогава $e(t) \equiv 0$, $\forall t \geq 0$, т.е. получава се идеално следене; в противен случай $e(t)$ клони към нула асимптотично.

3.Особености на решението

- Управляващият закон е дефиниран навсякъде, освен в особените точки, такива като $x_2 = -1$.
- Необходимо е да може да се измерва цялото пространство на състоянията за реализирането на управляващия закон, защото изчисляването както на производната $\dot{y}$ така и на трансформацията на входа

$$u = \frac{1}{x_2 + 1}(v - f_1)$$

изисква стойността на $\mathbf{x}$.

Подходът "вход-изходна" линеаризация е *стратегия за синтез на управление*, която първо генерира една линейна вход-изходна зависимост и след това формулира управление на базата на линейната теория на управлението.

Тя може да се приложи към *едномерни* и към *многомерни* системи.

4.Относителна степен r

Системата има *относителна степен* r, ако е необходимо да се диференцира изходът на системата r пъти, за да се генерира явна зависимост между изхода y и входа u.

Системата в Примера има относителна степен 2. За всяка управляема система от ред n са необходими най-много n диференцирания за всеки изход за да се появи управляващия вход, т.е. $r \leq n$.

Интуитивно се разбира, че:

(1) ако са необходими повече от n диференцирания, системата е от ред по-висок от n;

(2) ако управляващият вход никога не се появи, системата не е управляема.

ЛИТЕРАТУРА

1. Цанкова, Д., *Съвременна теория на управлението*, ч.2: *Линеарирзация чрез обратна връзка*. Теория и решени задачи, ТУ - Филиал Пловдив, 2003.

2. Isidori, A., *Nonlinear Control Systems: An Introduction*. 2nd Edition, Springer-Verlag, Berlin, 1989

3. Khalil, H. K., *Nonlinear Systems*. 2nd Edition, Prentice Hall, New Jersey, 1996

4. Slotine, J.-J., and W. Lie, *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall International, Inc., 1991

5. Vidyasagar, M., *Nonlinear Systems Analysis*, 2nd Edition, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1993