19. Качество на САР. Точност в установен режим.

Устойчивостта е важно условие за работоспособността на САУ, но не е достатъчно. Затихването на преходния процес (ПП) може да е толкова бавно и/или грешката в установен режим да е толкова голяма, че системата реално да не може да се използва. Освен да е устойчива, САУ трябва да удовлетворява и определени изисквания за ***качество на управлението***.

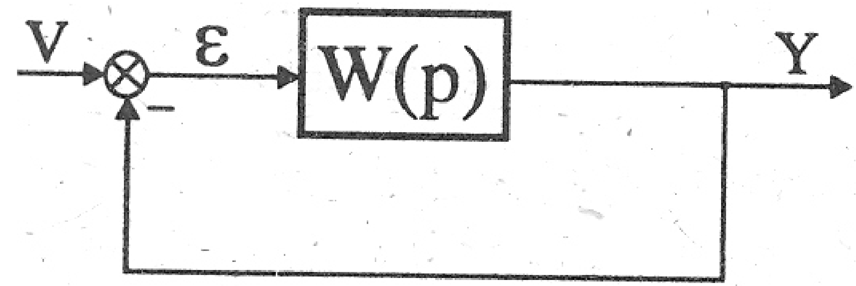
Качеството на управление се задава чрез:

- необходимата точност в установен режим;
- показателите на качеството на преходните процеси.

Методи за изследване на качеството:

- ***преки*** – показателите се определят чрез построяване на самия ПП;
- ***косвени*** – качеството на САУ се оценява, без да се изчислява ПП (използват се за целите на *синтеза*).

1. Точност в установен режим – изчисляване на грешката ε



$$\varepsilon(t) = v(t) - y(t)$$

При $t \to \infty$, $\varepsilon(t)$ може да се определи чрез теоремата за крайната стойност на оригинала:

$$\varepsilon(\infty) = \lim_{t\to\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p\to 0} p\varepsilon(p)$$

$\varepsilon(p)$ изразено чрез $v(p)$ и $W(p)$ е:

$$\varepsilon(p) = W_{\varepsilon,v}(p)v(p) = \frac{1}{1+W(p)}v(p)$$

Следователно:

$$\varepsilon(\infty) = \lim_{p\to 0}\left[p\frac{1}{1+W(p)}v(p)\right]$$

2. Грешки при типови въздействия

Грешката на системата в установен режим зависи от вида и големината на входното въздействие. Разглеждат се следните входни въздействия:

$v(t) = c.1(t);\quad v(t) = c.t;\quad v(t) = c.t^2;\quad \Rightarrow \quad \varepsilon(\infty)$ ще зависи

и от вида на сигнала и от неговата "амплитуда" c .

При сравняване на различни САУ е удобно да се работи с нормализирани грешки:

$$\varepsilon_{\text{норм}} = \frac{\varepsilon(\infty)}{c},$$

при което действителната грешка в установен режим е:

$$\varepsilon(\infty) = \varepsilon_{\text{норм}} c.$$

За същата цел се използват и грешки при типови входни сигнали с единична амплитуда:

$$1(t), t, t^2$$

<u>*19. Качество на САР. Точност в установен режим.*</u>

(1) ***Равновесно състояние*** – режим, характерен при системи за стабилизация, на входа на които се подава непроменящо се във времето задание:

$$v(t) = 1(t).$$

След преминаване на ПП, изходът се установява в равновесно състояние, което може и да не съвпада със зададената му стойност. Грешката при такъв входен сигнал се нарича ***коефициент на статизма*** или ***коефициент на статичната грешка*** ε_{S}

Като се има предвид че $v(p) = \dfrac{1}{p}$ то грешката е:

$$\varepsilon_{\mathrm{S}} = \lim_{p\to 0}\left[p\frac{1}{1+W(p)}v(p)\right] = \lim_{p\to 0}\left[p\frac{1}{1+W(p)}\frac{1}{p}\right] = \lim_{p\to 0}\left[\frac{1}{1+W(p)}\right]$$

(2) *Движение с постоянна скорост*

Този режим е типов при анализ на следящи системи. Входното въздействие се променя с постоянна скорост:

$$v(t) = t.$$

Коефициентът на грешка по скорост ε_{V} се получава след заместване на

$$v(p) = \frac{1}{p^2},$$

$$\varepsilon_{\mathrm{V}} = \lim_{p\to 0}\left[p\frac{1}{1+W(p)}\frac{1}{p^2}\right] = \lim_{p\to 0}\left[\frac{1}{p+pW(p)}\right] = \lim_{p\to 0}\left[\frac{1}{pW(p)}\right]$$

(3) *Движение с постоянно ускорение*

Този типов режим се използва по-рядко, главно при анализ на следящи системи с военно предназначение. Входното въздействие е:

$$v(t) = t^2.$$

Коефициентът на грешка по ускорение ε_{a} се получава след заместване на образа на $v(t)$

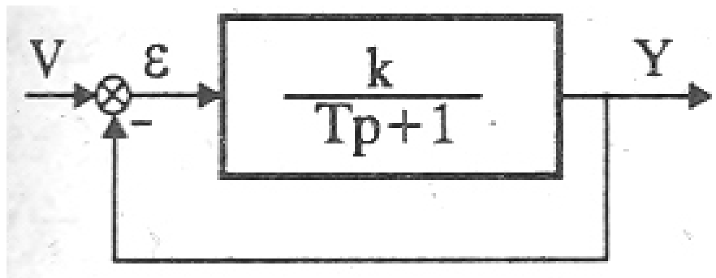
$$v(p) = \frac{1}{p^3},$$

$$\varepsilon_{\text{a}} = \lim_{p \to 0} \left[p \frac{1}{1 + W(p)} \frac{1}{p^3} \right] = \lim_{p \to 0} \left[\frac{1}{p^2 + p^2 W(p)} \right] = \lim_{p \to 0} \left[\frac{1}{p^2 W(p)} \right]$$

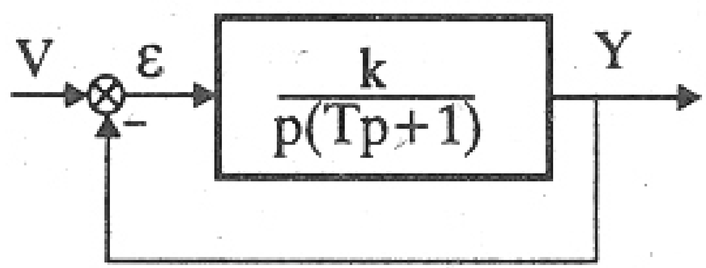
3. Пример

Да се определят коефициентите на грешките за следните три САУ:

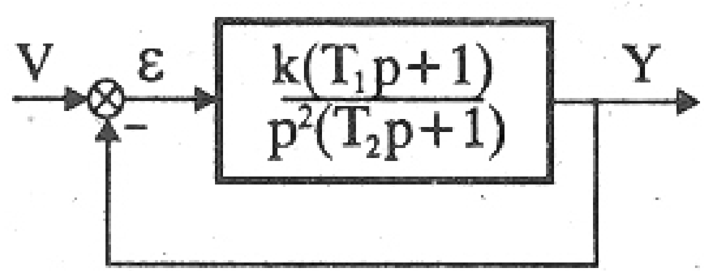
(а)



(б)



(в)



19. Качество на САР. Точност в установен режим.

(а)

$$W(p)=\frac{k}{Tp+1}$$

1) $v=1(t);\qquad V(p)=\dfrac{1}{p}$

$$\varepsilon_{\mathrm{S}}=\lim_{p\to 0}\frac{1}{1+W(p)}=\lim_{p\to 0}\frac{1}{1+\dfrac{k}{Tp+1}}=\lim_{p\to 0}\frac{Tp+1}{Tp+1+k}=\frac{1}{1+k}$$

2) $v=t;\qquad V(p)=\dfrac{1}{p^2}$

$$\varepsilon_{\mathrm{V}}=\lim_{p\to 0}\frac{1}{pW(p)}=\lim_{p\to 0}\frac{1}{p\dfrac{k}{Tp+1}}=\lim_{p\to 0}\frac{Tp+1}{pk}=\infty$$

3) $v=t^2;\qquad V(p)=\dfrac{1}{p^3}$

$$\varepsilon_{\mathrm{a}}=\lim_{p\to 0}\frac{1}{p^2W(p)}=\lim_{p\to 0}\frac{1}{p^2\dfrac{k}{Tp+1}}=\lim_{p\to 0}\frac{Tp+1}{p^2k}=\infty$$

(б)

$$W(p)=\frac{k}{p(Tp+1)}$$

1) $v=1(t);\qquad V(p)=\frac{1}{p}$

$$\varepsilon_S=\lim_{p\to 0}\frac{1}{1+W(p)}=\lim_{p\to 0}\frac{1}{1+\dfrac{k}{p(Tp+1)}}=\lim_{p\to 0}\frac{p(Tp+1)}{p(Tp+1)+k}=0$$

2) $v=t;\qquad V(p)=\frac{1}{p^2}$

$$\varepsilon_V=\lim_{p\to 0}\frac{1}{pW(p)}=\lim_{p\to 0}\frac{1}{p\dfrac{k}{p(Tp+1)}}=\lim_{p\to 0}\frac{Tp+1}{k}=\frac{1}{k}$$

3) $v=t^2;\qquad V(p)=\frac{1}{p^3}$

$$\varepsilon_a=\lim_{p\to 0}\frac{1}{p^2W(p)}=\lim_{p\to 0}\frac{1}{p^2\dfrac{k}{p(Tp+1)}}=\lim_{p\to 0}\frac{Tp+1}{pk}=\infty$$

19. Качество на САР. Точност в установен режим.

(в)

$$W(p) = \frac{k(T_1 p + 1)}{p^2 (T_2 p + 1)}$$

1) $v = 1(t);$ $V(p) = \frac{1}{p}$

$$\varepsilon_S = \lim_{p \to 0} \frac{1}{1 + W(p)} = \lim_{p \to 0} \frac{1}{1 + \frac{k(T_1 p + 1)}{p^2 (T_2 p + 1)}} = \lim_{p \to 0} \frac{p^2 (T_2 p + 1)}{p^2 (T_2 p + 1) + k(T_1 p + 1)} = 0$$

2) $v = t;$ $V(p) = \frac{1}{p^2}$

$$\varepsilon_V = \lim_{p \to 0} \frac{1}{pW(p)} = \lim_{p \to 0} \frac{1}{p \frac{k(T_1 p + 1)}{p^2 (T_2 p + 1)}} = \lim_{p \to 0} \frac{p(T_2 p + 1)}{k(T_1 p + 1)} = 0$$

3) $v = t^2;$ $V(p) = \frac{1}{p^3}$

$$\varepsilon_a = \lim_{p \to 0} \frac{1}{p^2 W(p)} = \lim_{p \to 0} \frac{1}{p^2 \frac{k(T_1 p + 1)}{p^2 (T_2 p + 1)}} = \lim_{p \to 0} \frac{T_2 p + 1}{k(T_1 p + 1)} = \frac{1}{k}$$

19. Качество на САР. Точност в установен режим.

Таблица 1

	а) $W(p)=\dfrac{k}{Tp+1}$	б) $W(p)=\dfrac{k}{p(Tp+1)}$	в) $W(p)=\dfrac{k(T_1p+1)}{p^2(T_2p+1)}$
ε_s ($v=1(t)$)	$\dfrac{1}{k+1}$	0	0
ε_v ($v=t$)	∞	$\dfrac{1}{k}$	0
ε_a ($v=t^2$)	∞	∞	$\dfrac{1}{k}$

Коефициентите на грешката $\varepsilon_{\mathrm{S}}, \varepsilon_{\mathrm{V}}, \varepsilon_{\mathrm{a}}$, зависят само от k и броя на интегриращите звена v, а не зависят от звената от друг тип, т.е., за произволни САУ от съответния вид се получават същите резултати.

19. Качество на САР. Точност в установен режим.

Най-благоприятен за установената стойност на САУ е режимът "***равновесно състояние***" ($v(t) = 1(t)$). Въпреки това, статическата САУ винаги има грешка $\varepsilon_{\mathrm{S}} = 1/(1+k)$, която може да се намали чрез увеличаване на k .

За астатическите системи $\varepsilon_{\mathrm{S}} = 0$.

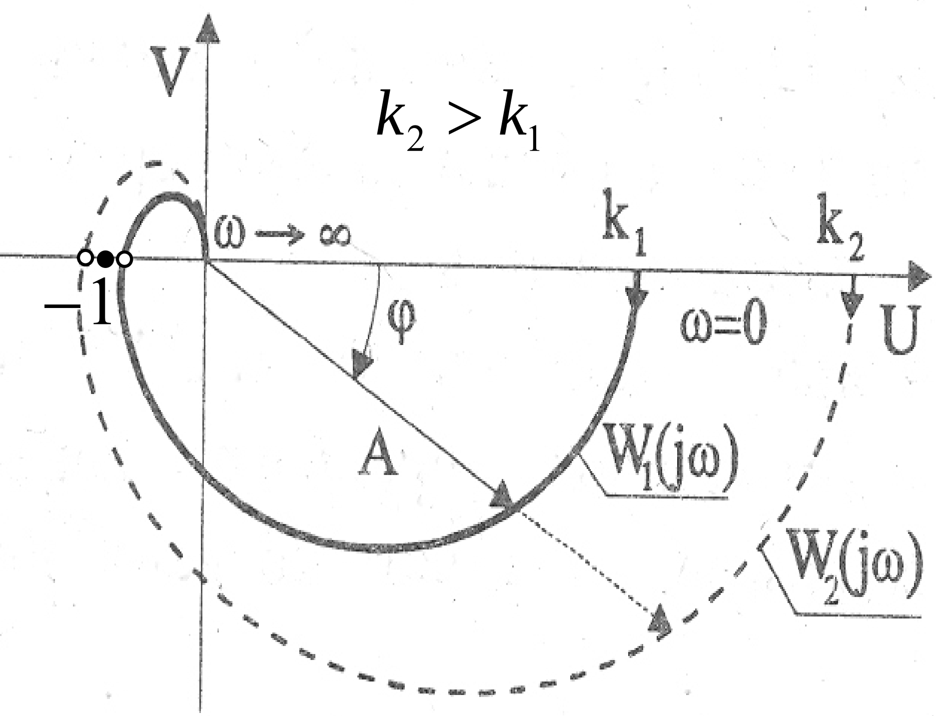
При "***движение с постоянна скорост***" статическата САУ има $\varepsilon_{\mathrm{V}} \to \infty$, т.е., изходът изостава все повече и повече от входа. САУ с $v = 1$ следи входния сигнал ($v(t) = t$) с грешка $\varepsilon_{\mathrm{V}} = 1/k$. Грешката може да се намали чрез увеличаване на k . САУ с $v = 2$ следи входния сигнал без грешка $\varepsilon_{\mathrm{V}} = 0$.

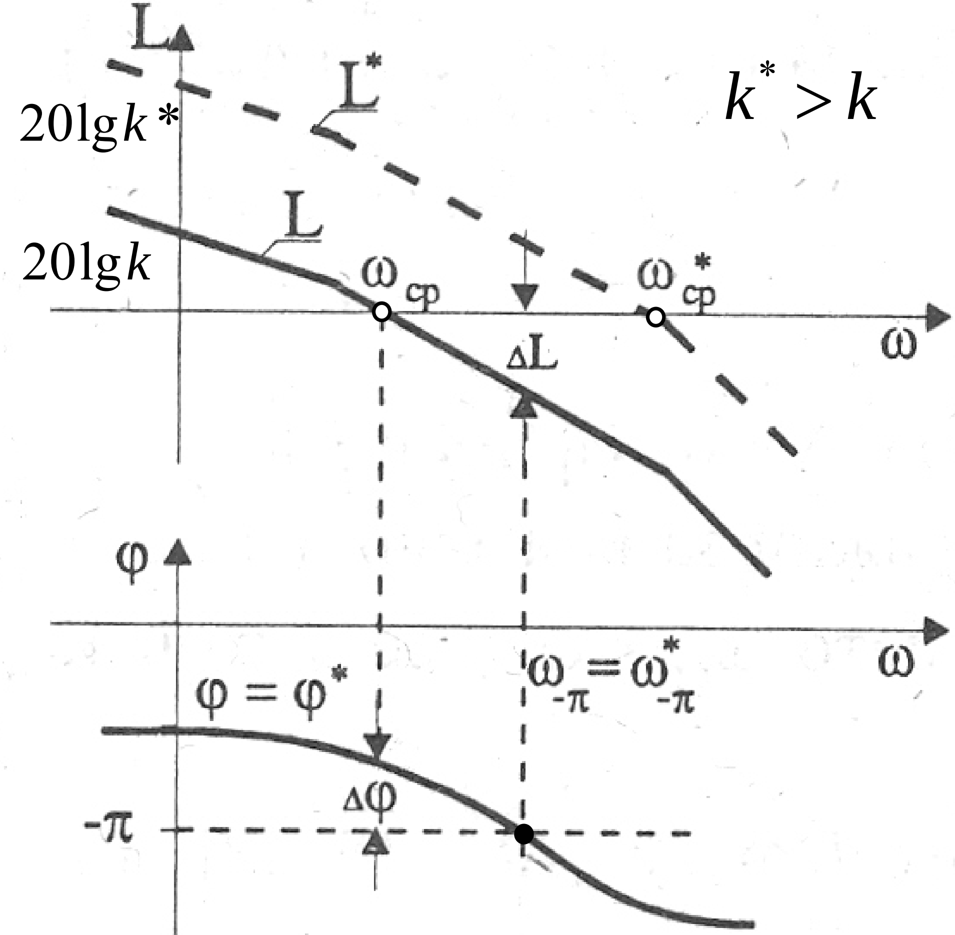
Най-тежък е режимът "***движение с постоянно ускорение***". При статическа и астатическа САУ с $v = 1$, $\varepsilon_{\mathrm{a}} \to \infty$. САУ с $v = 2$ следи входния сигнал ($v(t) = t^2$) с грешка $\varepsilon_{\mathrm{a}} = 1/k$. Грешката може да се намали чрез увеличаване на k .

4. Връзка между точност и устойчивост

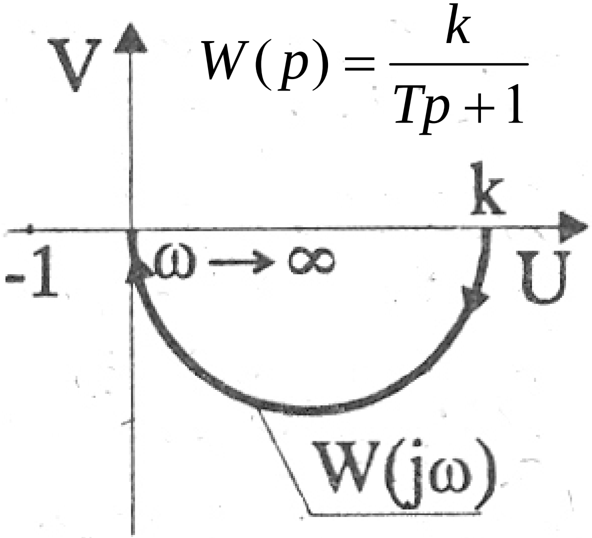
Грешките в установен режим намаляват при увеличаване на k и ν на отворената система, което води до намаляване на запасите на устойчивост на затворената система.

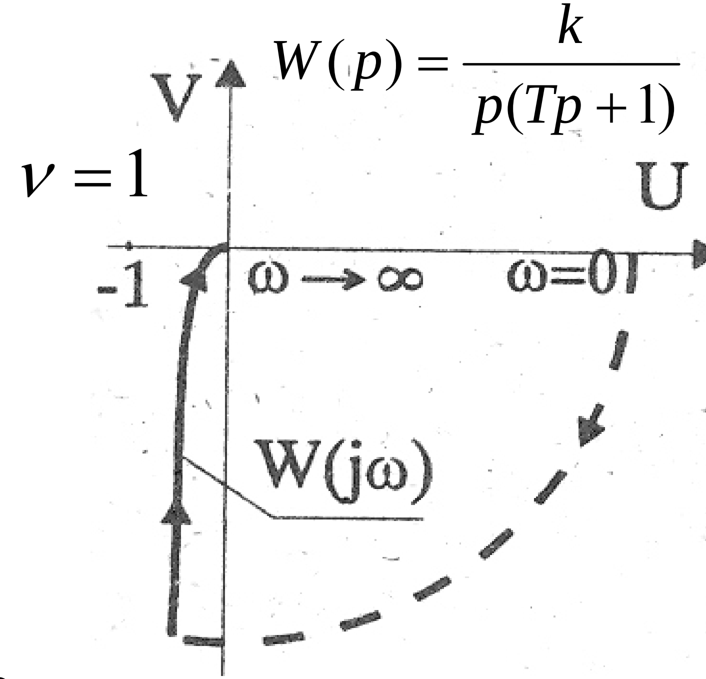
(а) Увеличаване на k

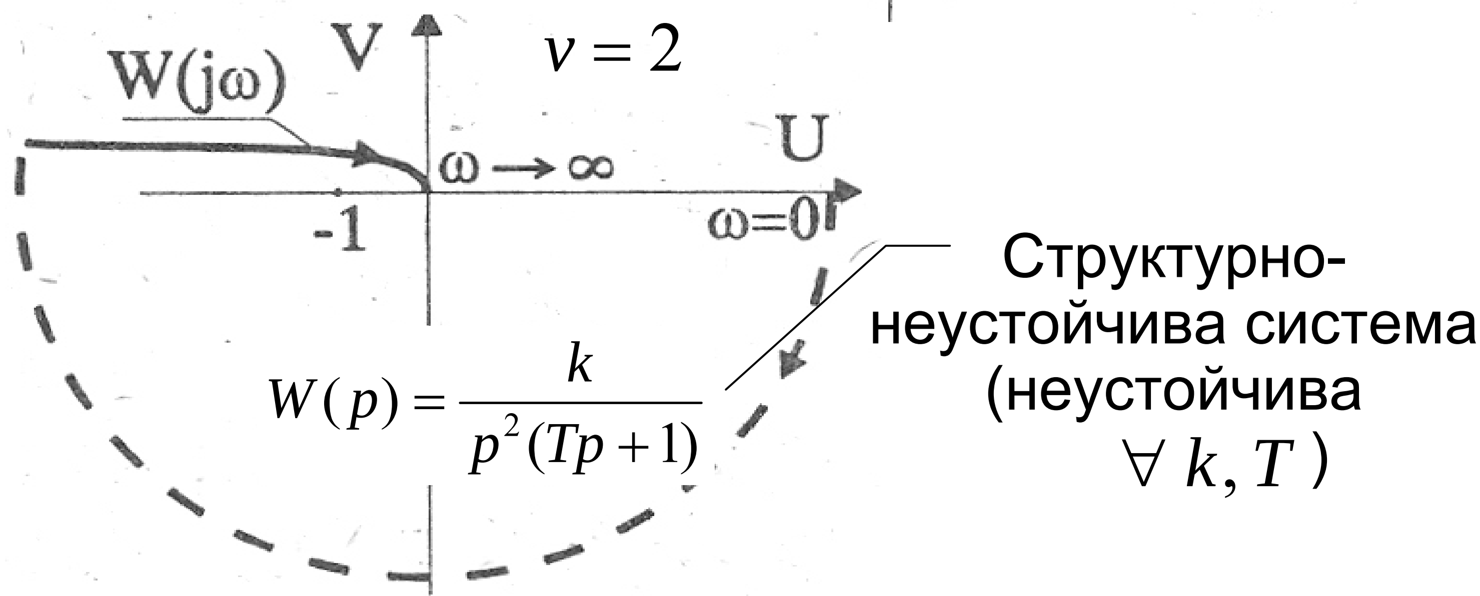




(б) Въвеждане на астатизъм







Повишаването на реда на астатизма обикновено води до влошаване на устойчивостта на САУ. Обаче, не всички системи с астатизъм от втори и по-висок ред са неустойчиви. Например системата, представена в таблицата, като вариант (в) е устойчива при $T_1 > T_2$, което лесно се проверява чрез алгебричен критерий. За да се осигури устойчивост в тракта на тази система е добавено форсиращо звено. Това вече е въпрос от синтеза на коригиращи звена, който ще бъде разгледан по-подробно в някоя от следващите лекции.

(1) структурно-неустойчива:

$$W(p) = \frac{k}{p^2(Tp+1)}$$

(2) устойчива при $T_1 > T_2$:

$$W(p) = \frac{k(T_1 p+1)}{p^2(T_2 p+1)}$$