9. Метод на хармоничната линеаризация. Основни положения и допускания. Коефициенти на хармонична линеаризация.

- За съществено нелинейните САР линеаризацията на диференциалните уравнения е недопустима, тъй като полученият линеен модел съществено се отклонява от изходната нелинейна система.

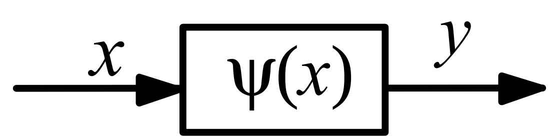
- Към съществено нелинейните САР се отнасят релейните и вибрационните САР, а също и САР, съдържащи нелинейности от типа: “луфт”, “хистерезис”, “триене”, “зона на нечувствителност”, “насищане” или някаква тяхна комбинация.

9. Метод на хармоничната линеаризация.

- Някои нелинейности са естествено свойство на реалните елементи на САР, а други се въвеждат преднамерено за получаване на особени качества на системата.

- Разработени са специални методи за изследване на съществено нелинейните системи, например: методът на хармоничния баланс и един негов графо-аналитичен вариант – методът на Голдфарб.

- Методът на хармоничния баланс е основан на предположението, че *променливата величина на входа на НЕ се изменя по синусоидален закон*



- Това условие се изпълнява достатъчно точно, ако линейната част на САР представлява нискочестотен филтър, което в голям брой практически задачи е така.

9. Метод на хармоничната линеаризация.

- На входа на НЕ със статическа характеристика $y = \psi(x)$ се подава хармоничен сигнал

$$x = A \sin \omega t$$

Сигналът на изхода на НЕ е някаква периодична функция на времето, която ще зависи от конкретния вид на нелинейността и се записва в хармоничен ред:

$$y = \psi(A \sin \omega t) = y_0 + \sum_{k=1}^{\infty} y_k \sin(k\omega t + \varphi_k) =$$

$$= y_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (y_{k1} \sin k\omega t + y_{k2} \cos k\omega t)$$

където

$$\varphi_k = arctg \frac{y_{k2}}{y_{k1}} \; ; \qquad y_k = \sqrt{y_{k1}^2 + y_{k2}^2} \; .$$

9. Метод на хармоничната линеаризация.

- Тъй като методът на хармоничния баланс предполага, че линейната САР не пропуска висши хармоници, записва се:

$$y = y_0 + y_{11}\sin\omega t + y_{12}\cos\omega t \ .$$

- От по-голям интерес са нелинейностите със симетрични (относно началото на координатната система) характеристики, за които постоянната съставяща е нула. Тогава:

$$y = y_{11}\sin\omega t + y_{12}\cos\omega t = \frac{y_{11}}{A}A\sin\omega t + \frac{y_{12}}{A\omega}A\omega\cos\omega t =$$

$$= q(A)x + \frac{q'(A)}{\omega}\dot{x} \qquad (*)$$

къдeто проводимостите

$$q(A) = \frac{y_{11}}{A} \quad \text{и} \quad q'(A) = \frac{y_{12}}{A}$$

се изчисляват като коефициенти на разложението на Фурие.

9. Метод на хармоничната линеаризация.

За $q(A)=\frac{y_{11}}{A}$; $q'(A)=\frac{y_{12}}{A}$;

коефициентите на разложението на Фурие са:

$$q(A)=\frac{1}{\pi A}\int_0^{2\pi}\psi(A\sin\varphi)\sin\varphi\, d\varphi \quad ,$$

$$q'(A)=\frac{1}{\pi A}\int_0^{2\pi}\psi(A\sin\varphi)\cos\varphi\, d\varphi \quad , \qquad \varphi=\omega t \; .$$

- Нелинейното уравнение $y=\psi(x)$ се заменя с еквивалентно *линейно* уравнение (*) (по-точно е *квазилинейно*, понеже амплитудата A влиза не само в променливата x, но и в коефициентите q и q'). Коефициентите $q(A)$ и $q'(A)$ играят значителна роля при определяне на свободните периодични режими (автоколебания) в НСАР и са основни характеристики на типовите НЕ.

9. Метод на хармоничната линеаризация.

- Нека на входа на елемент с уравнение (*) действува хармоничен ситнал (в комплексен вид):

$$x(t) = A e^{j\omega t}$$

тогава от (*) следва

$$y(t) = q(A) A e^{j\omega t} + \frac{q'(A)}{\omega} j\omega A e^{j\omega t} =$$
$$= [q(A) + jq'(A)] A e^{j\omega t} = W_H(A)\, x(t)$$

където е положено

$$W_H(A) = q(A) + jq'(A) = |W_H(A)|\, e^{j\theta_H(A)}$$

$W_H(A)$ е пълната проводимост на НЕ по първия хармоник от спектъра на входния сигнал и се нарича *еквивалентен комплексен коефициент на усилване* на НЕ или *амплитудна характеристика* на НЕ.

9. Метод на хармоничната линеаризация.

- Модулът на амплитудната характеристика

$$|W_H(A)| = \sqrt{q^2(A) + q'^2(A)}$$

показва колко пъти амплитудата на първия хармоник на изхода на НЕ е по-голяма от амплитудата на входния синусоидален сигнал.

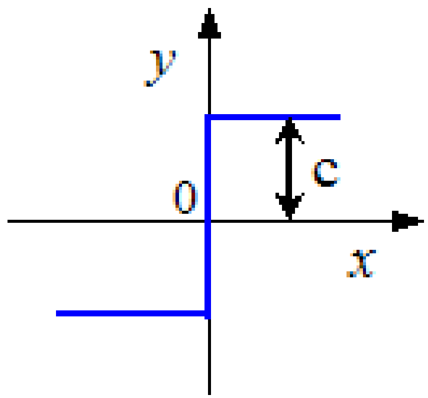
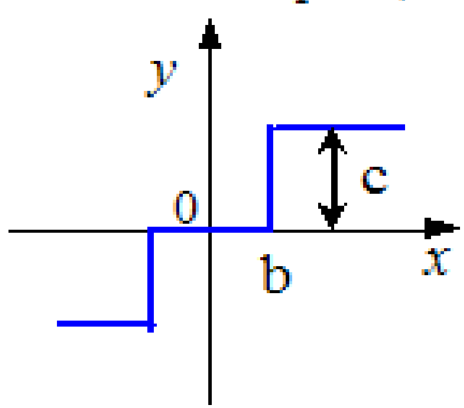
- Аргументът на амплитудната характеристика

$$\theta_H(A) = \arg W_H(A)$$

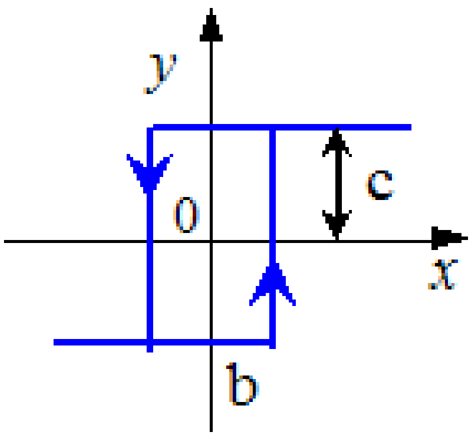
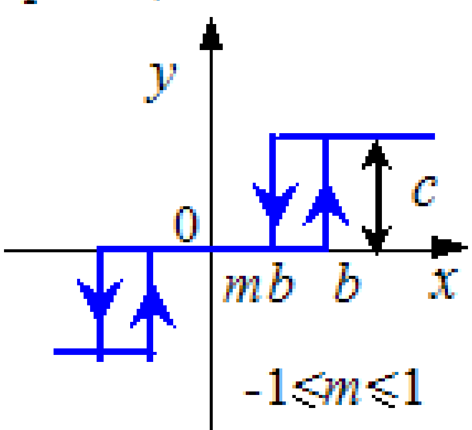
определя фазовата разлика между първия хармоник на изхода на НЕ и синусоидалния входен сигнал.

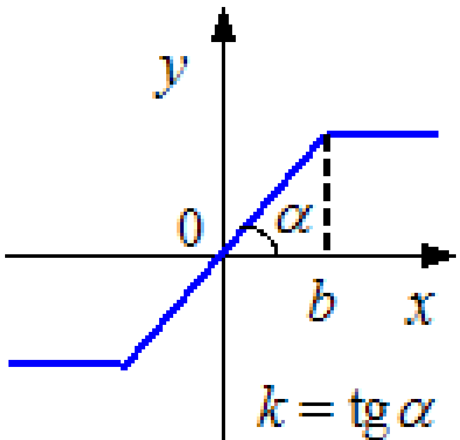
- Амплитудната характеристика на нелинейни елементи, непритежаващи памет (при статическа характеристика $y = \psi(x)$), не зависят от честотата ω на входния сигнал.

2. Коефициенти на хармонична линеаризация на типови нелинейни елементи.

Статични характеристики на нелинейни звена	$q(A)$	$q'(A)$
1.Идеално реле: 	$\frac{4c}{\pi A}$	0
2. Реле със зона на нечувствителност (трипозиционно реле): 	$\frac{4c}{\pi A}\sqrt{1-\frac{b^2}{A^2}}$, при $A \geq b$	0

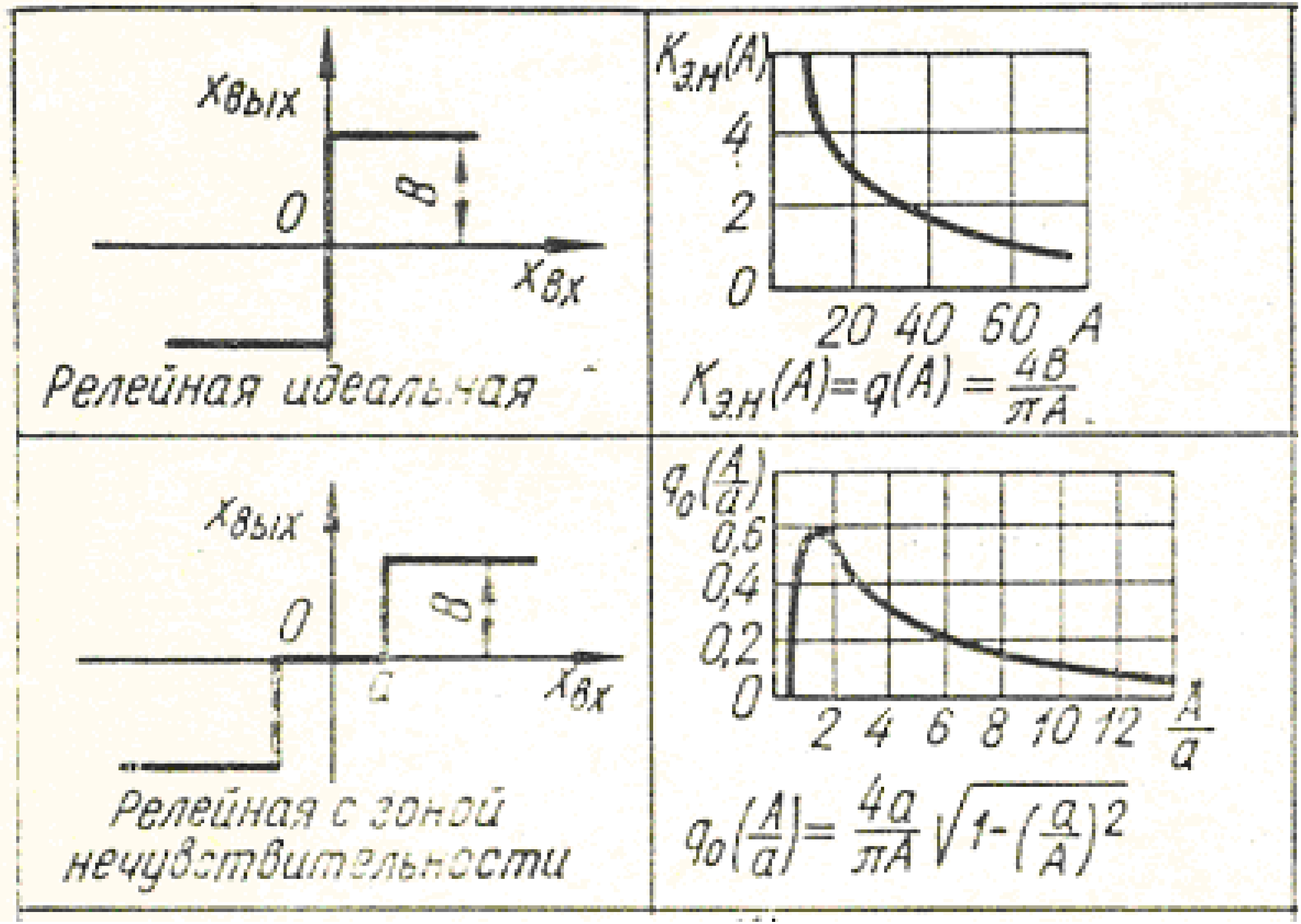
9. Метод на хармоничната линеаризация.

	$q(A)$	$q'(A)$
3. Реле с хистерезисен цикъл: 	$\frac{4c}{\pi A}\sqrt{1-\frac{b^2}{A^2}}$, при $A \ge b$	$-\frac{4cb}{\pi A^2}$, при $A \ge b$
4. Реле от общ вид (трипозиционно реле с хистерезис): 	$\frac{2c}{\pi A}\left(\sqrt{1-\frac{b^2}{A^2}}+\sqrt{1-\frac{m^2b^2}{A^2}}\right)$, при $A \ge b$	$-\frac{2cb}{\pi A^2}(1-m)$, при $A \ge b$

	$q(A)$	$q'(A)$
5. Усилвател с насищане: 	$\frac{2k}{\pi}\left(\arcsin\frac{b}{A}+\frac{b}{A}\sqrt{1-\frac{b^2}{A^2}}\right)$	0

- Следват няколко графики на модулът на амплитудната характеристика на НЕ или на проводимостта $q(A)$:

9. Метод на хармоничната линеаризация.



9. Метод на хармоничната линеаризация.