

**ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – СОФИЯ,  
ФИЛИАЛ ПЛОВДИВ**

**Гл. ас. д-р инж. БОРИСЛАВ ГЕОРГИЕВ ПЕНЕВ**

**АНАЛИЗ И СИНТЕЗ НА ПРИМЕРНИ СИСТЕМИ ЗА  
АВТОМАТИЧНО УПРАВЛЕНИЕ НА ЛЕТАТЕЛНИ АПАРАТИ**

**Първо издание**

**ПЛОВДИВ, 2006**

**ISBN-10: 954-8779-84-6**

**ISBN-13: 978-954-8779-84-5**

**АНАЛИЗ И СИНТЕЗ НА ПРИМЕРНИ СИСТЕМИ ЗА  
АВТОМАТИЧНО УПРАВЛЕНИЕ НА ЛЕТАТЕЛНИ АПАРАТИ**

*Първо издание*

**Гл. ас. д-р инж. Борислав Георгиев Пенев, автор, 2006**

**Рецензенти:**

проф. д.т.н. инж. Камен Ищев, ТУ – София, катедра “Системи и  
управление”,

доц. д-р инж. Добрин Сейзински, ТУ – София, филиал Пловдив,  
катедра “Транспортна и авиационна техника и технологии”

**Издателство на ТУ – София, филиал Пловдив  
4000 Пловдив  
ул. Цанко Дюстабанов № 25**

## ПРЕДГОВОР

Настоящото учебно помагало съдържа част от темите, които се разглеждат в магистърския курс “Бордни системи за автоматично управление” за студентите от специалност “Авиационна техника и технологии” на Техническия университет – София, филиал Пловдив. Това са “Хидравлично кормилно задвижване на летателен апарат”, “Система за съвместяване на автоматично и ръчно управление на кормилна повърхност на самолет” и “Система за автоматична стабилизация на височината на самолет”.

Логиката за изграждане на книгата е, че всяка една тема може да се разглежда самостоятелно и представлява примерен анализ и синтез на система за автоматично управление на летателен апарат. Темите засягат създаването на нелинейни и линеаризирани математични модели на разглежданите системи, техния анализ и синтез със средствата на линейната теория на автоматичното управление чрез последователност от процедури, схеми и симулации в средата на Matlab и Simulink.

Книгата може да се ползува като учебно помагало и от студентите от други специалности, като “Автоматика, информационна и управляваща техника”, “Транспортна техника и технологии”, по въпроси, свързани с прилагането на теорията на автоматичното управление при анализа и синтеза на автоматични системи, моделирането и работата в среда Matlab и Simulink.

Авторът благодари на рецензентите проф. д.т.н. инж. Камен Ищев от ТУ – София, катедра “Системи и управление”, и доц. д-р инж. Добрин Сейзински от ТУ – София, филиал Пловдив, катедра “Транспортна и авиационна техника и технологии” за компетентните забележки и препоръки.

## ХИДРАВЛИЧНО КОРМИЛНО ЗАДВИЖВАНЕ НА ЛЕТАТЕЛЕН АПАРАТ

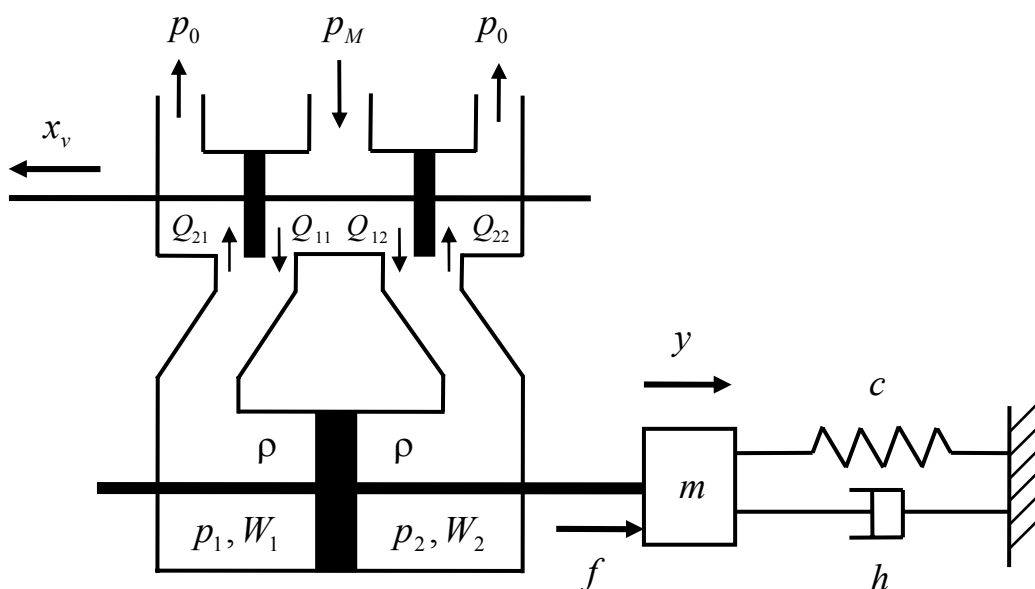
**Обект на изследване** – нелинеен модел на примерно хидравлично кормилно задвижване на летателен апарат.

**Цел на изследването** – анализ на нелинейния модел на задвижването и синтез на затворена с линеен регулатор система за управление на задвижването.

**Метод на изследване** – методите на линейната теория на автоматичното управление.

### Математично описание на системата

Обект на разглеждането е представената на фиг. 1.1 система. Тя се състои от механична и хидравлична части и може да се разглежда като примерно кормилно задвижване на летателен апарат, като в случая аеродинамичният товар и механизмът за преместване на кормилната повърхност са опростени и оприличени на товар от вида “маса-демпфер-пружина”.



Фиг. 1.1. Схема на хидравлично кормилно задвижване на ЛА

Означенията и изходните данни за задвижването са представени в табл. 1.1. То се захранва с течност с високо налягане  $p_M$ , като процесите на втичане,  $Q_{11}$  и  $Q_{12}$ , и изтичане на течност,  $Q_{21}$  и  $Q_{22}$ , в и

от камерите на хидравличния цилиндър в случая се управляват от хидравличен серво-разпределител чрез напрежение или ток. Разпределителят е с двойно действие без припокриване на входните,  $S_{11}$  и  $S_{12}$ , и изходни сечения,  $S_{21}$  и  $S_{22}$ , при неутрално положение на плунжера, т.е.  $S_{10} > 0$  и  $S_{20} > 0$ . Неговото преместване  $x_v$  е резултат от усилието, създавано от електро-механичния преобразувател в серво-разпределителя, чиято динамика в случая е идеализирана, и може да се счита, че преместването на плунжера  $x_v$  е вход на обекта за управление, а изход на обекта е позицията  $y$  на товара или буталото на хидравличния цилиндър. Самият хидравличен цилиндър също с цел опростяване на описанието при симетрия е представен като двустранен. Външната натоварваща сила  $f$  отчита смущението, действащо върху масата на товара.

Табл. 1.1. Означения и изходни данни за задвижването

Означение	Описание	Размерност	Номинална стойност
$b$	Ширина на прозорците на разпределителя	$m$	0.01
$c$	Коефициент за позиционната реакция на товара	$N/m$	$4e + 05$
$E$	Модул на обемната еластичност на течността	$Pa$	$7e + 08$
$f$	Външна натоварваща сила, действаща върху масата на товара - смущение	$N$	променлива
$h$	Коефициент на скоростната реакция на товара	$N \cdot s/m$	1000
$m$	Приведена маса на товара	$kg$	10
$p_0$	Налягане на течността в магистралата за отработена течност	$Pa$	$1e + 05$
$p_1$	Налягане на течността в първата камера на хидравличния цилиндър	$Pa$	променлива
$p_2$	Налягане на течността във втората камера на хидравличния цилиндър	$Pa$	променлива
$p_M$	Налягане на течността в захранващата магистрала	$Pa$	$200e + 05$
$Q_{11}, Q_{12}$	Обмен приток на течност съответно в първата и втората камери на хидравличния цилиндър	$m^3/s$	променливи
$Q_{21}, Q_{22}$	Обмен разход на течност съответно от първата и втората камери на хидравличния цилиндър	$m^3/s$	променливи
$S_{10}$	Площ на втичане в 1-ва и 2-ра камери при неутрално положение на плунжера на разпределителя	$m^2$	0.0001
$S_{11}, S_{12}$	Текущи площи на дроселиращите сечения съответно за втичане в 1-ва и 2-ра камери на хидравличния цилиндър при текуща позиция $x_v$ на плунжера на разпределителя	$m^2$	променлива
$S_{20}$	Площ на изтичане от 1-ва и 2-ра камери при неутрално положение на плунжера на разпределителя	$m^2$	0.0001
$S_{21}, S_{22}$	Текущи площи на дроселиращите сечения по отношение изтичане на течност съответно от 1-ва и 2-ра камери на хидравличния цилиндър	$m^2$	променлива

	при текуща позиция $x_v$ на плунжера на разпределителя		
$S_p$	Ефективна площ на буталото на цилиндъра	$m^2$	0.005
$v$	Скорост на буталото на хидравличния цилиндър	$m/s$	променлива
$W_0$	Обем на камерите на хидравличния цилиндър при неутрално положение	$m^3$	0.0005
$x_v$	Позиция на плунжера на разпределителя	$m$	променлива
$x_{v\max}$	Максимален ход на плунжера на разпределителя от неутрално положение	$m$	0.01
$y$	Позиция на буталото на хидравличния цилиндър	$m$	променлива
$y_{\max}$	Максимален ход на буталото на цилиндъра от неутрално положение	$m$	0.09
$\mu_0$	Коефициент на разхода за дроселиращите сечения на разпределителя	-	0.7
$\rho$	Плътност на течността	$kg/m^3$	870

### Нелинеен модел на задвижването

За съставяне на нелинейния модел на хидравличното кормилно задвижване съвместно се описва динамиката на механичната и хидравлични части на системата с отчитане на направените опростяващи допускания. За движението на механичната част по закона на Нютон може да се запише:

$$\frac{dv(t)}{dt} = \frac{1}{m} [S_p(p_1(t) - p_2(t)) + f(t) - hv(t) - cy(t)], \quad (1.1)$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = v(t). \quad (1.2)$$

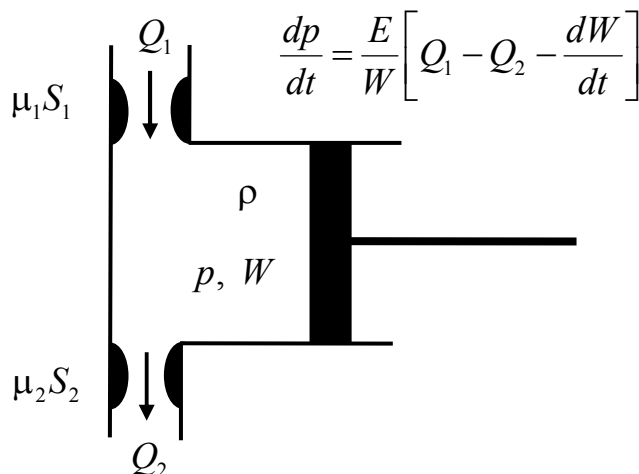
За описанието на хидравличната част на системата се изхожда от уравнението, описващо промяната на налягането  $p$  в камера с променлив обем  $W$ , фиг. 1.2, при турбулентно течение на свиваема течност през дроселиращите входно и изходни сечения на камерата:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{E}{W} \left[ Q_1 - Q_2 - \frac{dW}{dt} \right], \quad (1.3)$$

където обемният приток  $Q_1$  и разход на течност  $Q_2$  се определят в съответствие с уравнението за турбулентен разход на течност  $Q$  през дроселиращо сечение с площ  $S$  и разлика в налягането на течността

преди и след дросела  $\Delta p$  при коефициент на разхода на дроселиращото сечение  $\mu$  като

$$Q = \mu S \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}. \quad (1.4)$$



Фиг. 1.2. Промяна на налягането  $p$  в камера с променлив обем  $W$  при турбулентно течение на свиваема течност през дроселиращите входно  $S_1$  и изходно  $S_2$  сечения на камерата

Така уравнението за първата камера на хидравличния цилиндър е:

$$\frac{dp_1}{dt} = \frac{E}{W_1} \left[ Q_{11} - Q_{21} - \frac{dW_1}{dt} \right], \quad (1.5)$$

където

$$W_1 = W_0 + S_p y, \quad (1.6)$$

$$\frac{dW_1}{dt} = \frac{d(W_0 + S_p y)}{dt} = S_p \frac{dy}{dt} = S_p v, \quad (1.7)$$

$$Q_{11} = \mu_0 S_{11} \sqrt{\frac{2(p_M - p_1)}{\rho}} \text{ при } S_{11} = S_{10} + b x_v, \quad (1.8)$$

$$Q_{21} = \mu_0 S_{21} \sqrt{\frac{2(p_1 - p_0)}{\rho}} \text{ при } S_{21} = S_{20} - b x_v. \quad (1.9)$$

Уравнението относно втората камера на хидравличния цилиндър е:

$$\frac{dp_2}{dt} = \frac{E}{W_2} \left[ Q_{12} - Q_{22} - \frac{dW_2}{dt} \right], \quad (1.10)$$

където

$$W_2 = W_0 - S_p y, \quad (1.11)$$

$$\frac{dW_2}{dt} = \frac{d(W_0 - S_p y)}{dt} = -S_p \frac{dy}{dt} = -S_p v, \quad (1.12)$$

$$Q_{12} = \mu_0 S_{12} \sqrt{\frac{2(p_M - p_2)}{\rho}} \text{ при } S_{12} = S_{10} - bx_v, \quad (1.13)$$

$$Q_{22} = \mu_0 S_{22} \sqrt{\frac{2(p_2 - p_0)}{\rho}} \text{ при } S_{22} = S_{20} + bx_v. \quad (1.14)$$

След заместване на (1.6) - (1.9) в (1.5) и (1.11) - (1.14) в (1.10), обединяване с (1.1) и (1.2) и допълване с ограниченията по преместване на плунжера и буталото

$$|y| \leq y_{\max}, \quad |x_v| \leq x_{v\max}, \quad (1.15)$$

се получава следният нелинеен модел на хидравличното кормилно задвижване:

$$\frac{dp_1(t)}{dt} = \frac{E}{W_0 + S_p y(t)} \left[ \mu_0 (S_{10} + bx_v(t)) \sqrt{\frac{2(p_M - p_1(t))}{\rho}} - \mu_0 (S_{20} - bx_v(t)) \sqrt{\frac{2(p_1(t) - p_0)}{\rho}} - S_p v(t) \right],$$

$$\frac{dp_2(t)}{dt} = \frac{E}{W_0 - S_p y(t)} \left[ \mu_0 (S_{10} - bx_v(t)) \sqrt{\frac{2(p_M - p_2(t))}{\rho}} - \mu_0 (S_{20} + bx_v(t)) \sqrt{\frac{2(p_2(t) - p_0)}{\rho}} + S_p v(t) \right],$$



$$\frac{dv(t)}{dt} = \frac{1}{m} [S_p (p_1(t) - p_2(t)) + f(t) - hv(t) - cy(t)],$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = v(t),$$

$$|y| \leq y_{\max}, \quad |x_v| \leq x_{v\max}. \quad (1.16)$$

**Установен режим – състояние на покой при неутрално положение на елементите на задвижването и отсъствие на външна натоварваща сила**

Състоянието на задвижването, съгласно нелинейния му модел, се определя от променливите  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $v$  и  $y$ . Анализира се възможността за наличие на установен режим, т.е. решение на горната система диференциални уравнения (1.16), което се характеризира с установени – постоянни стойности на тези променливи. Ако параметрите на този режим се отбележат с допълнителен индекс “0”, за установения режим следва да са изпълнени условията

$$p_{10} = const, \quad p_{20} = const, \quad v_0 = const, \quad y_0 = const$$

$$\text{или} \quad (1.17)$$

$$\frac{dp_{10}}{dt} = 0, \quad \frac{dp_{20}}{dt} = 0, \quad \frac{dv_0}{dt} = 0, \quad \frac{dy_0}{dt} = 0.$$

Първите две условия определят на практика постоянно налягане във всяка от двете камери на хидравличния цилиндър, а вторите две – състояние на покой, т.е. нулева скорост и фиксирано положение на буталото -  $v_0 = 0$  и  $y_0 = const$ . Ако това фиксирано положение на буталото се търси още и да е неутралното, т.е.  $y_0 = const = 0$ , и за положението на плунжера се търси също неутралното, т.е.  $x_{v0} = const = 0$ , при отсъствие на натоварваща сила -  $f(t) = 0$ , то общо се търси такъв установен режим, който освен условията (1.17) удовлетворява и следните условия:

$$y_0 = const = 0, \quad x_{v0} = const = 0, \quad f_0 = const = 0. \quad (1.18)$$

С други думи търси се възможността за наличие на установен режим – състояние на покой при неутрално положение на елементите на задвижването и отсъствие на външна натоварваща сила.

Нека десните части на четирите уравнения на нелинейния модел (1.16) се означат като  $F_i(p_1, p_2, v, y, x_v, f)$ ,  $i=1,2,3,4$ . При изпълнение на условията (1.17) и (1.18) за търсения установен режим, за тях следва да е изпълнено:

$$F_i(p_{10}, p_{20}, v_0, y_0, x_{v0}, f_0) = F_i(p_{10}, p_{20}, 0, 0, 0, 0) = 0, \quad i=1,2,3,4. \quad (1.19)$$

Условието  $F_3(p_{10}, p_{20}, 0, 0, 0, 0) = 0$  води до

$$p_{10} = p_{20}, \quad (1.20)$$

а условията  $F_1(p_{10}, p_{20}, 0, 0, 0, 0) = 0$  и  $F_2(p_{10}, p_{20}, 0, 0, 0, 0) = 0$  съответно до

$$\mu_0 S_{10} \sqrt{\frac{2(p_M - p_{10})}{\rho}} - \mu_0 S_{20} \sqrt{\frac{2(p_{10} - p_0)}{\rho}} = 0, \quad (1.21)$$

и

$$\mu_0 S_{10} \sqrt{\frac{2(p_M - p_{20})}{\rho}} - \mu_0 S_{20} \sqrt{\frac{2(p_{20} - p_0)}{\rho}} = 0. \quad (1.22)$$

От (1.20), (1.21) и (1.22) за решението относно установените стойности на налягането в камерите на хидравличния цилиндър се получава:

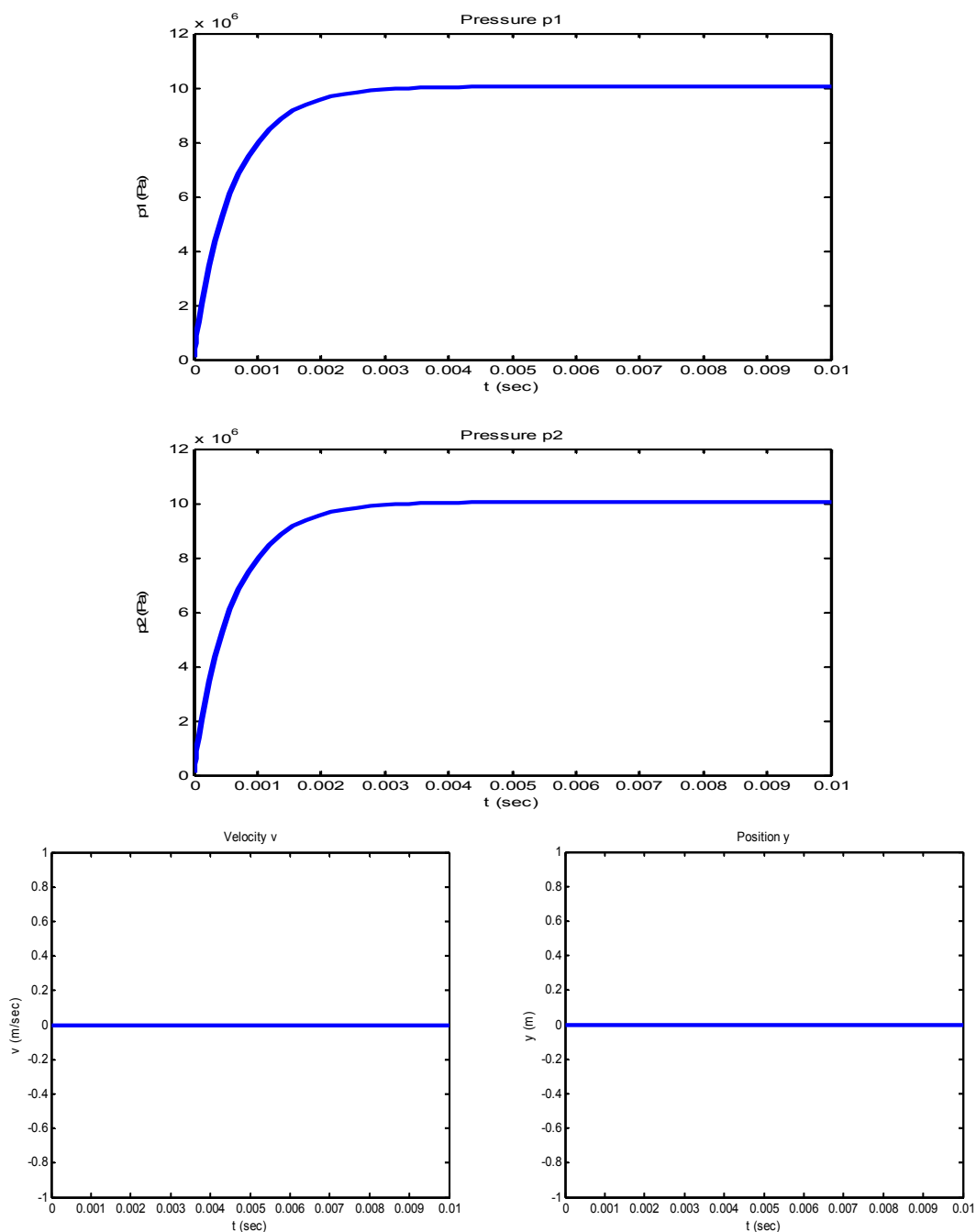
$$p_{10} = p_{20} = \frac{p_M S_{10}^2 + p_0 S_{20}^2}{S_{10}^2 + S_{20}^2}. \quad (1.23)$$

Така може да се направи изводът, че търсеният установен режим – състояние на покой при неутрално положение на елементите на задвижването и отсъствие на външна натоварваща сила съществува и той се характеризира със следните параметри:

$$\begin{aligned} p_{10} = p_{20} &= \frac{p_M S_{10}^2 + p_0 S_{20}^2}{S_{10}^2 + S_{20}^2} = \text{const}, \\ v_0 &= \text{const} = 0, \quad y_0 = \text{const} = 0, \\ x_{v0} &= \text{const} = 0, \quad f_0 = \text{const} = 0. \end{aligned} \quad (1.24)$$

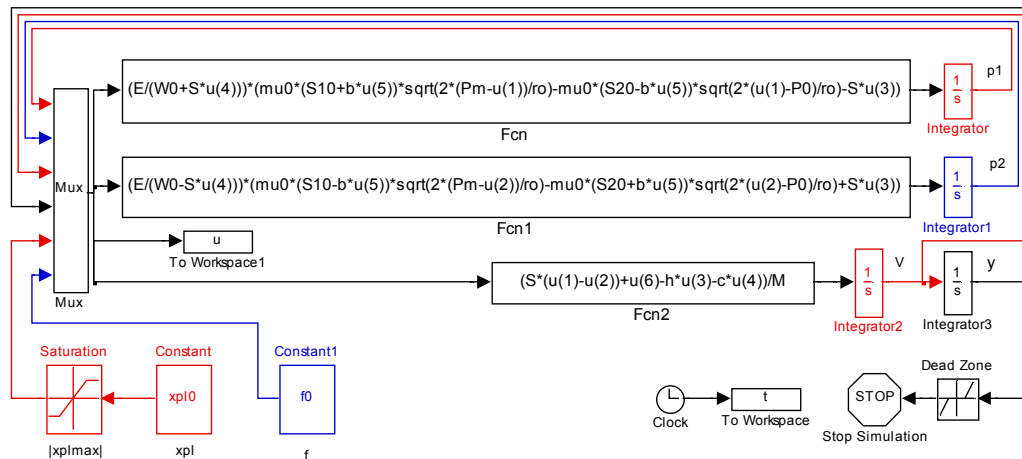
Съгласно изходните данни за установеното налягане в камерите се получава

$$p_{10} = p_{20} = \frac{p_M S_{10}^2 + p_0 S_{20}^2}{S_{10}^2 + S_{20}^2} = 100.5 \text{e} + 05 \text{ Pa}. \quad (1.25)$$



Фиг. 1.3. Процес на първоначално напълване на камерите на хидравличния цилиндър и достигане на установен режим – състояние на покой при неутрално положение на елементите на задвижването и отсъствието на външна натоварваща сила.

На фиг. 1.3 са показани резултатите от симулацията на процеса на първоначалното напълване на камерите на хидравличния цилиндър и достигане на разглеждания установен режим – състояние на покой при неутрално положение на елементите на задвижването и отсъствието на външна натоварваща сила. Simulink моделът `hkznm01.mdl` на хидравличното задвижване е представен на фиг. 1.4, а съответната Matlab процедура `hkznm01d03.m` е в табл. 1.2.



Фиг. 1.4. Simulink модел hkznm01.mdl на хидравличното задвижване

Табл. 1.2. Matlab процедура hkznm01d03.m

---

% hkznm01d03 - Хидравлично кормилно задвижване нелинеен модел 01 данни 03

echo on  
format short g

help hkznm01d03

E=7e+08      % Pa / модул на обемната еластичност на течността (1-2 кг/см<sup>2</sup>)  
ro=870      % kg/m<sup>3</sup> / плътност на течността

Pm=200e+05      % Pa / налягане на течността в захранващата магистрала  
P0=1e+05      % Pa / налягане на течността в магистралата за отработената течност

S=0.005      % m<sup>2</sup> / ефективна площ на буталото на цилиндъра  
W0=0.0005      % m<sup>3</sup> / обем на камерите при неутрално положение  
ymax=0.09      % m / максимален ход на буталото на цилиндъра

b=0.01      % m / ширина на прозорците на разпределителя  
xplmax=0.01      % m / максимален ход на плунжера на разпределителя  
S10=0.0001      % m<sup>2</sup> / площ на втичане в 1-ва и 2-ра камери при неутрално положение  
S20=0.0001      % m<sup>2</sup> / площ на изтичане от 1-ва и 2-ра камери при неутрално положение  
mu0=0.7      % коефициент на разхода за дроселиращите сечения на разпределителя

% установена стойност на налягането в двете камери в неутрално положение / Pa  
Pust=(Pm\*S10^2+P0\*S20^2)/(S10^2+S20^2)

h=1000      % N/(m/s) / коефициент на демфиране  
c=4e05      % N/m / коефициент за позиционната реакция  
M=10      % kg / приведена маса

f0=0      % N / смущение - външна натоварваща сила  
v0=0      % V(0) - m/s / начална скорост на буталото на цилиндъра  
y0=0      % Y(0) - m / начално положение на буталото на цилиндъра  
xpl0=0      % m / положение - преместване на плунжера на разпределителя

% Симулация на процеса на първоначално напълване на камерите  
% на цилиндъра и достигане до установен режим - състояние на  
% покой при неутрално положение на елементите на задвижването и  
% липса на външна натоварваща сила f

hkznm01, pause  
sim('hkznm01',[0 0.01],[])  
figure, plot(t, u(:,1))

```

title('Pressure p1'), ylabel('p1 (Pa)'), xlabel('t (sec)')
pause
figure, plot(t, u(:,2))
title('Pressure p2'), ylabel('p2 (Pa)'), xlabel('t (sec)')
pause
figure, plot(t, u(:,3))
title('Velocity v'), ylabel('v (m/sec)'), xlabel('t (sec)')
pause
figure, plot(t, u(:,4))
title('Position y'), ylabel('y (m)'), xlabel('t (sec)')

```

---

### Линеаризиран модел на задвижването

С цел създаване на линеен модел на задвижването се извършва линеаризация на нелинейния модел спрямо разглеждания установен режим, състоянието на покой при неутрално положение на елементите на задвижването и нулева външна натоварваща сила, чрез разлагане в ред на Тейлор на десните части на диференциалните уравнения на нелинейния модел (1.16). Записва се

$$\begin{aligned}
 p_1 &= p_{10} + \Delta p_1, & p_2 &= p_{20} + \Delta p_2, \\
 v &= v_0 + \Delta v, & y &= y_0 + \Delta y, \\
 x_v &= x_{v0} + \Delta x_v, & f &= f_0 + \Delta f.
 \end{aligned}
 \tag{1.26}$$

За линеаризираната системата спрямо разглеждания установен режим се получава:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\Delta p_1}{dt} &= \left. \frac{\partial F_1}{\partial p_1} \right|_0 \Delta p_1 + \left. \frac{\partial F_1}{\partial p_2} \right|_0 \Delta p_2 + \left. \frac{\partial F_1}{\partial v} \right|_0 \Delta v + \left. \frac{\partial F_1}{\partial y} \right|_0 \Delta y + \left. \frac{\partial F_1}{\partial x_v} \right|_0 \Delta x_v + \left. \frac{\partial F_1}{\partial f} \right|_0 \Delta f, \\
 \frac{d\Delta p_2}{dt} &= \left. \frac{\partial F_2}{\partial p_1} \right|_0 \Delta p_1 + \left. \frac{\partial F_2}{\partial p_2} \right|_0 \Delta p_2 + \left. \frac{\partial F_2}{\partial v} \right|_0 \Delta v + \left. \frac{\partial F_2}{\partial y} \right|_0 \Delta y + \left. \frac{\partial F_2}{\partial x_v} \right|_0 \Delta x_v + \left. \frac{\partial F_2}{\partial f} \right|_0 \Delta f, \\
 \frac{d\Delta v}{dt} &= \left. \frac{\partial F_3}{\partial p_1} \right|_0 \Delta p_1 + \left. \frac{\partial F_3}{\partial p_2} \right|_0 \Delta p_2 + \left. \frac{\partial F_3}{\partial v} \right|_0 \Delta v + \left. \frac{\partial F_3}{\partial y} \right|_0 \Delta y + \left. \frac{\partial F_3}{\partial x_v} \right|_0 \Delta x_v + \left. \frac{\partial F_3}{\partial f} \right|_0 \Delta f, \\
 \frac{d\Delta y}{dt} &= \left. \frac{\partial F_4}{\partial p_1} \right|_0 \Delta p_1 + \left. \frac{\partial F_4}{\partial p_2} \right|_0 \Delta p_2 + \left. \frac{\partial F_4}{\partial v} \right|_0 \Delta v + \left. \frac{\partial F_4}{\partial y} \right|_0 \Delta y + \left. \frac{\partial F_4}{\partial x_v} \right|_0 \Delta x_v + \left. \frac{\partial F_4}{\partial f} \right|_0 \Delta f,
 \end{aligned}
 \tag{1.27}$$

където

$$\begin{aligned}
\left. \frac{\partial F_1}{\partial p_1} \right|_0 &= \left( \frac{E}{W_0 + S_p y} \left[ \frac{(-1)\mu_0(S_{10} + bx_v)\sqrt{\frac{2}{\rho}}}{2\sqrt{p_M - p_1}} - \frac{\mu_0(S_{20} - bx_v)\sqrt{\frac{2}{\rho}}}{2\sqrt{p_1 - p_0}} \right] \right) \Big|_0 = \\
&= \frac{E}{W_0} \left[ \frac{(-1)\mu_0 S_{10} \sqrt{\frac{2}{\rho}}}{2S_{20} \sqrt{\frac{p_M - p_0}{S_{10}^2 + S_{20}^2}}} - \frac{\mu_0 S_{20} \sqrt{\frac{2}{\rho}}}{2S_{10} \sqrt{\frac{p_M - p_0}{S_{10}^2 + S_{20}^2}}} \right] = \\
&= -\frac{E\mu_0 \sqrt{\frac{2}{\rho}}}{2W_0 \sqrt{\frac{p_M - p_0}{S_{10}^2 + S_{20}^2}}} \left[ \frac{S_{10}}{S_{20}} + \frac{S_{20}}{S_{10}} \right] = -\frac{\mu_0 E \sqrt{S_{10}^2 + S_{20}^2}}{W_0 \sqrt{2\rho(p_M - p_0)}} \left[ \frac{S_{10}}{S_{20}} + \frac{S_{20}}{S_{10}} \right];
\end{aligned} \tag{1.28}$$

$$\left. \frac{\partial F_1}{\partial p_2} \right|_0 = 0, \quad \left. \frac{\partial F_1}{\partial v} \right|_0 = \left( \frac{E}{W_0 + S_p y} (-S_p) \right) \Big|_0 = -\frac{ES_p}{W_0}; \tag{1.29}$$

$$\begin{aligned}
\left. \frac{\partial F_1}{\partial y} \right|_0 &= \left( \frac{(-1)S_p F_1(p_1, p_2, v, y, x_v)}{(W_0 + S_p y)} \right) \Big|_0 = \\
&= \frac{(-1)S_p F_1(p_{10}, p_{20}, v_0, y_0, x_{v0})}{(W_0 + S_p y_0)} = \frac{(-1)S_p 0}{W_0} = 0;
\end{aligned} \tag{1.30}$$

$$\begin{aligned}
\left. \frac{\partial F_1}{\partial x_v} \right|_0 &= \left( \frac{E}{W_0 + S_p y} \left[ \mu_0 b \sqrt{\frac{2(p_M - p_1)}{\rho}} + \mu_0 b \sqrt{\frac{2(p_1 - p_0)}{\rho}} \right] \right) \Big|_0 = \\
&= \frac{\mu_0 b E \sqrt{2(p_M - p_0)(S_{10} + S_{20})}}{W_0 \sqrt{\rho} \sqrt{S_{10}^2 + S_{20}^2}};
\end{aligned} \tag{1.31}$$

$$\left. \frac{\partial F_1}{\partial f} \right|_0 = 0; \tag{1.32}$$

$$\begin{aligned}
\left. \frac{\partial F_2}{\partial p_2} \right|_0 &= \left( \frac{E}{W_0 - S_p y} \left[ \frac{(-1)\mu_0(S_{10} - bx_v)\sqrt{\frac{2}{\rho}}}{2\sqrt{p_M - p_2}} - \frac{\mu_0(S_{20} + bx_v)\sqrt{\frac{2}{\rho}}}{2\sqrt{p_2 - p_0}} \right] \right) \Big|_0 = \\
&= \frac{E}{W_0} \left[ \frac{(-1)\mu_0 S_{10} \sqrt{\frac{2}{\rho}}}{2S_{20} \sqrt{\frac{p_M - p_0}{S_{10}^2 + S_{20}^2}}} - \frac{\mu_0 S_{20} \sqrt{\frac{2}{\rho}}}{2S_{10} \sqrt{\frac{p_M - p_0}{S_{10}^2 + S_{20}^2}}} \right] = \\
&= -\frac{E\mu_0 \sqrt{\frac{2}{\rho}}}{2W_0 \sqrt{\frac{p_M - p_0}{S_{10}^2 + S_{20}^2}}} \left[ \frac{S_{10}}{S_{20}} + \frac{S_{20}}{S_{10}} \right] = -\frac{\mu_0 E \sqrt{S_{10}^2 + S_{20}^2}}{W_0 \sqrt{2\rho(p_M - p_0)}} \left[ \frac{S_{10}}{S_{20}} + \frac{S_{20}}{S_{10}} \right];
\end{aligned} \tag{1.33}$$

$$\left. \frac{\partial F_2}{\partial p_1} \right|_0 = 0, \quad \left. \frac{\partial F_2}{\partial v} \right|_0 = \left( \frac{E}{W_0 - S_p y} S_p \right) \Big|_0 = \frac{ES_p}{W_0}; \tag{1.34}$$

$$\begin{aligned}
\left. \frac{\partial F_2}{\partial y} \right|_0 &= \left( \frac{(-1)(-S_p)F_2(p_1, p_2, v, y, x_v)}{(W_0 - S_p y)} \right) \Big|_0 = \\
&= \frac{(-1)(-S_p)F_2(p_{10}, p_{20}, v_0, y_0, x_{v0})}{(W_0 - S_p y_0)} = \frac{(-1)(-S_p)0}{W_0} = 0;
\end{aligned} \tag{1.35}$$

$$\begin{aligned}
\left. \frac{\partial F_2}{\partial x_v} \right|_0 &= \left( \frac{E}{W_0 - S_p y} \left[ \mu_0(-b)\sqrt{\frac{2(p_M - p_2)}{\rho}} - \mu_0 b \sqrt{\frac{2(p_2 - p_0)}{\rho}} \right] \right) \Big|_0 = \\
&= -\frac{\mu_0 b E \sqrt{2(p_M - p_0)(S_{10} + S_{20})}}{W_0 \sqrt{\rho} \sqrt{S_{10}^2 + S_{20}^2}};
\end{aligned} \tag{1.36}$$

$$\left. \frac{\partial F_2}{\partial f} \right|_0 = 0; \tag{1.37}$$

$$\left. \frac{\partial F_3}{\partial p_1} \right|_0 = \frac{S_p}{m}, \quad \left. \frac{\partial F_3}{\partial p_2} \right|_0 = \frac{-S_p}{m}, \quad \left. \frac{\partial F_3}{\partial v} \right|_0 = \frac{-h}{m}, \quad \left. \frac{\partial F_3}{\partial y} \right|_0 = \frac{-c}{m}; \quad (1.38)$$

$$\left. \frac{\partial F_3}{\partial x_v} \right|_0 = 0, \quad \left. \frac{\partial F_3}{\partial f} \right|_0 = \frac{1}{m}; \quad (1.39)$$

$$\left. \frac{\partial F_4}{\partial p_1} \right|_0 = 0, \quad \left. \frac{\partial F_4}{\partial p_2} \right|_0 = 0, \quad \left. \frac{\partial F_4}{\partial v} \right|_0 = 1, \quad \left. \frac{\partial F_4}{\partial y} \right|_0 = 0; \quad (1.40)$$

$$\left. \frac{\partial F_4}{\partial x_v} \right|_0 = 0, \quad \left. \frac{\partial F_4}{\partial f} \right|_0 = 0. \quad (1.41)$$

Замествайки получените изрази за частните производни (1.28) - (1.41) в (1.27), линеаризираният модел придобива вида:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta p_1}{dt} = & \left( -\frac{\mu_0 E \sqrt{S_{10}^2 + S_{20}^2}}{W_0 \sqrt{2\rho(p_M - p_0)}} \left[ \frac{S_{10}}{S_{20}} + \frac{S_{20}}{S_{10}} \right] \right) \Delta p_1 + \left( -\frac{ES_p}{W_0} \right) \Delta v + \\ & + \left( \frac{\mu_0 b E \sqrt{2(p_M - p_0)(S_{10} + S_{20})}}{W_0 \sqrt{\rho} \sqrt{S_{10}^2 + S_{20}^2}} \right) \Delta x_v, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta p_2}{dt} = & \left( -\frac{\mu_0 E \sqrt{S_{10}^2 + S_{20}^2}}{W_0 \sqrt{2\rho(p_M - p_0)}} \left[ \frac{S_{10}}{S_{20}} + \frac{S_{20}}{S_{10}} \right] \right) \Delta p_2 + \left( \frac{ES_p}{W_0} \right) \Delta v + \\ & + \left( -\frac{\mu_0 b E \sqrt{2(p_M - p_0)(S_{10} + S_{20})}}{W_0 \sqrt{\rho} \sqrt{S_{10}^2 + S_{20}^2}} \right) \Delta x_v, \end{aligned}$$

$$\frac{d\Delta v}{dt} = \left( \frac{S_p}{m} \right) \Delta p_1 + \left( \frac{-S_p}{m} \right) \Delta p_2 + \left( \frac{1}{m} \right) \Delta f + \left( \frac{-h}{m} \right) \Delta v + \left( \frac{-c}{m} \right) \Delta y,$$

$$\frac{d\Delta y}{dt} = \Delta v. \quad (1.42)$$

Получените изрази за частните производни позволяват почленното изваждане на второто уравнение на (1.42) от първото и въвеждането



на променлива, представляваща разликата в налягането между първата и втората камери на хидравличния цилиндър

$$\delta p = p_1 - p_2 = (p_{10} + \Delta p_1) - (p_{20} + \Delta p_2) = \Delta p_1 - \Delta p_2. \quad (1.43)$$

Допълнително  $\Delta v$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta x_v$  и  $\Delta f$  могат да се заменят с  $v$ ,  $y$ ,  $x_v$  и  $f$ , имайки предвид, че това са отклонения спрямо нулевите стойности  $v_0 = 0$ ,  $y_0 = 0$ ,  $x_{v0} = 0$  и  $f_0 = 0$ . Така линейният модел на хидравличното задвижване, получен в резултат на линеаризацията спрямо установения режим - състояние на покой в неутрално положение и отсъствие на външна натоварваща сила, придобива следния вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\delta p}{dt} = & \left( -\frac{\mu_0 E \sqrt{S_{10}^2 + S_{20}^2}}{W_0 \sqrt{2\rho(p_M - p_0)}} \left[ \frac{S_{10}}{S_{20}} + \frac{S_{20}}{S_{10}} \right] \right) \delta p + 2 \left( -\frac{ES_p}{W_0} \right) v + \\ & + 2 \left( \frac{\mu_0 b E \sqrt{2(p_M - p_0)(S_{10} + S_{20})}}{W_0 \sqrt{\rho} \sqrt{S_{10}^2 + S_{20}^2}} \right) x_v, \end{aligned}$$

$$\frac{dv}{dt} = \left( \frac{S_p}{m} \right) \delta p + \left( \frac{1}{m} \right) f + \left( \frac{-h}{m} \right) v + \left( \frac{-c}{m} \right) y,$$

$$\frac{dy}{dt} = v. \quad (1.44)$$

Въвеждайки матриците

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{\mu_0 E \sqrt{S_{10}^2 + S_{20}^2}}{W_0 \sqrt{2\rho(p_M - p_0)}} \left[ \frac{S_{10}}{S_{20}} + \frac{S_{20}}{S_{10}} \right] & 2 \left( -\frac{ES_p}{W_0} \right) & 0 \\ \frac{S_p}{m} & \frac{-h}{m} & \frac{-c}{m} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (1.45)$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 \left( \frac{\mu_0 b E \sqrt{2(p_M - p_0)(S_{10} + S_{20})}}{W_0 \sqrt{\rho} \sqrt{S_{10}^2 + S_{20}^2}} \right) & 0 \\ 0 & \frac{1}{m} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (1.46)$$

$$\mathbf{x} = [\delta p \quad v \quad y]^T, \quad \mathbf{u} = [x_v \quad f]^T, \quad (1.47)$$

линейният модел (1.44) може да се представи чрез следния матричен запис:

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B\mathbf{u}, \quad (1.48)$$

където векторът  $\mathbf{x} = [\delta p \quad v \quad y]^T$ , с елементи съответно диференциалното налягане  $\delta p$ , скоростта на масата на товара  $v$  и позицията на масата на товара  $y$ , е векторът на състоянието, векторът  $\mathbf{u} = [x_v \quad f]^T$ , с елементи съответно преместването на плунжера на разпределителя  $x_v$  и външната натоварваща сила  $f$ , е векторът на управлението, матрицата на състоянието е  $A$  (1.45), а матрицата на управлението е  $B$  (1.46).

Допълвайки описанието (1.45) – (1.48) с уравнението на изхода

$$y = C\mathbf{x} + D\mathbf{u}, \quad (1.49)$$

където

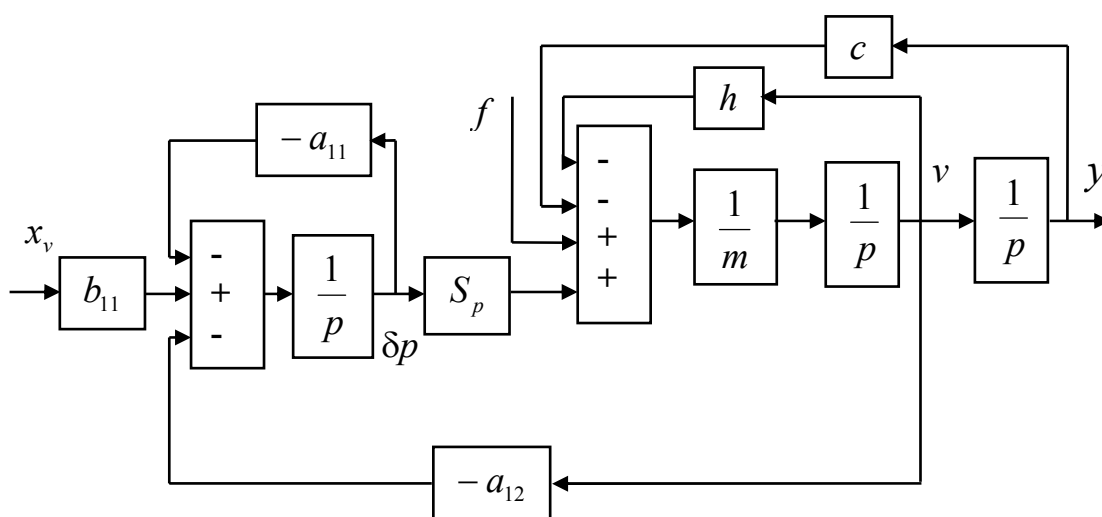
$$C = [0 \quad 0 \quad 1], \quad D = [0 \quad 0], \quad (1.50)$$

се получава линеен модел на обекта за управление в пространството на състоянията съответно с уравнение на състоянието (1.48) и уравнение на изхода (1.49). Конкретният вид на матриците на състоянието  $A$  (1.45) и на управлението  $B$  (1.46) съгласно изходните данни е

$$A = \begin{bmatrix} -1489.6 & -1.4e+010 & 0 \\ 0.0005 & -100 & -40000 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (1.51)$$

$$B = \begin{bmatrix} 5.9286e+012 & 0 \\ 0 & 0.1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.52)$$

От модела (1.44) може да се премине и към негово графично представяне чрез структурна схема, фиг. 1.5.



Фиг. 1.5. Структурна схема на линейния модел на обекта за управление

На нея коефициентите  $a_{11}$ ,  $a_{12}$  и  $b_{11}$  са коефициентите  $a_{11}$  и  $a_{12}$  на матрицата на състоянието  $A$  (1.45) и  $b_{11}$  на матрицата на управлението  $B$  (1.46), т.е.

$$a_{11} = -\frac{\mu_0 E \sqrt{S_{10}^2 + S_{20}^2}}{W_0 \sqrt{2\rho(p_M - p_0)}} \left[ \frac{S_{10}}{S_{20}} + \frac{S_{20}}{S_{10}} \right] = \frac{\partial F_1}{\partial p_1} \Big|_0, \quad (1.53)$$

$$a_{12} = 2 \left( -\frac{ES_p}{W_0} \right) = 2 \frac{\partial F_1}{\partial v} \Big|_0, \quad (1.54)$$

и

$$b_{11} = 2 \left( \frac{\mu_0 b E \sqrt{2(p_M - p_0)(S_{10} + S_{20})}}{W_0 \sqrt{\rho} \sqrt{S_{10}^2 + S_{20}^2}} \right) = 2 \frac{\partial F_1}{\partial x_v} \Big|_0. \quad (1.55)$$

За предавателните функции  $W_{yx_v}(p)$  и  $W_{yf}(p)$  по структурната схема се получава съответно:

$$\begin{aligned} W_{yx_v}(p) &= \frac{b_{11}S_p}{mp^3 + (h - a_{11}m)p^2 + (c - a_{11}h - a_{12}S_p)p - a_{11}c} = \\ &= \frac{\left( \frac{b_{11}S_p}{-a_{11}c} \right)}{\left( \frac{m}{-a_{11}c} \right)p^3 + \left( \frac{h - a_{11}m}{-a_{11}c} \right)p^2 + \left( \frac{c - a_{11}h - a_{12}S_p}{-a_{11}c} \right)p + 1}, \end{aligned} \quad (1.56)$$

$$\begin{aligned} W_{yf}(p) &= \frac{p - a_{11}}{mp^3 + (h - a_{11}m)p^2 + (c - a_{11}h - a_{12}S_p)p - a_{11}c} = \\ &= \frac{\left( \frac{1}{c} \right) \left[ \left( \frac{1}{-a_{11}} \right) p + 1 \right]}{\left( \frac{m}{-a_{11}c} \right)p^3 + \left( \frac{h - a_{11}m}{-a_{11}c} \right)p^2 + \left( \frac{c - a_{11}h - a_{12}S_p}{-a_{11}c} \right)p + 1}. \end{aligned} \quad (1.57)$$

Ако за горните предавателни функции се въведат коефициентите

$$\begin{aligned} k_{x_v} &= \left( \frac{b_{11}S_p}{-a_{11}c} \right), \quad k_f = \left( \frac{1}{c} \right), \quad T_f = \left( \frac{1}{-a_{11}} \right), \\ a_0 &= \left( \frac{m}{-a_{11}c} \right), \quad a_1 = \left( \frac{h - a_{11}m}{-a_{11}c} \right), \quad a_2 = \left( \frac{c - a_{11}h - a_{12}S_p}{-a_{11}c} \right), \quad a_3 = 1, \end{aligned} \quad (1.58)$$

които са с размерности съответно  $k_{x_v} - [-]$ ,  $k_f - [N/m]$ ,  $T_f - [s]$ ,  $a_0 - [s^3]$ ,  $a_1 - [s^2]$ ,  $a_2 - [s]$  и  $a_3 - [-]$ , то тези функции се записват като

$$W_{yx_v}(p) = \frac{k_{x_v}}{a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + 1} \quad (1.59)$$

и

$$W_{yf}(p) = \frac{k_f(T_f p + 1)}{a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + 1}. \quad (1.60)$$

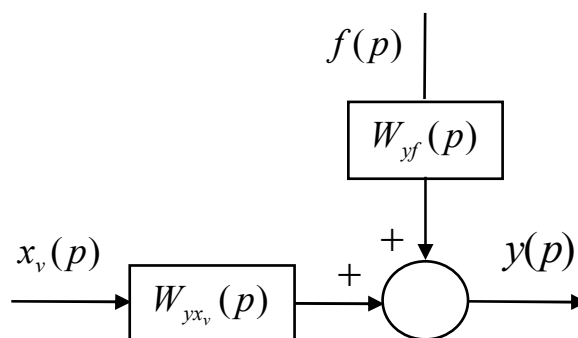
Така линейният модел на обекта за управление се представя във вида ВХОД-ИЗХОД като

$$y(p) = W_{yx_v}(p)x_v(p) + W_{yf}(p)f(p) \quad (1.61)$$

и графично като структурна схема на фиг. 1.6. Полиномът

$$H_{Oy}(p) = a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + 1 \quad (1.62)$$

е характеристичния полином на обекта.



Фиг. 1.6. Структурна схема на линейния модел на обекта за управление във вида ВХОД-ИЗХОД

Конкретният вид на предавателните функции (1.59) и (1.60) и характеристичният полином (1.62) за разглежданото задвижване е

$$W_{yx_v}(p) = \frac{49.75}{(1.6783e-08)p^3 + (2.6678e-05)p^2 + (0.12065)p + 1}, \quad (1.63)$$

$$W_{yf}(p) = \frac{(2.5e-06)((6.7132e-04)p+1)}{(1.6783e-08)p^3 + (2.6678e-05)p^2 + (0.12065)p + 1}, \quad (1.64)$$

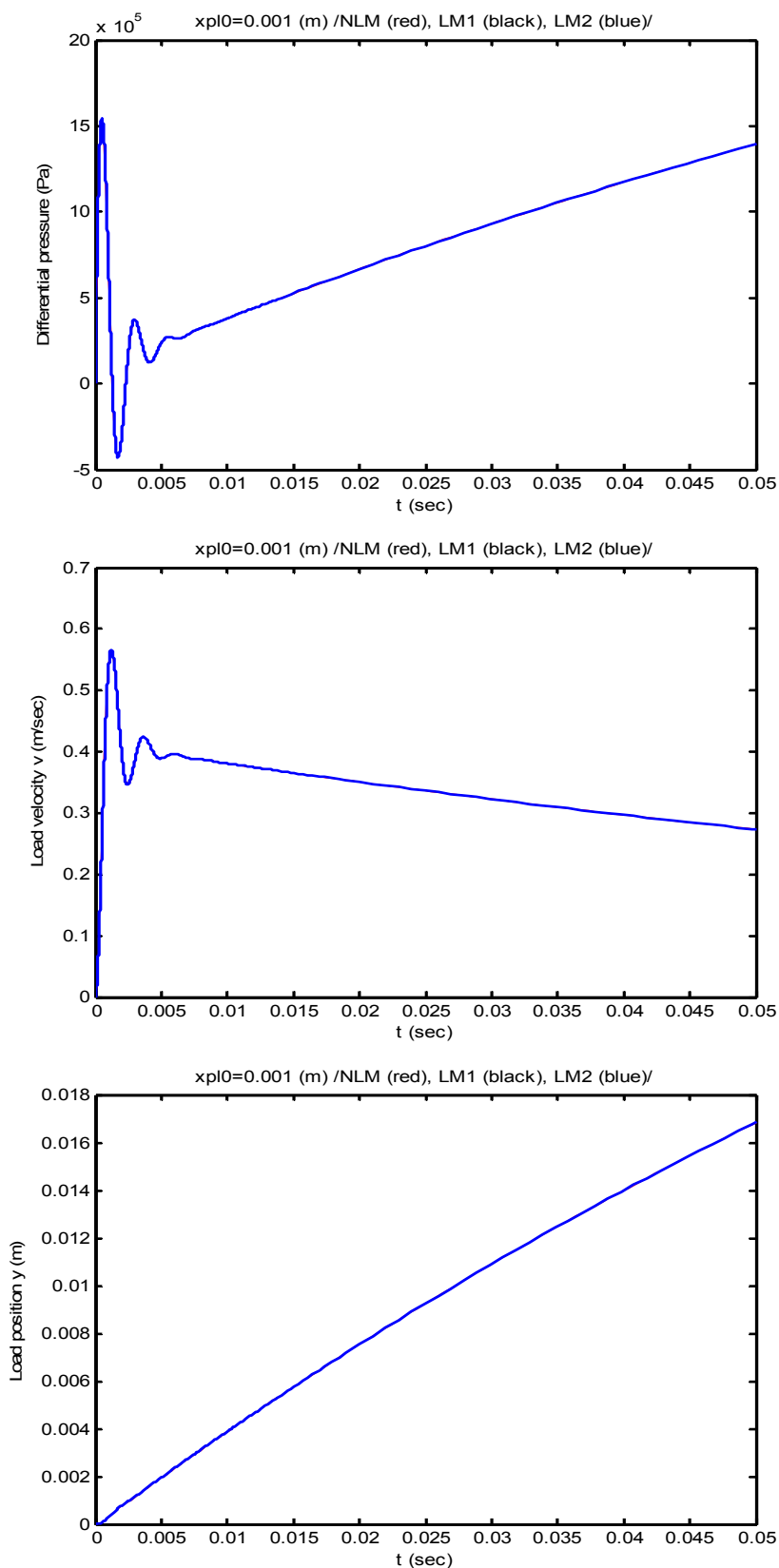
$$H_{oy}(p) = (1.6783e-08)p^3 + (2.6678e-05)p^2 + (0.12065)p + 1. \quad (1.65)$$

### **Съвместно изследване на нелинейния и линейните модели на задвижването в среда Matlab и Simulink**

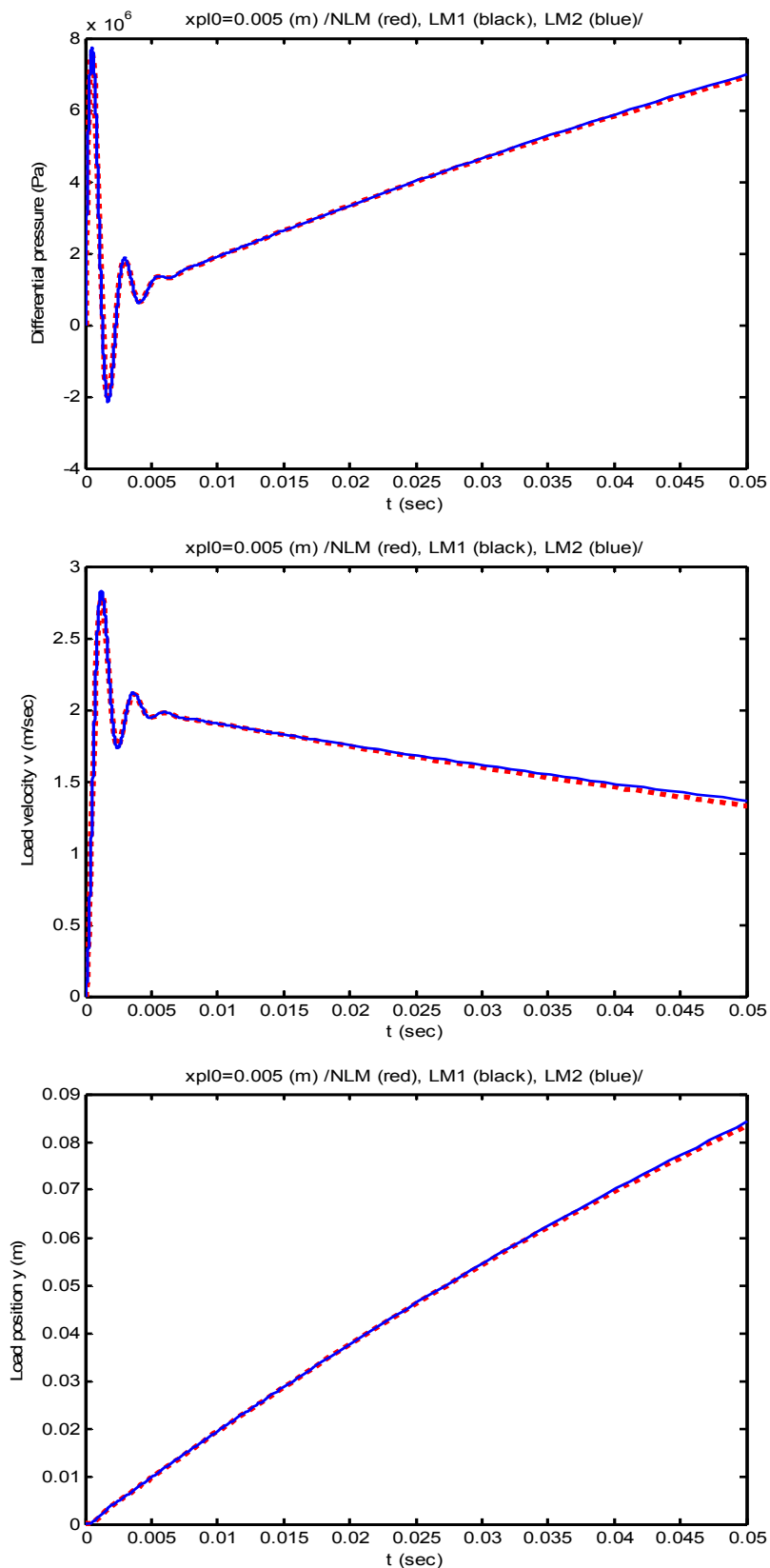
С цел установяване адекватността на получените в резултат на линеаризацията линейни модели на обекта за управление се прави симулационно сравнение на преходните процеси в нелинейния модел спрямо тези в линейните модели при различна големина на отклонението на плунжера на разпределителя. Simulink схемата `hkzlmss01.mdl` на линейния модел на обекта за управление в съответствие на представянето му в пространството на състоянията е представена на фиг. 1.10, а на фиг. 1.11 е Simulink схемата `hkzlm01d01.m` на линейния модел в съответствие с представянето му чрез структурна схема. В табл. 1.3 е представена Matlab процедурата за това изследване `hkzlm01d01.m`, която първо пресмята параметрите на линейните модели и инициализира схемите съгласно (1.45) – (1.53), а след това симулира преходните процеси в тях за отделните случаи.

Особеност при симулацията на нелинейния модел по смисъла на линеаризацията е, че началните условия по отношение на налягането в 1-ва и 2-ра камера вече са установените стойности на наляганята  $p_{10} = p_{20}$  съгласно (1.25). Сравняват се процесите по отношение на диференциалното налягане, скоростта и позицията на товара в нелинейния и двата линейни модели. При малки отклонения на плунжера, до  $x_v = 0.1x_{v\max} = 0.001$  [m], процесите в нелинейния и двата линейни модели на практика са идентични, фиг. 1.7, което е напълно очаквано по смисъла на направената линеаризация на нелинейния модел. При средна и максимална големина на отклонението на плунжера на разпределителя разликите в процесите в нелинейния модел спрямо идентичните процеси при двата линейни модела са незначителни, фиг. 1.8 при  $x_v = 0.5x_{v\max} = 0.005$  [m] и фиг. 1.9 при  $x_v = x_{v\max} = 0.01$  [m].

Следователно, може да се направи изводът, че получените в резултат на линеаризацията линейни модели са адекватни на нелинейния модел и могат да бъдат основа за последващ анализ и синтез.

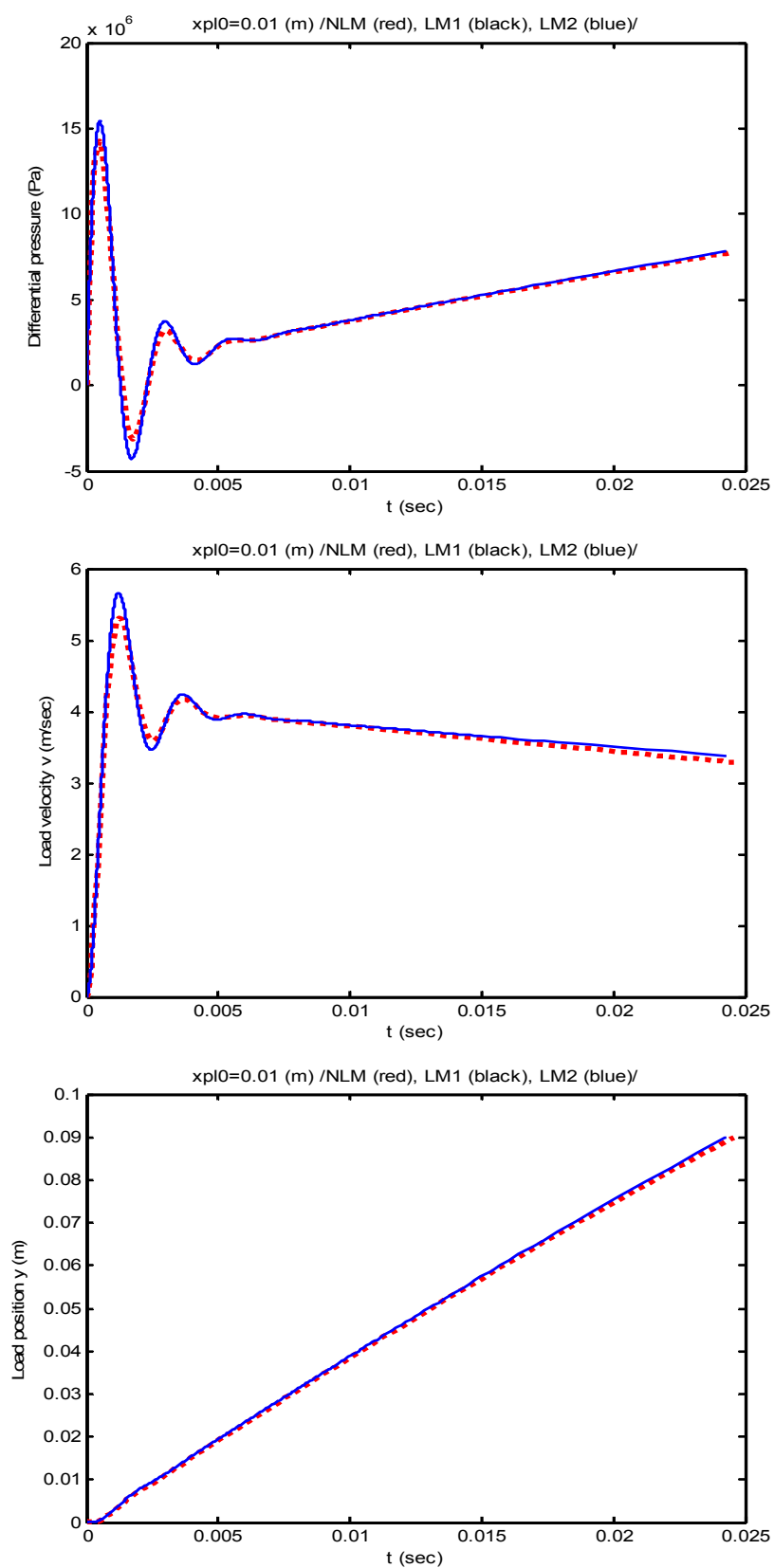


Фиг. 1.7. Идентичност на преходните процеси в нелинейния модел (процеса с “.”) и линейните модели (процесите с непрекъсната линия - черна и синя) при отклонение на плунжера на разпределителя  $x_v = 0.1x_{v\max} = 0.001 \text{ (m)}$

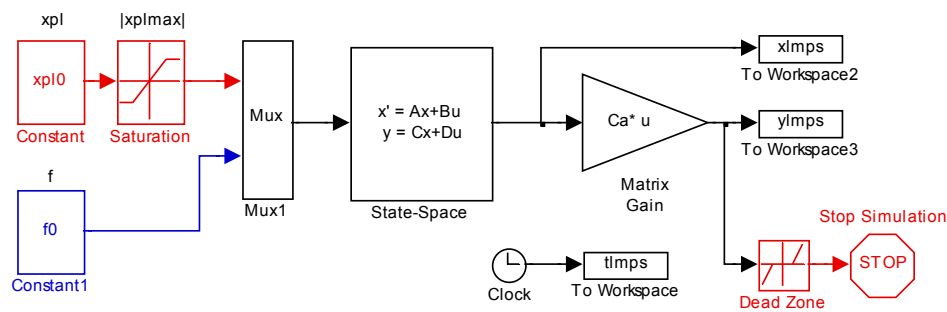


Фиг. 1.8. Сравнение на преходните процеси в нелинейния модел (процеса с “-.-”) и линейните модели (процесите с непрекъснатата линия - черна и синя) при средно отклонение на плунжера на разпределителя  $x_v = 0.5x_{v_{\max}} = 0.005$  (m)

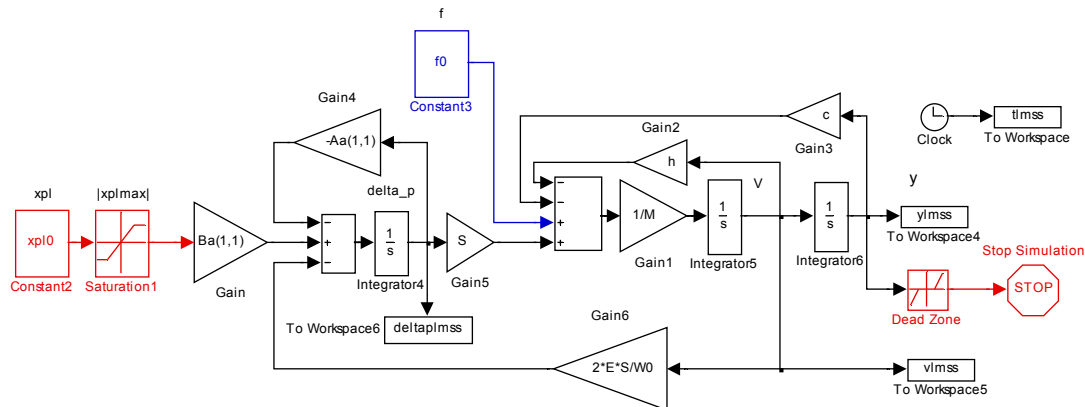




Фиг. 1.9. Сравнение на преходните процеси в нелинейния модел (процеса с “-.-”) и линейните модели (процесите с непрекъсната линия - черна и синя) при максимално отклонение на плунжера на разпределителя  $x_v = x_{v\max} = 0.01$  (m)



Фиг. 1.10. Simulink схема hkzlmss01.mdl на линейния модел на обекта за управление в съответствие с представянето му в пространството на състоянията



Фиг. 1.11. Simulink схема hkzlmss01.mdl на линейния модел на обекта за управление в съответствие с представянето му чрез структурна схема

Табл. 1.3. Matlab процедура hkzlm01d01.m

```
% hkzlm01d01.m - Хидравлично кормилно задвижване
% линейни модели 01
% в пространството на състоянията и във вид на структурна схема
% данни 01 аналитично
% и процедура за сравнение на преходните процеси
% в нелинейния и линейните модели
% при различни отклонения на плунжера от неутралното положение
```

```
help hkzlm01d01
```

```
% аналитично изведен линейен модел
df1dp10 = (-mu0*E*sqrt(S10^2+S20^2))*(S10/S20+S20/S10)/(W0*sqrt(2*ro*(Pm-P0)))
df1dv0 = -E*S/W0
df1dx0 = (mu0*b*E*sqrt(2*(Pm-P0))*(S20+S10))/(W0*sqrt(ro)*sqrt(S10^2+S20^2))
```

```
Aa=[ df1dp10    2*df1dv0    0;
      S/M        -h/M        -c/M;
      0          1          0]
```

```
Ba=[2*df1dx0      0;
      0      1/M;
      0      0]
```

```
Ca=[0 0 1], Da=[0 0]
```

```
pause
```

```
% за линейния модел в ПС в hkzImps01.mdl
```

```
A=Aa, B=Ba, C=diag([1 1 1]), D=[0 0; 0 0; 0 0]
```

```
% Сравнение на преходните процеси в нелинейния модел
```

```
% с процесите в линейните модели при различни позиции на плунжера
```

```
xpl0=0.1*xplmax, f0=0
```

```
pause
```

```
hkznm01pust, pause % като hkznm01.mdl, но НУ за p1 и p2 са Pust
```

```
sim('hkznm01pust',[0 0.05],[])
```

```
hkzImps01, pause % линейен модел в пространството на състоянията
```

```
sim('hkzImps01',[0 0.05],[])
```

```
hkzImss01, pause % линейен модел във вид на структурна схема
```

```
sim('hkzImss01',[0 0.05],[])
```

```
figure, plot(t,u(:,1)-u(:,2),'r', tImps, xImps(:,1),'k', tImss, deltaPlmss,'b')
```

```
title(['xpl0=' num2str(xpl0) ' (m) /NLM (red), LM1 (black), LM2 (blue)'])
```

```
xlabel('t (sec)'), ylabel('Differential pressure (Pa)')
```

```
pause
```

```
figure, plot(t,u(:,3),'r', tImps, xImps(:,2),'k', tImss, vImss,'b')
```

```
title(['xpl0=' num2str(xpl0) ' (m) /NLM (red), LM1 (black), LM2 (blue)'])
```

```
xlabel('t (sec)'), ylabel('Load velocity v (m/sec)')
```

```
pause
```

```
figure, plot(t,u(:,4),'r', tImps, xImps(:,3),'k', tImss, yImss,'b')
```

```
title(['xpl0=' num2str(xpl0) ' (m) /NLM (red), LM1 (black), LM2 (blue)'])
```

```
xlabel('t (sec)'), ylabel('Load position y (m)')
```

```
pause
```

```
xpl0=0.3*xplmax, f0=0
```

```
hkznm01pust, pause % като hkznm01.mdl, но НУ за p1 и p2 са Pust
```

```
sim('hkznm01pust',[0 0.05],[])
```

```
hkzImps01, pause % линейен модел в пространството на състоянията
```

```
sim('hkzImps01',[0 0.05],[])
```

```
hkzImss01, pause % линейен модел във вид на структурна схема
```

```
sim('hkzImss01',[0 0.05],[])
```

```
figure, plot(t,u(:,1)-u(:,2),'r', tImps, xImps(:,1),'k', tImss, deltaPlmss,'b')
```

```
title(['xpl0=' num2str(xpl0) ' (m) /NLM (red), LM1 (black), LM2 (blue)'])
```

```
xlabel('t (sec)'), ylabel('Differential pressure (Pa)')
```

```
pause
```

```
figure, plot(t,u(:,3),'r', tImps, xImps(:,2),'k', tImss, vImss,'b')
```

```
title(['xpl0=' num2str(xpl0) ' (m) /NLM (red), LM1 (black), LM2 (blue)'])
```

```
xlabel('t (sec)'), ylabel('Load velocity v (m/sec)')
```

```
pause
```

```
figure, plot(t,u(:,4),'r', tImps, xImps(:,3),'k', tImss, yImss,'b')
```

```
title(['xpl0=' num2str(xpl0) ' (m) /NLM (red), LM1 (black), LM2 (blue)'])
```

```
xlabel('t (sec)'), ylabel('Load position y (m)')
```

```
pause
```

```
xpl0=0.8*xplmax, f0=0
```

```
hkznm01pust, pause % като hkznm01.mdl, но НУ за p1 и p2 са Pust
```

```
sim('hkznm01pust',[0 0.05],[])
```

```
hkzImps01, pause % линейен модел в пространството на състоянията
```

```
sim('hkzImps01',[0 0.05],[])
```

```
hkzImss01, pause % линейен модел във вид на структурна схема
```

```
sim('hkzImss01',[0 0.05],[])
```

```
figure, plot(t,u(:,1)-u(:,2),'r', tImps, xImps(:,1),'k', tImss, deltaPlmss,'b')
```

```
title(['xpl0=' num2str(xpl0) ' (m) /NLM (red), LM1 (black), LM2 (blue)'])
```

```
xlabel('t (sec)'), ylabel('Differential pressure (Pa)')
```

```
pause
```

---

```
figure, plot(t,u(:,3),'r', tlmss, xlmss(:,2),'k', tlmss, vlmss,'b')
title(['xpl0=' num2str(xpl0) ' (m) /NLM (red), LM1 (black), LM2 (blue)'])
xlabel('t (sec)'), ylabel('Load velocity v (m/sec)')
pause
figure, plot(t,u(:,4),'r', tlmss, xlmss(:,3),'k', tlmss, ylmss,'b')
title(['xpl0=' num2str(xpl0) ' (m) /NLM (red), LM1 (black), LM2 (blue)'])
xlabel('t (sec)'), ylabel('Load position y (m)')
```

---

### Анализ и синтез на затворена линейна система с отчитане ограничението за хода на плунжера на разпределителя и големината на заданието

Конкретният вид на характеристичния полином  $H(p)$  (1.65) на разглежданото задвижване

$$H_{oy}(p) = (1.6783e-08)p^3 + (2.6678e-05)p^2 + (0.12065)p + 1$$

показва, че самият обект за управление представлява асимптотически устойчива система. Полиномът удовлетворява условията за устойчивост на линейна система от 3-ти ред:

$$\begin{aligned} a_0 &= 1.6783e-08 > 0, \quad a_1 = 2.6678e-05 > 0, \\ a_2 &= 0.12065 > 0, \quad a_3 = 1 > 0, \\ a_1 a_2 &= 3.2188e-06 > a_0 a_3 = 1.6783e-08. \end{aligned} \quad (1.66)$$

Корените на полинома са

$$\begin{aligned} p_1 &= -8.3034, \\ p_{2,3} &= -790.65 \pm j 2559.4 = -\alpha \pm j\Omega \end{aligned} \quad (1.67)$$

и той се представя във вида

$$\begin{aligned} H(p) &= a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + 1 = \\ &= (T_1 p + 1)(T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1), \end{aligned} \quad (1.68)$$

където

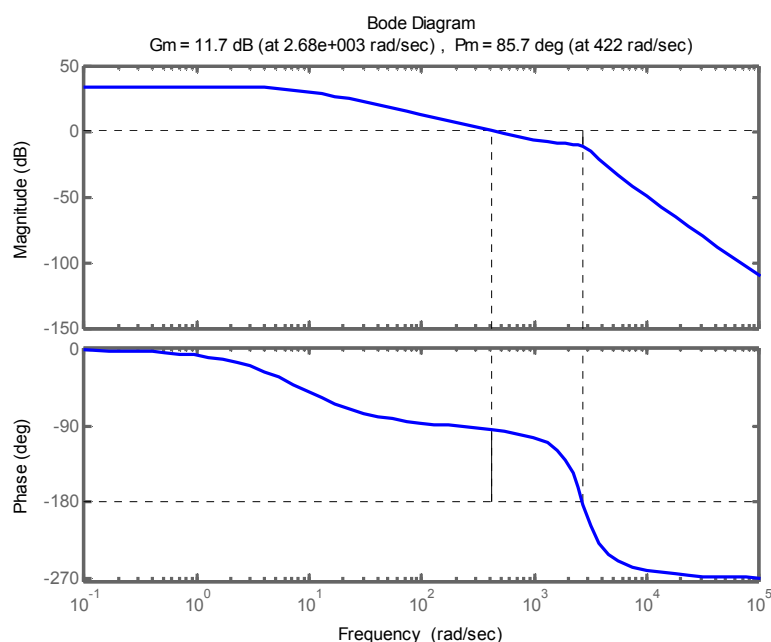
$$T_1 = -\frac{1}{p_1} = 0.12043 \text{ [s]},$$

$$T_2 = \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \Omega^2}} = 3.7331 \text{e-}4 \text{ [s]}, \quad \xi = \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \Omega^2}} = 0.29515. \quad (1.69)$$

Така предавателната функция  $W_{yx_v}(p)$  (1.63) може да се запише като

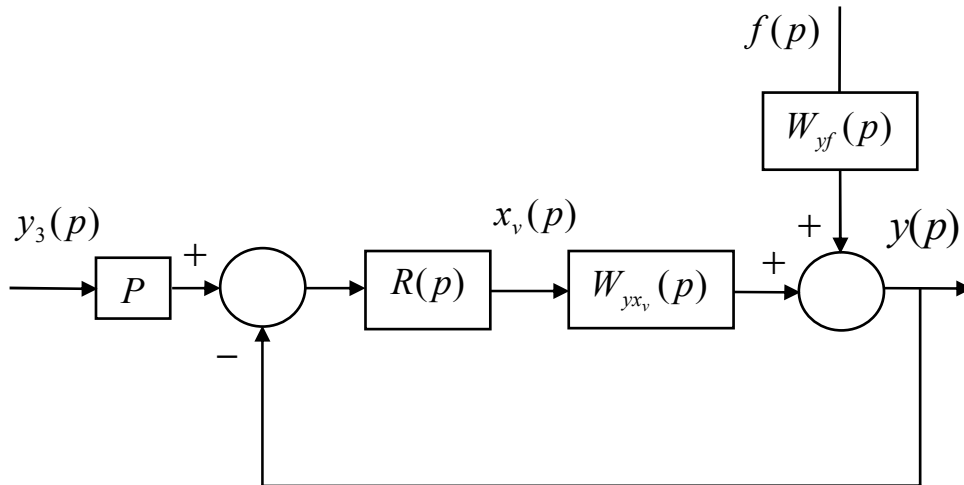
$$W_{yx_v}(p) = \frac{k_{x_v}}{(T_1 p + 1)(T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1)}, \quad (1.70)$$

където  $k_{x_v} = 49.75$ , а  $T_1$ ,  $T_2$  и  $\xi$  са съгласно (1.69). ЛАФЧХ на обекта са показани на фиг. 1.12. Съгласно (1.70) нискочестотният участък на ЛАЧХ е с наклон  $0 \text{ dB/dec}$  и е наляво от спрягащата честота  $\omega_1 = 1/T_1 = 8.3 \text{ rad/s}$ . Наклонът между спрягащите честоти  $\omega_1 = 1/T_1 = 8.3 \text{ rad/s}$  и  $\omega_2 = 1/T_2 = 2679 \text{ rad/s}$  е  $-20 \text{ dB/dec}$ , а след  $\omega_2 = 1/T_2 = 2679 \text{ rad/s}$  е  $-60 \text{ dB/dec}$ . Срязващата честота  $\omega_{cp} = 422 \text{ rad/s}$ , е между спрягащите честоти  $\omega_1 = 8.3 \text{ rad/s}$  и  $\omega_2 = 2679 \text{ rad/s}$  и е в участъка с наклон  $-20 \text{ dB/dec}$ , като запасите по фаза  $\Delta\varphi = 85.7^\circ$  и модул  $\Delta L = 11.7 \text{ dB}$  определят устойчива затворена система.



Фиг. 1.12. ЛАФЧХ на обекта за управление и запаси по модул и фаза

С други думи, подходящо е затварянето на обекта с еденична обратна връзка и реализирането на затворена линейна система от вида на фиг. 1.13 с параметри на регулатора  $R(p)$  и коефициента  $P$  съответно



Фиг. 1.13. Структурна схема на затворената линейна система

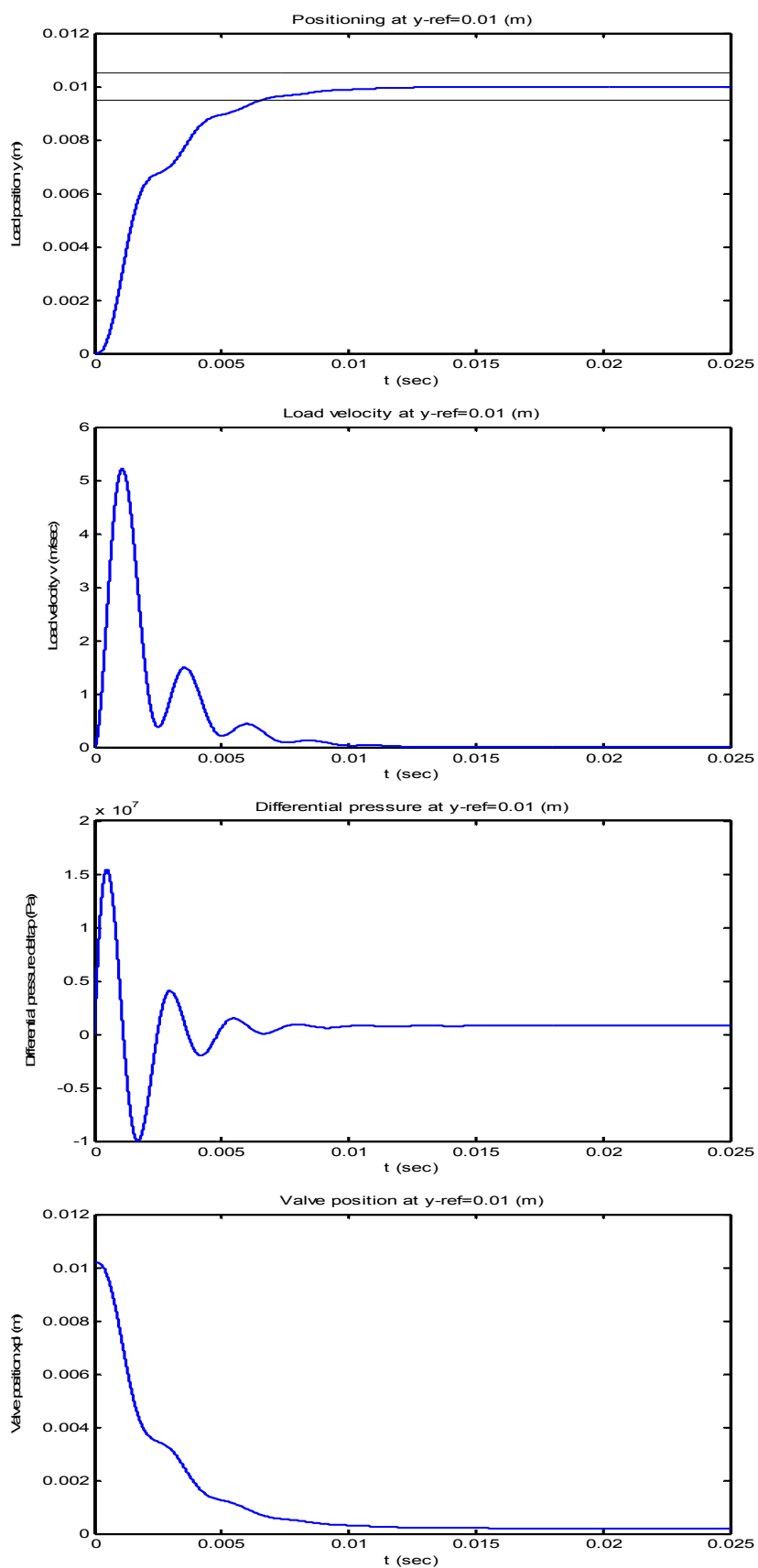
$$R(p) = 1, \quad P = \frac{1 + k_{x_v}}{k_{x_v}}. \quad (1.71)$$

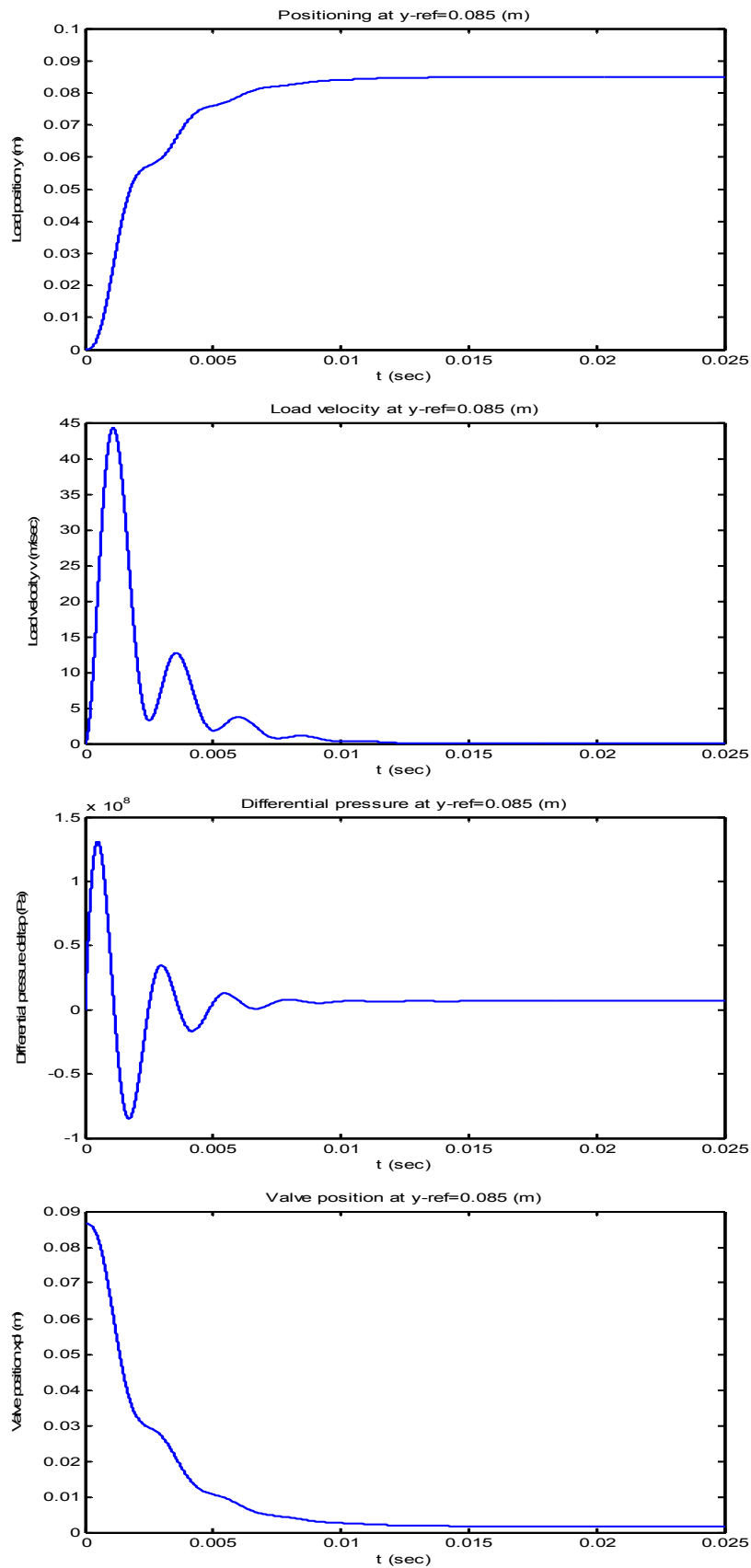
Предавателната функция на затворената система става

$$\begin{aligned} W_{y_3}(p) &= P \frac{R(p)k_{x_v}}{(T_1 p + 1)(T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1) + R(p)k_{x_v}} = \\ &= \frac{(1 + k_{x_v})}{(T_1 p + 1)(T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1) + k_{x_v}} \end{aligned} \quad (1.72)$$

и има коефициент на усилване единица. На фиг. 1.14 са показани преходните процеси в така затворената система при  $y_3 = 0.01$  [m], а на фиг. 1.15 при  $y_3 = 0.09$  [m]. Simulink моделът `hkzlmsszs01bn.mdl` на системата е представен на фиг. 1.16, а Matlab процедурата за симулационното изследване `hkzlm02d01.m` е в табл. 1.4.

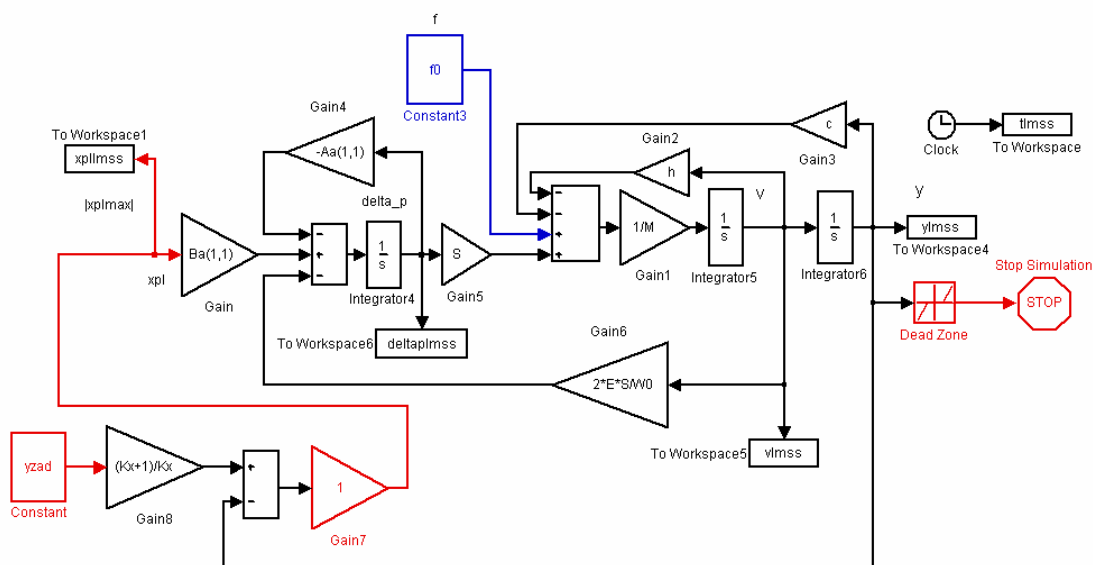
Показателите на преходните процеси са изключително високи за една такава затворена система за управление на хидравлично задвижване - времето на регулиране е  $t_p = 6.6$  [ms] и позиционирането е с апериодичен характер без пререгулиране. При  $y_3 = 0.09$  [m], фиг. 1.15, се реализира скорост на преместване на товара около 45 [m/s]. Максималната стойност на диференциалното налягане  $\delta p$  достига  $1.3e + 08$  [Pa], което превишава с повече от шест пъти налягането  $P_M = 200e + 05$  [Pa] на течността на захранващата магистрала.

Фиг. 1.14. Преходни процеси в затворената линейна система при  $y_3 = 0.01$  [m]

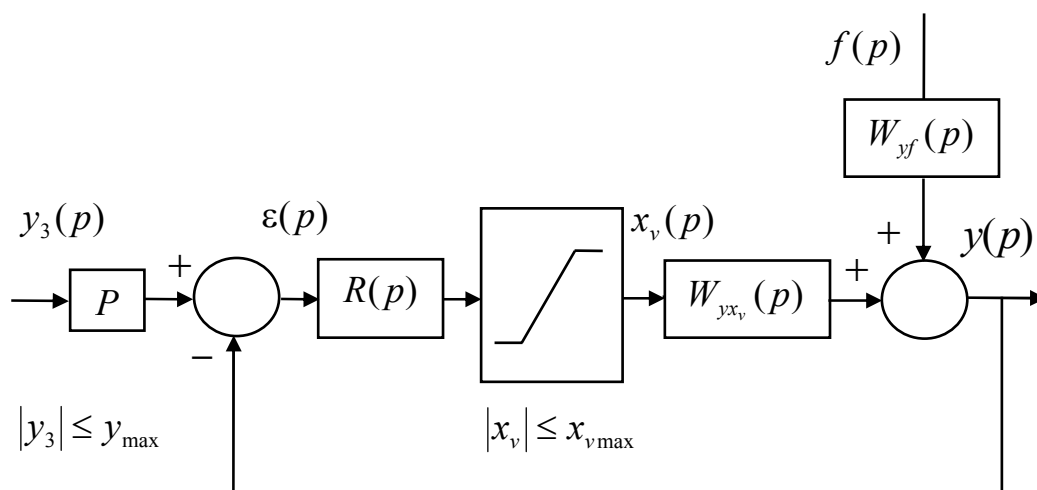


Фиг. 1.15. Преходни процеси в затворената линейна система при  $y_3 = 0.085$  [m]





Фиг. 1.16. Simulink модел hkgzlmsszs01bn.mdl на затворената линейна система за управление на хидравличното задвижване



Фиг. 1.17. Структурна схема на затворената система с линеен модел на обекта за управление и включена нелинейност – ограничението по максималното възможно преместване на плунжера на разпределителя

За съжаление, това не могат да бъдат процесите в реалната система. За тяхното постигане, както се вижда на фиг. 1.15, преместването на плунжера на разпределителя приблизително девет пъти превишава физическото ограничение за неговия ход  $|x_v| \leq x_{v\max} = 0.01$  [m]. Следователно, в състава на системата трябва да се включи и отчита наличието на ограничението за хода на плунжера, фиг. 1.17. При това,

за да работи системата като линейна и ако регулаторът  $R(p)$  се търси във вид на коефициент на пропорционалност, то този коефициент следва да се подбере така, че при задания в целия диапазон за  $y_3 \in [-y_{\max}, y_{\max}]$  да се постигат амплитуди на преместването на плунжера, не по-големи от  $x_{v\max} = 0.01$  [m].

За да се намери подходящо решение на задачата, нека разсъждаваме по следния начин. Ако регулаторът  $R(p)$  представлява

$$R(p) = k_R > 0 \quad (1.73)$$

и коефициентът  $P$  се определя от условието коефициентът на усилване на предвателната функция  $W_{y_3}(p)$  на затворената система да е еденица, т.е.

$$P = \frac{1 + k_R k_{x_v}}{k_R k_{x_v}}, \quad (1.74)$$

то за предавателната функция на затворената система се получава

$$\begin{aligned} W_{y_3}(p) &= P \frac{k_R k_{x_v}}{(T_1 p + 1)(T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1) + k_R k_{x_v}} = \\ &= \frac{(1 + k_R k_{x_v})}{(T_1 p + 1)(T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1) + k_R k_{x_v}}. \end{aligned} \quad (1.75)$$

Очевидно, коефициентът на регулатора  $k_R$  следва да се намали и стане по-малък от първоначално избраната стойност еденица (1.71). Следователно ЛАЧХ на отворената система ще се транслира надолу, спрямо тази на фиг. 1.12, без да се промени ЛФЧХ. Това ще доведе до преместването на срязващата честота наляво и същевременно ще нарастнат запасите по фаза и модул, което ще увеличи времето на регулиране и ще запази апериодичния характер на преходния процес. Оттук следва, че максималната стойност на грешката  $\varepsilon(t)$  ще бъде в началния момент на преходния процес. Така при работа в целия диапазон на задания  $y_3 \in [-y_{\max}, y_{\max}]$ , максимална по абсолютна стойност грешка ще има при процесите от установена позиция  $y_{\max}$  към задание  $y_3 = -y_{\max}$  и обратно – от позиция  $(-y_{\max})$  към отработване на задание  $y_3 = y_{\max}$ . Или

$$\begin{aligned} \max(|\varepsilon(t)|) &= y_{\max} P - (-y_{\max}) = \\ &= y_{\max} (P + 1) = y_{\max} \left( \frac{1 + k_R k_{x_v}}{k_R k_{x_v}} + 1 \right). \end{aligned} \quad (1.76)$$

От изискването за работа в рамките на ограничението  $|x_v| \leq x_{v\max}$  следва

$$k_R \max(|\varepsilon(t)|) \leq x_{v\max} \quad (1.77)$$

или

$$k_R y_{\max} \left( \frac{1 + k_R k_{x_v}}{k_R k_{x_v}} + 1 \right) \leq x_{v\max}. \quad (1.78)$$

Решението на горното неравенство спрямо коефициента на регулатора  $k_R$  заедно с условието за неговата положителност води до системата

$$k_R \leq \left( \frac{x_{v\max} k_{x_v}}{y_{\max}} - 1 \right) / (2k_{x_v}), \quad (1.79)$$

$$k_R > 0.$$

Тя има решение при изпълнение на условието

$$x_{v\max} k_{x_v} > y_{\max}, \quad (1.80)$$

което се удовлетворява за конкретния случай

$$x_{v\max} k_{x_v} = 0.01 \cdot 49.75 = 0.4975 > 0.09 = y_{\max}. \quad (1.81)$$

Така, за разглеждания случай коефициентът  $k_R$  на регулатора следва да се избира в рамките на интервала

$$0 < k_R \leq k_{R\max} = 0.045505. \quad (1.82)$$

При избора на коефициент  $k_R$  на регулатора трябва да се отчита още и неговото влияние върху големината на установената грешка по смущение. Предавателната функция на грешката  $\varepsilon$  спрямо смущението  $f$  за затворената система на фиг. 1.17 е

$$W_{\varepsilon f}(p) = - \frac{k_f (T_f p + 1)}{(T_1 p + 1)(T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1) + k_R k_{x_v}}. \quad (1.83)$$

Тогава установената стойност на грешката при  $f(t) = f_0 1(t)$ ,  $f_0 = \text{const}$ , е

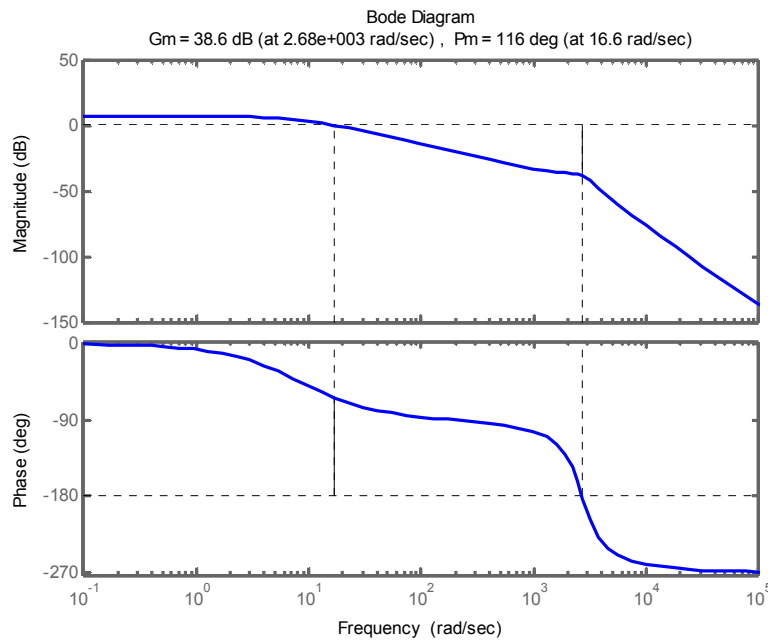
$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p W_{\varepsilon f}(p) \frac{f_0}{p} = -\frac{k_f}{1 + k_R k_{x_v}} f_0. \quad (1.84)$$

Следователно, затворената система е статична по отношение на смущението, като големината на установената грешка по смущение намалява при увеличаване на коефициента  $k_R$  на регулатора. Отчитайки (1.82), минимална грешка по смущение ще има при избора

$$k_R = k_{R_{\max}}. \quad (1.85)$$

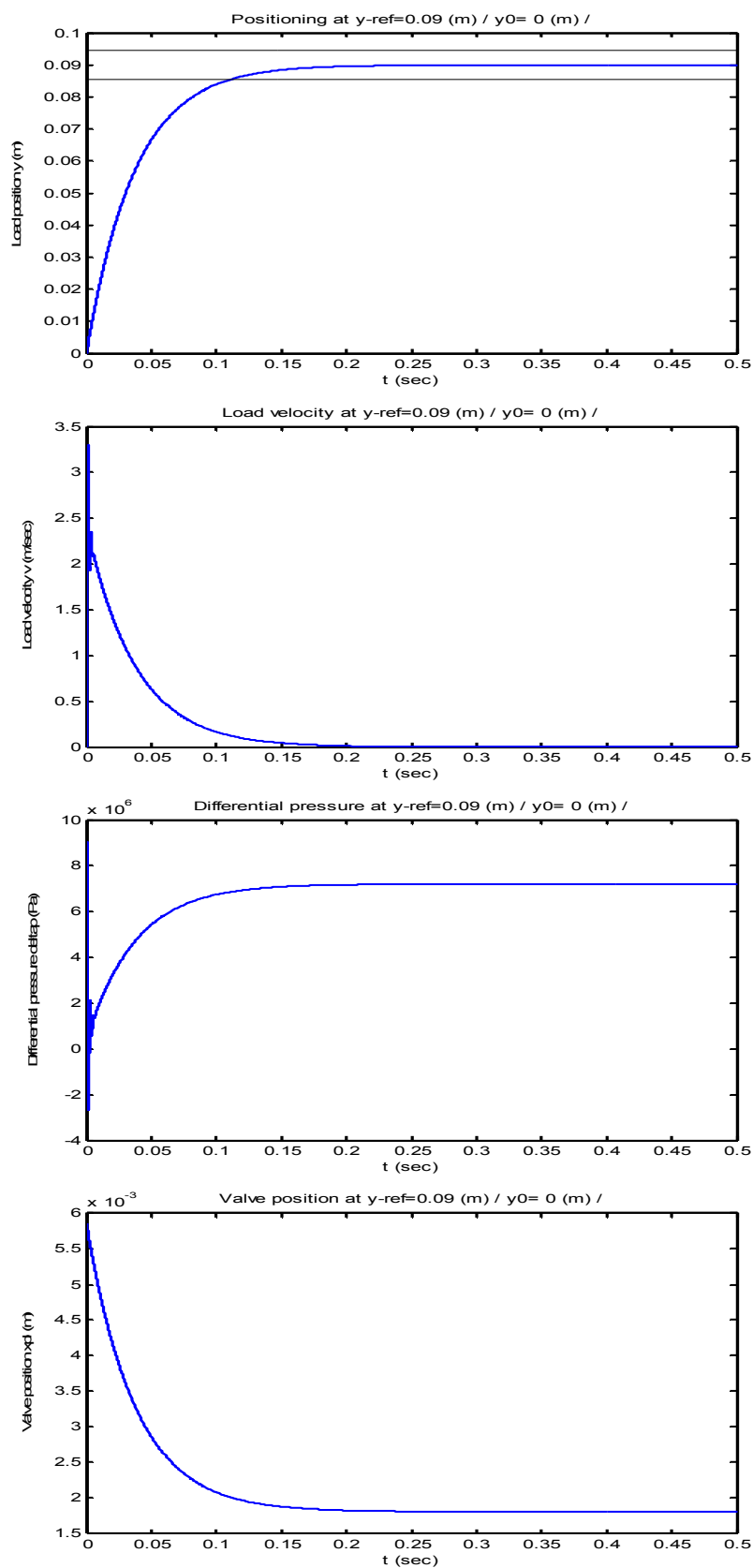
За разглежданата система се избира коефициент  $k_R$  на регулатора, близък до  $k_{R_{\max}}$

$$k_R = 0.045 \leq k_{R_{\max}} = 0.045505. \quad (1.86)$$

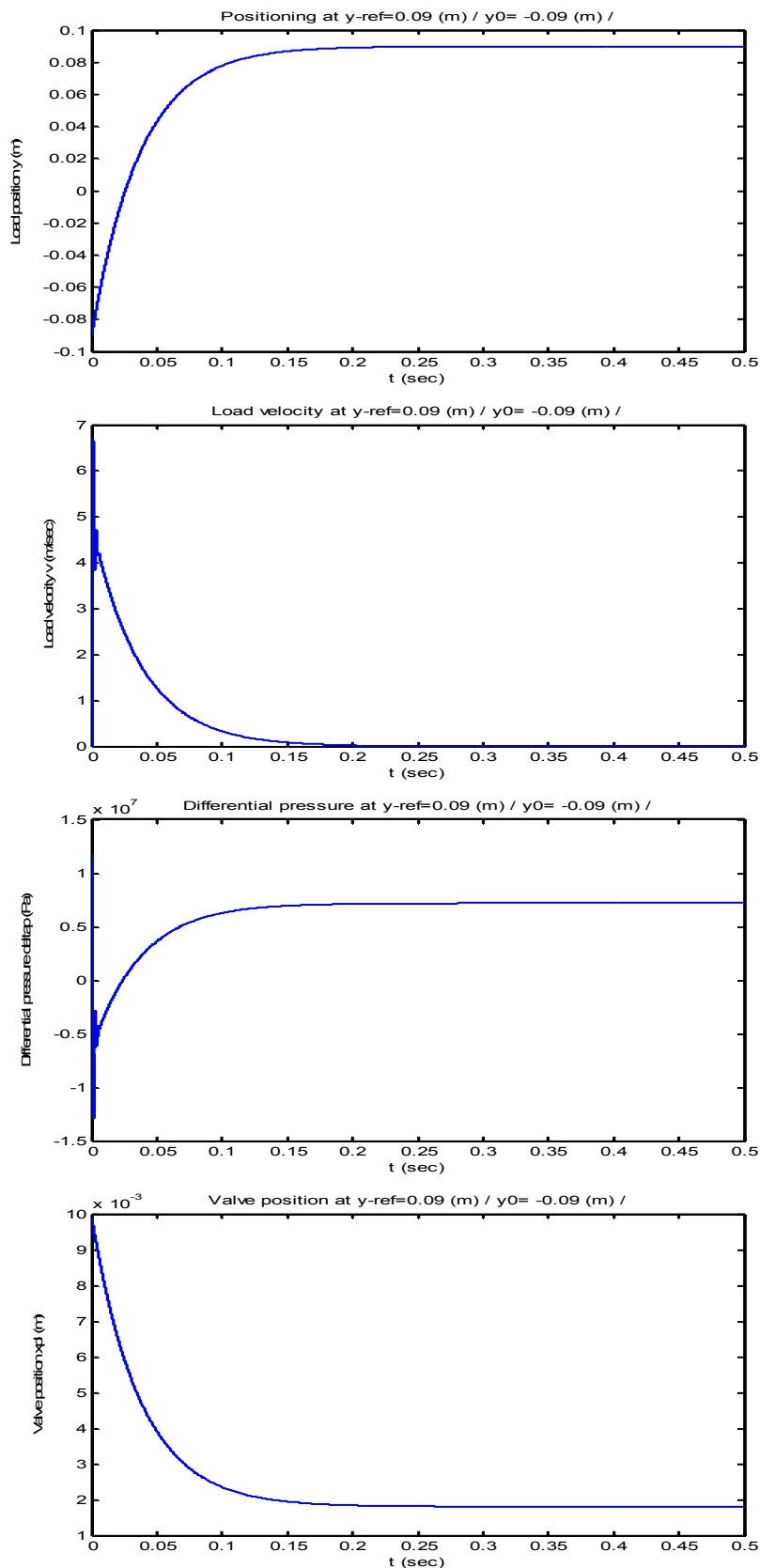


Фиг. 1.18. ЛАФЧХ на отворената система при коефициент на регулатора  $k_R = 0.045$

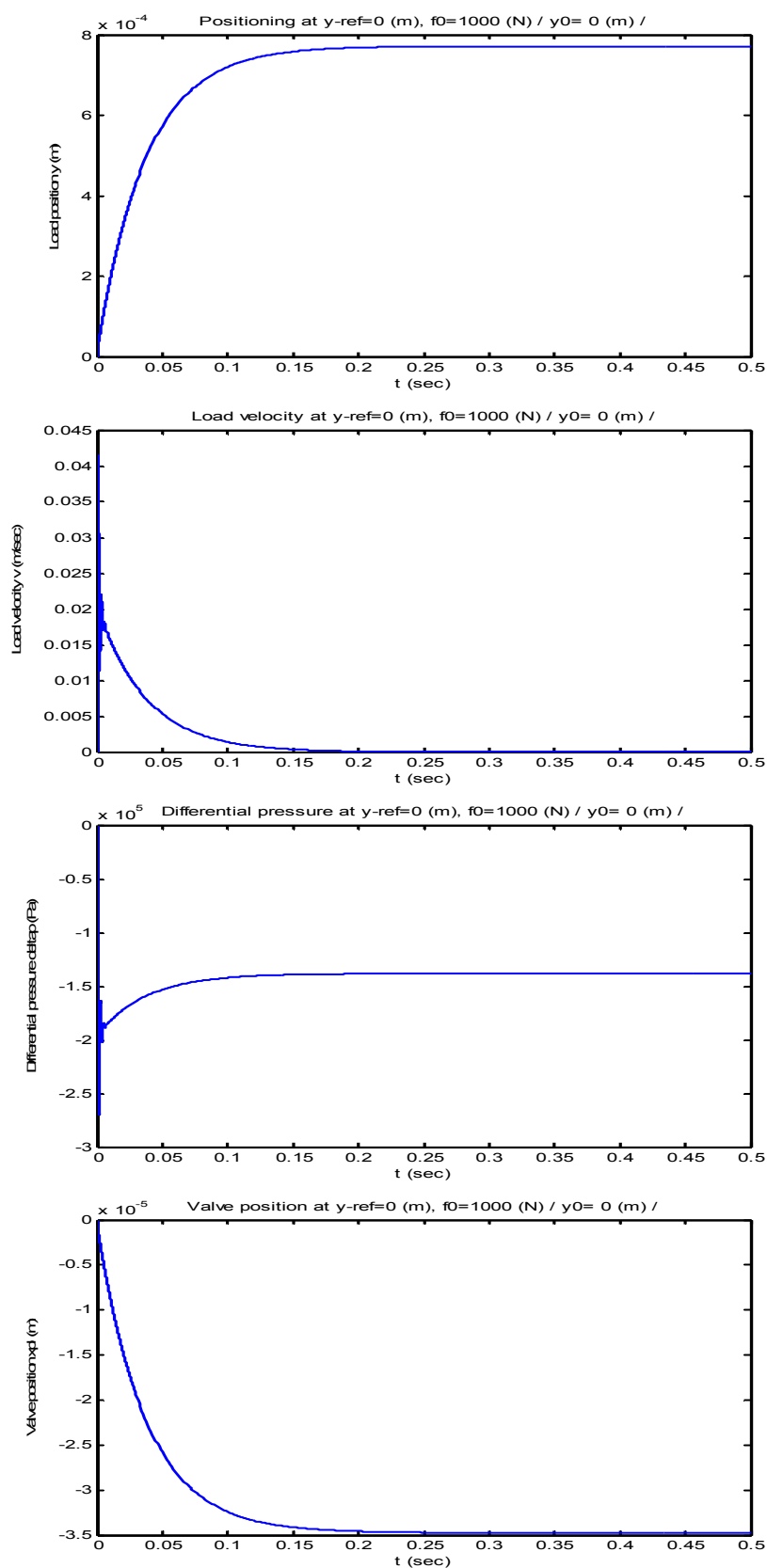
На фиг. 1.18 са представени ЛАФЧХ на отворената система при избрания коефициент  $k_R = 0.045$ . На фиг. 1.19 са показани преходните процеси в затворената система при  $y_3 = y_{\max} = 0.09$  [m]. Времето на регулиране е  $t_p = 0.11$  [s]. Преходният процес е с апериодичен характер. Максималното отклонение на плунжера на разпределителя е  $0.0059 < 0.01 = x_{v_{\max}}$  [m].



Фиг. 1.19. Преходни процеси в затворената система с линеен модел на обекта и ограничение за хода на плунжера на разпределителя при коефициент на регулатора  $k_R = 0.045$  и задание  $y_3 = y_{\max} = 0.09$  [m].



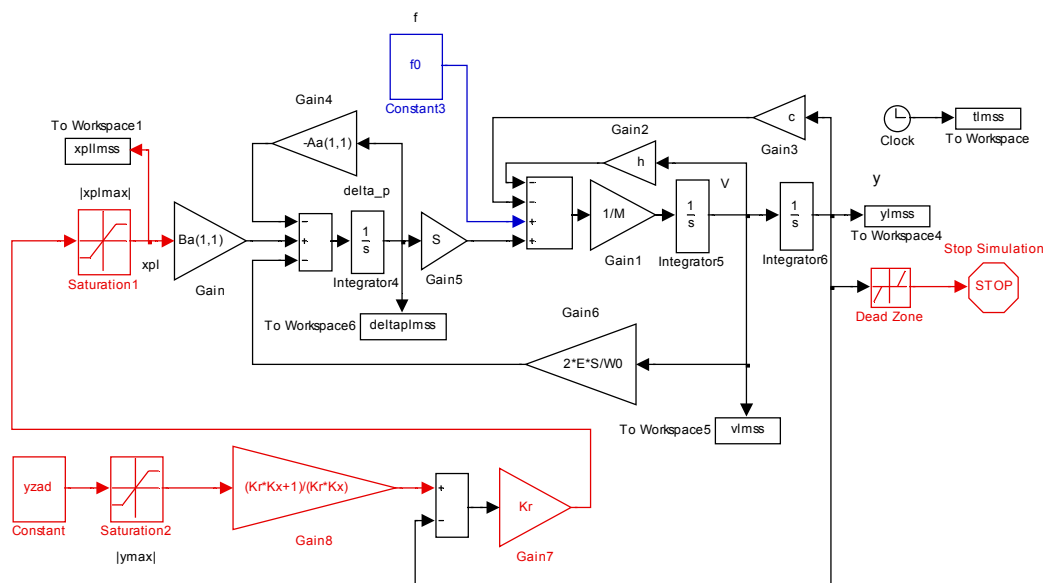
Фиг. 1.20. Отработване на задание  $y_3 = y_{\max} = 0.09\text{ [m]}$  от установена позиция  $y(0) = -y_{\max} = -0.09\text{ [m]}$  в затворената система с линеен модел на обекта и ограничение за хода на плунжера при  $k_R = 0.045$



Фиг. 1.21. Преходни процеси по смущение - външна натоварваща сила  $f = 1000$  [N] - в затворената система с линеен модел на обекта и ограничение за хода на плунжера на разпределителя при коефициент на регулатора  $k_R = 0.045$

На фиг. 1.20 са показани процесите на отработване на  $y_3 = y_{\max} = 0.09$  [m], но от начална установена позиция  $y(0) = -y_{\max}$ , т.е. процесите на преход от установена крайна позиция към противоположната крайна. Тук максималната стойност на отклонението на плунжера е  $0.0099 < 0.01 = x_{v\max}$  [m], т.е. поведението на затворената система в рамките на диапазона за задания  $y_3 \in [-y_{\max}, y_{\max}]$  е в съответствие с постановката за работа като линейна система с големина на отклонение на плунжера не надвишаваща физическото ограничение за неговия ход  $|x_v| \leq x_{v\max} = 0.01$  [m]. Преходните процеси в затворената система по смущение при големина на външната натоварваща сила  $f = 1000$  [N] са показани на фиг. 1.21. Установената грешка  $\varepsilon_{ycm}$  е  $\varepsilon_{ycm} = -0.772$  [mm], която съвпада с теоретичната (1.84) при  $k_R = 0.045$ .

Числените и симулационни резултати са получени чрез Matlab процедурата `hkzlm03d02.m`, табл. 1.5, и Simulink схемата `hkzlmsszs01.mdl`, фиг. 1.22, на затворената система с линеен модел на обекта и включени ограничения за хода на плунжера на разпределителя и за големината на заданието.



Фиг. 1.22. Simulink схема `hkzlmsszs01.mdl` на затворената система за управление на хидравличното задвижване с линеен модел на обекта и включени ограничения за хода на плунжера на разпределителя и големината на заданието

Може да се направи извод, че в резултат на анализа на линейния модел на задвижването и на затворената с него система при отчитане ограниченията за хода на плунжера на разпределителя и големината на заданието е подбран пропорционален закон за управление, отчитащ



тези физически ограничения в системата и осигуряващ и поведение на затворена линейна система с подходящи динамични и точностни показатели.

Табл. 1.4. Matlab процедура hkzlm02d01.m

---

```
% hkzlm02d01.m - Хидравлично кормилно задвижване
% линейни модели 02 данни 01 аналитично
% Изследване на обекта за управление и
% затворената линейна система на хидравличното задвижване
% без отчитане в модела на обекта на ограничението по хода на плунжера

help hkzlm02d01

% аналитично изведен линеен модел
figure, margin(Aa,Ba(:,1),Ca,Da(:,1)) % ЛАФЧХ на ОУ по вход xpl - преместване на плунжера
pause

Tf=-1/Aa(1,1)
Kf=1/c
Kx=(Ba(1,1)*S)/(-Aa(1,1)*c)
% числители на предавателните функции на обекта по xpl и f
numwux=(Ba(1,1)*S)/(-Aa(1,1)*c)
numwyf=(1/c)*[-1/Aa(1,1) 1]
% характеристичен полином на обекта за управление
Hp=[ M/(-Aa(1,1)*c) (h-Aa(1,1)*M)/(-Aa(1,1)*c) (c-Aa(1,1)*h-Aa(1,2)*S)/(-Aa(1,1)*c) 1]
% Сравнение на корените на получения аналитично характеристичен полином
% с числено пресметнатите собствени стойности на матрицата на състоянието
[rhp]=roots(Hp), eig(Aa)
printsys(numwux,Hp,'p')
% Числено получаване на коефициентите на усилване по постоянен сигнал за
% двата входа на обекта за управление
[Kps]=dcgain(Aa,Ba,Ca,Da)
abs(roots(Hp)) % модули на корените на Hp
% Разлагане на характеристичния полином чрез корените му
T1=-1/rhp(3)
T2=1/abs(rhp(1))
ksi=real(-rhp(1))/abs(rhp(1))
% сравнение на представянето на хар. полином чрез разлагане
% и неговия общ запис
conv([T1 1],[T2^2 2*ksi*T2 1]), Hp
figure, margin(Kx, Hp) % ЛАФЧХ на обекта - отворената система
pause

% Симулационно изследване на преходните процеси в затворената линейна
% система на хидравличното задвижване, без отчитане в модела на обекта
% на ограничението по хода на плунжера
hkzlmsszs01bn % модел на затворената система
pause
clc % нов екран
yzad=0.01, f0=0 % избор на задание за позициониране
y0=0, v0=0 % Нулеви начални условия по скорост и преместване
sim('hkzlmsszs01bn', [0 0.025],[])
% визуализация на преместването на товара
figure, plot(tlmss,ylmss)
axis([0 0.025 0 0.012])
pause, hold on
plot(tlmss,0.95*yzad*ones(length(tlmss),1),'k')
plot(tlmss,1.05*yzad*ones(length(tlmss),1),'k')
xlabel('t (sec)'), ylabel('Load position y (m)')
title(['Positioning at y-ref=', num2str(yzad) ' (m)'])
pause
% визуализация на скоростта на товара
figure, plot(tlmss,vlmss)
xlabel('t (sec)'), ylabel('Load velocity v (m/sec)')
```

```

title(['Load velocity at y-ref=', num2str(yzad) ' (m)'])
pause
% визуализация на диференциалното налягане
figure, plot(tlmss,deltaplms)
xlabel('t (sec)'), ylabel('Differential pressure deltap (Pa)')
title(['Differential pressure at y-ref=', num2str(yzad) ' (m)'])
pause
% визуализация на преместването на плунжера на разпределителя
figure, plot(tlmss,xpllmss)
xlabel('t (sec)'), ylabel('Valve position xpl (m)')
title(['Valve position at y-ref=', num2str(yzad) ' (m)'])
pause
% -----
clc % нов екран
yzad=0.085, f0=0 % избор на задание за позициониране
sim('hkzlmsszs01bn', [0 0.025],[])
% визуализация на преместването на товара
figure, plot(tlmss,ylmss)
axis([0 0.025 0 0.1])
xlabel('t (sec)'), ylabel('Load position y (m)')
title(['Positioning at y-ref=', num2str(yzad) ' (m)'])
pause
% визуализация на скоростта на товара
figure, plot(tlmss,vlmss)
xlabel('t (sec)'), ylabel('Load velocity v (m/sec)')
title(['Load velocity at y-ref=', num2str(yzad) ' (m)'])
pause
% визуализация на диференциалното налягане
figure, plot(tlmss,deltaplms)
xlabel('t (sec)'), ylabel('Differential pressure deltap (Pa)')
title(['Differential pressure at y-ref=', num2str(yzad) ' (m)'])
pause
% визуализация на преместването на плунжера на разпределителя
figure, plot(tlmss,xpllmss)
xlabel('t (sec)'), ylabel('Valve position xpl (m)')
title(['Valve position at y-ref=', num2str(yzad) ' (m)'])

```

### Табл. 1.5. Matlab процедура hkzlm03d02.m

```

% hkzlm03d02.m - Хидравлично кормилно задвижване
% линейни модели 03 данни 02
% Изследване на затворената система с линеен модел на обекта за управление
% и включено ограничение за хода на плунжера на разпределителя
% - ЛАФЧХ на отворената система с отчитане максимално допустимия коефициент
% на регулатора
% - Симулации на преходни процеси по задание и смущение

help hkzlm03d02, pause

% Определяне на коефициента на регулатора от изискването
% затворената система да е линейна
% при задания за y от - ymax до +ymax
% при съществуващото ограничение за хода на плунжера xplmax

% максимално допустима стойност на коефициента на регулатора
Kmax=((xplmax*Kx)/ymax - 1)/(2*Kx)
% избор на коефициента с отчитане влиянието му
% върху установената грешка по смущение
Kr=0.045
if Kr > Kmax
    disp('Kr > Kmax')
    break
end

% ЛАФЧХ на ОУ по вход xpl - преместване на плунжера

```

```

figure, margin(Aa,Kr*Ba(:,1),Ca,Da(:,1)) % чрез представянето в ПС
pause

figure, margin(Kr*Kx, Hp)          % по аналитично изведен линеен модел
pause

% Симулационно изследване на преходните процеси в затворената линейна
% система на хидравличното задвижване с отчитане в модела на обекта
% на ограничението по хода на плунжера
hkzlmsszs01          % модел на затворената система
pause
clc                  % нов екран
yzad=0.01, f0=0      % избор на задание за позициониране
y0=0, v0=0          % Нулеви начални условия по скорост и преместване
sim('hkzlmsszs01', [0 0.5],[])
% визуализация на преместването на товара
figure, plot(tlmss,ylmss)
axis([0 0.5 0 0.012])
pause, hold on
plot(tlmss,0.95*yzad*ones(length(tlmss),1),'k')
plot(tlmss,1.05*yzad*ones(length(tlmss),1),'k')
xlabel('t (sec)'), ylabel('Load position y (m)')
strtitle=[ num2str(yzad) ' (m) / y0= ' num2str(y0) ' (m) /']
title(['Positioning at y-ref=' strtitle])
err=yzad-ylmss(length(tlmss))
errp=err/yzad*100
pause
% визуализация на скоростта на товара
figure, plot(tlmss,vlmss)
xlabel('t (sec)'), ylabel('Load velocity v (m/sec)')
title(['Load velocity at y-ref=' strtitle])
pause
% визуализация на диференциалното налягане
figure, plot(tlmss,deltaplms)
xlabel('t (sec)'), ylabel('Differential pressure delta p (Pa)')
title(['Differential pressure at y-ref=' strtitle])
pause
% визуализация на преместването на плунжера на разпределителя
figure, plot(tlmss,xplmss)
xlabel('t (sec)'), ylabel('Valve position xpl (m)')
title(['Valve position at y-ref=' strtitle])
pause
% -----
clc                  % нов екран
yzad=yamax, f0=0     % избор на задание за позициониране
y0=0, v0=0          % Нулеви начални условия по скорост и преместване
sim('hkzlmsszs01', [0 0.5],[])
% визуализация на преместването на товара
figure, plot(tlmss,ylmss)
axis([0 0.5 0 0.1])
pause, hold on
plot(tlmss,0.95*yzad*ones(length(tlmss),1),'k')
plot(tlmss,1.05*yzad*ones(length(tlmss),1),'k')
xlabel('t (sec)'), ylabel('Load position y (m)')
strtitle=[ num2str(yzad) ' (m) / y0= ' num2str(y0) ' (m) /']
title(['Positioning at y-ref=' strtitle])
err=yzad-ylmss(length(tlmss)) % установена грешка
errp=err/yzad*100 % установена грешка в проценти
pause
% визуализация на скоростта на товара
figure, plot(tlmss,vlmss)
xlabel('t (sec)'), ylabel('Load velocity v (m/sec)')
title(['Load velocity at y-ref=' strtitle])
pause
% визуализация на диференциалното налягане
figure, plot(tlmss,deltaplms)
xlabel('t (sec)'), ylabel('Differential pressure delta p (Pa)')

```

```

title(['Differential pressure at y-ref=' strtitle])
pause
% визуализация на преместването на плунжера на разпределителя
figure, plot(tlmss,xpllmss)
xlabel('t (sec)'), ylabel('Valve position xpl (m)')
title(['Valve position at y-ref=' strtitle])
pause
% -----
clc % нов екран
yzad=ymax, f0=0 % избор на задание за позициониране
y0=-ymax, v0=0 % Начални условия по позиция и скорост
sim('hkzlmsszs01', [0 0.5],[])
% визуализация на преместването на товара
figure, plot(tlmss,ylmss)
axis([0 0.5 -0.1 0.1])
xlabel('t (sec)'), ylabel('Load position y (m)')
strtitle=[ num2str(yzad) ' (m) / y0= ' num2str(y0) ' (m) /']
title(['Positioning at y-ref=' strtitle])
err=yzad-ylmss(length(tlmss))
errp=err/yzad*100
pause
% визуализация на скоростта на товара
figure, plot(tlmss,vlmss)
xlabel('t (sec)'), ylabel('Load velocity v (m/sec)')
title(['Load velocity at y-ref=' strtitle])
pause
% визуализация на диференциалното налягане
figure, plot(tlmss,deltaplms)
xlabel('t (sec)'), ylabel('Differential pressure deltap (Pa)')
title(['Differential pressure at y-ref=' strtitle])
pause
% визуализация на преместването на плунжера на разпределителя
figure, plot(tlmss,xpllmss)
xlabel('t (sec)'), ylabel('Valve position xpl (m)')
title(['Valve position at y-ref=' strtitle])
pause
% -----
clc % нов екран
yzad=0, f0=1e03 % Преходни процеси по смущение, f0 в [N]
y0=0, v0=0 % Начални условия по позиция и скорост
sim('hkzlmsszs01', [0 0.5],[])
% визуализация на преместването на товара
figure, plot(tlmss,ylmss)
xlabel('t (sec)'), ylabel('Load position y (m)')
strtitle=[num2str(yzad) ' (m), f0=' num2str(f0) ' (N) / y0= ' num2str(y0) ' (m) /']
title(['Positioning at y-ref=' strtitle])
erre=yzad-ylmss(length(tlmss)) % установена грешка, симулационно
erra=(-f0*Kf)/(1+Kr*Kx) % установена грешка, аналитично
pause
% визуализация на скоростта на товара
figure, plot(tlmss,vlmss)
xlabel('t (sec)'), ylabel('Load velocity v (m/sec)')
title(['Load velocity at y-ref=' strtitle])
pause
% визуализация на диференциалното налягане
figure, plot(tlmss,deltaplms)

xlabel('t (sec)'), ylabel('Differential pressure deltap (Pa)')
title(['Differential pressure at y-ref=' strtitle])
pause
% визуализация на преместването на плунжера на разпределителя
figure, plot(tlmss,xpllmss)
xlabel('t (sec)'), ylabel('Valve position xpl (m)')
title(['Valve position at y-ref=' strtitle])

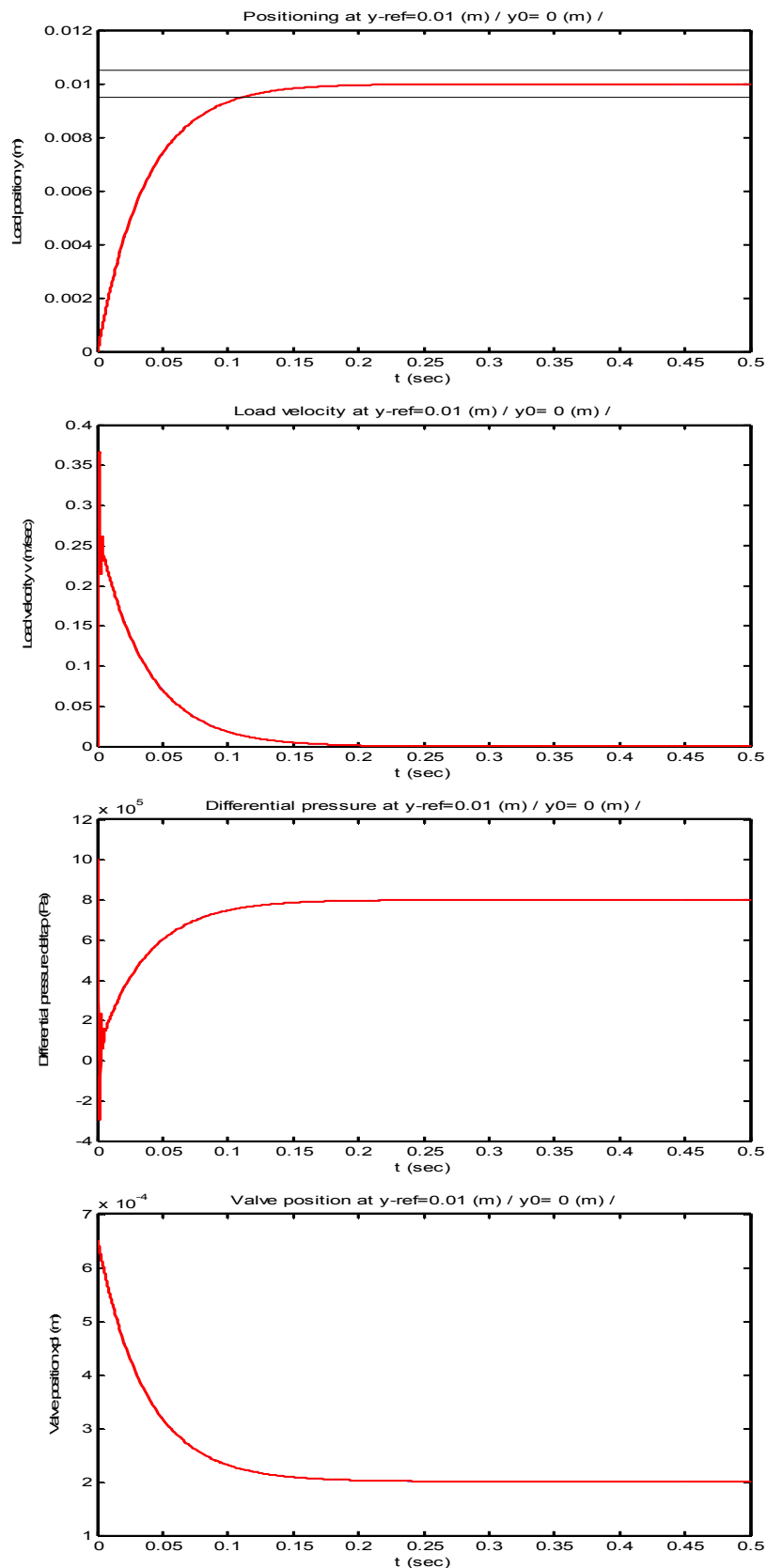
```

### Изследване на затворената система с нелинеен модел на задвижването и синтезираното линейно управление

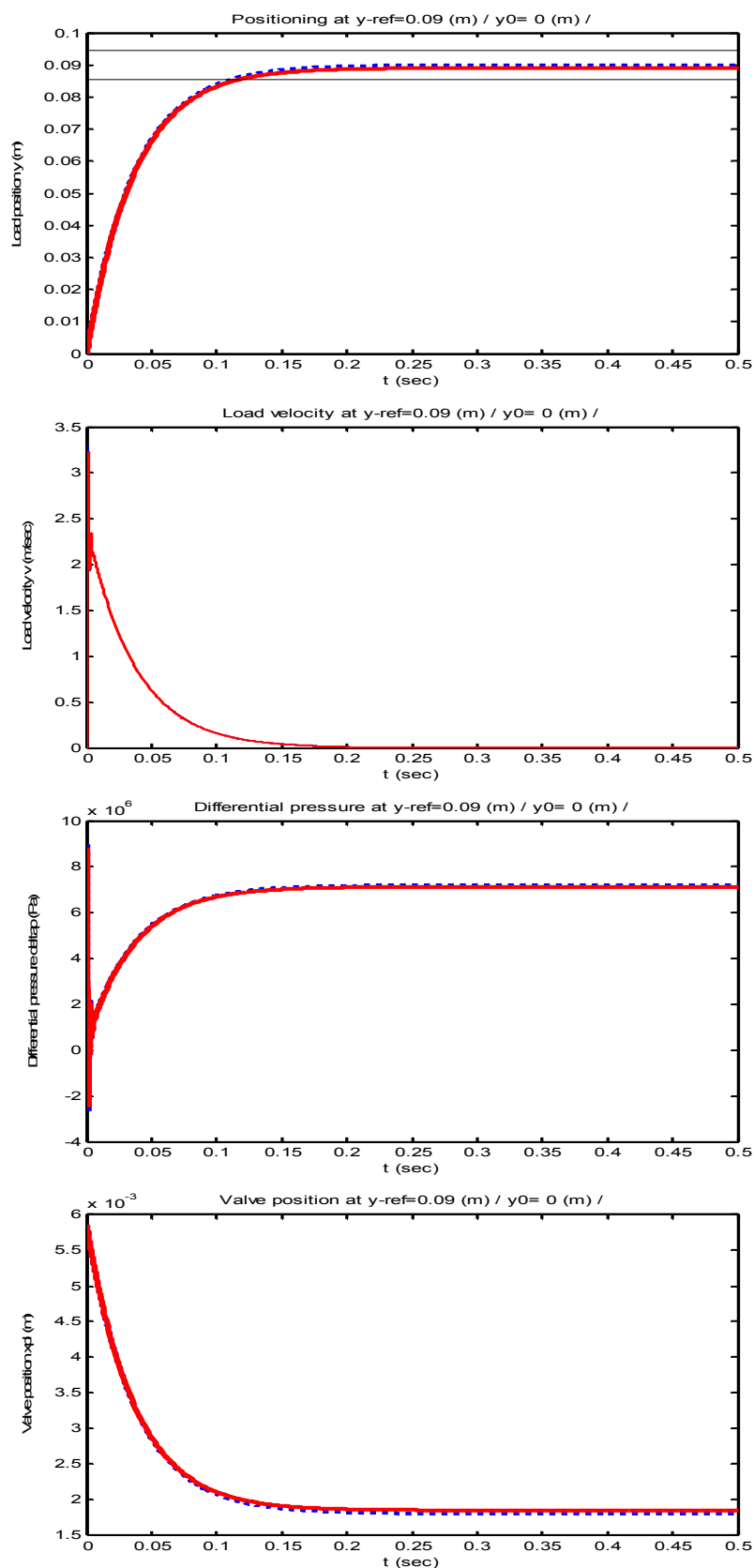
Следващият етап в изследването е замяната в синтезираната затворена система на линейния модел на обекта за управление с нелинейния и анализ на качествата на затворената по този начин система. На фиг. 1.27 е представена Simulink схемата `hkznmzs01.mdl` на затворената система за управление на хидравличното задвижване с нелинейния модел на обекта и синтезирания линейен пропорционален регулатор, а в табл. 1.6 - Matlab процедурата `hkznmzs01d03.m` за симулационното сравнение на процесите в двете затворени системи - с линейен модел на обекта, фиг. 1.22, и системата с нелинеен модел от фиг. 1.27.

Сравнени са процесите на отработване на различни задания за позициониране от състояние на покой - малки, фиг. 1.23 за  $y_3 = 0.01$  [m], и максимални задания, фиг. 1.24 за  $y_3 = y_{\max} = 0.09$  [m] при  $y(0) = 0$  [m] и фиг. 1.25 за  $y_3 = y_{\max} = 0.09$  [m] при  $y(0) = -y_{\max} = -0.09$  [m], както и процесите по смущение при големина на външната натоварваща сила  $f = 1000$  [N], фиг. 1.26. Независимо от факта, че по същество едната система е на практика нелинейна затворена система, резултатите показват еднаква динамика в двете затворени системи. Преходните процеси са с апериодичен характер и времето на регулиране, независимо от големината на заданието, е вече постигнатото при синтеза с линейния модел на обекта време  $t_p = 0.11$  [s]. При максимални задания се реализират линейни скорости до  $3 - 5$  [m/s]. Единствената на практика разлика между двете системи е по отношение на установената позиция на товара в системата с нелинейния модел на хидравличното задвижване при отработване на големи задания, която при  $y_3 = y_{\max} = 0.09$  [m] е  $y_3 - y_{\text{ycm}} = 0.9$  [mm] или в проценти е грешка от 1% спрямо заданието.

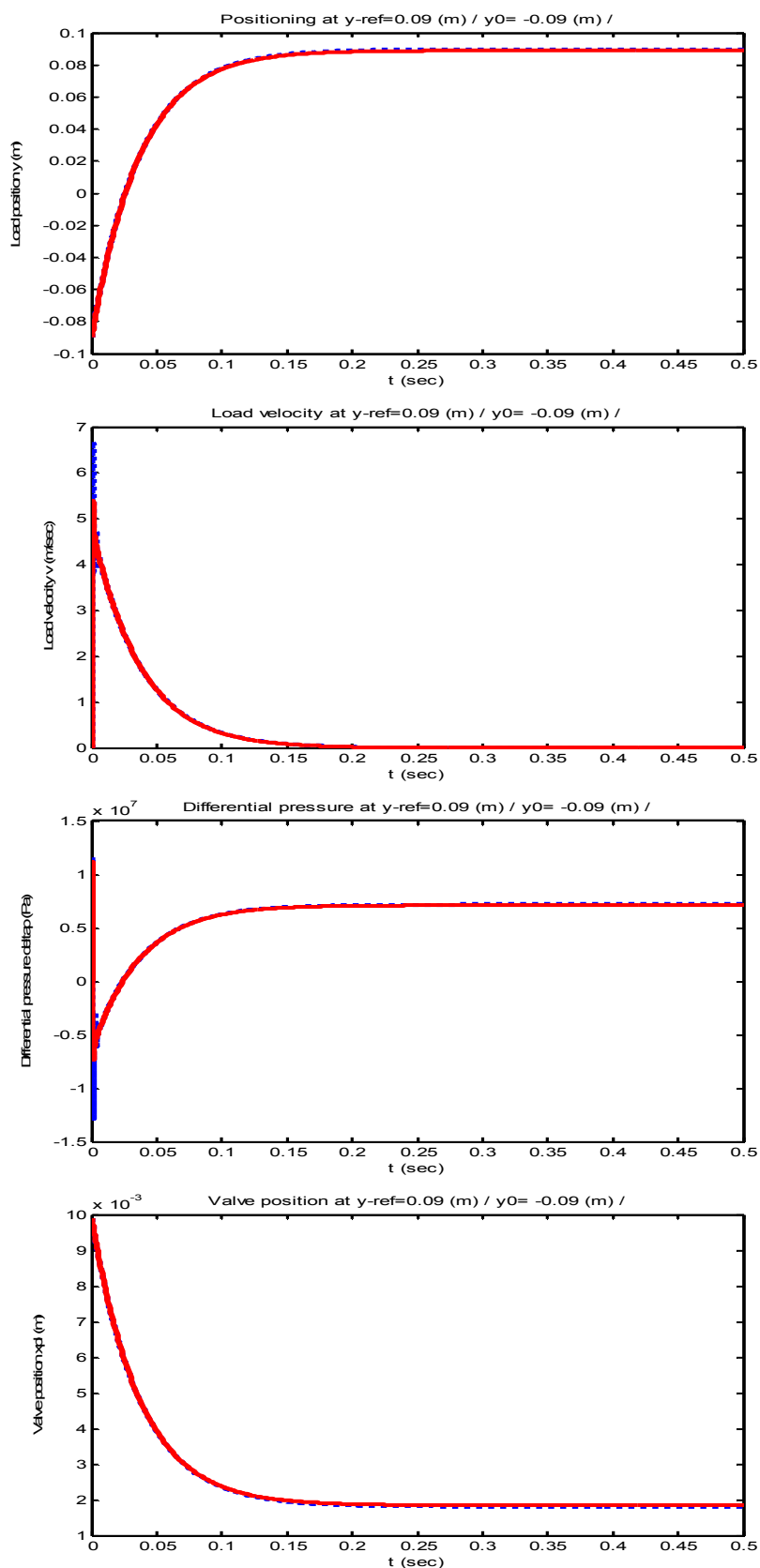
Може да се заключи, че така синтезираното управление във вид на пропорционален регулатор напълно се справя със задачата за осигуряване устойчивост, високи динамични и приемливи точностни показатели на затворената система за управление на хидравличното задвижване. Особеността на синтезираното управление е, че то отчита съществуващите ограничения за големината на управляващото въздействие – физически максималния възможен ход на плунжера на разпределителя и реализира поведение на затворената система за целия диапазон от допустими задания, присъщо на една линейна система.



Фиг. 1.23. Сравнение на преходните процеси в затворената система с линеен модел на обекта (процеса с “.”) и в затворената система с нелинеен модел на обекта (процеса с непрекъсната червена линия) при задание  $y_3 = 0.01$  [m]

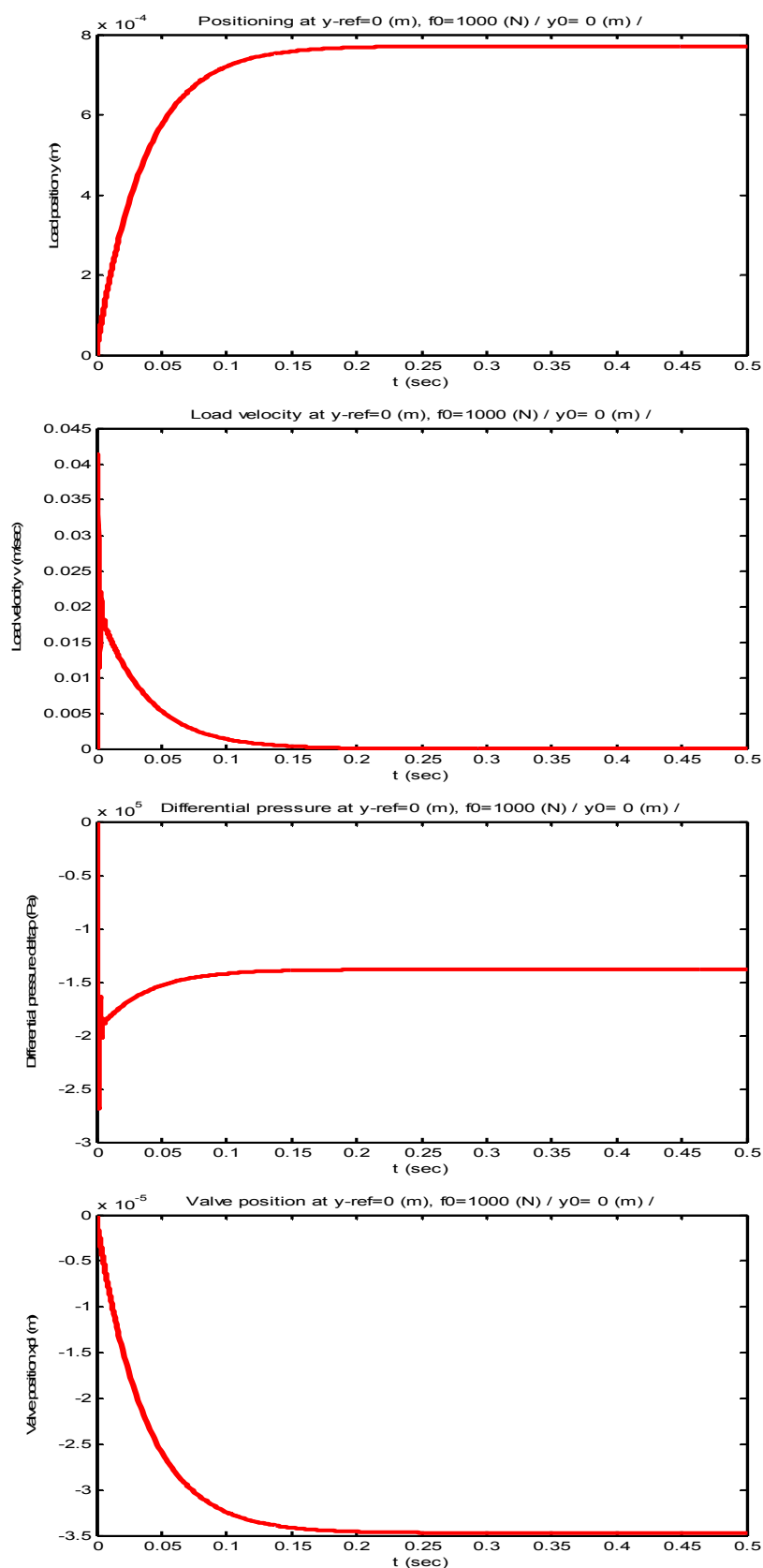


Фиг. 1.24. Сравнение на преходните процеси в затворената система с линеен модел на обекта (процеса с “.”) и в затворената система с нелинеен модел на обекта (процеса с непрекъснатата червена линия) при задание  $y_3 = y_{\max} = 0.09$  [m]

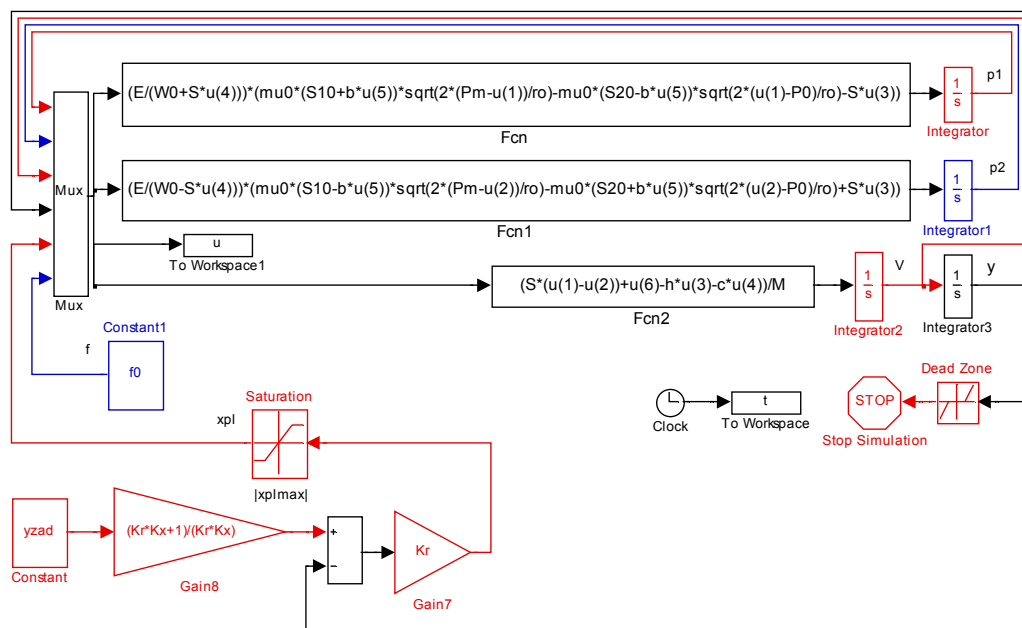


Фиг. 1.25. Сравнение на отработването на максимално задание  $y_3 = y_{\max} = 0.09$  [m] от крайна позиция  $y(0) = -y_{\max} = -0.09$  [m] в затворените системи с линеен модел (процеса с “.”) и с нелинеен модел на обекта (процеса с непрекъсната червена линия)





Фиг. 1.26. Сравнение на преходните процеси по смущение при големина на външната натоварваща сила  $f = 1000$  [N] в затворените системи с линеен модел (процеса с “.”) и с нелинеен модел на обекта (процеса с непрекъсната червена линия)



Фиг. 1.27. Simulink схема hkznmzs01.mdl на затворената система за управление на хидравличното задвижване с нелинеен модел на обекта и линеен пропорционален регулатор

Табл. 1.6. Matlab процедура hkznmzs01d03.m

```
% hkznmzs01d03.m - Хидравлично кормилно задвижване затворена система
% нелинеен модел 01 данни 03
% Изследване на затворената система с нелинеен модел на обекта за управление
% и синтезиран линеен регулатор
% - Симулации и сравнение на преходните процеси по задание и смущение
% в системата с нелинеен модел и системата с линеен модел на задвижването
```

```
help hkznmzs01d03, pause
```

```
% Определяне на коефициента на регулатора от изискването
% затворената система да е линейна
% при задания за у от - утах до +утах
% при съществуващото ограничение за хода на плунжера xplmax
```

```
% максимално допустима стойност на коефициента на регулатора
Krmax=((xplmax*Kx)/утах - 1)/(2*Kx)
% избор на коефициента с отчитане влиянието му
% върху установената грешка по смущение
Kr=0.045
if Kr > Krmax
    disp('Kr > Krmax')
    break
end
```

```
% Симулационно изследване на преходните процеси в затворената линейна
% система на хидравличното задвижване с отчитане в модела на обекта
% на ограничението по хода на плунжера
hkznmzs01 % модел на затворената система
pause
clc % нов екран
yzad=0.01, f0=0 % избор на задание за позициониране
y0=0, v0=0 % Нулеви начални условия по скорост и преместване
sim('hkznmzs01', [0 0.5],[])
sim('hkzlmsszs01', [0 0.5],[])
```

```

% визуализация на преместването на товара
figure, plot(tlmss, ylmss, 'b', t, u(:,4), 'r')
axis([0 0.5 0 0.012])
pause, hold on
plot(t, 0.95*yzad*ones(length(t),1), 'k')
plot(t, 1.05*yzad*ones(length(t),1), 'k')
xlabel('t (sec)'), ylabel('Load position y (m)')
strtitle=[ num2str(yzad) ' (m) / y0= ' num2str(y0) ' (m) /']
title(['Positioning at y-ref=' strtitle])
err=yzad-u(length(t),4)
errp=err/yzad*100
pause
% визуализация на скоростта на товара
figure, plot(tlmss, vlmss, 'b', t, u(:,3), 'r')
xlabel('t (sec)'), ylabel('Load velocity v (m/sec)')
title(['Load velocity at y-ref=' strtitle])
pause
% визуализация на диференциалното налягане
figure, plot(tlmss, dltaplms, 'b', t, u(:,1)-u(:,2), 'r')
xlabel('t (sec)'), ylabel('Differential pressure dltap (Pa)')
title(['Differential pressure at y-ref=' strtitle])
pause
% визуализация на преместването на плунжера на разпределителя
figure, plot(tlmss, xplmss, 'b', t, u(:,5), 'r')
xlabel('t (sec)'), ylabel('Valve position xpl (m)')
title(['Valve position at y-ref=' strtitle])
pause
% -----
clc % нов екран
yzad=ymax, f0=0 % избор на задание за позициониране
y0=0, v0=0 % Нулеви начални условия по скорост и преместване
sim('hkznmzs01', [0 0.5], [])
sim('hkzlmsszs01', [0 0.5], [])
% визуализация на преместването на товара
figure, plot(tlmss, ylmss, 'b', t, u(:,4), 'r')
axis([0 0.5 0 0.1])
pause, hold on
plot(t, 0.95*yzad*ones(length(t),1), 'k')
plot(t, 1.05*yzad*ones(length(t),1), 'k')
xlabel('t (sec)'), ylabel('Load position y (m)')
strtitle=[ num2str(yzad) ' (m) / y0= ' num2str(y0) ' (m) /']
title(['Positioning at y-ref=' strtitle])
err=yzad-u(length(t),4) % установена грешка
errp=err/yzad*100 % установена грешка в проценти
pause
% визуализация на скоростта на товара
figure, plot(tlmss, vlmss, 'b', t, u(:,3), 'r')
xlabel('t (sec)'), ylabel('Load velocity v (m/sec)')
title(['Load velocity at y-ref=' strtitle])
pause
% визуализация на диференциалното налягане
figure, plot(tlmss, dltaplms, 'b', t, u(:,1)-u(:,2), 'r')
xlabel('t (sec)'), ylabel('Differential pressure dltap (Pa)')
title(['Differential pressure at y-ref=' strtitle])
pause
% визуализация на преместването на плунжера на разпределителя
figure, plot(tlmss, xplmss, 'b', t, u(:,5), 'r')
xlabel('t (sec)'), ylabel('Valve position xpl (m)')
title(['Valve position at y-ref=' strtitle])
pause
% -----
clc % нов екран
yzad=ymax, f0=0 % избор на задание за позициониране
y0=-ymax, v0=0 % Начални условия по позиция и скорост

sim('hkznmzs01', [0 0.5], [])
sim('hkzlmsszs01', [0 0.5], [])

```

```

% визуализация на преместването на товара
figure, plot(tlmss, ylmss, 'b', t, u(:,4), 'r')
axis([0 0.5 -0.1 0.1])
xlabel('t (sec)'), ylabel('Load position y (m)')
strtitle=[ num2str(yzad) ' (m) / y0= ' num2str(y0) ' (m) /']
title(['Positioning at y-ref=' strtitle])
err=yzad-u(length(t),4)
errp=err/yzad*100
pause
% визуализация на скоростта на товара
figure, plot(tlmss, vlmss, 'b', t, u(:,3), 'r')
xlabel('t (sec)'), ylabel('Load velocity v (m/sec)')
title(['Load velocity at y-ref=' strtitle])
pause
% визуализация на диференциалното налягане
figure, plot(tlmss, delpaplms, 'b', t, u(:,1)-u(:,2), 'r')
xlabel('t (sec)'), ylabel('Differential pressure delpap (Pa)')
title(['Differential pressure at y-ref=' strtitle])
pause
% визуализация на преместването на плунжера на разпределителя
figure, plot(tlmss, xplmss, 'b', t, u(:,5), 'r')
xlabel('t (sec)'), ylabel('Valve position xpl (m)')
title(['Valve position at y-ref=' strtitle])
pause
% -----
clc % нов екран
yzad=0, f0=1e03 % Преходни процеси по смущение, f0 в [N]
y0=0, v0=0 % Начални условия по позиция и скорост
sim('hkznmzs01', [0 0.5], [])
sim('hkzlmsszs01', [0 0.5], [])
% визуализация на преместването на товара
figure, plot(tlmss, ylmss, 'b', t, u(:,4), 'r')
xlabel('t (sec)'), ylabel('Load position y (m)')
strtitle=[num2str(yzad) ' (m), f0=' num2str(f0) ' (N) / y0= ' num2str(y0) ' (m) /']
title(['Positioning at y-ref=' strtitle])
erre=yzad-u(length(t),4) % установена грешка, симулационно
erra=(-f0*Kf)/(1+Kr*Kx) % установена грешка, аналитично
pause
% визуализация на скоростта на товара
figure, plot(tlmss, vlmss, 'b', t, u(:,3), 'r')
xlabel('t (sec)'), ylabel('Load velocity v (m/sec)')
title(['Load velocity at y-ref=' strtitle])
pause
% визуализация на диференциалното налягане
figure, plot(tlmss, delpaplms, 'b', t, u(:,1)-u(:,2), 'r')
xlabel('t (sec)'), ylabel('Differential pressure delpap (Pa)')
title(['Differential pressure at y-ref=' strtitle])
pause
% визуализация на преместването на плунжера на разпределителя
figure, plot(tlmss, xplmss, 'b', t, u(:,5), 'r')
xlabel('t (sec)'), ylabel('Valve position xpl (m)')
title(['Valve position at y-ref=' strtitle])

```

## Изводи

Разгледано е примерно хидравлично кормилно задвижване на летателен апарат. Получен е негов нелинеен математичен модел. Анализирано е наличието на установен режим – състояние на покой при неутрално положение на елементите на задвижването. Извършена е линеаризация на нелинейния модел спрямо този установен режим.

Получените линейни модели на задвижването са сравнени за адекватност на преходните им процеси с тези на нелинейния модел.

На основата на линейния модел на задвижването във вида вход-изход е извършен анализ на устойчивостта и синтез на затворена линейна система. Направен е анализ за влиянието на съществуващото ограничение за големината на управляващия сигнал – хода на плунжера на разпределителя и е избран пропорционален закон за управление, гарантиращ работа на затворената система като линейна такава в рамките на ограничението и осигуряващ адекватни на това динамични показатели на преходните процеси.

Извършено е симулационно сравнение на качествата на синтезираната затворена система с линеен модел на обекта и тази с изходния нелинеен модел на обекта за управление. Резултатите показват еднакви динамични показатели и близка точност в установен режим. На практика с подходящо подбрани пропорционален закон за управление са постигнати високи динамични и приемливи точностни показатели за реалната система, съобразени с изискването за работа на затворената система като линейна система в целия диапазон от възможни задания при съществуващото ограничение за големината на хода на плунжера на разпределителя.

От методична гледна точка е представена последователността за анализ и синтез на система за автоматично управление чрез използване на линеаризиран модел на обекта за управление и методите на линейната теория на автоматичното управление. При синтеза е извършен анализ и отчитане на физическите ограничения на изходния модел на обекта за управление при постигането на максимално възможна динамика като линейна затворена система.

За цялостния процес на анализ и синтез на системата за управление на хидравличното кормилно задвижване са приложени последователност от процедури, схеми и симулации в средата на Matlab и Simulink.

## **СИСТЕМА ЗА СЪВМЕСТЯВАНЕ НА АВТОМАТИЧНО И РЪЧНО УПРАВЛЕНИЕ НА КОРМИЛНА ПОВЪРХНОСТ НА САМОЛЕТ**

**Обект на изследване** – примерна система за съвместяване на автоматичното и ръчно управление при схема на последователно включване на сервозадвижване на автоматиката към механична линия за управление на кормилна повърхност на самолет.

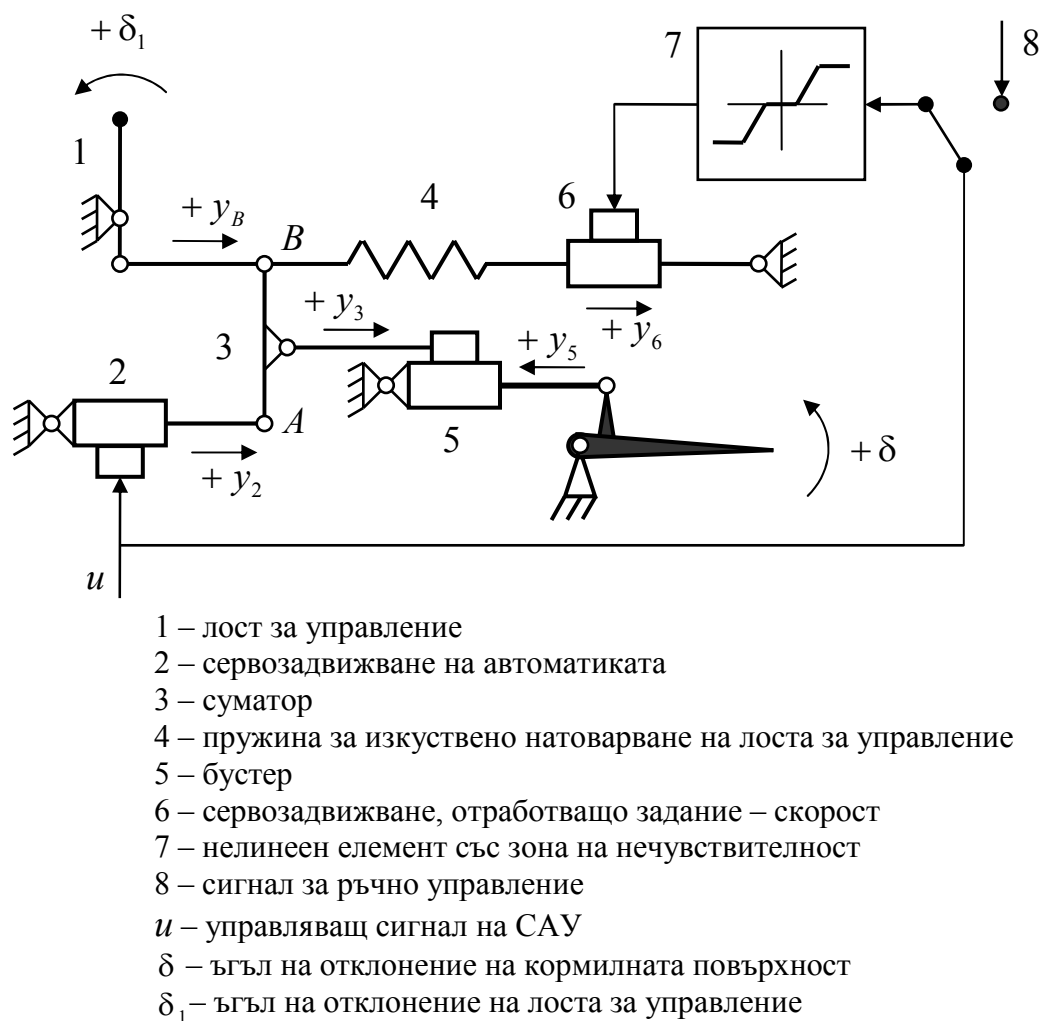
**Цел на изследването** – създаване на математичен модел на системата, анализ на устойчивостта и функционирането на системата.

**Метод на изследване** – методите на линейната теория на автоматичното управление.

### **Описание на системата**

На фиг. 2.1 е показана примерна схема на последователно включване на сервозадвижване на автоматиката към механична линия за управление на кормилна повърхност на самолет заедно със схема за съвместяване на автоматичното и ръчно управление с прехвърляне на бавната съставяща на сигнала на автоматиката в канала за ръчно управление.

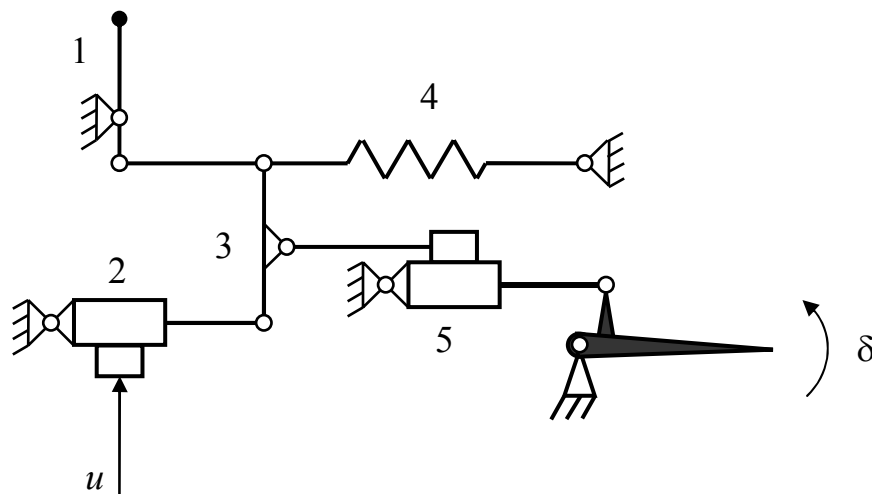
Смисълът на таква една схема може да се представи по следния начин. Управлението на аеродинамичните сили и моменти, действащи върху самолета като летателен апарат по време на полет, се осъществява посредством отклонение на съответни кормилни повърхности. Предполага се, че тези повърхности се преместват чрез хидравлични задвижвания – бустери, които изпълняват ролята на усилватели на мощност и които са свързани с органите за управление на пилота (лоста за управление (джойстика) и педалите) посредством съответни механични линии. Участието на системата за автоматично управление в отклонението на кормилните повърхности става чрез включване на сервозадвижванията на автоматиката към съответната механична линия. При така нареченото последователно включване преместването на управляващия орган е сума от командите на ръчното и автоматичното управление - фиг. 2.2. Така е възможна постоянната работа на системата за автоматично управление по осигуряване устойчивостта на летателния апарат и подобряване на полетните характеристики, както и стабилизация на даден режим на полета.



Фиг. 2.1. Примерна функционална схема на последователно включване на сервоадвижване на автоматиката към механична линия за управление на кормилна повърхност на самолет заедно със схема за съвместяване на автоматичното и ръчно управление

По време на полет режимите на ръчно управление и автоматична стабилизация се редуват. В крайна сметка, резултатът от ръчното и автоматично управление се свежда до създаване на общо управляващо въздействие на входа на бустера. Тези въздействия имат бърза и бавна съставяща. Бавното движение на кормилните повърхности е свързано с балансирането на установения режим на полета. Преходът от ръчен към автоматичен режим се осъществява обикновено при балансировъчно положение. Следователно, за мекото включване на автоматиката за стабилизация е важно при нулев сигнал на входа изходното звено на сервоадвижването на автоматиката да остане в неутрално положение. Това естествено се изпълнява при последователно включване. От друга страна, за мекото преминаване от автоматичен към ръчен режим е необходимо в момента на

изключване на автоматиката лостът за управление да е в пълно съответствие с положението на кормилната повърхост. Това се постига чрез схема за прехвърляне на бавната съставяща на сигнала в канала за ръчно управление – фиг. 2.1.



Фиг. 2.2. Примерен вариант на схема на последователно включване на сервоуправление на автоматиката към механична линия за управление на кормилна повърхост

Идеята за функционирането на схемата от фиг. 2.1 е следната. Крайно звено на линията за прехвърляне на бавната съставяща на сигнала в канала за ръчно управление е сервоуправление 6, въздействащо на пружината 4 и оттам на лоста за управление 1. Начално звено е сервоуправление 2, на което се подава управляващият сигнал на системата за автоматично управление  $u$ . Изменението на балансировката в режим на автоматично управление предизвиква подаването на управляващ сигнал  $u$  и преместването на изхода на сервоуправление 2 относно неутралното положение. При големина на управляващия сигнал  $u$  извън зоната на нечувствителност на нелинейния елемент 7, сервоуправление 6 започва с малка скорост да премества лоста за управление 1 в посока, необходима за балансировката. В резултат на това балансировъчното положение се осигурява изцяло от канала за ръчно управление, а средната съставяща на управляващия сигнал  $u$  се стреми към нула, респективно изходът на сервоуправление 2 се стреми към неутралното си положение. Ако след този процес се изключи автоматиката и премине към ръчно управление, положението на кормилната повърхост ще съответствува на постигнатото



балансирувщо положение и на това нейно положение ще отговаря отклонението на лоста за управление 1.

Поставя се задачата със средствата на теорията на автоматичното управление да се анализира разглежданата система и разкрие начина и на функциониране, което да потвърди или отхвърли изложената идея.

### Обобщен математичен модел на системата

За съставяне на математичен модел на системата при работа в режим на автоматична стабилизация и неговия анализ ще се направят следните уточнения и допускания. Сами по себе си сервозадвижванията и бустерът представляват самостоятелни затворени САУ, които участват в разглежданата система като подсистеми. Ще приемем, че тяхната динамика се описва достатъчно точно като динамика на устойчива линейна система и за техен модел тук се ползва представяне чрез предавателна функция.

Така за сервозадвижването на автоматиката 2 с вход управляващия сигнал  $u$  и изход – линейното преместване  $y_2$  предполагаме предавателна функция

$$\frac{y_2(p)}{u(p)} = W_2(p) = k_2 \frac{B_2(p)}{A_2(p)}, \quad (2.1)$$

където  $k_2$  е коефициент на усилване,  $B_2(p)$  и  $A_2(p)$  са полиноми със свободни членове еденица,  $B_2(p)$  е с положителни коефициенти, степента на  $B_2(p)$  е по-малка от степента на  $A_2(p)$ , а  $A_2(p)$  е хурвицов полином, т.е. всички корени на този полином са с отрицателна реална част – намират се в лявата отворена половина на комплексната равнина.

Аналогично за бустера 5 с вход линейното преместване  $y_3$  на изхода на суматора 3 и изход линейното преместване  $y_5$  на буталния му прът предполагаме предавателна функция

$$\frac{y_5(p)}{y_3(p)} = W_5(p) = k_5 \frac{B_5(p)}{A_5(p)}, \quad (2.2)$$

където за  $k_5$ ,  $B_5(p)$  и  $A_5(p)$  са в сила същите свойства като за  $k_2$ ,  $B_2(p)$  и  $A_2(p)$  от (2.1).

Сервозадвижването 6 отработва задание – скорост, т.е. между скоростта  $\dot{y}_6$  на линейното преместване  $y_6$  и изхода  $u_7$  на нелинейния елемент 7 се предполага

$$\frac{\dot{y}_6(p)}{u_7(p)} = W_6(p) = k_6 \frac{B_6(p)}{A_6(p)}, \quad (2.3)$$

където  $k_6$ ,  $B_6(p)$  и  $A_6(p)$  имат аналогични свойства като  $k_2$ ,  $B_2(p)$  и  $A_2(p)$  от (2.1) и  $k_5$ ,  $B_5(p)$  и  $A_5(p)$  от (2.2).

Моделът на системата се съставя за случая на фиг. 2.1, т.е. работа в режим на автоматична стабилизация, при който отсъства влияние върху отклонението на лоста за управление от страна на пилота. Това позволява да се приеме, че пружината 4 за създаване на изкуствено натоварване, допускайки още, че от страна на останалите елементи също не действа усилие върху нея, не се свива или разпъва, т.е. е с константна дължина при работа в този режим. Това позволява да се запише, че преместването  $y_6$  на изхода на сервозадвижването 6 в случая е равно на преместването на т.  $B$ :

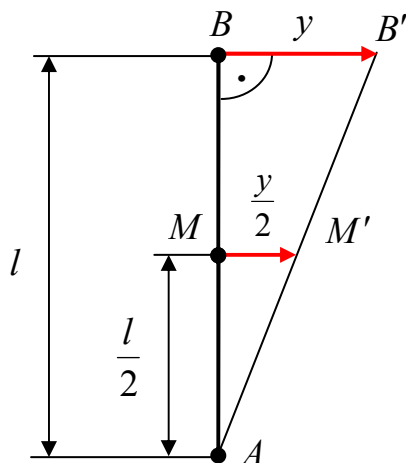
$$y_B = y_6. \quad (2.4)$$

За работата на суматора 3 може да се възприеме, съгласно фиг. 2.3, че при малки премествания на изхода  $y_2$  на сервозадвижването 2 и на т.  $B$  участието им в сумирането е с теглови коефициент 0.5:

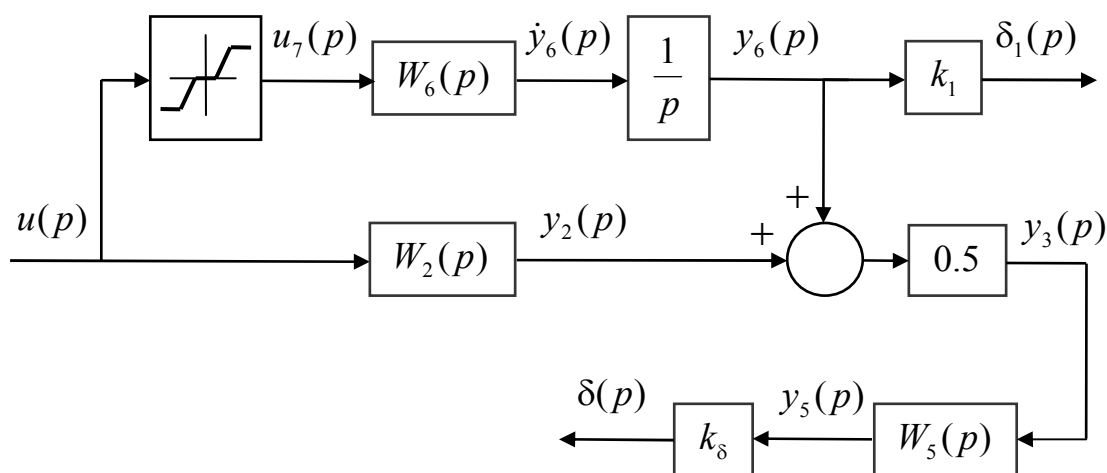
$$y_3 = 0.5y_2 + 0.5y_B. \quad (2.5)$$

Нека коефициентът на преобразуване на линейното преместване на т.  $B$ , равно в случая на линейното преместване  $y_6$  на сервозадвижването 6, в ъглово отклонение  $\delta_1$  на лоста за управление 1 е  $k_1$ , а коефициентът на преобразуване на линейното преместване  $y_5$  на изхода на бустера в ъглово отклонение  $\delta$  на кормилото е  $k_\delta$ . С тези уточнения и допускания моделът на системата от фиг. 2.1 при работа в режим на автоматична стабилизация във вид на структурна схема е представен на фиг. 2.4.

Ще направим още едно опростяващо допускане, като се абстрахираме от зоната на нечувствителност на нелинейния елемент 7 и го идеализираме с коефициент 1.



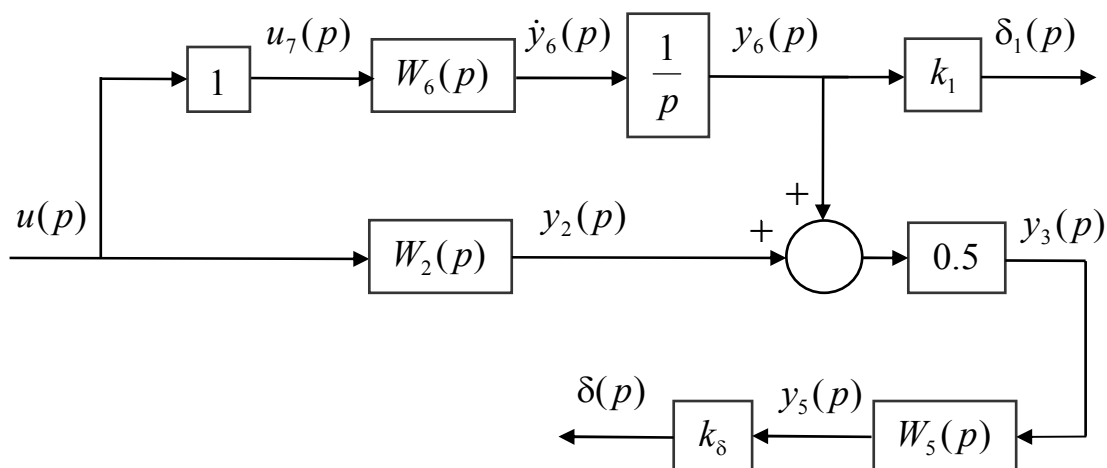
Фиг. 2.3. Геометрично поясняване работата на суматора 3 при малко преместване  $y$  на някоя от двете крайни точки на рамото му  $AB$ , в случая т.  $B$



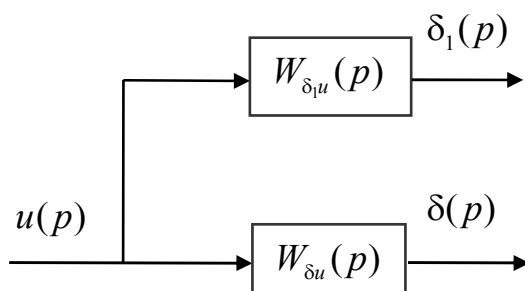
Фиг. 2.4. Модел на системата от фиг. 2.1 при работа в режим на автоматична стабилизация във вид на структурна схема

Така от фиг. 2.4 се преминава към структурната схема на фиг. 2.5, която вече представлява линеен модел на системата от фиг. 2.1 при работа в режим на автоматична стабилизация.

Схемата от фиг. 2.5 е с един вход  $u$  и два изхода  $\delta_1$  и  $\delta$ . Преобразувайки я по отношение двата изхода спрямо входа, тя се привежда към схемата на фиг. 2.6, където предавателните функции  $W_{\delta u}(p)$  и  $W_{\delta_1 u}(p)$  са съответно (2.6) и (2.7).



Фиг. 2.5. Линеен модел на системата от фиг. 2.1 при работа в режим на автоматична стабилизация във вид на структурна схема



Фиг. 2.6. Преобразувана структурна схема на линейния модел на системата от фиг. 2.1 във вида вход - изход при работа в режим на автоматична стабилизация

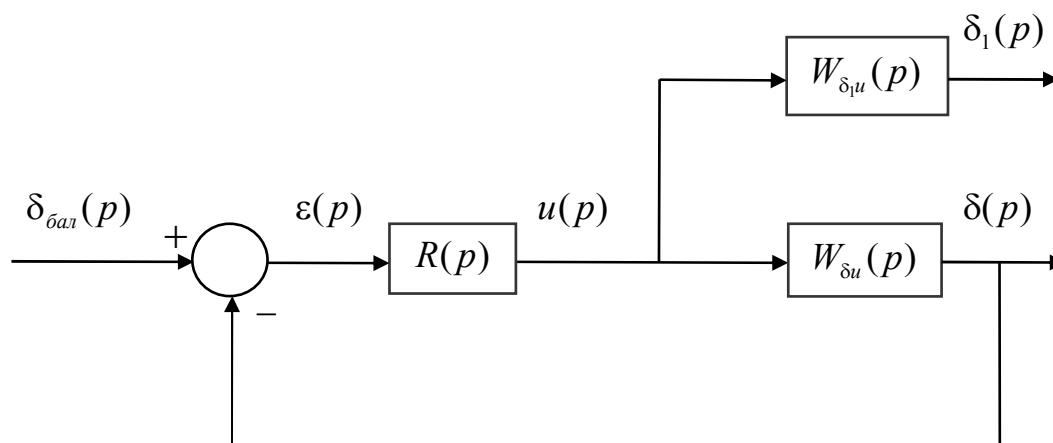
$$W_{\delta_1 u}(p) = \frac{\delta_1(p)}{u(p)} = \frac{k_1}{p} W_6(p), \quad (2.6)$$

$$W_{\delta u}(p) = \frac{\delta(p)}{u(p)} = 0.5 k_{\delta} W_5(p) \left( \frac{W_6(p)}{p} + W_2(p) \right). \quad (2.7)$$

### Общи свойства на системата за автоматична стабилизация

Схемата от фиг. 2.1 е част от схемата на системата за автоматично управление, която работи като затворена система в режим на автоматична стабилизация. В този случай формирането на

управляващия сигнал на автоматиката е функция от изменението на балансировката и установяване на необходимия балансировъчен ъгъл  $\delta_{bal}$ . Това може да се илюстрира чрез затворена система, фиг. 2.7, където получената структурна схема на фиг. 2.6 е в качеството на обект за управление.



Фиг. 2.7. Структурна схема на затворена система за стабилизация, илюстрираща отработване на необходим балансировъчен ъгъл  $\delta_{bal}$  в автоматичен режим

За да се стигне до изводи за процесите в затворената система и по този начин да се отговори на въпроса за функционирането на изходната схема от фиг. 2.1 за съвместяване на автоматичното и ръчно управление с прехвърлянето на бавната съставяща на сигнала от канала за автоматично в канала за ръчно управление следва първо да се разгледа въпросът за осигуряване устойчивостта на затворената система, след което могат да се правят качествени изводи за преходните и установени процеси в системата.

### Устойчивост на затворената система

Ще направим анализ на възможността да се осигури устойчивост на затворената система при избор на предавателна функция  $R(p)$  на регулатора, представляваща само един коефициент на пропорционалност:

$$R(p) = k_R. \quad (2.8)$$

Първо, ще анализираме свойствата на предавателната функция  $W_{\delta u}(p)$  (2.7), която участва в затворения контур за управление на фиг. 2.7,

$$W_{\delta u}(p) = \frac{\delta(p)}{u(p)} = 0.5k_{\delta}W_5(p) \left( \frac{W_6(p)}{p} + W_2(p) \right).$$

Замествайки в  $W_{\delta u}(p)$  функциите  $W_2(p)$ ,  $W_5(p)$  и  $W_6(p)$  с техните представяния (2.1), (2.2) и (2.3) се получава

$$W_{\delta u}(p) = 0.5k_{\delta}k_5 \frac{B_5(p)}{A_5(p)} \left( \frac{B_6(p)}{pA_6(p)} + \frac{k_2B_2(p)}{A_2(p)} \right). \quad (2.9)$$

За привеждането под общ знаменател на израза в скобите полиномите  $A_2(p)$  и  $A_6(p)$ , имайки предвид възможността за тяхното разлагане във вид на произведение на множители от вида  $(Tp+1)$  и  $(T^2p+2\xi Tp+1)$ ,  $\xi \in (0, 1)$ , се представят като

$$\begin{aligned} A_2(p) &= A_{20}(p)A_{26}(p), \\ A_6(p) &= A_{60}(p)A_{26}(p), \end{aligned} \quad (2.10)$$

където  $A_{26}(p)$  е най-големия общ делител на  $A_2(p)$  и  $A_6(p)$ ;  $A_{26}(p)$ ,  $A_{20}(p)$  и  $A_{60}(p)$  са полиноми със свободни членове едница.

Така

$$\begin{aligned} W_{\delta u}(p) &= 0.5k_{\delta}k_5 \frac{B_5(p)}{A_5(p)} \left( \frac{k_6B_6(p)A_{20}(p) + k_2B_2(p)A_{60}(p)p}{pA_{20}(p)A_{60}(p)A_{26}(p)} \right) = \\ &= 0.5k_{\delta}k_5k_6 \frac{B_5(p)[B_6(p)A_{20}(p) + (k_2/k_6)B_2(p)A_{60}(p)p]}{pA_5(p)A_{20}(p)A_{26}(p)A_{60}(p)}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Полиномът  $[B_6(p)A_{20}(p) + (k_2/k_6)B_2(p)A_{60}(p)p]$  в (2.11) е със свободен член едница. Въвеждайки

$$\begin{aligned} k_{\delta u} &= 0.5k_{\delta}k_5k_6, \\ B_{\delta u}(p) &= \frac{1}{k_6} B_5(p)[k_6B_6(p)A_{20}(p) + k_2B_2(p)A_{60}(p)p], \\ A_{\delta u}(p) &= A_5(p)A_{20}(p)A_{26}(p)A_{60}(p), \end{aligned} \quad (2.12)$$

$W_{\delta u}(p)$  се записва като

$$W_{\delta u}(p) = \frac{k_{\delta u}}{p} \frac{B_{\delta u}(p)}{A_{\delta u}(p)}, \quad (2.13)$$

за която са изпълнени условията:

- а)  $B_{\delta u}(p)$  и  $A_{\delta u}(p)$  са полиноми със свободни членове единица;
- б)  $B_{\delta u}(p)$  е полином с положителни коефициенти, а  $A_{\delta u}(p)$  е хурвицов полином.

Ако степените на участващите в (2.11) полиноми се означат като:

$$\begin{aligned} m_2 & \text{ на } B_2(p) \text{ и } n_2 \text{ на } A_2(p), \\ m_5 & \text{ на } B_5(p) \text{ и } n_5 \text{ на } A_5(p), \\ m_6 & \text{ на } B_6(p) \text{ и } n_6 \text{ на } A_6(p), \\ n_{20} & \text{ на } A_{20}(p) \text{ и } n_{26} \text{ на } A_{26}(p), \quad n_{60} \text{ на } A_{60}(p), \end{aligned} \quad (2.14)$$

то за тях е изпълнено

$$\begin{aligned} m_2 & < n_{20} + n_{26} = n_2, \\ m_5 & < n_5, \\ m_6 & < n_{60} + n_{26} = n_6. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Нека означим степента на  $B_{\delta u}(p)$  с  $m_{\delta u}$ , а степента на  $A_{\delta u}(p)$  с  $n_{\delta u}$ .  
Тогава

$$\begin{aligned} m_{\delta u} &= m_5 + \max\{(m_6 + n_{20}), (m_2 + n_{60} + 1)\}, \\ n_{\delta u} &= n_5 + n_{20} + n_{26} + n_{60}. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Може да се направи следната оценка.

$$\begin{aligned} \max\{(m_6 + n_{20}), (m_2 + n_{60} + 1)\} &< \\ &< \max\{(n_6 + (n_2 - n_{26})), (n_2 + (n_6 - n_{26}) + 1)\} = \\ &= \max\{(n_6 + n_2 - n_{26}), (n_2 + n_6 - n_{26} + 1)\} = (n_2 + n_6 - n_{26} + 1), \end{aligned} \quad (2.17)$$

откъдето следва, че

$$\max\{(m_6 + n_{20}), (m_2 + n_{60} + 1)\} \leq (n_2 + n_6 - n_{26}). \quad (2.18)$$

Тогава

$$\begin{aligned}
 m_{\delta u} &= m_5 + \max\{(m_6 + n_{20}), (m_2 + n_{60} + 1)\} \leq \\
 &\leq m_5 + (n_2 + n_6 - n_{26}) < n_5 + (n_2 + n_6 - n_{26}) = \\
 &= n_5 + (n_{20} + n_{26} + n_{60} + n_{26} - n_{26}) = \\
 &= n_5 + n_{20} + n_{26} + n_{60} = n_{\delta u}.
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

Така показвахме, че степента на  $B_{\delta u}(p)$  е по-малка от степента на  $A_{\delta u}(p)$ , т.е. предавателната функция  $W_{\delta u}(p)$  изпълнява и следното условие:

с) степента на  $B_{\delta u}(p)$  е по-малка от степента на  $A_{\delta u}(p)$ .

С други думи, обосновахме, че предавателната функция  $W_{\delta u}(p)$  (2.13) представлява динамично звено от интегриращ тип, което освен идеалното интегриращо звено  $\frac{k_{\delta u}}{p}$  съдържа и устойчива инерционна

част  $\frac{B_{\delta u}(p)}{A_{\delta u}(p)}$ . Идеята е да покажем на основата на свойствата на предавателната функция на отворената система

$$W_{oms}(p) = k_R W_{\delta u}(p) = \frac{k_R k_{\delta u} B_{\delta u}(p)}{p A_{\delta u}(p)} \tag{2.20}$$

и честотния критерий на Найкуист, че съществува коефициент  $k_R > 0$ , така че отворената система (2.20) да определя устойчива затворена система.

Да анализираме амплитудно-фазовата характеристика, респективно честотната предавателна функция, на отворената система  $W_{oms}(j\omega)$  при  $k_R > 0$ .

$$\begin{aligned}
 W_{oms}(j\omega) &= W_{oms}(p)|_{p=j\omega} = k_R W_{\delta u}(j\omega) = \\
 &= \frac{k_R k_{\delta u} B_{\delta u}(j\omega)}{(j\omega) A_{\delta u}(j\omega)} = |k_R W_{\delta u}(j\omega)| e^{j \arg W_{\delta u}(j\omega)} = \\
 &= \left( \frac{k_R k_{\delta u} |B_{\delta u}(j\omega)|}{\omega |A_{\delta u}(j\omega)|} \right) e^{j \left( \frac{\pi}{2} + \arg B_{\delta u}(j\omega) - \arg A_{\delta u}(j\omega) \right)} =
 \end{aligned}$$



$$= A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}, \quad (2.21)$$

където

$$A(\omega) = \frac{k_R k_{\delta u}}{\omega} \frac{|B_{\delta u}(j\omega)|}{|A_{\delta u}(j\omega)|}, \quad (2.22)$$

$$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2} + \arg B_{\delta u}(j\omega) - \arg A_{\delta u}(j\omega). \quad (2.23)$$

За  $A(\omega)$  е изпълнено, имайки предвид, че  $B_{\delta u}(p)$  и  $A_{\delta u}(p)$  удовлетворяват условията а и с за (2.13), че

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} A(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{k_{\delta u}}{\omega} \frac{|B_{\delta u}(j\omega)|}{|A_{\delta u}(j\omega)|} = \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{k_{\delta u}}{\omega} \frac{1}{1} = \infty \quad (2.24)$$

и

$$\begin{aligned} \lim_{\omega \rightarrow \infty} A(\omega) &= \lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{k_{\delta u}}{\omega} \frac{|B_{\delta u}(j\omega)|}{|A_{\delta u}(j\omega)|} = \\ &= \lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{k_{\delta u}}{\omega} \frac{\omega^{m_{\delta u}}}{\omega^{n_{\delta u}}} = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{k_{\delta u}}{\omega^{1+(n_{\delta u}-m_{\delta u})}} = 0. \end{aligned} \quad (2.25)$$

За анализа на фазово-честотната характеристика (функция)  $\varphi(\omega)$  ще използваме принципа на аргумента, съгласно който за полинома

$$C(p) = c_0 p^n + c_1 p^{n-1} + \dots + c_n, \quad c_0 > 0, \quad (2.26)$$

имащ  $r$  на брой десни корени,  $0 \leq r \leq n$ , и съответно  $(n-r)$  на брой леви корени, без нулеви и чисто имагинерни корени, изменението на аргумента на  $C(j\omega)$  при изменението на  $\omega$  от  $\omega = 0$  до  $\omega = \infty$  е:

$$\Delta \arg C(j\omega) \Big|_{\omega=0}^{\omega=\infty} = (n-2r) \frac{\pi}{2}. \quad (2.27)$$

Тогава за фазово-честотната характеристика (функция)  $\varphi(\omega)$  (2.23)

$$\Delta \varphi(\omega) \Big|_{\omega=0}^{\omega=\infty} = \Delta \left( -\frac{\pi}{2} + \arg B_{\delta u}(j\omega) - \arg A_{\delta u}(j\omega) \right) \Big|_{\omega=0}^{\omega=\infty} =$$

$$\begin{aligned}
&= \Delta \left( \frac{\pi}{2} \right) \Big|_{\omega=0}^{\omega=\infty} + \Delta \arg B_{\delta u}(j\omega) \Big|_{\omega=0}^{\omega=\infty} - \Delta \arg A_{\delta u}(j\omega) \Big|_{\omega=0}^{\omega=\infty} = \\
&= 0 + (m_{\delta u} - 2r_{\delta u}) \frac{\pi}{2} - (n_{\delta u} - 0) \frac{\pi}{2} = \\
&= (m_{\delta u} - 2r_{B\delta u} - n_{\delta u}) \frac{\pi}{2}, \tag{2.28}
\end{aligned}$$

където  $r_{B\delta u}$ ,  $0 \leq r_{B\delta u} \leq m_{\delta u}$ , е броя десни корени на полинома  $B_{\delta u}(p)$ .

За големината на промяната на фазово-честотната функция  $\Delta\varphi(\omega) \Big|_{\omega=0}^{\omega=\infty}$  (2.28) може да се направи следната оценка, имайки предвид, че  $0 \leq r_{B\delta u} \leq m_{\delta u}$ :

$$\Delta\varphi(\omega) \Big|_{\omega=0}^{\omega=\infty} = (m_{\delta u} - 2r_{B\delta u} - n_{\delta u}) \frac{\pi}{2} \leq (m_{\delta u} - n_{\delta u}) \frac{\pi}{2}. \tag{2.29}$$

Имайки предвид още, че степента  $m_{\delta u}$  на  $B_{\delta u}(p)$  е по-малка от степента  $n_{\delta u}$  на  $A_{\delta u}(p)$  от (2.29) следва:

$$\Delta\varphi(\omega) \Big|_{\omega=0}^{\omega=\infty} = (m_{\delta u} - 2r_{B\delta u} - n_{\delta u}) \frac{\pi}{2} \leq (m_{\delta u} - n_{\delta u}) \frac{\pi}{2} \leq -\frac{\pi}{2}. \tag{2.30}$$

От (2.23) следва, че

$$\varphi(0) = -\frac{\pi}{2}. \tag{2.31}$$

Или общо от (2.30) и (2.31) може да се направи изводът, че фазово-честотната функция  $\varphi(\omega)$  (2.23), която е непрекъсната функция на честотата, респективно фазово-честотната характеристика, започва от  $\varphi(0) = -\frac{\pi}{2}$  за  $\omega = 0$  и при  $\omega = \infty$  се стреми към

$$\varphi(\infty) = \varphi(0) + \Delta\varphi(\omega) \Big|_{\omega=0}^{\omega=\infty} = -\frac{\pi}{2} + (m_{\delta u} - 2r_{B\delta u} - n_{\delta u}) \frac{\pi}{2}, \tag{2.32}$$

като е валидна оценката

$$\begin{aligned}
 \varphi(\infty) &= -\frac{\pi}{2} + (m_{\delta u} - 2r_{B\delta u} - n_{\delta u})\frac{\pi}{2} \leq \\
 &\leq -\frac{\pi}{2} + (m_{\delta u} - n_{\delta u})\frac{\pi}{2} \leq -\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = -\pi.
 \end{aligned}
 \tag{2.33}$$

Тази оценка отчита общо освен разликата в степените на полиномите  $B_{\delta u}(p)$  и  $A_{\delta u}(p)$  и възможността  $B_{\delta u}(p)$  да е хурвицов, т.е.  $r_{B\delta u} = 0$ , или да е с неминимално-фазови звена в състава си, т.е.  $0 < r_{B\delta u} \leq m_{\delta u}$ , независимо от факта, че всички коефициенти на  $B_{\delta u}(p)$  са положителни, съгласно показаното изпълнение на условието б за предавателната функция  $W_{\delta u}(p)$  (2.13). Тук следва да се има предвид, че необходимо условие един полином да е хурвицов е положителност на всичките му коефициенти, но това условие е само необходимо, но не и достатъчно. От (2.33) още се вижда, че горната граница – равенството – се достига при  $B_{\delta u}(p)$  хурвицов полином и от степен с единица по-ниска от степента на полинома  $A_{\delta u}(p)$ .

В съответствие с (2.33) и горния извод за характера на  $\varphi(\omega)$ , имайки предвид (2.24) и (2.25) за характера на  $A(\omega)$ , вече може да се представи следната качествена картина за ходографа на  $W_{ome}(j\omega)$  в комплексната равнина, т.е. за АФЧХ на отворената система.

$$\text{Случай 1: } \varphi(\infty) = -\frac{\pi}{2} + (m_{\delta u} - 2r_{B\delta u} - n_{\delta u})\frac{\pi}{2} = -\pi. \tag{2.34}$$

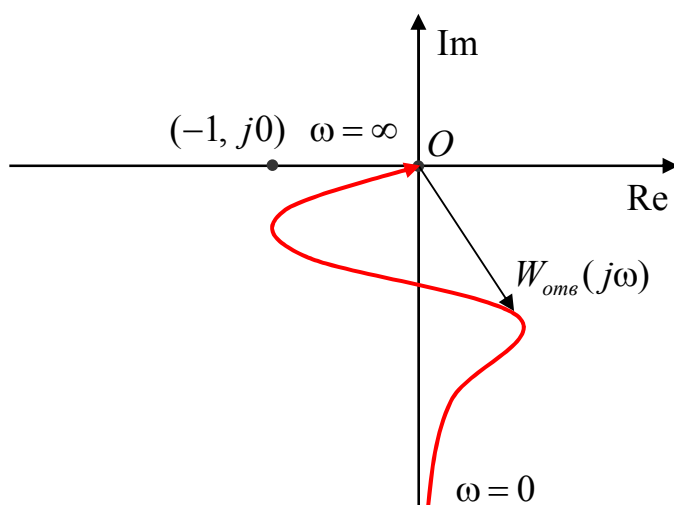
Този случай от своя страна определя две възможности:

- Случай 1a: АФЧХ на отворената система не пресича отрицателната част на реалната ос за никоя стойност на  $\omega$ ,  $0 < \omega < \infty$ ;
- Случай 1b: АФЧХ на отворената система пресича отрицателната част на реалната ос поне за една стойност на  $\omega$ ,  $0 < \omega < \infty$ .

$$\text{Случай 2: } \varphi(\infty) = -\frac{\pi}{2} + (m_{\delta u} - 2r_{B\delta u} - n_{\delta u})\frac{\pi}{2} < -\pi. \tag{2.35}$$

Тук следва, че АФЧХ на отворената система пресича задължително отрицателната част на реалната ос най-малко за една стойност на  $\omega$ ,  $0 < \omega < \infty$ .

Ще разгледаме въпроса за устойчивостта на затворената система последователно и в двата случая, прилагайки критерия на Найкуист с правилото на преходите.



Фиг. 2.8. АФЧХ на отворената система не пресича отрицателната част на реалната ос за никоя стойност на  $\omega$ ,  $0 < \omega < \infty$

В случая 1а, АФЧХ на отворената система не пресича отрицателната част на реалната ос за никоя стойност на  $\omega$ ,  $0 < \omega < \infty$ , фиг. 2.8, съгласно правилото на преходите няма нито положителни, нито отрицателни преходи. Следователно, разликата между броя на положителните и броя на отрицателните преходи е нула, какъвто е и броят на десните корени на полинома  $A_{\delta u}(p)$  на  $W_{ome}(p)$  (2.20), тъй като  $A_{\delta u}(p)$  е хурвицов полином. От това следва, че затворената система в случая е асимптотически устойчива при всяко  $k_R > 0$ .

Случай 1b: АФЧХ на отворената система пресича отрицателната част на реалната ос поне за една стойност на  $\omega$ ,  $0 < \omega < \infty$ .

Нека разгледаме първоначално АФЧХ на отворената система при  $k_R = 1$ . Да означим честотата, при която се осъществява най-ляво разположеното пресичане от АФЧХ на отрицателната част на реалната ос, с  $\omega_1$ .

Така, ако  $A(\omega_1) < 1$ , това означава, че пресичането е в участъка на отрицателната част на реалната ос вдясно от точката на Найкуист  $(-1, j0)$  и вляво от координатното начало. Съгласно правилото на преходите в случая няма нито положителни, нито отрицателни преходи и аналогично на случая 1а следва, че затворената система е асимптотически устойчива при избрания коефициент  $k_R = 1$ .

Ако  $A(\omega_1) = 1$  пресичането е точно през точката на Найкуист  $(-1, j0)$  и намаляването на  $k_R$ , т.е.  $k_R < 1$ , ще доведе до разполагането на този най-ляв преход в участъка на отрицателната част на реалната ос вдясно от т.  $(-1, j0)$  и вляво от координатното начало. Така, при  $k_R < 1$  в случая, съгласно правилото на преходите вече няма да има нито положителни, нито отрицателни преходи и затворената система ще е асимптотически устойчива.

Ако  $A(\omega_1) > 1$ , намаляването на  $k_R$  с повече от  $A(\omega_1) > 1$  пъти ще доведе до разполагането на този най-ляв преход отново в участъка на отрицателната част на реалната ос вдясно от т.  $(-1, j0)$  и вляво от координатното начало. Така, както в предния случай вече няма да има нито положителни, нито отрицателни преходи и затворената система ще е асимптотически устойчива.

По този начин показахме и за случая 1b, че винаги може да се осигури  $k_R$  такова, че затворената система да е асимптотически устойчива.

В случая 2 (2.35),

$$\varphi(\infty) = -\frac{\pi}{2} + (m_{\delta u} - 2r_{B\delta u} - n_{\delta u})\frac{\pi}{2} < -\pi,$$

следва, както вече се каза, че АФЧХ на отворената система пресича задължително отрицателната част на реалната ос най-малко за една стойност на  $\omega$ ,  $0 < \omega < \infty$ . Разсъждавайки по абсолютно същия начин, както за случая 1b, се стига до същия извод, че винаги може да се осигури  $k_R > 0$  такова, че затворената система да е асимптотически устойчива.

Обобщено, показва се на основата на анализа свойствата на предавателната функция на обекта  $W_{\delta u}(p)$ , че чрез пропорционален регулатор винаги може да се постигне устойчивост на затворената система от фиг. 2.7. Освен това, както се вижда от предавателната функция на отворената система (2.20)

$$W_{отв}(p) = k_R W_{\delta u}(p) = \frac{k_R k_{\delta u}}{p} \frac{B_{\delta u}(p)}{A_{\delta u}(p)},$$

с такъв регулатор не се съкращава полюсът  $p = 0$  на обекта  $W_{\delta u}(p)$ .

### Установени стойности на изходите на затворената система при отработване на балансиrowъчен ъгъл

Нека вече предполагаме, след анализа устойчивостта на затворената система на фиг. 2.7, че е избрана подходяща стойност на коефициента на регулатора  $k_R$ , осигуряваща устойчивост на системата и удовлетворителни динамични показатели. Така, вече при изпълнено условие за устойчивост има смисъл да анализираме установените стойности на изходите на затворената система при задание  $\delta_{\text{бал}}$ .

По фиг. 2.7 предавателните функции на затворената система на изходите  $\delta$  и  $\delta_1$  спрямо заданието  $\delta_{\text{бал}}$  при  $R(p) = k_R$  са:

$$\begin{aligned} W_{\delta\delta_{\text{бал}}}(p) &= \frac{R(p)W_{\delta u}(p)}{1 + R(p)W_{\delta u}(p)} = \frac{\frac{k_R k_{\delta u} B_{\delta u}(p)}{p} \frac{A_{\delta u}(p)}{A_{\delta u}(p)}}{1 + \frac{k_R k_{\delta u} B_{\delta u}(p)}{p} \frac{A_{\delta u}(p)}{A_{\delta u}(p)}} = \\ &= \frac{k_R k_{\delta u} B_{\delta u}(p)}{A_{\delta u}(p)p + k_R k_{\delta u} B_{\delta u}(p)}, \end{aligned} \quad (2.36)$$

$$\begin{aligned} W_{\delta_1\delta_{\text{бал}}}(p) &= \frac{R(p)W_{\delta_1 u}(p)}{1 + R(p)W_{\delta u}(p)} = \frac{k_R \frac{k_1 k_6 B_6(p)}{p} \frac{A_6(p)}{A_6(p)}}{1 + \frac{k_R k_{\delta u} B_{\delta u}(p)}{p} \frac{A_{\delta u}(p)}{A_{\delta u}(p)}} = \\ &= \frac{k_R k_1 k_6 B_6(p) A_{\delta u}(p)}{A_6(p)(A_{\delta u}(p)p + k_R (0.5 k_{\delta} k_5 k_6) B_{\delta u}(p))}. \end{aligned} \quad (2.37)$$

При задание  $\delta_{\text{бал}}(t) = \delta_{\text{бал}} 1(t)$  за установените стойности на изходите се получава:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \delta(t) &= \lim_{p \rightarrow 0} p \delta(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p W_{\delta\delta_{\text{бал}}}(p) \frac{\delta_{\text{бал}}}{p} = \\ &= \lim_{p \rightarrow 0} \frac{k_R k_{\delta u} B_{\delta u}(p)}{A_{\delta u}(p)p + k_R k_{\delta u} B_{\delta u}(p)} \delta_{\text{бал}} = \frac{k_R k_{\delta u}}{k_R k_{\delta u}} \delta_{\text{бал}} = \delta_{\text{бал}}, \end{aligned} \quad (2.38)$$

$$\begin{aligned}
\lim_{t \rightarrow \infty} \delta_1(t) &= \lim_{p \rightarrow 0} p \delta_1(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p W_{\delta_1 \delta_{\text{бал}}} (p) \frac{\delta_{\text{бал}}}{p} = \\
&= \lim_{p \rightarrow 0} \frac{k_R k_1 k_6 B_6(p) A_{\delta u}(p)}{A_6(p) (A_{\delta u}(p) p + k_R (0.5 k_8 k_5 k_6) B_{\delta u}(p))} \delta_{\text{бал}} = \\
&= \frac{k_R k_1 k_6}{k_R (0.5 k_8 k_5 k_6)} \delta_{\text{бал}} = \frac{k_1}{0.5 k_8 k_5} \delta_{\text{бал}}. \tag{2.39}
\end{aligned}$$

Що се отнася до установената стойност на управляващия сигнал  $u$ , за нея се получава

$$\begin{aligned}
\lim_{t \rightarrow \infty} u(t) &= \lim_{p \rightarrow 0} p u(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p W_{u \delta_{\text{бал}}} (p) \frac{\delta_{\text{бал}}}{p} = \\
&= \lim_{p \rightarrow 0} \frac{R(p)}{1 + R(p) W_{\delta u}(p)} \delta_{\text{бал}} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{k_R}{1 + \frac{k_R k_{\delta u} B_{\delta u}(p)}{p A_{\delta u}(p)}} \delta_{\text{бал}} = \\
&= \lim_{p \rightarrow 0} \frac{k_R A_{\delta u}(p) p}{A_{\delta u}(p) p + k_R k_{\delta u} B_{\delta u}(p)} \delta_{\text{бал}} = \frac{0}{k_R k_{\delta u}} \delta_{\text{бал}} = 0. \tag{2.40}
\end{aligned}$$

От (2.38), (2.39) и (2.40) следва, че установената стойност на ъгъла  $\delta$  на отклонение на кормилната повърхност е точно заданието  $\delta_{\text{бал}}$ , установената стойност на ъгловото отклонение  $\delta_1$  на лоста за управление е пропорционална на заданието  $\delta_{\text{бал}}$  с коефициент на пропорционалност  $\left( \frac{k_1}{0.5 k_8 k_5} \right)$ , а установената стойност на управляващия сигнал  $u$  е нула.

Тези изводи на практика потвърждават идеята за функциониране на схемата от фиг. 2.1 при работа в автоматичен режим. Оказва се, че действително в края на процеса на установяване на необходимия балансировъчен ъгъл управляващият сигнал  $u$  на автоматиката се стреми към нула, респективно изходът на сервозадвижването 2, докато отклонението на лоста за управление  $\delta_1$  на канала за ръчно управление е установено на ъгъл, пропорционален на отработения ъгъл  $\delta_{\text{бал}}$ . С други думи, извършено е прехвърляне на бавната съставяща на сигнала на автоматиката от канала за автоматично в канала за ръчно управление.

### Анализ и синтез на конкретен вариант на системата за съвместяване на автоматично и ръчно управление в среда Matlab

Нека разгледаме един конкретен вариант на системата за съвместяване на автоматично и ръчно управление при следните хипотетични изходни данни за предавателните функции на сервозадвижванията 2 и 6, бустера 5, и коефициентите  $k_\delta$  и  $k_1$ , подбрани в съответствие с направените при обобщения анализ на модела допускания за вида на предавателните функции на отделните елементи.

$$W_2(p) = k_2 \frac{B_2(p)}{A_2(p)} = 0.25 \frac{1}{0.002p^2 + 0.09p + 1} = \frac{0.25}{(0.05p + 1)(0.04p + 1)},$$

$$W_5(p) = k_5 \frac{B_5(p)}{A_5(p)} = 2 \frac{1}{0.1p + 1},$$

$$W_6(p) = k_6 \frac{B_6(p)}{A_6(p)} = 0.25 \frac{1}{0.001p^2 + 0.07p + 1} = \frac{0.25}{(0.05p + 1)(0.02p + 1)},$$

$$k_\delta = 5 \text{ и } k_1 = 0.5k_5k_\delta = 5, \quad (2.41)$$

където коефициентите  $k_2$ ,  $k_5$ ,  $k_6$ ,  $k_\delta$  и  $k_1$  са с размерности съответно  $k_2$  -  $[cm/V]$ ,  $k_5$  -  $[-]$ ,  $k_6$  -  $[cm/V \cdot s]$ ,  $k_\delta$  -  $[deg/cm]$  и  $k_1$  -  $[deg/cm]$ .

Нека  $R(p) = k_R$ . За предавателната функция на отворената система (2.20) използвайки  $W_{\delta u}(p)$  във вида (2.13) се получава:

$$\begin{aligned} W_{отв}(p) &= k_R W_{\delta u}(p) = \frac{k_R k_{\delta u}}{p} \frac{B_{\delta u}(p)}{A_{\delta u}(p)} = \\ &= k_R \frac{1.25}{p} \frac{(0.02p^2 + 1.04p + 1)}{(4e-06p^4 + 0.00042p^3 + 0.0148p^2 + 0.21p + 1)}. \end{aligned} \quad (2.42)$$

В случая  $B_{\delta u}(p)$  е с корени  $p_{01} = -0.98 < 0$  и  $p_{02} = -51.02 < 0$ . Следователно  $B_{\delta u}(p)$  също е хурвицов полином, т.е.  $r_{B_{\delta u}} = 0$ , като степента му е с две по-ниска от степента на  $A_{\delta u}(p)$ . В представянето на  $A_{\delta u}(p)$  в съответствие с (2.12) и (2.10)

$$A_{\delta u}(p) = A_5(p)A_{20}(p)A_{26}(p)A_{60}(p)$$



$A_{20}(p)$ ,  $A_{26}(p)$  и  $A_{60}(p)$  съгласно изходните данни (2.41) са съответно

$$A_{20}(p) = 0.04p + 1,$$

$$A_{26}(p) = 0.05p + 1,$$

$$A_{60}(p) = 0.02p + 1.$$

Корените на  $A_{\delta u}(p)$ , полюси на  $W_{отв}(p)$ , са  $p_1 = -10 < 0$ ,  $p_2 = -20 < 0$ ,  $p_3 = -25 < 0$  и  $p_4 = -50 < 0$ .

Съгласно (2.30) - (2.32) за фазово-честотната функция  $\varphi(\omega)$  на отворената система е изпълнено

$$\varphi(0) = -\frac{\pi}{2},$$

$$\Delta\varphi(\omega)\Big|_{\omega=0}^{\omega=\infty} = (m_{\delta u} - 2r_{B\delta u} - n_{\delta u})\frac{\pi}{2} = (2 - 0 - 4) = -\pi,$$

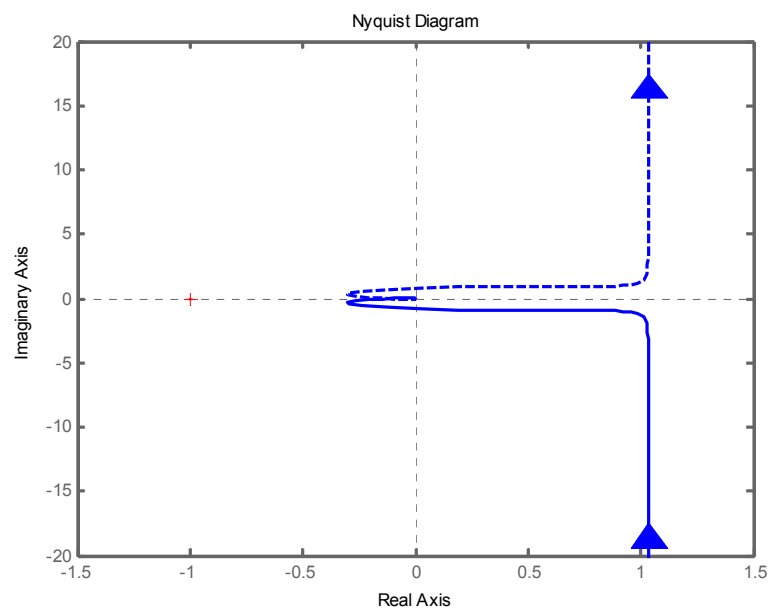
$$\varphi(\infty) = \varphi(0) + \Delta\varphi(\omega)\Big|_{\omega=0}^{\omega=\infty} = -\frac{\pi}{2} + (-\pi) = -\frac{3}{2}\pi, \quad (2.43)$$

а съгласно (2.24) и (2.25) за амплитудно-честотната функция на отворената система  $A(\omega)$  е валидно

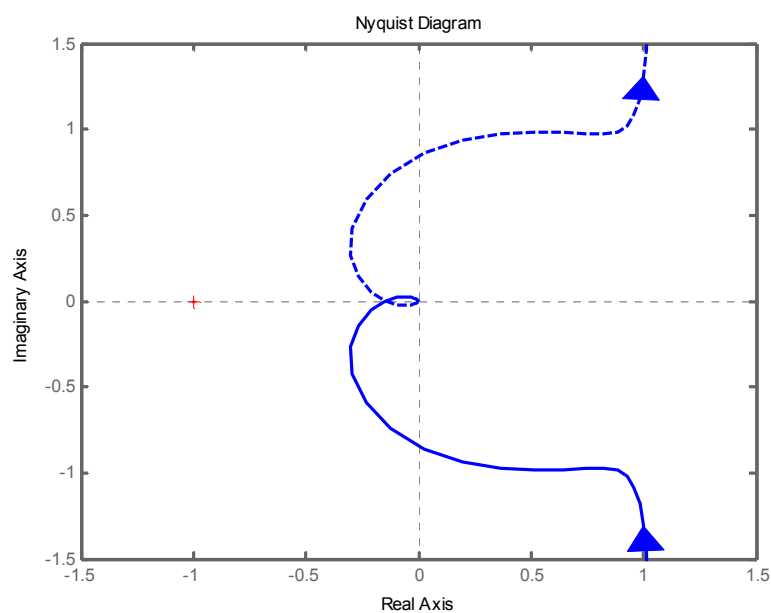
$$\lim_{\omega \rightarrow 0} A(\omega) = \infty, \quad \lim_{\omega \rightarrow \infty} A(\omega) = 0. \quad (2.44)$$

Нека първоначално  $R(p) = k_R = 1$ . АФЧХ и ЛАФЧХ на отворената система при  $k_R = 1$  са показани съответно на фиг. 2.9 и фиг. 2.10 и са в съответствие с изразите (2.43) и (2.44). Наличието на идеалното интегриращо звено  $k_R \frac{1.25}{p}$  в (2.42) определя наклона от  $-20$  db/dec

на нискочестотната асимптота на ЛАЧХ. От (2.43) следва, че случаят тук е случай 2 - (2.35) от анализа устойчивостта на затворената система. Видът на АФЧХ и ЛАФЧХ показва, че при  $k_R = 1$  затворената система е асимптотически устойчива – АФЧХ не пресича реалната ос вляво от точката на Найкуст  $(-1, j0)$ , т.е. няма положителни, нито отрицателни преходи, разликата между броя на положителните и броя на отрицателните преходи е нула, колкото е и броят на десните корени на полинома  $A_{\delta u}(p)$  на  $W_{отв}(p)$  (2.42), тъй като  $A_{\delta u}(p)$  е хурвицов полином.



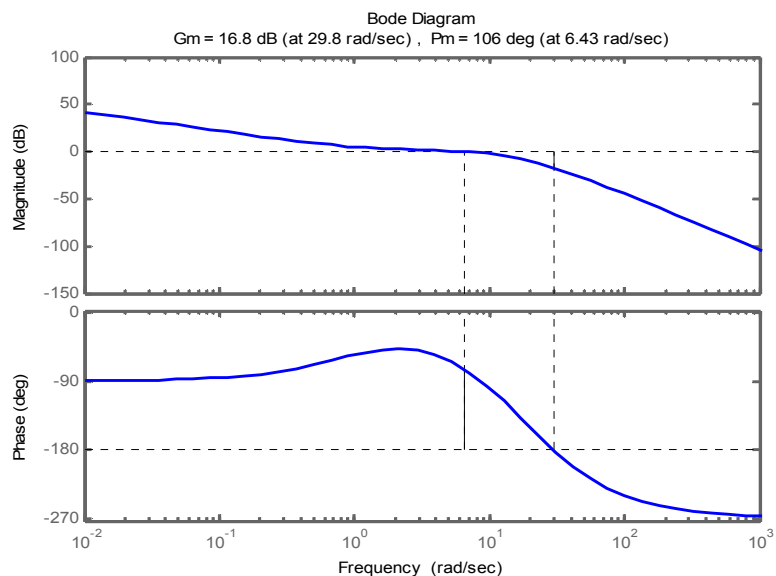
a)



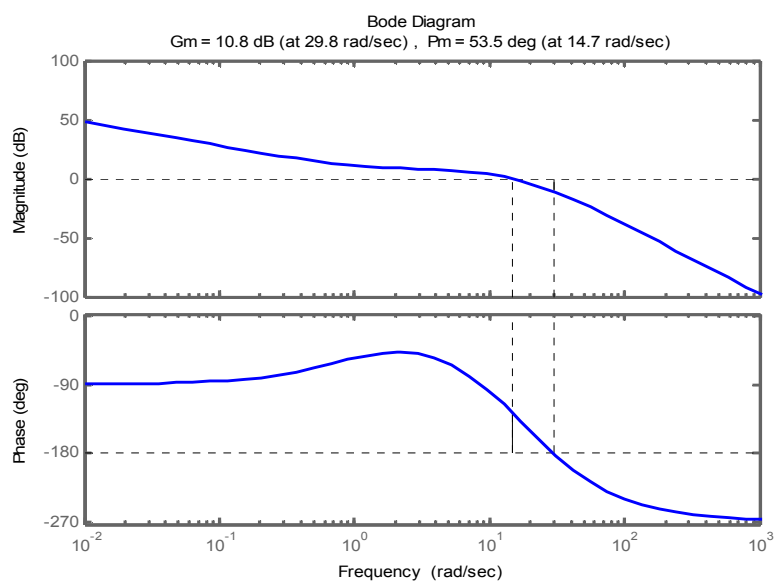
b)

Фиг. 2.9. АФЧХ на некоригираната отворена система при  $k_R = 1$ . Фиг. 2.9а - общ план на АФЧХ, фиг. 2.9б - АФЧХ в областта около т.  $(-1, j0)$ . АФЧХ за  $\omega > 0$  е с непрекъснатата линия, а за  $\omega < 0$  е с “-”

Значителният запас по фаза, фиг. 2.10,  $\Delta\varphi = 106^\circ$  на срязващата честота  $\omega_{cp} = 6.43 \text{ rad/s}$  и запасът по модул  $\Delta L = 16.8 \text{ db}$  показват, че има възможност за подобряване на динамиката чрез увеличаване на коефициента на усилване на отворената система, т.е. чрез  $k_R > 1$ .



Фиг. 2.10. ЛАФЧХ и запаси по модул и фаза на некоригираната отворена система при  $k_R = 1$



Фиг. 2.11. ЛАФЧХ и запаси по модул и фаза на коригираната отворена система с  $k_R = 2$

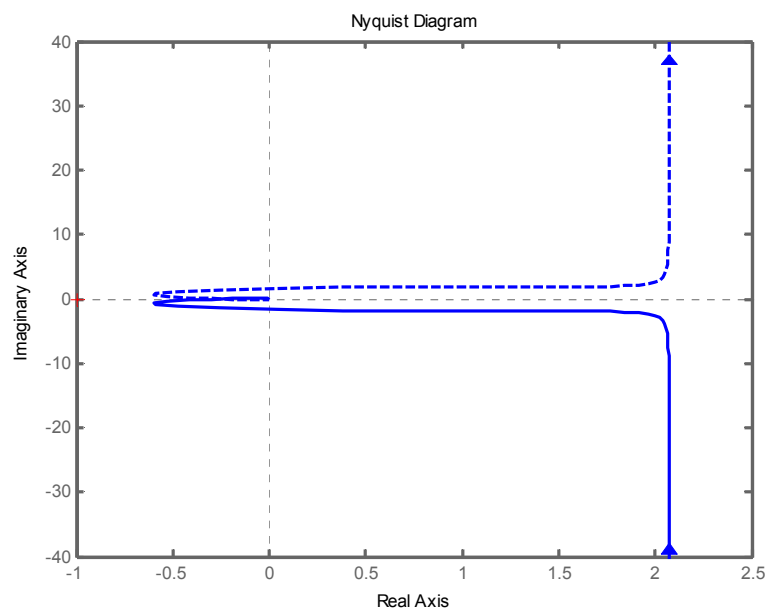
При увеличаване на  $k_R$ ,  $k_R > 1$ , ЛАЧХ се транслира нагоре, без да се променя ЛФЧХ, срязващата честота се премества нядясно като същевременно се намалява както запасът по фаза, така и по модул. Подходящ е коефициент  $k_R = 2$ , фиг. 2.11 за ЛАФЧХ и фиг. 2.12 за АФЧХ. При  $k_R = 2$ , фиг. 2.11, запасът по модул намалява с  $20 \lg k_R = 20 \lg 2 = 6 \text{ dB}$  и е вече  $\Delta L = 10.8 \text{ dB}$ , срязващата честота се увеличава от  $\omega_{cp} = 6.43 \text{ rad/s}$  на  $\omega_{cp} = 14.7 \text{ rad/s}$  и запасът по фаза вече е  $\Delta \varphi = 53.5^\circ$  при новата по-висока срязващата честота.

Получава се още, че новата срязваща честота  $\omega_{cp} = 14.7 \text{ rad/s}$  е в участък с наклон на асимптотичните амплитудни характеристики  $-20 \text{ db/dec}$ . Действително, в съответствие с нулите и полюсите на предавателната функция на отворената система  $W_{отв}(p)$  (2.42) наклоните на асимптотичните логаритмични амплитудни характеристики са следните. Вляво от най-ниската спрягаща честота  $\omega_{01} = -p_{01} = 0.98 \text{ rad/s}$  е нискочестотната асимптота с наклон  $-20 \text{ db/dec}$ , определен от идеалното интегриращо звено  $1.25k_R/p$ ; в участъка между  $\omega_{01} = 0.98 \text{ rad/s}$  и следващата по-голяма  $\omega_1 = -p_1 = 10 \text{ rad/s}$  наклонът е  $0 \text{ db/dec}$ ; между  $\omega_1 = 10 \text{ rad/s}$  и  $\omega_2 = -p_2 = 20 \text{ rad/s}$  наклонът е  $-20 \text{ db/dec}$ ; между  $\omega_2 = 20 \text{ rad/s}$  и  $\omega_3 = -p_3 = 25 \text{ rad/s}$  наклонът е  $-40 \text{ db/dec}$ ; между  $\omega_3 = 25 \text{ rad/s}$  и  $\omega_4 = -p_4 = 50 \text{ rad/s}$  наклонът е  $-60 \text{ db/dec}$ ; между  $\omega_4 = 50$  и  $\omega_{02} = -p_{02} = 51.02 \text{ rad/s}$  наклонът е  $-80 \text{ db/dec}$  и след  $\omega_{02} = 51.02 \text{ rad/s}$  е високочестотната асимптота с наклон  $-60 \text{ db/dec}$ . Така, при корекцията с коефициент на регулатора  $k_R = 2$  получената срязваща честота  $\omega_{cp} = 14.7 \text{ rad/s}$  е в участъка между  $\omega_1 = 10 \text{ rad/s}$  и  $\omega_2 = 20 \text{ rad/s}$  с наклон  $-20 \text{ db/dec}$ .

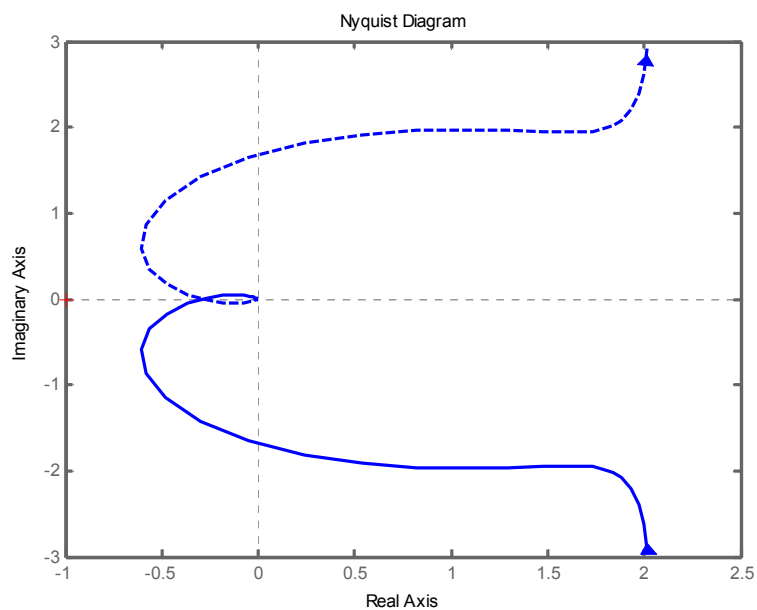
Simulink схемата на отворената система `sarulm02os.mdl` е показана на фиг. 2.15, а на фиг. 2.16 - Simulink схемата на затворена система `sarulm02zs.mdl`.

Исходните данни (2.41) са представени в средата на Matlab чрез процедурата `sarulm02d05.m` от табл. 2.1. Извличането на линеен модел от Simulink схемата на отворената система `sarulm02os.mdl`, аналитичното извеждане на линейния модел на отворената система в съответствие с (2.10) - (2.13), построяването на АФЧХ и ЛАФЧХ на отворената некоригирана система с преходния процес в затворената некоригирана система се извършват с процедурата `sarulm02p01.m`, представена в табл. 2.2. В табл. 2.3 е Matlab процедурата `sarulm02p02.m` за избор на коефициент на регулатора, построяване на АФЧХ и ЛАФЧХ на отворената коригирана система, симулация и визуализация на процесите в коригираната затворена система `sarulm02zs.mdl`.

Тук следва да се отбележи следната особеност при изпълнението на процедурата `sarulm02p01.m` от табл. 2.2 в частта и за извличане на линеен модел от Simulink схемата на отворената система `sarulm02os.mdl` чрез Matlab функцията `linmod` и после прехода от представяне в пространството на състоянията към представяне във вида вход – изход чрез предавателна функция.



a)



b)

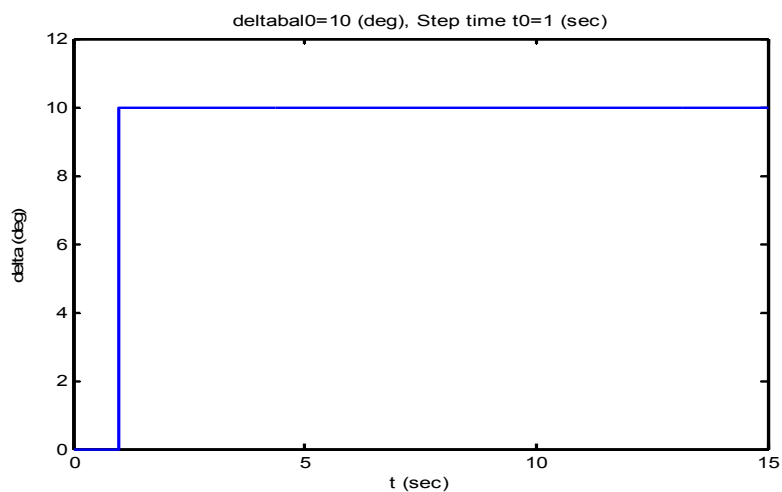
Фиг. 2.12. АФЧХ на коригираната отворена система с  $k_R = 2$ . Фиг. 2.12a - по-общ план на АФЧХ, фиг. 2.12b - АФЧХ в областта около т.  $(-1, j0)$ . АФЧХ за  $\omega > 0$  е с непрекъснатата линия, а за  $\omega < 0$  е с “-”

Забелязва се включването в предавателната функция на отворената система в числителя на нулата  $-20$  и едновременно с това включването на полюс  $-20$  като част от знаменателя, което на практика не води до разлика в АФЧХ и ЛАФЧХ в сравнение с тези от аналитичното представяне на предавателната функция на отворената

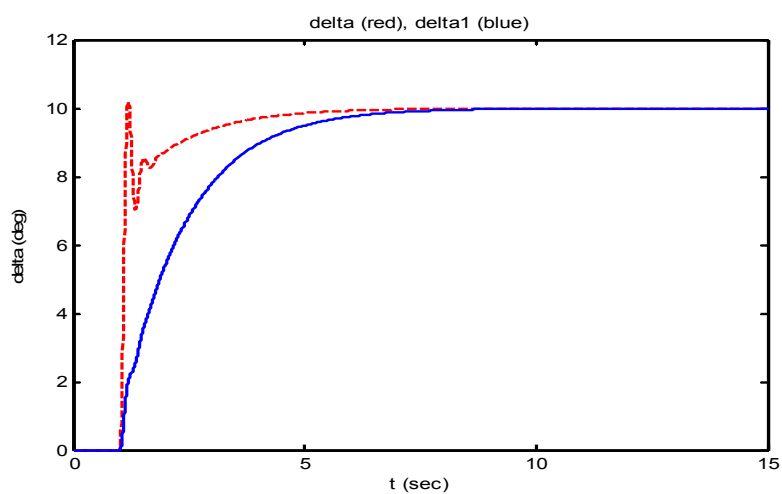
система във вида (2.13) поради на практика взаимното компенсиране на влиянието на еднаквите нули и полюси в АФЧХ и ЛАФЧХ. Но това отчита наличието реално на още една променлива на състоянието при модела в пространството на състоянията и общо в случая модел не от четвърти, а модел от пети ред.

Преходните процеси в коригираната затворена система при отработване на задание нов балансиrowъчен ъгъл  $\delta_{bal}(t) = \delta_{bal0}1(t-1)$ ,  $\delta_{bal0} = 10^\circ$ , са показани на фиг. 2.13 и фиг. 2.14. Изходите  $\delta(t)$  и  $\delta_1(t)$ , на фиг. 2.13b съответно процесът с “-” и процесът с непрекъсната синя линия, показват установяване в стойност съответстваща на заданието  $\delta_{bal0} = 10^\circ$  съгласно (2.38) и (2.39), като разликата между двата процеса е в динамиката – по бърз и с колебания преходен процес на отклонение на кормилната повърхност  $\delta(t)$  и плавен, но бавен, процес на отклонение на лоста за управление  $\delta_1(t)$ . Управляващият сигнал  $u(t)$ , фиг. 2.13c, в края на процеса достига установена стойност нула в съответствие с (2.40), както и изходът на сервозадвижването 2, фиг. 2.14a, докато линейното преместване  $y_6(t)$  на сервозадвижването 6, фиг. 2.14b, плавно достига установената стойност, в случая 2 [cm]. Това линейно преместване се преобразува, от една страна, в ъглово отклонение на лоста за управление  $\delta_1(t)$  чрез коефициента  $k_1 = 5$  [deg/cm], и, от друга страна, в края на процеса в установената стойност  $y_3(t)$  на суматора 3 (изходът  $y_2$  на сервозадвижването 2 и  $y_6$  на сервозадвижването 6 участват в сумирането с теглови коефициент 0.5). По този начин на практика се вижда как в края на преходния процес отклонението на кормилната повърхност се дължи изцяло на работата на канала за ръчно управление, т.е. на преместването  $y_6(t)$  на сервозадвижването 6, и едновременно с това установяването на ъгловото отклонение на лоста за управление  $\delta_1(t)$  е изцяло в съответствие с положението на кормилната повърхност  $\delta(t)$ . Забелязва се още, че изходът  $y_3(t)$  на суматора 3, респективно отклонението на кормилната повърхност  $\delta(t)$  в началото на преходния процес е резултат основно на изхода  $y_2(t)$  на сервозадвижването 2.

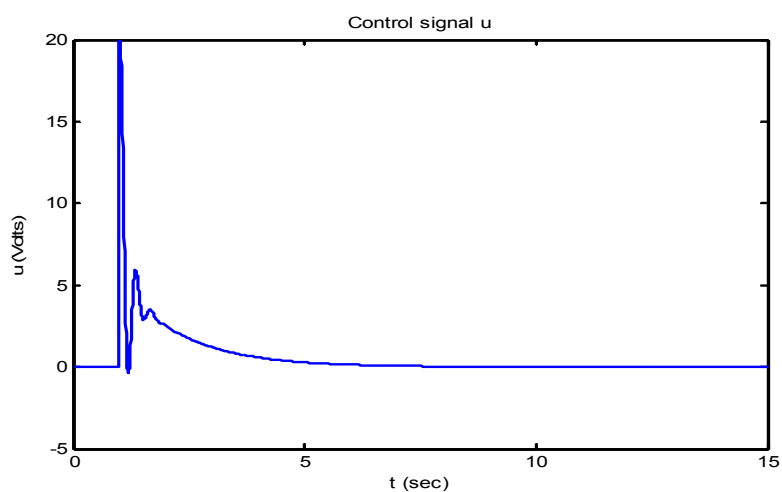
Може да се направи извод, че именно в това и се състои смисълът на прехвърлянето на бавната съставляваща на сигнала за отклонението на кормилната повърхност от канала за автоматично в канала за ръчно управление.



a)

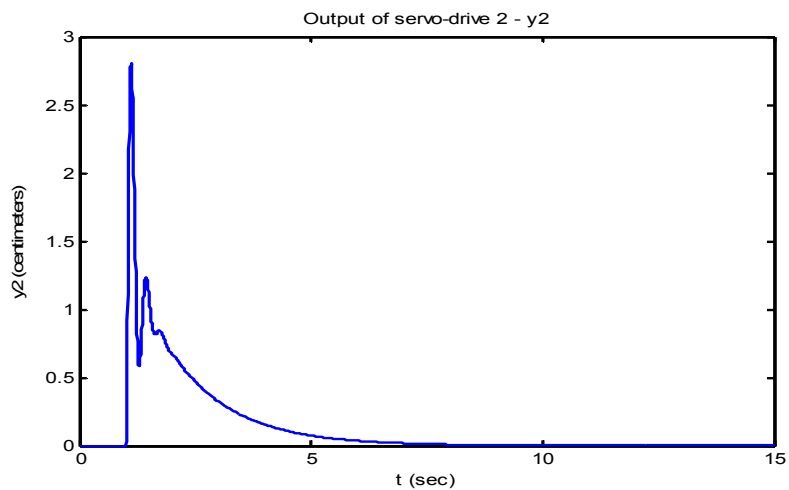


b)

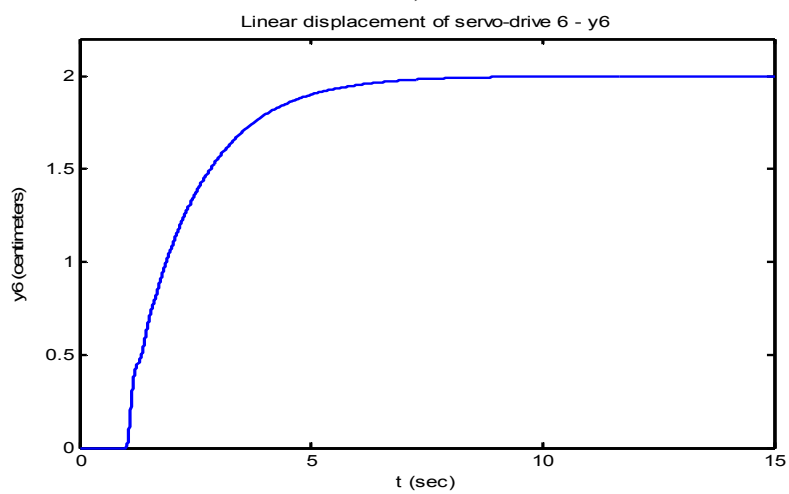


c)

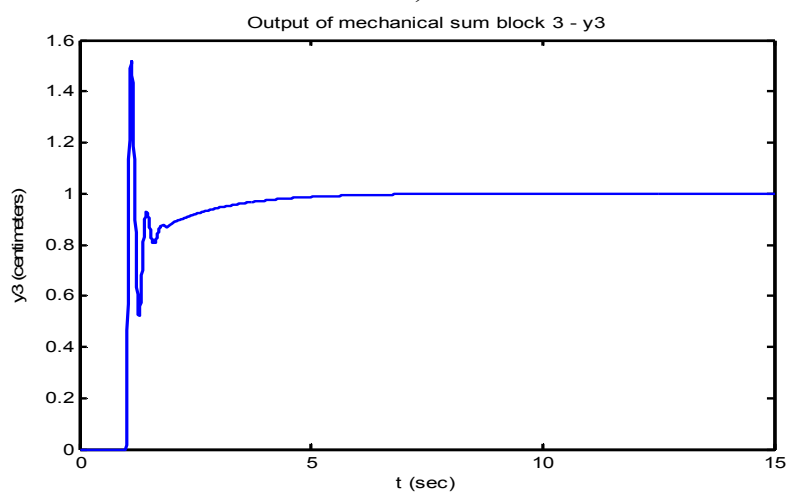
Фиг. 2.13. Преходни процеси в затворената коригирана система при задание  $\delta_{\text{bal}}(t) = \delta_{\text{bal}0} 1(t-1)$ ,  $\delta_{\text{bal}0} = 10^\circ$ . Фиг. 2.13а – задание, фиг. 2.13б – изходите  $\delta(t)$  (процеса с “-”) и  $\delta_1(t)$  (непрекъсната синя линия), фиг. 2.13с – управлението  $u(t)$



a)



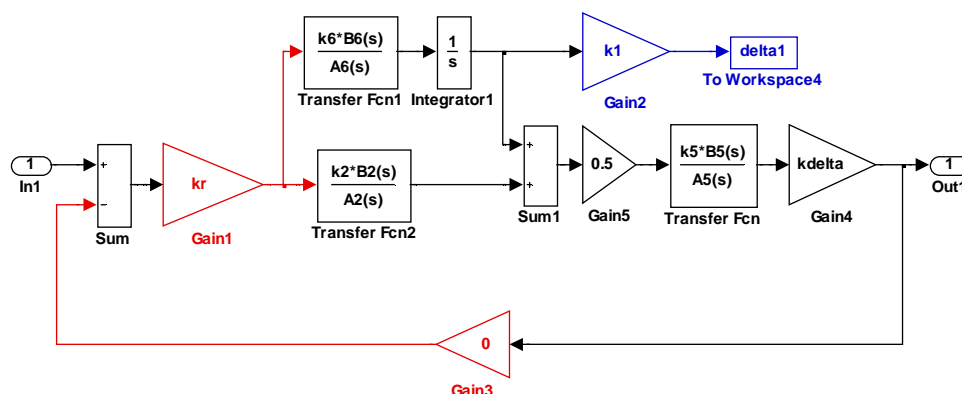
b)



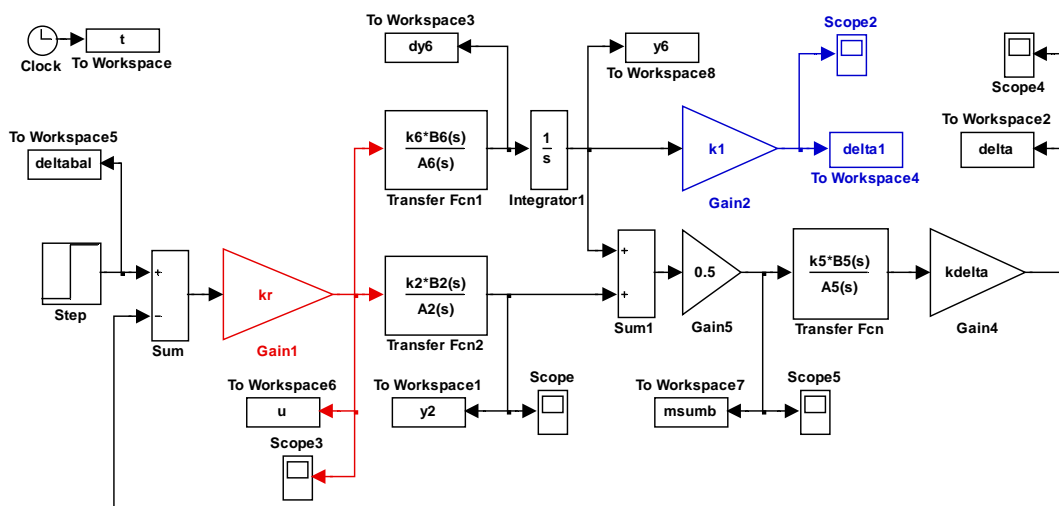
c)

Фиг. 2.14. Преходни процеси в затворената коригирана система при задание  $\delta_{бал}(t) = \delta_{бал0} 1(t-1)$ ,  $\delta_{бал0} = 10^\circ$ . Фиг. 2.14а – изход  $y_2(t)$  на сервоадвижването 2, фиг. 2.14б – линейно преместване  $y_6(t)$  на сервоадвижването 6, фиг. 2.14с – изход  $y_3(t)$  на суматора 3





Фиг. 2.15. Simulink схема на отворената система sarulm02os.mdl



Фиг. 2.16. Simulink схема на затворената система sarulm02zs.mdl

## Табл. 2.1. Matlab процедура sarulm02d05.m

```
% sarulm02d05 - съвместяване на автоматично и ръчно управление
% линейен модел 02 данни 05
% - Изходни данни за сервозадвижването 2, бустера 5,
% сервозадвижването 6, коефициенти на преобразуване
% на линейното преместване в ъглово за кормилната повърхност
% и за лоста за управление на пилота
```

```
help sarulm02d05, pause
echo on
format short g
```

```
% Предавателна функция на сервозадвижването 2
k2=0.25
B2=[1], A2=[0.05 1]
A2=conv(A2, [0.04 1])
```

```

printsys(k2*B2, A2, 'p')
pause
% Предавателна функция на сервозадвижването 6
k6=0.25
B6=[1], A6=[0.05 1]
A6=conv(A6, [0.02 1])
printsys(k6*B6, A6, 'p')
pause
% Предавателна функция на хидравличното задвижване - бустера 5
k5=2
B5=[1], A5=[0.1 1]
printsys(k5*B5, A5, 'p')
pause
% коефициенти на преобразуване на линейното преместване в ъглово
kdelta=5 % за кормилната повърхност
k1=0.5*k5*kdelta % за лоста за управление на пилота

```

## Табл. 2.2. Matlab процедура sarulm02p01.m

```

% sarulm02p01 - съвместяване на автоматично и ръчно управление
% линейен модел 02 процедура 01
% - Първоначална стойност на коефициента на пропорционалния регулатор = 1
% - Извличане на линейен модел от Simulink схемата на отворената система
% - Аналитично извеждане на линейен модел на отворената система
% - АФЧХ и ЛАФЧХ на отворената некоригирана система
% - Преходен процес в затворената некоригирана система

help sarulm02p01, pause

% Първоначална стойност на коефициента на пропорционалния регулатор
kr=1, pause
% -----
% Извличане на линейен модел от Simulink схемата на отворената система
sarulm02os % Simulink схема на отворената система
[Ao,Bo,Co,Do]=linmod('sarulm02os')
printsys(Ao,Bo,Co,Do), pause
% Преход от ПС към предавателни функции
[numo, deno]=ss2tf(Ao,Bo,Co,Do,1)
roots(numo) % нули на ПФ на отворената система
roots(deno) % полюси на ПФ на отворената система
pause
% -----
% Аналитично изведен линейен модел на отворената система
% Построяване на предавателната функция на обекта
% във вида при общия анализ на свойствата на затворената система
% Построяване на полиномите A20, A26 и A60
rA2=(round(roots(A2)*1e4))/1e4 % работа до 4-ия знак
rA6=(round(roots(A6)*1e4))/1e4 % работа до 4-ия знак
pause
rA26=intersect(rA2,rA6) % корени на полинома A26
rA20=setdiff(rA2, rA26) % корени на полинома A20
rA60=setdiff(rA6, rA26) % корени на полинома A60
% Построяване на полинома A26
if exist('rA26', 'var')
    A26=[1]
    for i=1:length(rA26)
        A26=conv(A26,[1 -rA26(i)])
    end
    A26=A26/(A26(length(A26)))
else
    A26=[1]
end
% Построяване на полинома A20
if exist('rA20', 'var')
    A20=[1]

```

```

        for i=1:length(rA20)
            A20=conv(A20,[1 -rA20(i)])
        end
        A20=A20/(A20(length(A20)))
    else
        A20=[1]
    end
    % Построяване на полинома A60
    if exist('rA60', 'var')
        A60=[1]
        for i=1:length(rA60)
            A60=conv(A60,[1 -rA60(i)])
        end
        A60=A60/(A60(length(A60)))
    else
        A60=[1]
    end
    % Построяване на предавателната функция на обекта
    % във вида при общия анализ на свойствата на затворената система
    B6A20=k6*conv(B6,A20)
    B2A60p=[k2*conv(B2,A60) 0]
    nnumbt=max(length(B6A20), length(B2A60p))
    B6A20e=zeros(1, nnumbt-length(B6A20)) B6A20
    B2A60pe=zeros(1, nnumbt-length(B2A60p)) B2A60p
    numbt=B6A20e+B2A60pe
    Bdeltai=conv(B5,numbt)
    Bdeltai=Bdeltai/k6 % полиномът Bdeltai в числителя на обекта
    kdeltai=0.5*kdeltai*k5*k6 % коефициентът на пропорционалност на обекта
    Adeltai=conv(conv(conv(A20,A26),A60), A5) % полиномът Adeltai в знаменателя
    Adeltaup=[Adeltai 0] % полиномът Adeltai в знаменателя, умножен с 'p'
    rBdeltai=roots(kdeltai*Bdeltai) % корени на полинома Bdeltai в числителя на обекта
    rAdeltaup=roots(Adeltaup) % корени на полинома Adeltai в знаменателя на обекта
    pause
    % -----
    % АФЧХ на отворената некоригирана система
    figure, nyquist(numo,deno), pause % на основата на извлечения линеен модел
    figure, nyquist(kdeltai*Bdeltai, Adeltaup), pause % теоретична АФЧХ
    % ЛАФЧХ на отворената некоригирана система и запаси по модул и фаза
    figure, margin(numo,deno), pause % на основата на извлечения линеен модел
    figure, margin(kdeltai*Bdeltai, Adeltaup), pause % теоретична ЛАФЧХ

    % Преходен процес в затворената некоригирана система
    deltabal0=10 % задание за балансиrowъчен ъгъл в градуси
    t0=1 % начален момент на подаване на новото задание
    sarulm02zs % Simulink схема на затворената система
    sim('sarulm02zs',[0 15]) % симулация на модела
    % Визуализация на процесите в некоригираната система
    figure, plot(t,deltabal,'g', t,delta,'r', t,delta1,'b')
    hold on
    plot(t,0.95*deltabal0*ones(1, length(t)),'k', t,1.05*deltabal0*ones(1, length(t)),'k')
    xlabel('t (sec)'), ylabel('delta (deg)')
    title('deltabal (green), delta (red), delta1 (blue)')

```

### Табл. 2.3. Matlab процедура sarulm02p02.m

```

% sarulm02p02 - съвместяване на автоматично и ръчно управление
% линеен модел 02 процедура 02
% - Избор на коефициент на регулатора
% - АФЧХ и ЛАФЧХ на отворената коригирана система
% - Симулационно изследване на процесите в коригираната
% затворена система
% - Визуализация на процеса на функциониране на схемата

help sarulm02p02, pause

```

---

```

% -----
% Избор на коефициент на регулатора
kr=2, pause
% АФЧХ на коригираната отворена система
figure, nyquist(kr*kdeltau*Bdeltau, Adeltaup), pause
figure, nyquist(kr*kdeltau*Bdeltau, Adeltaup,{1,10000}), pause
% ЛАФЧХ на коригираната отворена система и запаси по модул и фаза
figure, margin(kr*kdeltau*Bdeltau, Adeltaup), pause
% -----
% Симулационно изследване на процесите в коригираната
% затворена система
deltabal0=10      % задание за балансиrowъчен ъгъл в градуси
t0=1              % начален момент на подаване на новото задание
sarulm02zs        % Simulink схема на затворената система
pause

sim('sarulm02zs',[0 15])      % симулация на модела
% Визуализация на процесите
figure, plot(t,deltabal,'g', t,delta,'r', t,delta1,'b')
hold on
plot(t,0.95*deltabal0*ones(1, length(t)),'k', t,1.05*deltabal0*ones(1, length(t)),'k')
xlabel('t (sec)'), ylabel('delta (deg)')
title('deltabal (green), delta (red), delta1 (blue)')
pause
figure, plot(t,deltabal,'b')
xlabel('t (sec)'), ylabel('delta (deg)')
title(['deltabal0=' num2str(deltabal0) ' (deg), Step time t0=' num2str(t0) ' (sec)'])
pause
figure, plot(t,delta,'r', t,delta1,'b')
xlabel('t (sec)'), ylabel('delta (deg)')
title('delta (red), delta1 (blue)')
pause
figure, plot(t,u,'b')
xlabel('t (sec)'), ylabel('u (Volts)')
title('Control signal u')
pause
figure, plot(t,y2,'b')
xlabel('t (sec)'), ylabel('y2 (centimeters)')
title('Output of servo-drive 2 - y2')
pause
figure, plot(t,dy6,'b')
xlabel('t (sec)'), ylabel('dy6/dt (centimeters/sec)')
title('Output of servo-drive 6 - dy6/dt')
pause
figure, plot(t,y6,'b')
xlabel('t (sec)'), ylabel('y6 (centimeters)')
title('Linear displacement of servo-drive 6 - y6')
pause
figure, plot(t,msumb,'b')
xlabel('t (sec)'), ylabel('y3 (centimeters)')
title('Output of mechanical sum block 3 - y3')

```

---

## Изводи

Разгледана е примерна функционална схема на система за съвместяване на автоматичното и ръчно управление при схема на последователно включване на сервозадвижванията на автоматиката към механична линия за управление на кормилна повърхност на самолет. Предложена е идея за функционирането на схемата и е поставена задачата със средствата на теорията на автоматичното

управление да се анализира разглежданата система и разкрие действителния начин на нейното функциониране.

За целта въз основа на допускания е съставен най-напред обобщен математичен модел на системата и е преминато към негов линеен вариант. На основата на обобщения линеен модел са разгледани общите свойства на автоматичната система, в която той участва в качеството на обект за управление. За обобщения вид на модела на обекта за управление е обоснована възможността за осигуряване устойчивост на системата с пропорционален регулатор. Базирайки се на факта осигурена устойчивост на затворената система, е направен анализ на установеното поведение на изходите на системата и управляващия сигнал при отработване на задание за нов балансиrowъчен ъгъл на отклонение на кормилната повърхност. Аналитично е показано прехвърлянето на бавната съставляща на сигнала на отклонение на кормилната повърхност от канала за автоматично в канала за ръчно управление и съответствието в установен режим на отклонението на лоста за управление на пилота на ъгловото отклонение на кормилната повърхност.

Изследван е един числен вариант на разглежданата система. За него е направен анализ и синтез на затворената система, като в резултат е избрана корекция, осигуряваща устойчивост и подходящо качество на процесите в системата. Техният симулационен анализ илюстрира разкритите общи свойства на една такава система и на практика в количествен аспект дава представа за направените преди теоретични изводи за функционирането на системата.

От методична гледна точка тук се показва как с инструментите на линейната теория на автоматичното управление може да се разкрие същността на дадена функционална схема и направят общи изводи за работата на схеми от подобен тип. Конкретно това е възможността за съставяне на общ параметричен математичен модел на система въз основа на нейна функционална схема, неговото привеждане към линеен модел и анализ на общите свойства на системата за управление – качеството устойчивост и установени процеси. Показва се как въз основа на конкретен анализ, синтез и симулационни експерименти се илюстрират и обогатяват теоретично получените изводи за функционирането на системата.

За процеса на анализ и синтез на разглеждания тип система са предложени последователност от процедури, схеми и симулации в средата на Matlab и Simulink.

## СИСТЕМА ЗА АВТОМАТИЧНА СТАБИЛИЗАЦИЯ НА ВИСОЧИНАТА НА САМОЛЕТ

**Обект на изследване** – примерни варианти на система за автоматична стабилизация на височината на самолет.

**Цел на изследването** – анализ и синтез на система за стабилизация.

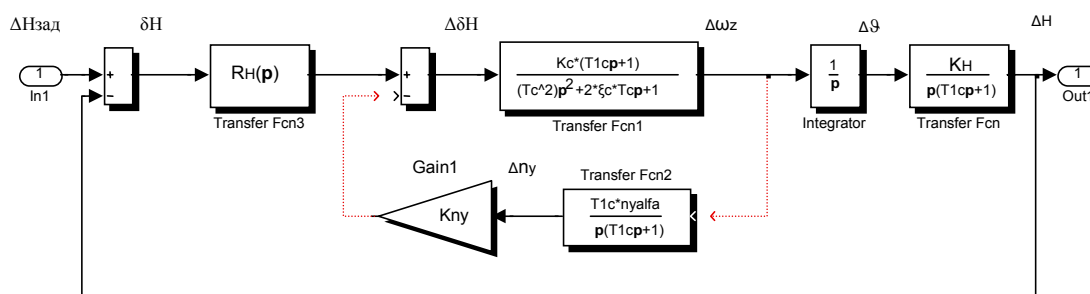
**Метод на изследване** – методите на линейната теория на автоматичното управление.

### Описание на системата

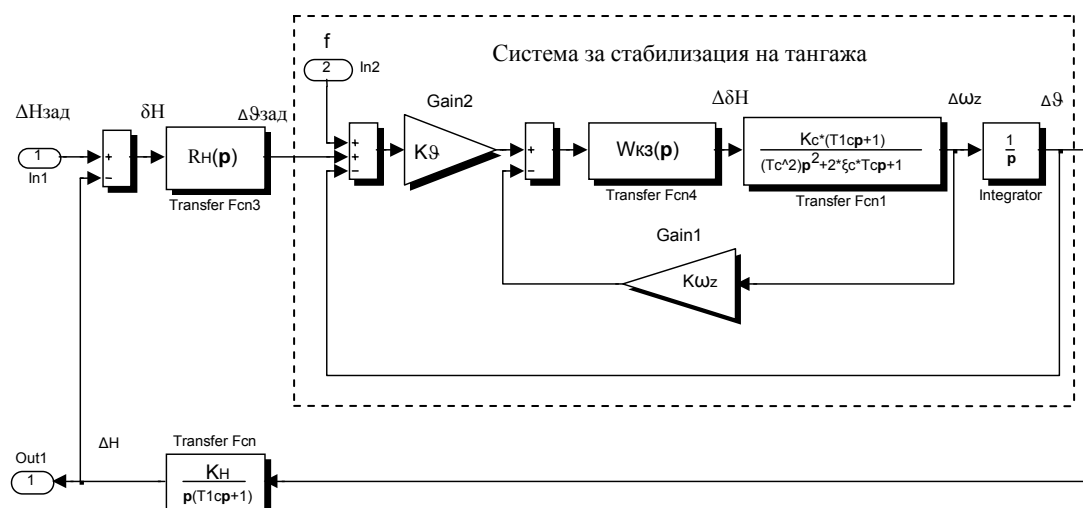
Автоматичната стабилизация на височината е необходима в тези случаи, когато трябва да се поддържа зададен режим на хоризонтален полет. При това, с изключение на случаите на полет при малки височини, обикновено се осъществява стабилизация на барометричната височина на ниво, съответстващо на дадено статично налягане. Отклоненията на барометричната височина от зададеното ниво се контролират с помощта на барометричен висотомер. Регулирането става чрез кормилото (руля) за височина. Показано е, че предавателната функция в този случай има вида:

$$W_{\Delta H \Delta \vartheta}(p) = \frac{K_H}{p(T_{lc}p + 1)}. \quad (3.1)$$

Съществува възможност за директна стабилизация на височината – с помощта само на една обратна връзка по височина. Структурната схема на една такава система при идеално кормилно задвижване е показана на фиг. 3.1.



Фиг. 3.1. Структурна схема на системата за директна стабилизация на височината



Фиг. 3.2. Структурна схема на системата за стабилизация на височината чрез системата за стабилизация на тангажа

От предавателната функция на отворената система

$$\begin{aligned}
 W_{отв}(p) &= R_H(p) \left( \frac{K_c(T_{lc}p+1)}{T_c^2 p^2 + 2\xi_c T_c p + 1} \right) \left( \frac{1}{p} \right) \left( \frac{K_H}{p(T_{lc}p+1)} \right) = \\
 &= R_H(p) \frac{K_c K_H}{p^2 (T_c^2 p^2 + 2\xi_c T_c p + 1)}
 \end{aligned} \quad (3.2)$$

се вижда, че системата е структурно неустойчива. Следователно, стабилизация е възможна при въвеждане на сигнал от производната на височината, т.е. при закон за управление от вида:

$$R_H(p) = i_H + i_{vH} p. \quad (3.3)$$

Този извод е в сила и за случаите, когато наред с обратната връзка по височина се въвежда и обратна връзка по нормално претоварване -  $n_y$  (прекъснатата линия в схемата от фиг. 3.1).

Необходимостта от диференциране на сигнала на грешката  $\delta H$  отпада, ако регулирането на височината става чрез системата за стабилизация на тангажа. Структурната схема, съответстваща на такова управление е представена на фиг. 3.2. Предавателната функция на затворената система за стабилизация на тангажа, оградена с прекъснатата линия на фиг. 3.2, има вида:

$$W_9(p) = \frac{\Delta 9(p)}{\Delta 9_{\text{зад}}(p)} = \frac{K_9 W_{\omega z}(p) \left( \frac{1}{p} \right)}{1 + K_9 W_{\omega z}(p) \left( \frac{1}{p} \right)} = \frac{K_9 W_{\omega z}(p)}{p + K_9 W_{\omega z}(p)}, \quad (3.4)$$

където

$$W_{\omega z}(p) = \frac{K_c (T_{lc} p + 1) W_{\kappa z}(p)}{T_c^2 p^2 + 2\xi_c T_c p + 1 + K_{\omega z} K_c (T_{lc} p + 1) W_{\kappa z}(p)} \quad (3.5)$$

е предавателната функция на затворения вътрешен контур.

Тук при изследване динамиката на нискочестотния процес на регулиране на височината динамиката на кормилното задвижване може да се пренебрегне и то да се счита за идеално, т.е.  $W_{\kappa z}(p) = 1$ . При това допускане предавателната функция  $W_9(p)$  се преобразува във вида:

$$W_9(p) = \frac{T_{lc} p + 1}{(\tau_1 p + 1)(\tau_2^2 p^2 + 2\xi_2 \tau_2 p + 1)}. \quad (3.6)$$

В случая обикновено се изпълнява и условието  $\tau_1 > \tau_2$ , при това  $\tau_1 \cong T_{lc}$ . Затова се прави още едно опростяване, приемайки  $\frac{T_{lc} p + 1}{\tau_1 p + 1} \cong 1$ .

Така, окончателно се получава:

$$W_9(p) = \frac{1}{\tau_2^2 p^2 + 2\xi_2 \tau_2 p + 1}. \quad (3.7)$$

Отчитайки така получената предавателна функция на системата за стабилизация на тангажа, за предавателната функция на отворената система може да се запише:

$$W_{\text{отв}}(p) = W_{\Delta H \delta H}(p) = R_H(p) \frac{K_H}{p(T_{lc} p + 1)(\tau_2^2 p^2 + 2\xi_2 \tau_2 p + 1)}. \quad (3.8)$$

Последващото разглеждане на системата за стабилизация на височината се извършва при следните примерни изходни данни за горната предавателна функция:

$$K_H = 105.4, \quad 1/\tau_2 = 5 \text{ s}^{-1}, \quad \xi_2 = 0.3, \quad T_{lc} = 1.585 \text{ s}. \quad (3.9)$$



### Корекция с пропорционален - П – регулатор

От (3.8) следва, че сега устойчивостта може да се осигури и при

$$R_H(p) = i_H, \quad (3.10)$$

т.е. чрез регулатор, реализиращ спрямо грешката  $\delta H$  единствено пропорционалност с коефициент  $i_H$ . Структурната схема на затворената система с такъв регулатор е представена на фиг. 3.3, Simulink модел ssvkprzs1.mdl.

Действително, предавателната функция на отворената система, предавателната функция и характеристичният полином на затворената система в случая са съответно:

$$W_{омв}(p) = W_{\Delta H \delta H}(p) = \frac{i_H K_H}{p(T_{lc}p + 1)(\tau_2^2 p^2 + 2\xi_2 \tau_2 p + 1)}, \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} W_{\Delta H \Delta H_3}(p) &= \frac{W_{омв}(p)}{1 + W_{омв}(p)} = \frac{K_H i_H}{p(T_{lc}p + 1)(\tau_2^2 p^2 + 2\xi_2 \tau_2 p + 1) + K_H i_H} = \\ &= \frac{K_H i_H}{p(T_{lc}p + 1)(\tau_2^2 p^2 + 2\xi_2 \tau_2 p + 1) + K_H i_H} = \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$= \frac{K_H i_H}{T_{lc} \tau_2^2 p^4 + (2T_{lc} \xi_2 \tau_2 + \tau_2^2) p^3 + (T_{lc} + 2\xi_2 \tau_2) p^2 + p + K_H i_H},$$

$$H_{затв}(p) = a_0 p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2 + a_3 p + a_4, \quad (3.13)$$

където

$$a_0 = T_{lc} \tau_2^2, \quad a_1 = 2T_{lc} \xi_2 \tau_2 + \tau_2^2, \quad a_2 = T_{lc} + 2\xi_2 \tau_2, \quad a_3 = 1, \quad a_4 = K_H i_H.$$

Разглежда се характеристичният полином  $H_{затв}(p)$ . Решаването по отношение параметъра  $i_H$  на системата неравенства съгласно алгебричния критерий за устойчивост на линейна система от 4-ти ред:

$$\begin{aligned} a_i &> 0, \quad i = 1, 2, 3, 4, \\ a_1 a_2 &> a_3 a_0, \\ a_1 a_2 a_3 &> a_1^2 a_4 + a_3^2 a_0, \end{aligned} \quad (3.14)$$

дава следния допустим интервал за  $i_H$ , при който се осигурява асимптотическа устойчивост на затворената система:

$$i_H \in (0, i_{Hkp}), \quad i_{Hkp} = \frac{(2T_{lc}\xi_2\tau_2 + \tau_2^2)(T_{lc} + 2\xi_2\tau_2) - T_{lc}\tau_2^2}{(2T_{lc}\xi_2\tau_2 + \tau_2^2)^2 K_H} = 0.05892. \quad (3.15)$$

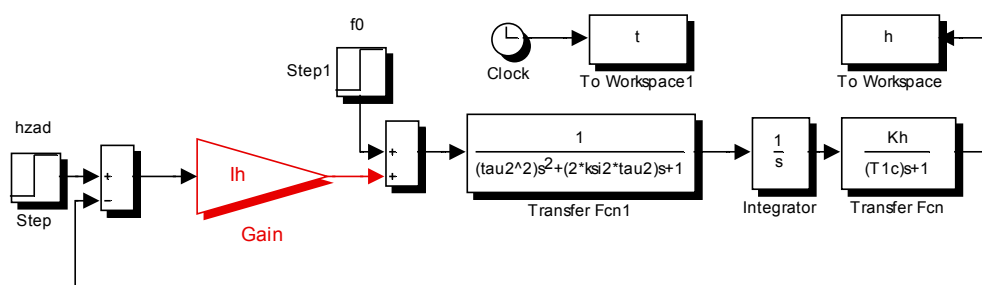
От (3.15) може да се направи извод, че при  $i_H = 1$  на практика некоригираната отворена система определя неустойчива затворена система. Устойчивост на затворената система се постига при намаляване на коефициента на усилване на отворената система с повече от

$$\frac{1}{i_{Hkp}} = \frac{1}{0.05892} = 16.972 \text{ пъти}$$

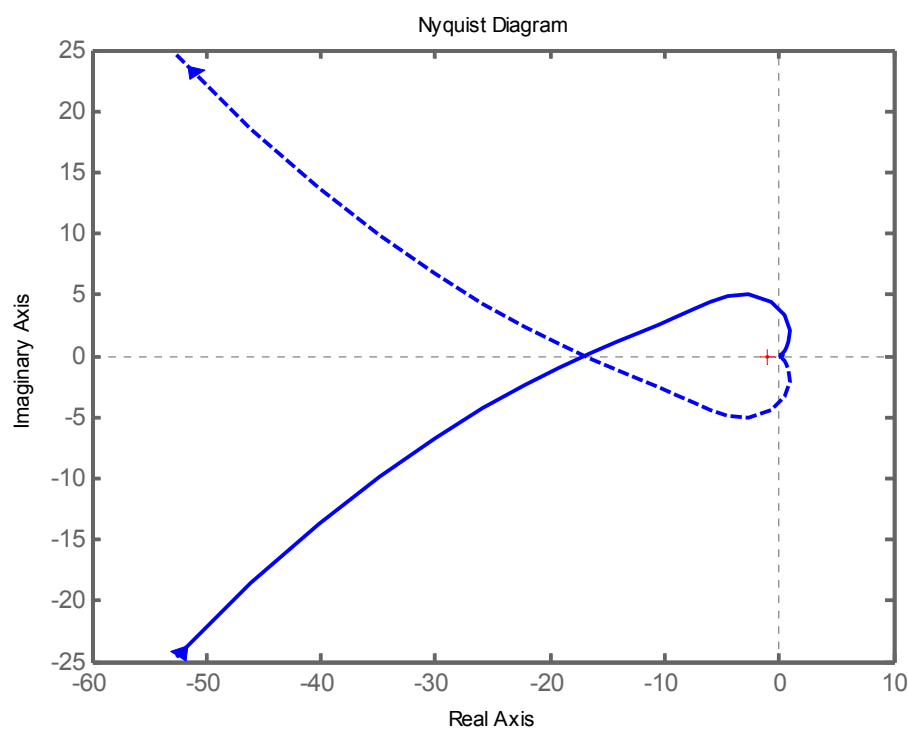
или 
$$20\log\left(\frac{1}{i_{Hkp}}\right) = 20\log(16.972) = 24.595 \text{ db.}$$

Това се вижда при анализа на устойчивостта на затворената система чрез АФЧХ и ЛАФЧХ на некоригираната отворената система на фиг. 3.4 и фиг. 3.5. АФЧХ на некоригираната отворената система за диапазона  $\omega > 0$  - непрекъснатата част на характеристиката от фиг. 3.4 - има един отрицателен преход в участъка от реалната ос вляво от точката на Найкуист  $(-1, j0)$ , което при ЛАФЧХ на фиг. 3.5 се изразява в пресичането от ЛФЧХ на отворената система на линията  $-180^\circ$  преди срязващата честота  $7.09 \text{ rad/s}$ . Така най-простото в случая осигуряване на устойчивост на затворената система чрез корекция на коефициента на усилване на отворената система се постига с неговото намаляване - ЛАЧХ се премества надолу спрямо линията  $0 \text{ db}$  - в степен, при която срязващата честота се придвижва наляво и оказва преди честотата, където ЛФЧХ на отворената система пресича линията  $-180^\circ$ , т.е. при намаляване с повече от  $24.595 \text{ db}$ . Това намаляване, изразено по отношение АФЧХ на отворената система, ще доведе до нейното цялостно "свиване" и пресичане от АФЧХ на отрицателната част на реалната ос не вляво от точката на Найкуист  $(-1, j0)$ , а вече в областта вдясно от нея, като на практика се премахва наличието на отрицателен преход и постига устойчивост на затворената система. Такава корекция е представена на фиг. 3.6 и фиг. 3.7 за  $i_H = 0.003$ , на фиг. 3.9 за  $i_H = 0.0025$  и фиг. 3.11 за  $i_H = 0.002$ . По тези фигури и характера на ЛАФЧХ на отворената система може да се направи извод, че с намаляване на коефициента  $i_H$  намалява стойността на срязващата честота, която се премества все по-наляво, и се увеличават запасите по модул и фаза - фиг. 3.6, фиг. 3.9 и фиг. 3.11.

Това от своя страна води към все по-бавни и монотонни преходни процеси без пререгулиране - фиг. 3.8, фиг. 3.10, фиг. 3.12.

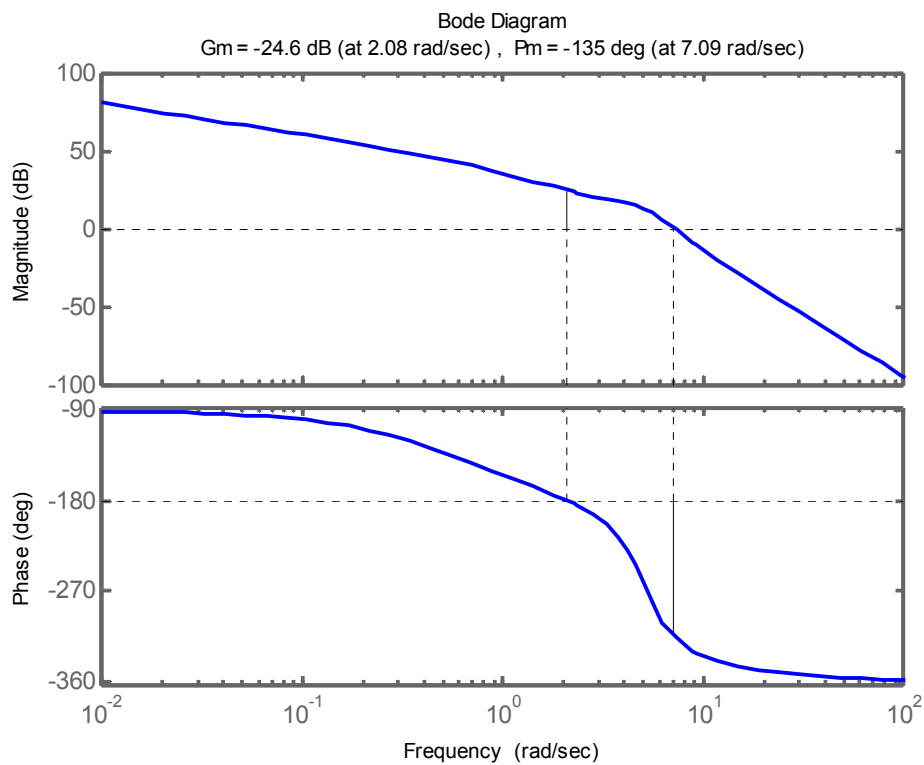


Фиг. 3.3. Simulink схема на модела на затворената система с П-регулатор – ssvkprzs1.mdl

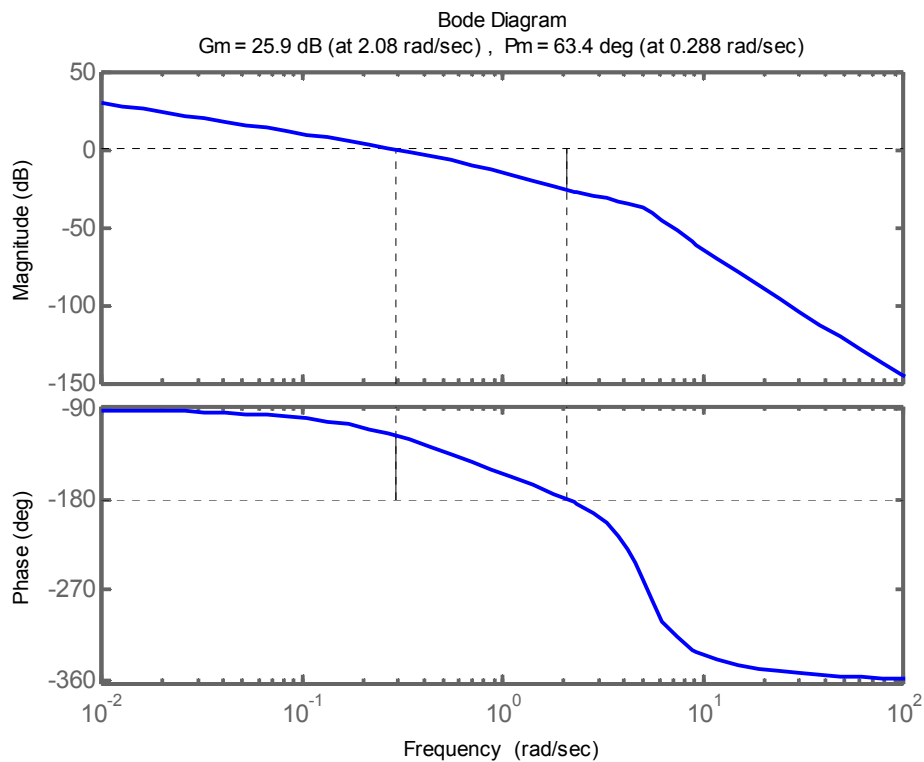


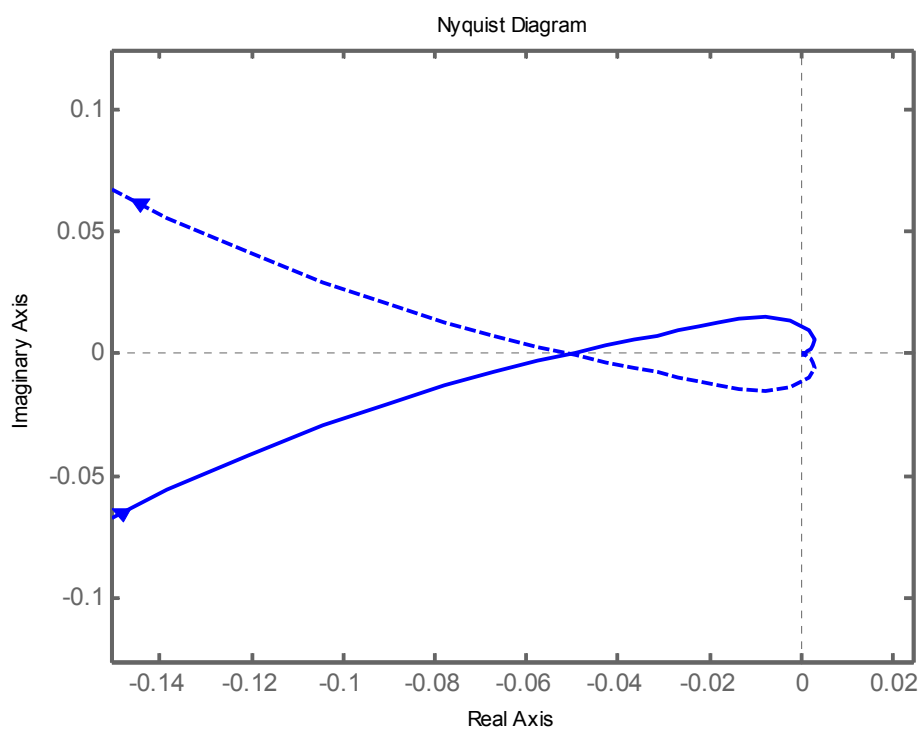
Фиг. 3.4. АФЧХ на некоригираната отворена система

При хоризонтален полет за необходимата стойност на ъгъла на тангаж е изпълнено  $\vartheta_{H\delta} = \alpha_{bal}$ . Ако  $\vartheta_{H\delta} = \vartheta_{зад}$  и  $R_H(p) = i_H$  (статичен закон за стабилизация на височината), то условието за балансиране  $\vartheta_{H\delta} = \alpha_{bal}$  се осигурява за сметка на грешката по височина  $\delta H = \frac{\alpha_{bal}}{i_H}$ .

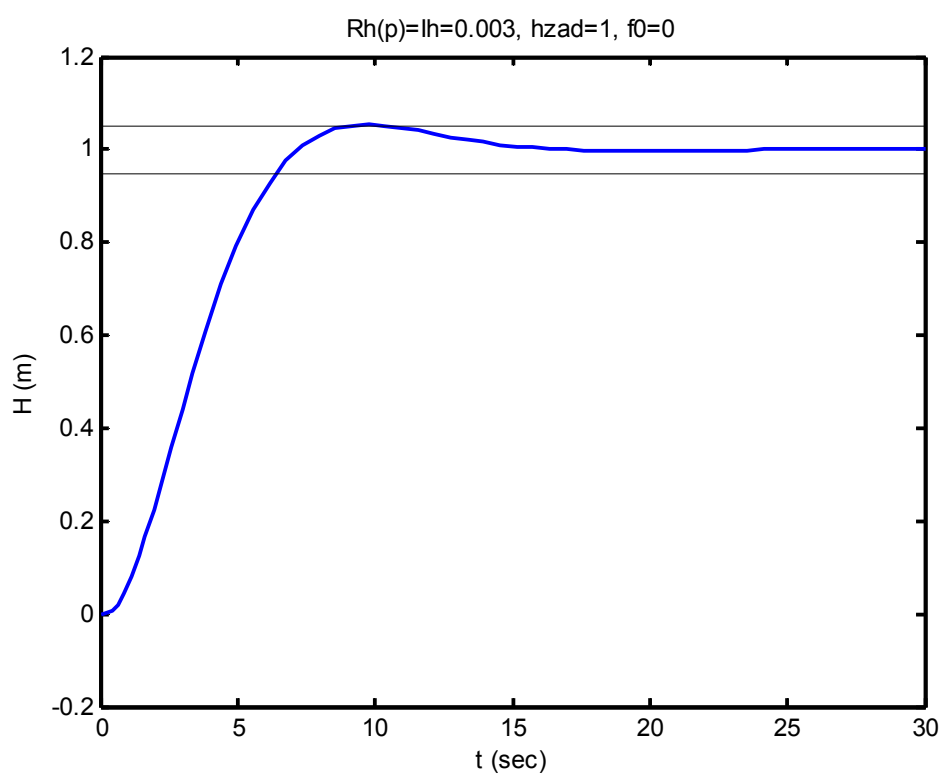


Фиг. 3.5. ЛАФЧХ на некоригираната отворена система

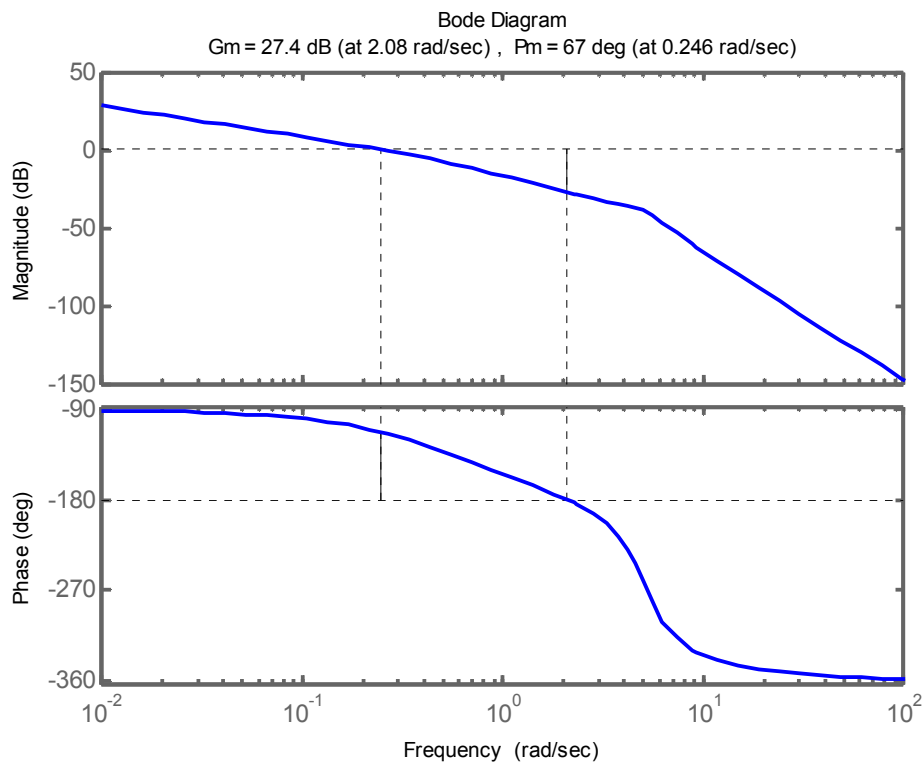
Фиг. 3.6. ЛАФЧХ на коригираната с П-регулатор отворена система при  $i_H = 0.003$



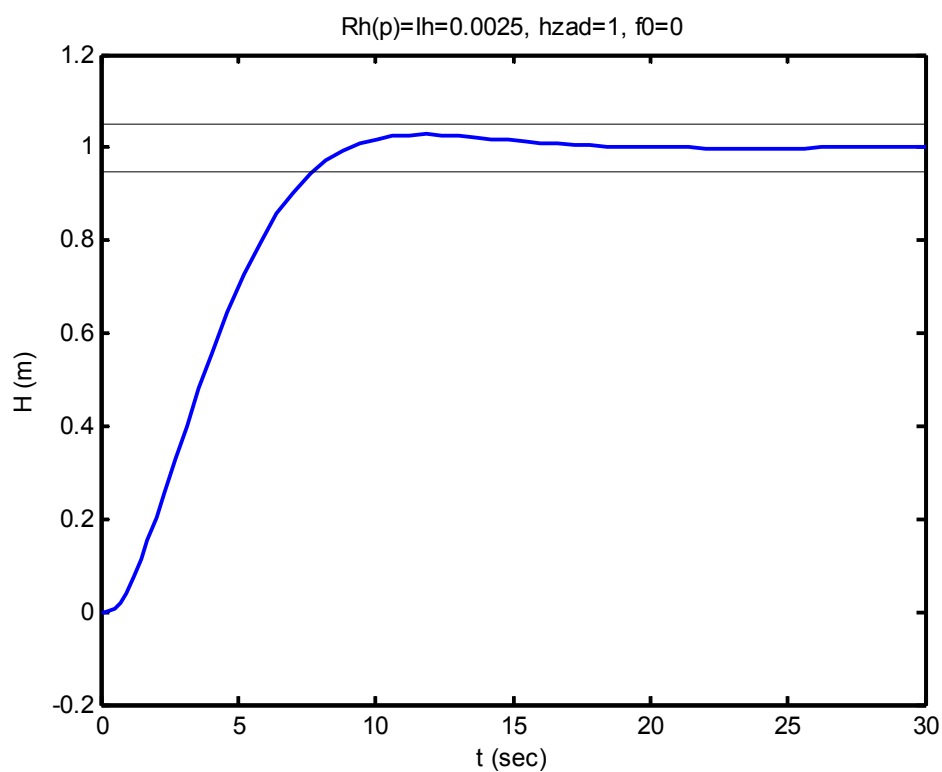
Фиг. 3.7. АФЧХ на коригираната с П-регулатор отворена система при  $i_H = 0.003$



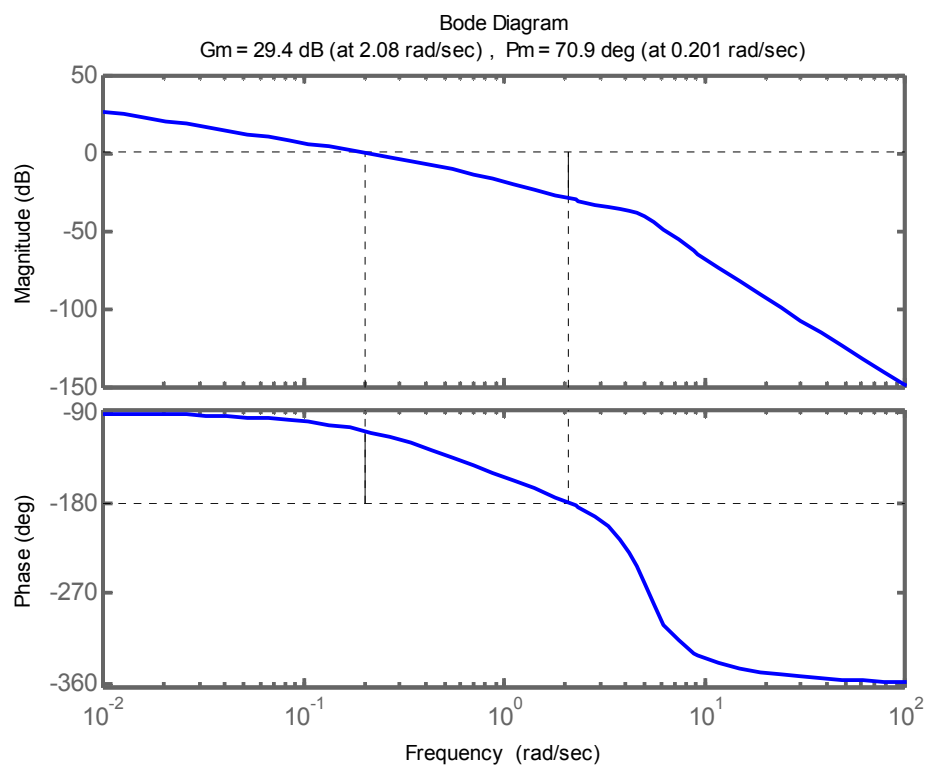
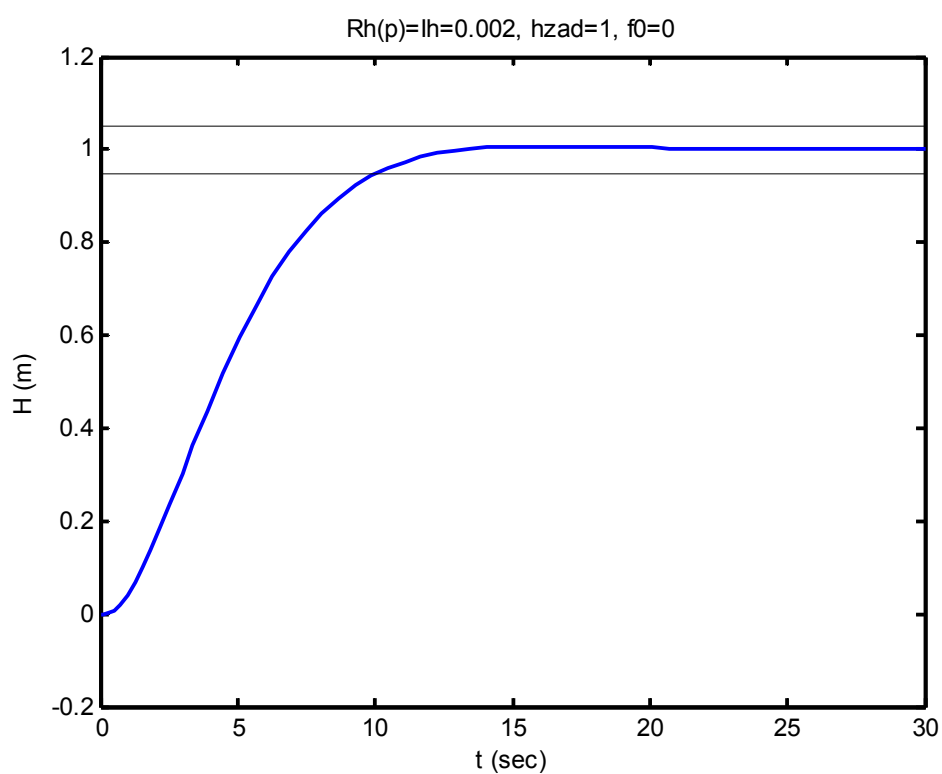
Фиг. 3.8. Преходен процес по задание в затворената система, коригирана с П-регулатор при  $i_H = 0.003$



Фиг. 3.9. ЛАФЧХ на коригираната отворената система при  $i_H = 0.0025$



Фиг. 3.10. Преходен процес по задание в затворената система, коригирана с П-регулатор при  $i_H = 0.0025$

Фиг. 3.11. ЛАФЧХ на коригираната отворена система при  $i_H = 0.002$ Фиг. 3.12. Преходен процес по задание в затворената система, коригирана с П-регулатор при  $i_H = 0.002$

За намаляване на тази грешка измерването на текущите стойности на ъгъла на тангаж се провежда относително тангажа, който е имал самолетът в момента на включване на стабилизацията на височината. Отместването на базата за измерване се осигурява от специален механизъм за съгласуване в жировертикалата. Това е еквивалентно, че зададената стойност на ъгъла на тангаж се формира във вида:

$$\vartheta_{зад} = \vartheta(t_0) + R_H(p)\delta H, \quad (3.16)$$

където  $\vartheta(t_0)$  е стойността на ъгъла на тангаж в момента на включване на системата за стабилизация на височината.

Така, при  $R_H(p) = i_H$  и  $\vartheta_{H0} = \vartheta_{зад}$  статичната грешка по височина е:

$$\delta H = \frac{\alpha_{\delta ал} - \vartheta(t_0)}{i_H}. \quad (3.17)$$

В процеса на полет балансирувчната стойност на ъгъла на атака  $\alpha_{\delta ал}$  може да се изменя, например, в резултат на изменение на масата или скоростта. Възможната разлика на  $\alpha_{\delta ал}$  и  $\vartheta(t_0)$  се отчита в схемата на фиг. 3.2 със смущаващото въздействие  $f = \vartheta(t_0) - \alpha_{\delta ал}$ , респективно стъпаловидната функция - Step 1 - с амплитуда  $f_0$  в схемата от фиг. 3.3.

Предавателната функция на грешката  $\delta H$  спрямо входа  $f$  е:

$$\begin{aligned} W_{\delta Hf}(p) &= -W_{\Delta Hf}(p) = -\frac{K_H}{p(T_{lc}p + 1)(\tau_2^2 p^2 + 2\xi_2\tau_2 p + 1) + K_H i_H} = \\ &= -\frac{K_H}{T_{lc}\tau_2^2 p^4 + (2T_{lc}\xi_2\tau_2 + \tau_2^2)p^3 + (T_{lc} + 2\xi_2\tau_2)p^2 + p + K_H i_H}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Установената грешка  $\delta H_{уст}$  при смущение  $f(t) = f_0 1(t)$ ,  $f_0 = const.$  е:

$$\delta H_{уст} = \lim_{t \rightarrow \infty} \delta H(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p W_{\delta Hf}(p) \frac{f_0}{p} = -\frac{1}{i_H} f_0. \quad (3.19)$$

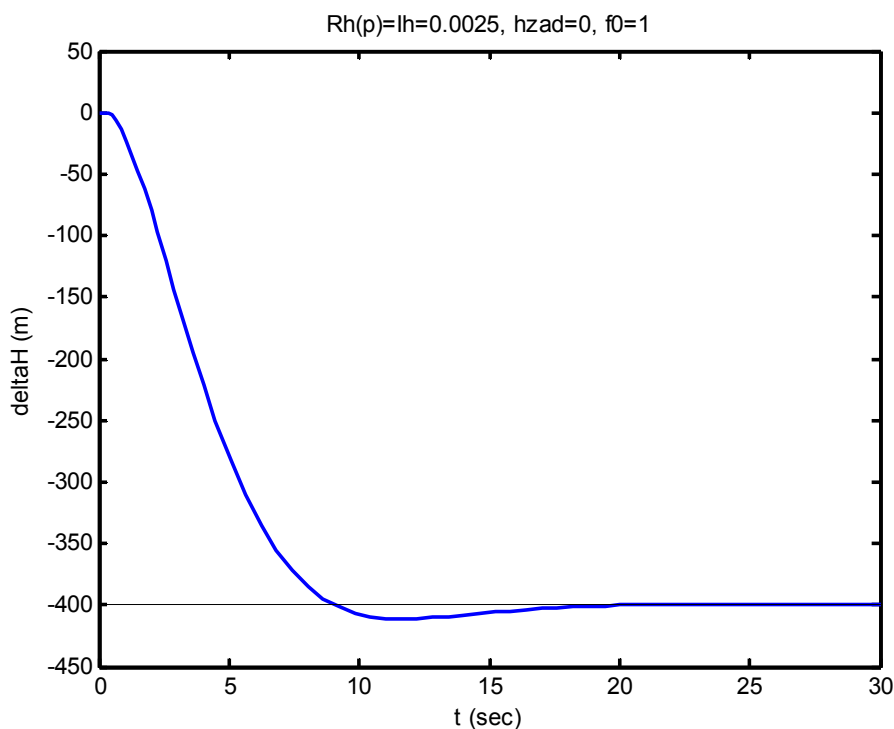
С други думи, при регулатор (3.8) системата за стабилизация на височината е статична по отношение на смущението  $f$  и големината на установената грешка  $\delta H_{уст}$  е обратно пропорционална на



стойността на коефициента на регулатора  $i_H$ . Така, намаляването на статичната грешка може да се осигури с увеличаване на коефициента на регулатора  $i_H$  в рамките на допустимия му интервал (3.15). Граничната стойност за  $i_H$  е  $i_{Hkp}$ , при която затворената система преминава от състояние на асимптотическа устойчивост в състояние на границата на устойчивост. Следователно, изборът на коефициента на регулатора  $i_H$  е компромис между качеството на преходния процес и времето на регулиране, от една страна, и големината на установената грешка, от друга. Един удачен компромис между характер на преходния процес, време на регулиране и установена грешка по смущение в случая е изборът  $i_H = 0.0025$  на коефициента на регулатора. На фиг. 3.13 е представен преходният процес и установената стойност на грешката

$$\delta H_{уст} = -\frac{1}{i_H} f_0 = -\frac{1}{0.0025} = -400 \text{ (m)}$$

по отношение смущението  $f$  в затворената система при такъв избор на коефициента на регулатора. В табл. 3.1 е представена процедурата `ssvkprd2.m` за изследване в Matlab на системата за стабилизация на височината при корекция с пропорционален регулатор.



Фиг. 3.13. Преходен процес и установена стойност на грешката по отношение смущението в затворената система, коригирана с П-регулатор при  $i_H = 0.0025$

Табл. 3.1

```
% ssvkprd2 - Система за Стабилизация на Височината Корекция с
% Пропорционален Регулатор Данни 2

echo on, format short g
help ssvkprd2

% Данни за неизменяемата част на системата
tau2=1/5 % времеконстанта [sec]
ksi2=0.3 % коефициент на затихване
T1c=1.585 % времеконстанта [sec]
Kh=105.4 % коефициент на усилване
pause

% определяне критичния коефициент на усилване на регулатора
lhkrit=((2*T1c*ksi2*tau2+tau2^2)*(T1c+2*ksi2*tau2)-T1c*tau2^2)/((2*T1c*ksi2*tau2+tau2^2)^2*Kh)
lhkritdb=20*log10(lhkrit) % стойност в децибели

num_W_teta=Kh % числител на предавателната функция
den_W_teta=conv([T1c 1 0],[tau2^2 2*ksi2*tau2 1]) % знаменател
% предавателната функция на неизменяемата част на системата
printsys(num_W_teta, den_W_teta, 'p'), pause
% ЛАФЧХ на некоригираната отворена система
figure, bode(num_W_teta, den_W_teta), pause
% АФЧХ на некоригираната отворена система
figure, nyquist(num_W_teta, den_W_teta), pause
% АФЧХ на некоригираната отворена система в областта около точката (-1, j0)
figure, nyquist(num_W_teta, den_W_teta, logspace(0, 2)), pause
% ЛАФЧХ на некоригираната отворена система и запаси по модул и фаза
figure, margin(num_W_teta, den_W_teta), pause

% Характеристики на системата при пропорционален регулатор със стойност lh=0.003
lh=0.003 % Стойност на коефициента на усилване на пропорционалния регулатор
% ЛАФЧХ на коригираната отворена система и запаси по модул и фаза
figure, margin(lh*num_W_teta, den_W_teta), pause
% АФЧХ на коригираната отворена система
figure, nyquist(lh*num_W_teta, den_W_teta, logspace(0, 2)), pause
% Simulink схема на затворената система
ssvkprzs1, pause

% Преходен процес в затворената система по задание
hzad=1, f0=0 % стойности съответно на заданието и смущението
sim('ssvkprzs1',[0 30],[]), t003=t; h003=h;
figure, plot(t,h,'r', t,1.05*ones(length(t),1),'k', t,0.95*ones(length(t),1),'k')
title('Rh(p)=lh=0.003, hzad=1, f0=0'), xlabel('t (sec)'), ylabel('H (m)'), pause

% Преходен процес в затворената система по смущение
hzad=0, f0=1 % стойности съответно на заданието и смущението
sim('ssvkprzs1',[0 30],[]), t003f=t; h003f=h;
% Съвместно представяне на прех. процес и установената стойност
figure, plot(t,h,'r', t,-1/lh*ones(length(t),1),'k')
title('Rh(p)=lh=0.003, hzad=0, f0=1'), xlabel('t (sec)'), ylabel('deltaH (m)'), pause

% Характеристики на системата при пропорционален регулатор със стойност 0.0025
lh=0.0025 % Стойност на коефициента на усилване на пропорционалния регулатор
% ЛАФЧХ на коригираната отворена система и запаси по модул и фаза
figure, margin(lh*num_W_teta, den_W_teta), pause

% Преходен процес в затворената система по задание
hzad=1, f0=0 % стойности съответно на заданието и смущението
sim('ssvkprzs1',[0 30],[]), t0025=t; h0025=h;
figure, plot(t,h,'b', t,1.05*ones(length(t),1),'k', t,0.95*ones(length(t),1),'k')
title('Rh(p)=lh=0.0025, hzad=1, f0=0'), xlabel('t (sec)'), ylabel('H (m)'), pause

% Преходен процес в затворената система по смущение
hzad=0, f0=1 % стойности съответно на заданието и смущението
```

```

sim('ssvkprzs1',[0 30],[]), t0025f=t; h0025f=h;
% Съвместно представяне на прех. процес и установената стойност
figure, plot(t,-h,'b', t,-1/lh*ones(length(t),1),'k')
title('Rh(p)=lh=0.0025, hzad=0, f0=1'), xlabel('t (sec)'), ylabel('deltaH (m)'), pause

% Характеристики на системата при пропорционален регулатор със стойност 0.002
lh=0.002 % Стойност на коефициента на усилване на пропорционалния регулатор
% ЛАФЧХ на коригираната отворена система и запаси по модул и фаза
figure, margin(lh*num_W_teta, den_W_teta), pause

% Преходен процес в затворената система по задание
hzad=1, f0=0 % стойности съответно на заданието и смущението
sim('ssvkprzs1',[0 30],[]), t002=t; h002=h;
figure, plot(t,h,'m', t,1.05*ones(length(t),1),'k', t,0.95*ones(length(t),1),'k')
title('Rh(p)=lh=0.002, hzad=1, f0=0'), xlabel('t (sec)'), ylabel('H (m)'), pause

% Преходен процес в затворената система по смущение
hzad=0, f0=1 % стойности съответно на заданието и смущението
sim('ssvkprzs1',[0 30],[]), t002f=t; h002f=h;

% Съвместно представяне на прех. процес и установената стойност
figure, plot(t,-h,'m', t,-1/lh*ones(length(t),1),'k')
title('Rh(p)=lh=0.002, hzad=0, f0=1'), xlabel('t (sec)'), ylabel('deltaH (m)'), pause

% Съвместно представяне на преходните процеси при стойности
% за lh съответно 0.003, 0.0025 и 0.002
figure, plot(t003,h003,'r', t0025,h0025,'b', t002,h002,'m')
hold on, plot(t,1.05*ones(length(t),1),'k', t,0.95*ones(length(t),1),'k'), grid
title('Rh(p)=lh, lh=0.003 (red), 0.0025 (blue), 0.002 (magenta)')
xlabel('t (sec)'), ylabel('H (m)')

```

### Корекция с ПИ-регулатор

Отстраняването на статичната грешка от действието на смущението  $f$  може да бъде достигнато чрез въвеждане на интеграл в закона на управление. При това предавателната функция на регулатора приема вида:

$$R_H(p) = i_H + \frac{i_{jH}}{p} = i_H \frac{T_H p + 1}{T_H p}, \quad T_H = \frac{i_H}{i_{jH}}. \quad (3.20)$$

Структурната схема на затворената система с такъв регулатор е представена на фиг. 3.14, Simulink модел ssvkpirzs1.mdl. Предавателната функция на грешката  $\delta H$  спрямо входа  $f$  в случая е:

$$\begin{aligned}
 W_{\delta H_f}(p) &= -W_{\Delta H_f}(p) = \\
 &= -\frac{K_H T_H p}{p^2 T_H (T_{1c} p + 1)(\tau_2^2 p^2 + 2\xi_2 \tau_2 p + 1) + K_H i_H (T_H p + 1)}.
 \end{aligned} \quad (3.21)$$

При условие, че параметрите на регулатора са подбрани подходящо и осигуряват устойчивост на затворената система, то установената грешка  $\delta H_{уст}$  при смущение  $f(t) = f_0 1(t)$ ,  $f_0 = const.$ , е:

$$\delta H_{уст} = \lim_{t \rightarrow \infty} \delta H(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p W_{\delta H f}(p) \frac{f_0}{p} = -\frac{0}{K_H i_H} f_0 = 0. \quad (3.22)$$

Така, предложената корекция действително елиминира установената статична грешка по смущение или с други думи, системата за стабилизация на височината в случая е астатична по отношение на смущението  $f$ .

От честотна гледна точка, идеята за корекция с такъв регулатор може да се представи по следния начин.

Ако се изходи от ЛАФЧХ на вече коригираната с П-регулатор отворена система, която осигурява устойчивост и приемливи динамични показатели на затворената система, то за премахване на статичната грешка от действието на смущението се налага допълнителна корекция на ЛАЧХ в нискочестотния участък чрез промяна на наклона му с  $-20 \text{ db/dec}$  - повишаване реда на астатизъм на системата - при възможност без съществени промени по отношение на средночестотния участък, срязващата честота, запасите по фаза и модул.

Подходящо за ролята на тази допълнителна корекция е динамичното звено с предавателна функция от типа  $W(p) = \frac{Tp + 1}{Tp}$ , чийто ЛАФЧХ

са представени на фиг. 3.15. Нискочестотната асимптота на ЛАЧХ, вляво от спрягащата честота  $1/T$ , е права с наклон  $-20 \text{ db/dec}$ , а високочестотната асимптота, вдясно от  $1/T$ , е правата  $0 \text{ db}$ . Съответно ЛФЧХ за диапазона на  $\omega$  от  $-\infty$ , спрягаща честота  $1/T$ , до  $+\infty$ , се изменя от  $-90^\circ$ , минавайки през  $-45^\circ$  при спрягащата честота  $1/T$ , достигайки до  $0^\circ$ .

Нека към вече коригирана отворена система с пропорционален регулатор  $R_H(p) = i_H = 0.0025$  с ЛАФЧХ от фиг. 3.9 допълнително се включи последователно и звено с предавателна функция

$W(p) = \frac{T_H p + 1}{T_H p}$ , чиято спрягащата честота  $1/T_H$  първоначално е

разположена “доста” по-наляво, например три и повече декади, от

срязващата честота  $\omega_{cr} = 0.246 \text{ rad/s}$  на коригираната с П-регулатор отворена система. В случая ще настъпят на практика промени в ЛАФЧХ на отворената система само в нискочестотния участък, чийто наклон ще се промени с  $-20 \text{ db/dec}$ , докато средночестотният и високочестотният участък на практика ще останат същите. Ако сега спрягащата честота  $1/T_H$  постепенно се придвижва в посока надясно към срязващата честота  $\omega_{cr} = 0.246 \text{ rad/s}$ , то наклонът на ЛАЧХ в нискочестотния участък ще си остане променен с  $-20 \text{ db/dec}$ , но ще започнат да настъпват и постепенни промени в средночестотния участък на ЛАЧХ на отворената система. Първоначално ще се запази същият наклон и близка до изходната стойност срязваща честота, като незначително ще се намали запасът по фаза. Постепенно с приближаване на спрягащата честота  $1/T_H$  към срязващата честота  $\omega_{cr} = 0.246 \text{ rad/s}$  промените ще имат по-изразителен характер. Този факт е илюстриран на фиг. 3.16, фиг. 3.19 и фиг. 3.22, където са представени ЛАФЧХ на коригираната отворена система при  $i_H = 0.0025$  и времеконстанта  $T_H$  на ПИ-регулатора (3.20) съответно  $T_H = 406 \text{ s} \approx 100/\omega_{cr} = 406.53 \text{ s}$ ,  $T_H = 40 \text{ s} \approx 10/\omega_{cr} = 40.653 \text{ s}$  и  $T_H = 20 \text{ s} \approx 5/\omega_{cr} = 20.326 \text{ s}$ . В сравнение с ЛАФЧХ на коригираната отворена система с П-регулатор при  $i_H = 0.0025$ , фиг. 3.9, ясно се забелязва запазването на средночестотния участък и запасите по фаза и модул при  $T_H = 406 \text{ s} \approx 100/\omega_{cr}$  - фиг. 3.16 и намаляване, достигащо приблизително  $11^\circ$ , на запаса по фаза, при нарастването на спрягащата честота  $1/T_H$ , респективно намаляването на  $T_H$ , във фиг. 3.19 и фиг. 3.22, при незначителни в случая промени на стойността на срязващата честота и запас по модул. От своя страна, тези промени в ЛАФЧХ на отворената система водят до промяна на показателите на преходния процес в затворената система. В сравнение с тези на коригираната с П-регулатор система - фиг. 3.10, тенденцията е от почти идентични процеси при  $T_H = 406 \text{ s} \approx 100/\omega_{cr}$ , фиг. 3.17, към влошаване - увеличаване времето на регулиране и пререгулирането, фиг. 3.20 и фиг. 3.23, при намаляването на  $T_H$ , респективно нарастването на спрягащата честота  $1/T_H$ . На фиг. 3.18, фиг. 3.21 и фиг. 3.24 са показани преходните процеси в затворената система по смущение последователно при  $T_H = 406 \text{ s}$ ,  $T_H = 40 \text{ s}$  и  $T_H = 20 \text{ s}$ . По отношение на времето за установяване на нулевата стойност на процеса по смущение тук се забелязва противоположен ефект – времето намалява при намаляване стойността на  $T_H$ , респективно нарастването на спрягащата честота  $1/T_H$ . С други думи, при такава корекция,

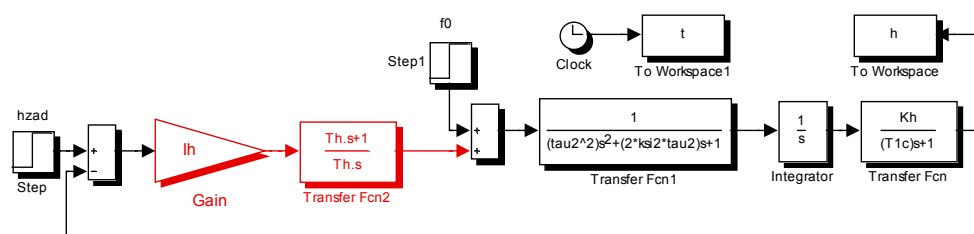
варирайки стойността на времеконстантата  $T_H$ , може да се избира в рамките на висока динамика с малко пререгулиране в преходния процес по задание, но много бавно установяване на нулевата грешка по смущение, фиг. 3.17 и фиг. 3.18, и по-продължително време на регулиране с по-високо пререгулиране в преходния процес по задание, но пък по-бързо установяване на нулевата стойност на процеса по смущение, фиг. 3.23 и фиг. 3.24. Следователно, изборът на времеконстантата  $T_H$  е компромис между качеството на преходния процес по задание, от една страна, и времето за установяване на нулевата стойност в преходния процес по смущение, от друга. За добро регулиране следва да бъде изпълнено условието сръзващата честота в резултат на корекцията да е на участък с наклон на ЛАЧХ – 20 db/dec. Така за спрягащата честота  $1/T_H$  трябва да важи

$$1/T_H \ll 1/T_{lc} \quad (3.23)$$

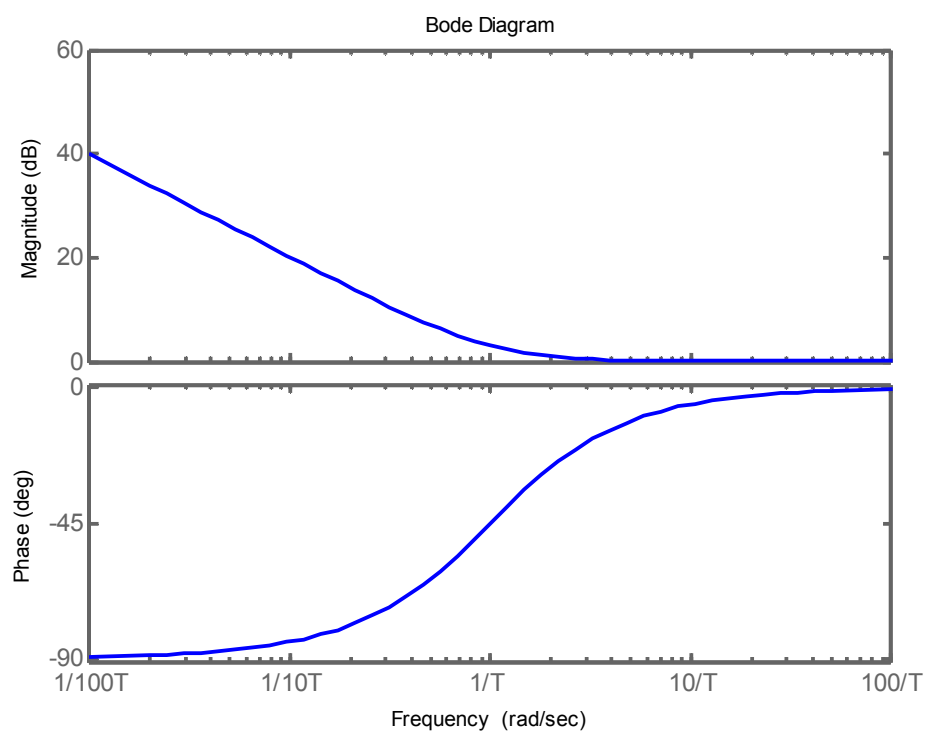
и е препоръчително изпълнението на съотношението

$$1/T_H = (0.1 \dots 0.2)\omega_{cp}. \quad (3.24)$$

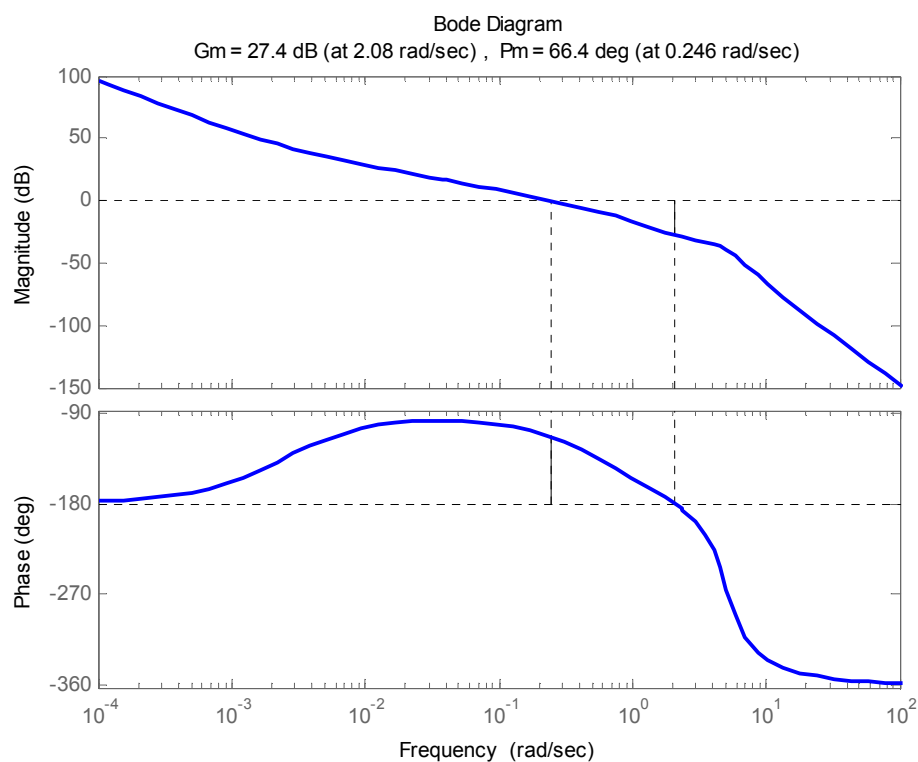
Разгледаните три случая съответно за  $T_H = 406 \text{ s} \approx 100/\omega_{cp}$ ,  $T_H = 40 \text{ s} \approx 10/\omega_{cp}$  и  $T_H = 20 \text{ s} \approx 5/\omega_{cp}$  удовлетворяват (3.23), а последното условие (3.24) дава гранични стойности за времеконстантата -  $T_H = 40 \text{ s} \approx 10/\omega_{cp}$  и  $T_H = 20 \text{ s} \approx 5/\omega_{cp}$ , определящи гранични ЛАФЧХ, съответно фиг. 3.19 и фиг. 3.22, процеси по задание, съответно фиг. 3.20 и фиг. 3.23, и процеси по смущение - фиг. 3.21 и фиг. 3.24. Изследването на системата за стабилизация при корекцията с ПИ-регулатор е с помощта на Matlab процедурата ssvkpird5.m, представена в табл. 3.2.



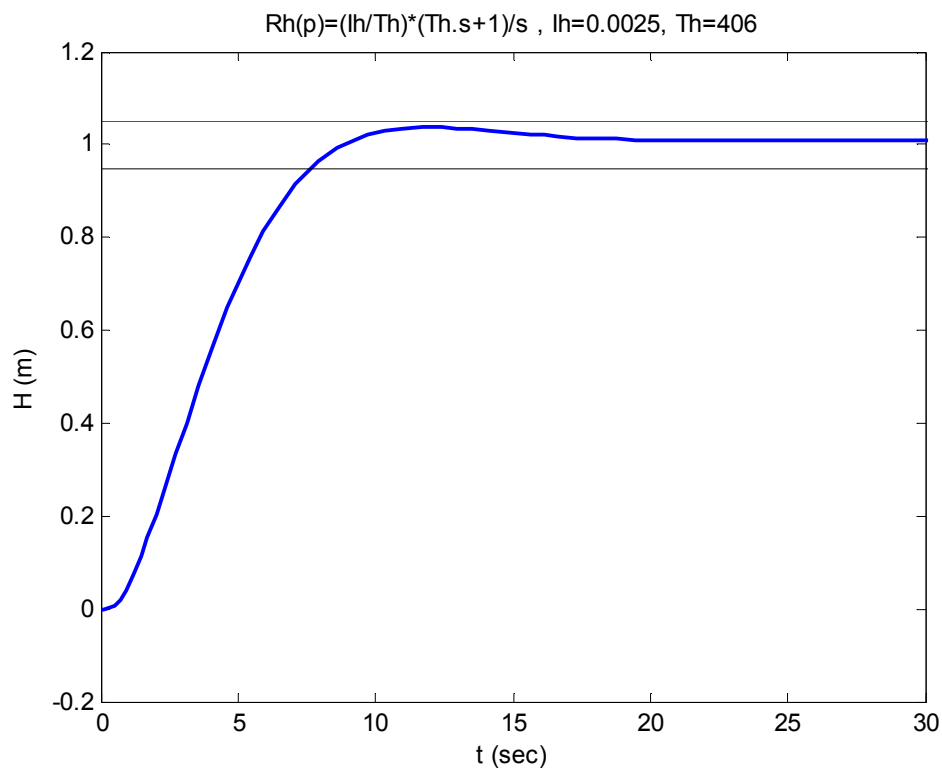
Фиг. 3.14. Simulink схема на модела на затворената система с ПИ-регулатор – ssvkpirds1.mdl



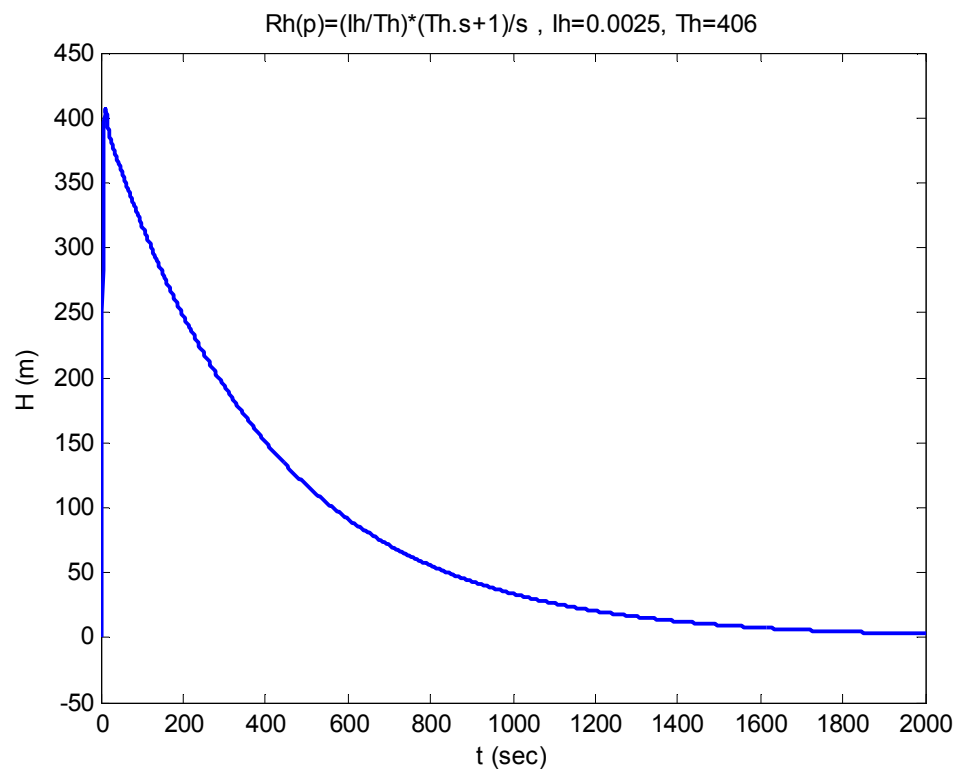
Фиг. 3.15. ЛАФЧХ на динамично звено с предавателна функция  $W(p) = \frac{Tp + 1}{Tp}$



Фиг. 3.16. ЛАФЧХ на коригираната отворената система с ПИ-регулатор при  $i_H = 0.0025$  и  $T_H = 406 \text{ s} \approx 100 / \omega_{cp}$

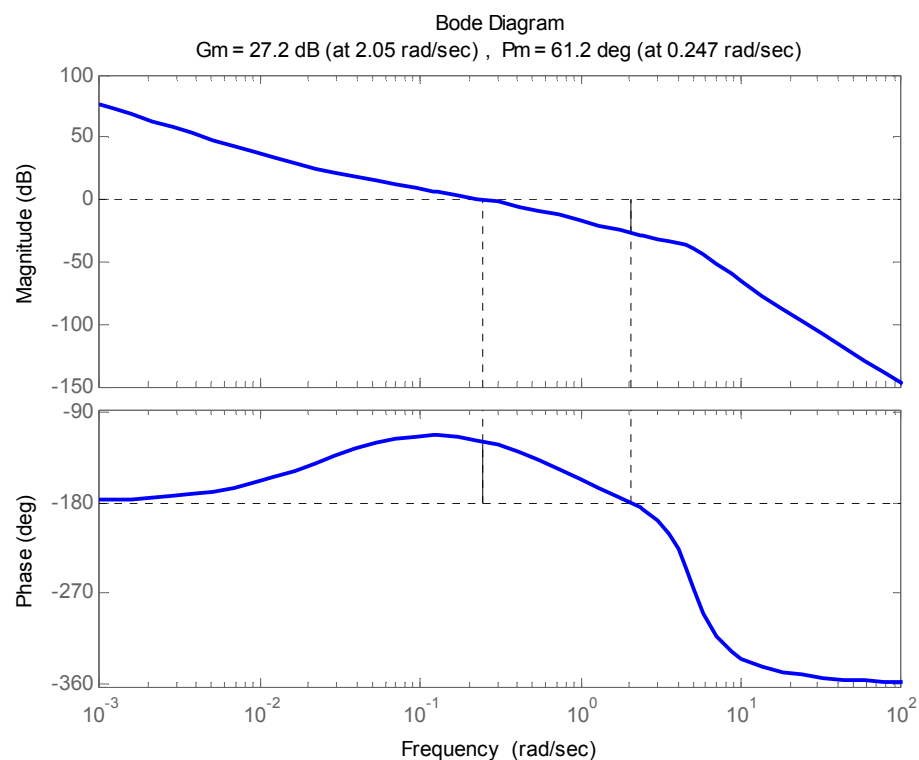


Фиг. 3.17. Преходен процес по задание в затворената система, коригирана с ПИ-регулатор при  $i_H = 0.0025$  и  $T_H = 406 \text{ s} \approx 100 / \omega_{cp}$

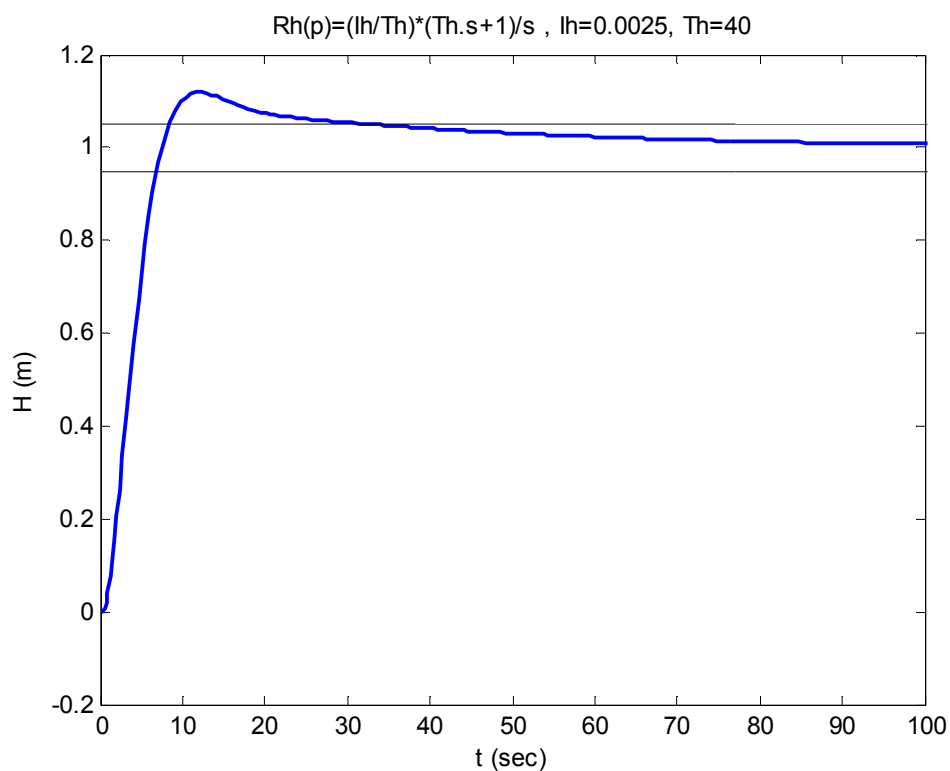


Фиг. 3.18. Преходен процес по смущение в затворената система, коригирана с ПИ-регулатор при  $i_H = 0.0025$  и  $T_H = 406 \text{ s} \approx 100 / \omega_{cp}$

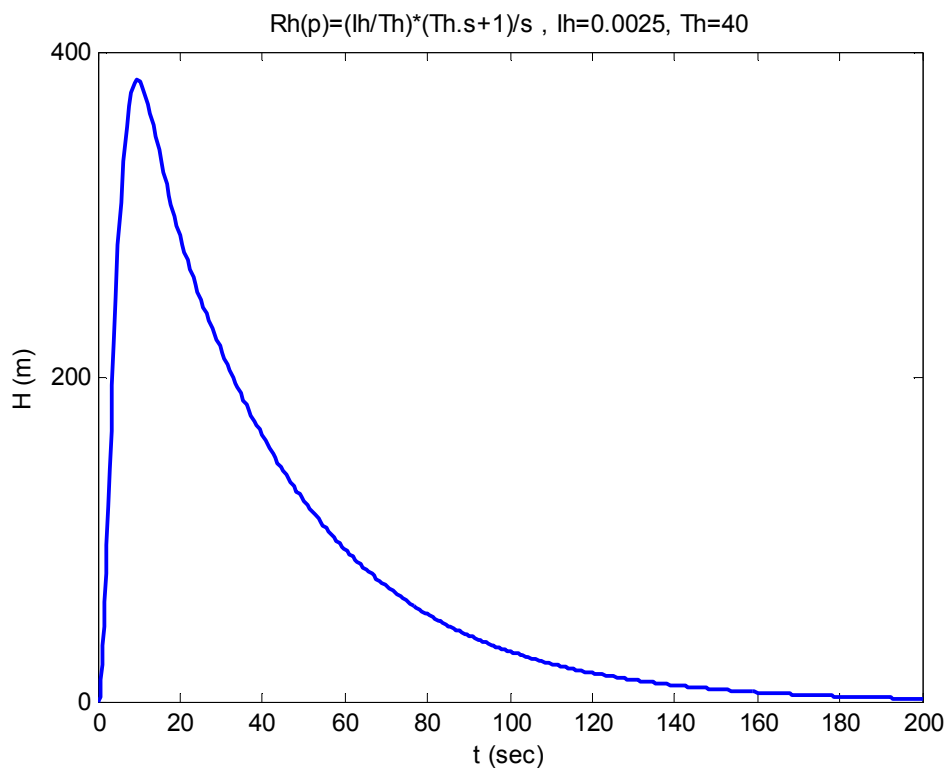




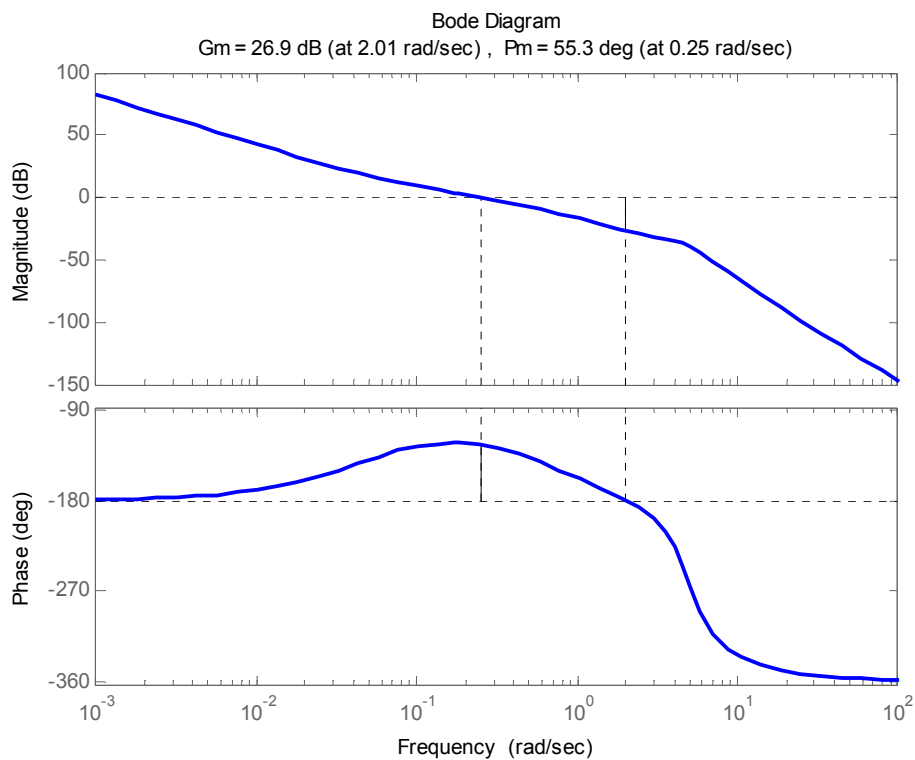
Фиг. 3.19. ЛАФЧХ на коригираната отворената система с ПИ-регулатор при  $i_H = 0.0025$  и  $T_H = 40 \text{ s} \approx 10 / \omega_{cp}$



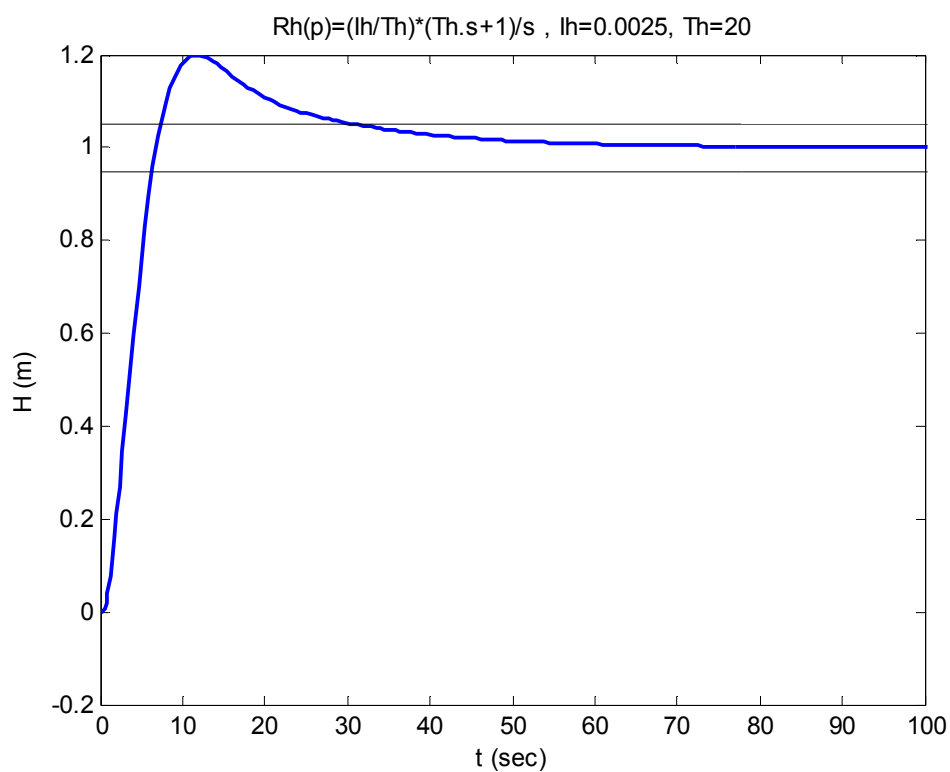
Фиг. 3.20. Преходен процес по задание в затворената система, коригирана с ПИ-регулатор при  $i_H = 0.0025$  и  $T_H = 40 \text{ s} \approx 10 / \omega_{cp}$



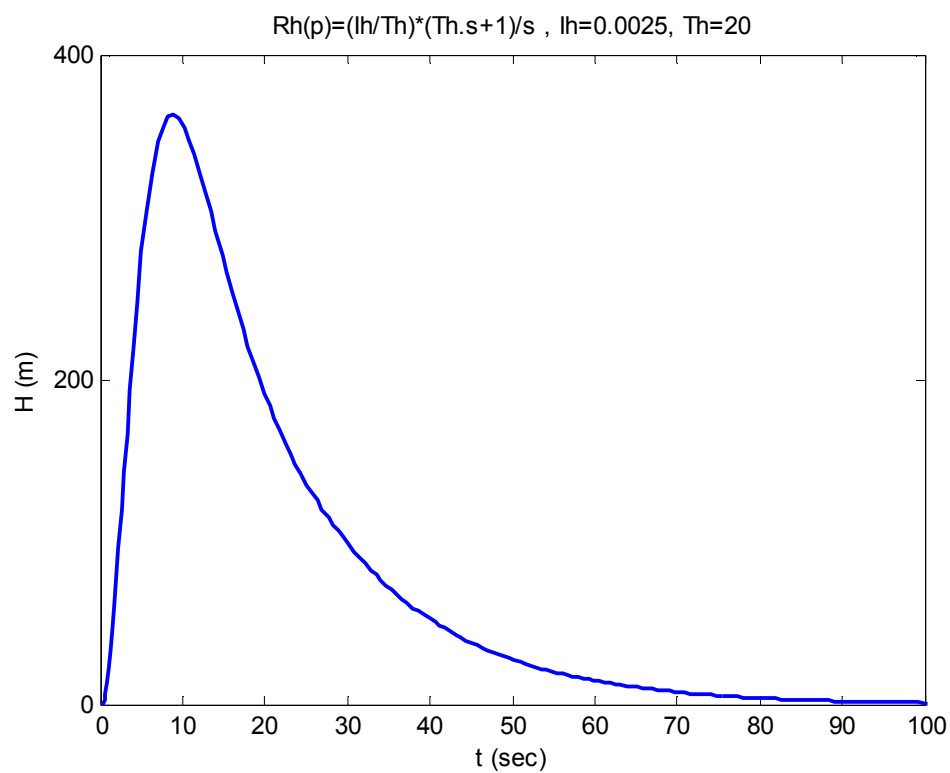
Фиг. 3.21. Преходен процес по смущение в затворената система, коригирана с ПИ-регулатор при  $i_H = 0.0025$  и  $T_H = 40 \text{ s} \approx 10 / \omega_{cp}$



Фиг. 3.22. ЛАФЧХ на коригираната отворената система с ПИ-регулатор при  $i_H = 0.0025$  и  $T_H = 20 \text{ s} \approx 5 / \omega_{cp}$



Фиг. 3.23. Преходен процес по задание в затворената система, коригирана с ПИ-регулатор при  $i_H = 0.0025$  и  $T_H = 20 \text{ s} \approx 5 / \omega_{cp}$



Фиг. 3.24. Преходен процес по смущение в затворената система, коригирана с ПИ-регулатор при  $i_H = 0.0025$  и  $T_H = 20 \text{ s} \approx 5 / \omega_{cp}$

Табл. 3.2

---

```

% ssvkpird5 - Система за Стабилизация на Височината
% Корекция с ПИ Регулатор Данни 5

help ssvkpird5

% Характеристики на системата при П регулатор със стойност lh=0.0025
lh=0.0025, pause
% Стойности на запасите по модул и фаза и съответните честоти за тях
[Gm0025p,Pm0025p,Wcg0025p,Wcp0025p]=margin(lh*num_W_teta, den_W_teta), pause

% Simulink схема на затворената система, коригирана с ПИ регулатор
ssvkiprzs1, pause

% Избор на времеконстантата и ЛАФЧХ на ПИ регулатора
Th_i=[100 10 5]/Wcp0025p, pause
% Закръгляне на времеконстантите към цели числа
Th_i=fix(Th_i), pause

for i=1:length(Th_i)
    Th=Th_i(i)
    figure, bode([Th_i(i) 1], [Th_i(i) 0]), pause
    % Линеен модел на коригираната отворената система с ПИ регулатор
    num_W_teta_pi(i,:)=conv(num_W_teta*lh, [Th_i(i) 1]) % числител на предавателната функция
    den_W_teta_pi(i,:)=conv([Th_i(i) 0], den_W_teta) % знаменател
    % ЛАФЧХ на коригираната отворената система и запаси по модул и фаза
    figure, margin(num_W_teta_pi(i,:), den_W_teta_pi(i,:)), pause

    % Преходен процес в затворената система по задание
    hzad=1, f0=0 % стойности съответно на заданието и смущението
    sim('ssvkiprzs1',[0 200],[], t0025pi=t; h0025pi=h;
    figure, plot(t,h,'m', t,1.05*ones(length(t),1),'k', t,0.95*ones(length(t),1),'k')
    title(['Rh(p)=(lh/Th)*(Th.s+1)/s , lh=' num2str(lh) ', Th=' num2str(Th_i(i)) ])
    xlabel('t (sec)'), ylabel('H (m)'), pause

    % Сравнение на преходните процеси по задание между
    % коригираната с П и коригираната с ПИ регулатор системи
    figure, plot(t0025,h0025,'r', t0025pi,h0025pi,'b')
    hold on, plot(t,1.05*ones(length(t),1),'k', t,0.95*ones(length(t),1),'k')
    title(['Rh(p)=lh (red), Rh(p)=(lh/Th)*(Th.s+1)/s (blue), lh=' num2str(lh) ', Th=' num2str(Th_i(i)) ])
    xlabel('t (sec)'), ylabel('H (m)'), pause

    % Преходен процес в затворената система по смущение
    hzad=0, f0=1 % стойности съответно на заданието и смущението
    sim('ssvkiprzs1',[0 200],[], t0025pif=t; h0025pif=h;
    figure, plot(t,h,'m')
    title(['Rh(p)=(lh/Th)*(Th.s+1)/s , lh=' num2str(lh) ', Th=' num2str(Th_i(i)) ])
    xlabel('t (sec)'), ylabel('H (m)'), pause

    % Сравнение на преходните процеси по смущение между
    % коригираната с П и коригираната с ПИ регулатор системи
    figure, plot(t0025f,h0025f,'r', t0025pif,h0025pif,'b')
    title(['Rh(p)=lh (red), Rh(p)=(lh/Th)*(Th.s+1)/s (blue), lh=' num2str(lh) ', Th=' num2str(Th_i(i)) ])
    xlabel('t (sec)'), ylabel('H (m)'), pause
end

```

---

Обобщавайки, за коригираната с ПИ-регулатор система може да се направи извод, че в сравнение с корекцията с П-регулатор се влошават динамичните показатели на преходния процес, но за сметка на това се печели по отношение на точностните – системата от статична по отношение на смущението се превръща в астатична.

### Допълнителна корекция с ПД-регулатор

При корекцията с ПИ-регулатор, участъкът с наклон  $-20$  db/dec на ЛАЧХ на коригираната отворена система е ограничен отдясно от честотата  $1/T_{lc}$ . Вследствие на това преходните процеси в затворената система, както се показва, са забавени. Бързодействието може да се подобри чрез разполагане на срязващата честота след честотата  $1/T_{lc}$  и корекция на наклона на ЛАЧХ в участъка около срязващата честота до стойност  $-20$  db/dec.

Наклоните на ЛАЧХ на коригираната с ПИ-регулатор система са следните. В диапазона от 0 до  $1/T_H$  наклон  $-40$  db/dec, в интервала от  $1/T_H$  до  $1/T_{lc}$  наклон  $-20$  db/dec, където е разположена и срязващата честота при тази корекция, в диапазона от  $1/T_{lc}$  до  $1/\tau_2$  наклон  $-40$  db/dec и след спрягащата честота  $1/\tau_2$  наклон  $-80$  db/dec.

За корекция на наклона на ЛАЧХ в участъка от  $1/T_{lc}$  до  $1/\tau_2$  от  $-40$  db/dec на  $-20$  db/dec е подходящо динамично звено с предавателна функция от типа  $W(p) = k \frac{T_1 p + 1}{T_2 p + 1}$ , където  $T_2 < T_1$  или  $1/T_1 < 1/T_2$ , или

така наречения реален ПД-регулатор. Аперидичното звено  $\frac{1}{T_2 p + 1}$  е баластно звено, включено в състава на регулатора с цел осигуряване на неговата физическа реализуемост. Времеконстантата  $T_2$  е препоръчително да се избира от съотношението  $T_1 = (6 - 10)T_2$ .

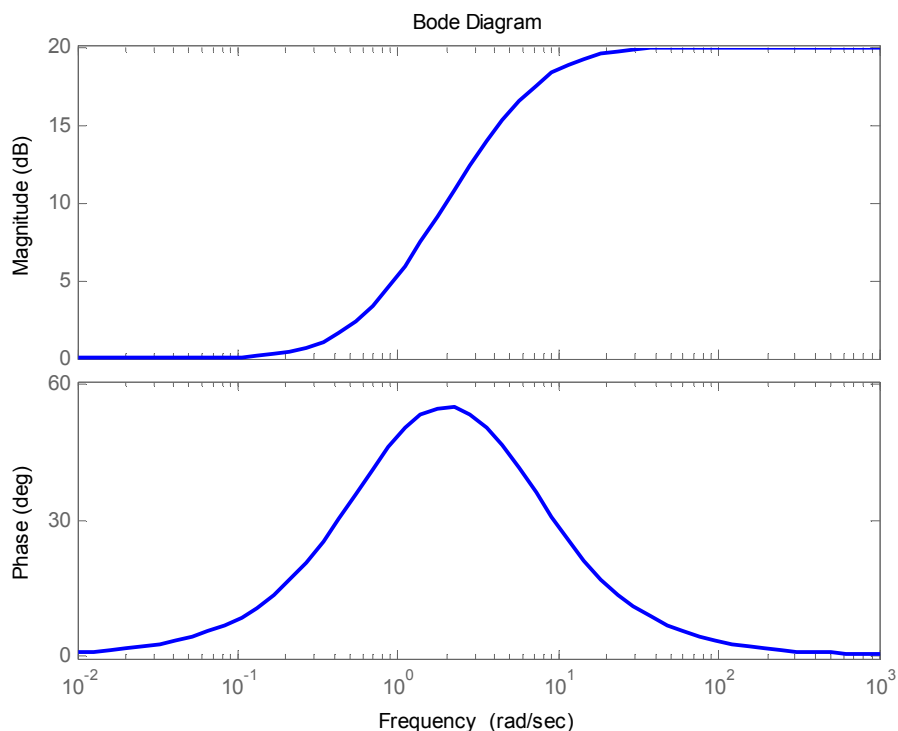
ЛАФЧХ на ПД-регулатора при стойности на параметрите му  $k=1$ ,  $T_1 = T_{lc} = 1.585$  s и  $T_2 = T_{lc}/10 = 0.1585$  s са представени на фиг. 3.25. Спрягащите честоти в случая са  $1/T_1 = 1/T_{lc} = 0.631$  rad/s и  $1/T_2 = 10/T_{lc} = 6.31$  rad/s. Наклоните на неговата ЛАЧХ са съответно: вляво от спрягащата честота  $1/T_1$  наклон  $0$  db/dec, в участъка между честотите  $1/T_1$  и  $1/T_2$  наклон  $+20$  db/dec, а след спрягащата честота  $1/T_2$  наклон  $0$  db/dec. Фазово-честотната функция на звеното

$$\varphi(\omega) = \arctg(\omega T_1) - \arctg(\omega T_2) \quad (3.25)$$

определя ЛФЧХ и показва, че при корекция с такова звено се внася положителна фаза, като максималното изпреварване по фаза е при средногеометричната честота  $1/\sqrt{T_1 T_2}$

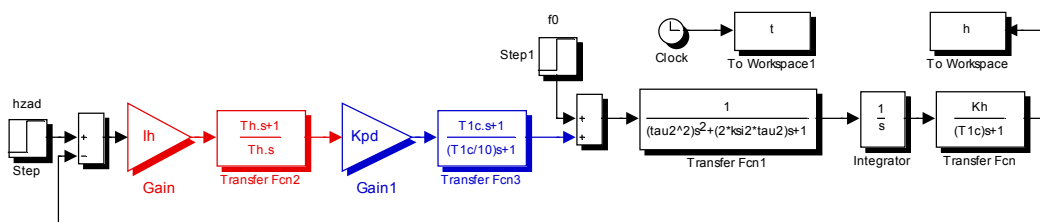
$$\max \varphi(\omega) = \varphi(1/\sqrt{T_1 T_2}) = \arctg(\sqrt{T_1/T_2}) - \arctg(\sqrt{T_2/T_1}). \quad (3.26)$$

В случая  $\max \varphi(\omega) = 54.903^\circ$ . На фиг. 3.26 е показан Simulink моделът ssvkripdrzs1.mdl на затворената система, коригирана с ПИ и допълнителен ПД-регулатор.



Фиг. 3.25. ЛАФЧХ на реалния ПД-регулатор  $W(p) = k \frac{T_1 p + 1}{T_2 p + 1}$  при  $k = 1$ ,

$$T_1 = T_{lc} = 1.585 \text{ s и } T_2 = T_{lc} / 10 = 0.1585 \text{ s}$$

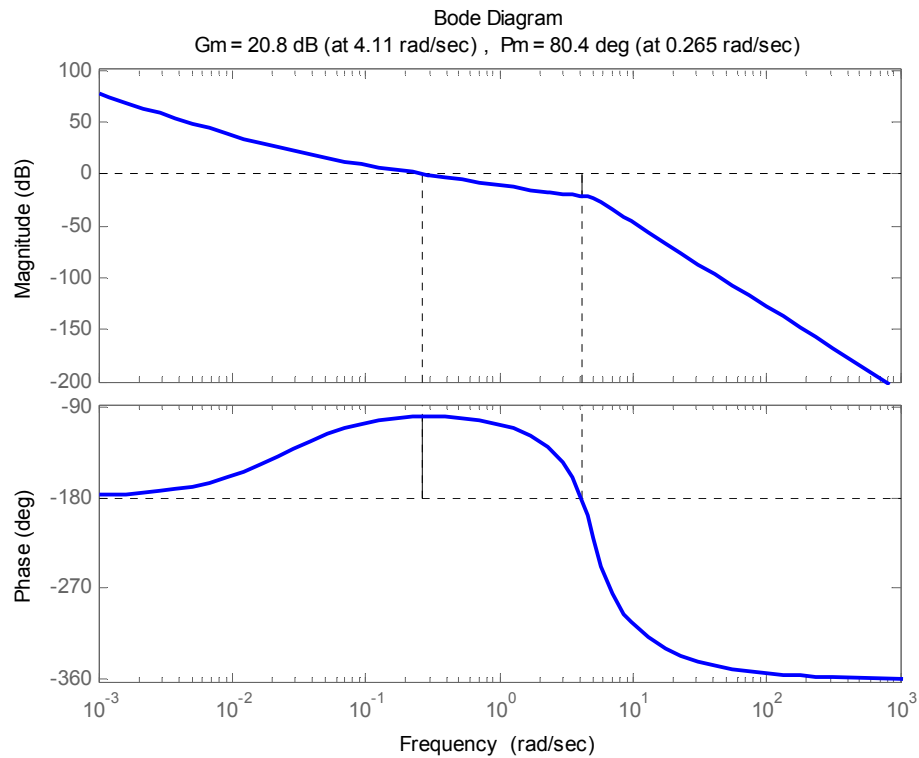


Фиг. 3.26. Simulink модел ssvkripdrzs1.mdl на затворената система, коригирана с ПИ и допълнителен ПД-регулатор

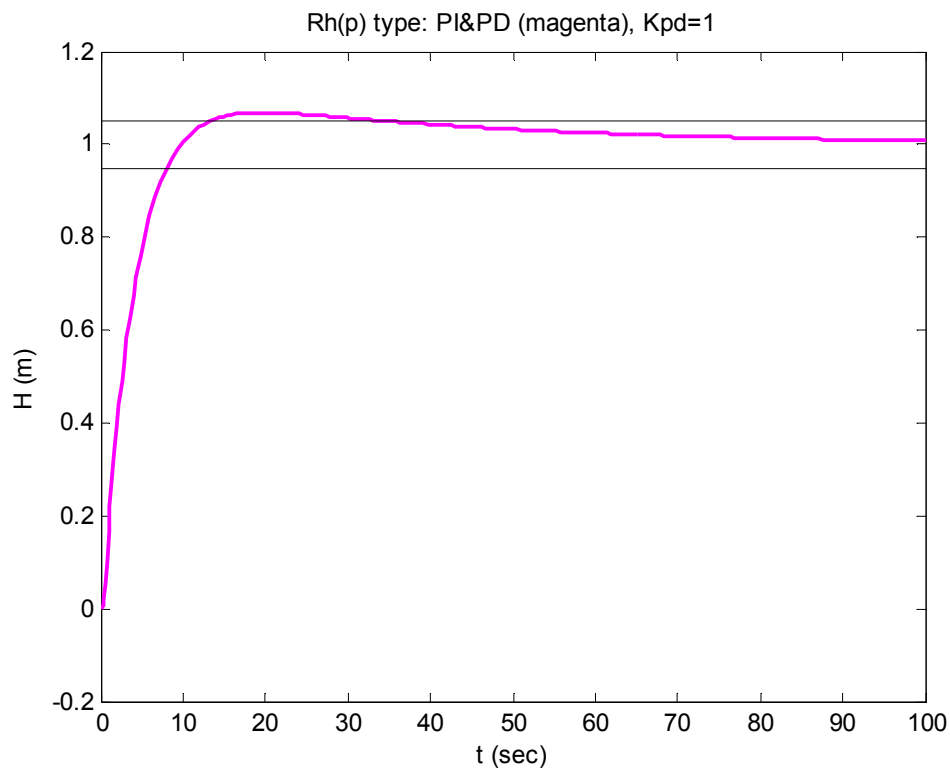
Нека ПИ-регулаторът е с параметри  $i_H = 0.0025$  и  $T_H = 40 \text{ s}$ . ЛАФЧХ на коригираната с него отворена система са на фиг. 3.19, а преходните процеси в затворената система по задание и смущение са показани

съответно на фиг. 3.20 и фиг. 3.21. Включването допълнително на горния ПД-регулатор в състава на вече коригираната с ПИ-регулатор отворена система дава резултатните ЛАФЧХ на фиг. 3.27. Наклоните на ЛАЧХ в отделните участъци от спрягащи честоти вече са следните. В диапазона от 0 до  $1/T_H = 0.025 \text{ rad/s}$  наклонът остава  $-40 \text{ db/dec}$ , в интервала от  $1/T_H$  до  $1/T_1 = 1/T_{1c} = 0.631 \text{ rad/s}$  наклонът остава  $-20 \text{ db/dec}$ , от  $1/T_1 = 1/T_{1c} = 0.631 \text{ rad/s}$  до  $1/\tau_2 = 5 \text{ rad/s}$  наклонът се променя от  $-40 \text{ db/dec}$  на  $-20 \text{ db/dec}$ , в диапазона от  $1/\tau_2 = 5 \text{ rad/s}$  до  $1/T_2 = 10/T_{1c} = 6.31 \text{ rad/s}$  наклонът от  $-80 \text{ db/dec}$  се променя на  $-60 \text{ db/dec}$  и след спрягащата честота  $1/T_2 = 10/T_{1c} = 6.31 \text{ rad/s}$  наклонът е  $-80 \text{ db/dec}$ . Така е извършена първата стъпка към подобряването на динамичните показатели на преходния процес - участъкът с наклон  $-20 \text{ db/dec}$  е разширен надясно след честотата  $1/T_{1c} = 0.631 \text{ rad/s}$  и вече обхваща интервала от  $1/T_H = 0.0246 \text{ rad/s}$  до  $1/\tau_2 = 5 \text{ rad/s}$ .

Следващата стъпка е подходящ избор на нова срязваща честота в разширения участък с наклон  $-20 \text{ db/dec}$ . Това означава определяне на подходящ коефициент  $k$  на ПД-регулатора, респективно коефициент на усилване на отворената система. Действително, при първоначалния коефициент  $k=1$  на ПД-регулатора срязващата честота почти не се променя в сравнение с корекцията само с ПИ-регулатора – от  $0.247 \text{ rad/s}$  във фиг. 3.19 на  $0.265 \text{ rad/s}$  във фиг. 3.27, което резултира в преходни процеси с почти еднакво време на регулиране – фиг. 3.20 и фиг. 3.28. Увеличаването на коефициента  $k$  на ПД-регулатора, респективно коефициента на усилване на отворената система, води до транслирането на ЛАЧХ в посока нагоре с  $20 \lg k \text{ db}$  и в резултат на това преместване на срязващата честота надясно. Максимално допустимото увеличаване на коефициента  $k$  се определя от запаса по модул  $\Delta L = 20.8 \text{ db}$  при честота  $4.11 \text{ rad/s}$ , фиг. 3.27, тъй като при  $20 \lg k = \Delta L = 20.8 \text{ db}$  затворената система ще е на границата на устойчивост. Забелязва се още, че с увеличаването на  $k$  освен запасът по модул, намалява и запасът по фаза. Така може да се очаква, че нарастването на  $k$  ще води да нарастване на срязващата честота, която ще се премества надясно в участъка с наклон  $-20 \text{ db/dec}$  и по този начин ще се подобрява динамиката на преходния процес, но след определен момент увеличаването на  $k$  ще има обратен ефект – преходният процес ще придобие колебателен характер, който ще се засилва, а самият процес ще затихва по-бавно, докато накрая се излезе на границата на устойчивост.

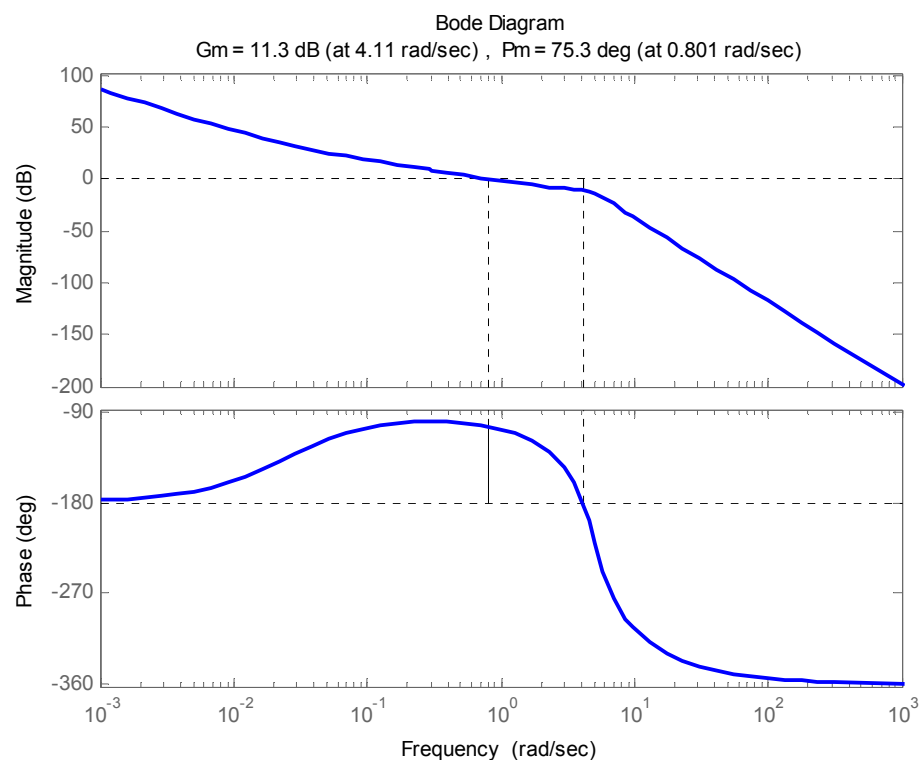


Фиг. 3.27. Резултатни ЛАФЧХ на коригираната с ПИ и ПД-регулатор отворена система при първоначален коефициент  $k = 1$  на ПД-регулатора

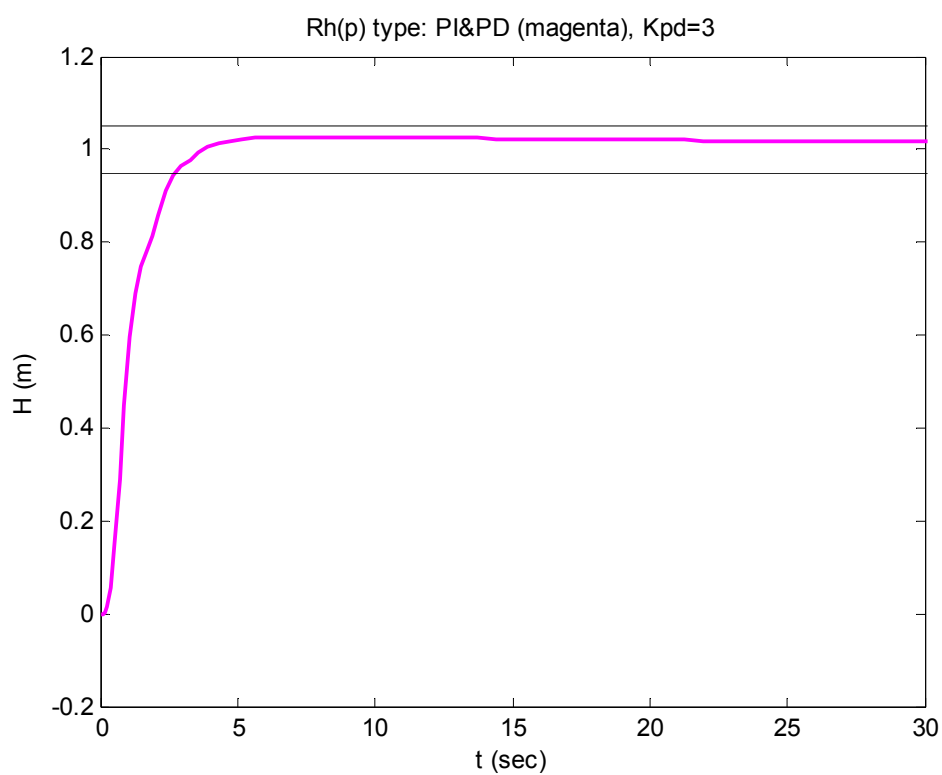


Фиг. 3.28. Преходен процес по задание в затворената система, коригирана с ПИ и ПД-регулатор при първоначален коефициент  $k = 1$  на ПД-регулатора

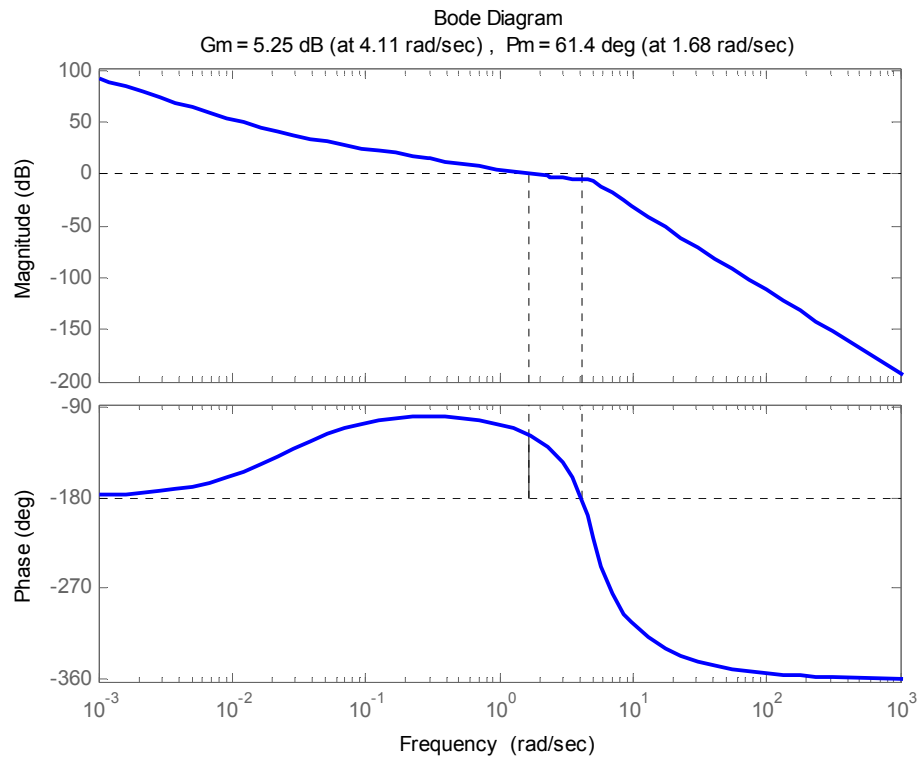




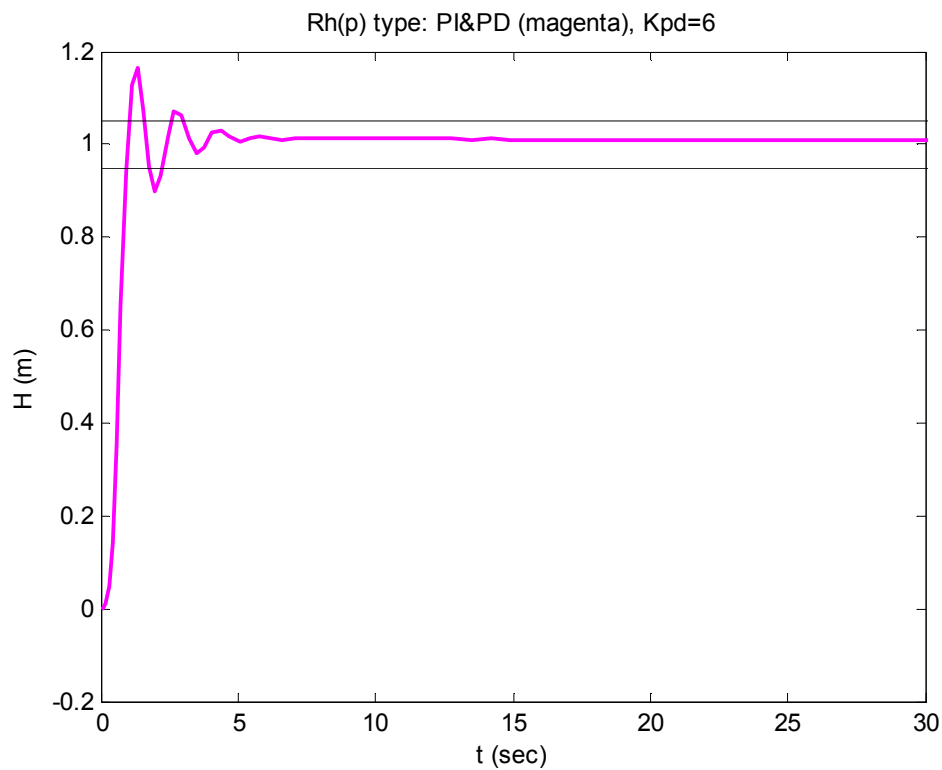
Фиг. 3.29. Резултатни ЛАФЧХ на коригираната с ПИ и ПД-регулатор отворена система при коефициент  $k = 3$  на ПД-регулатора



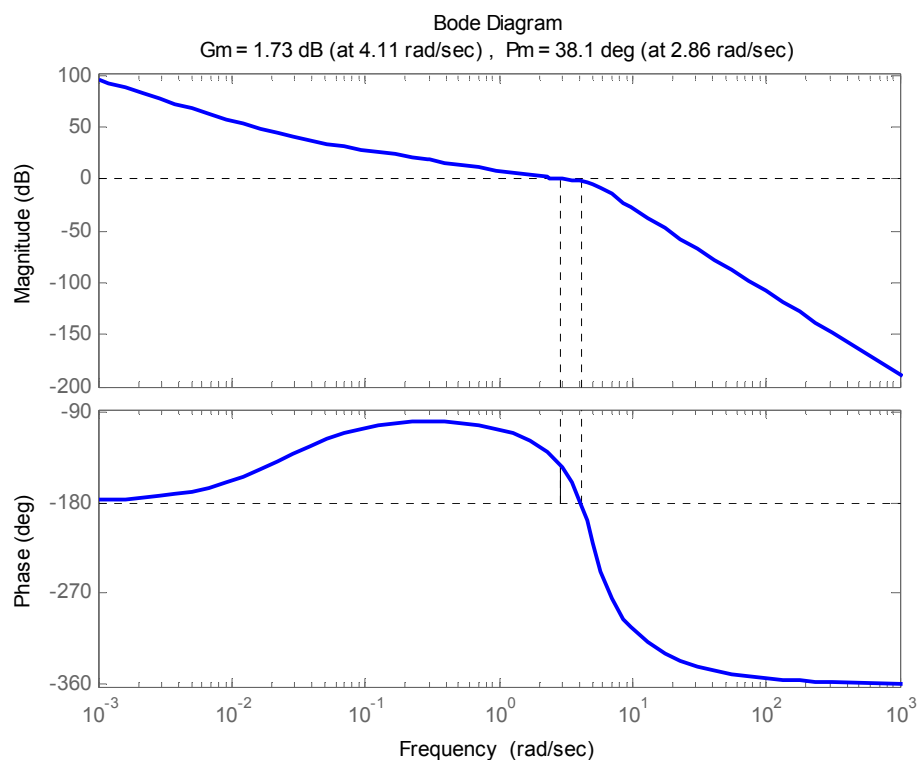
Фиг. 3.30. Преходен процес по задание в затворената система, коригирана с ПИ и ПД-регулатор при коефициент  $k = 3$  на ПД-регулатора



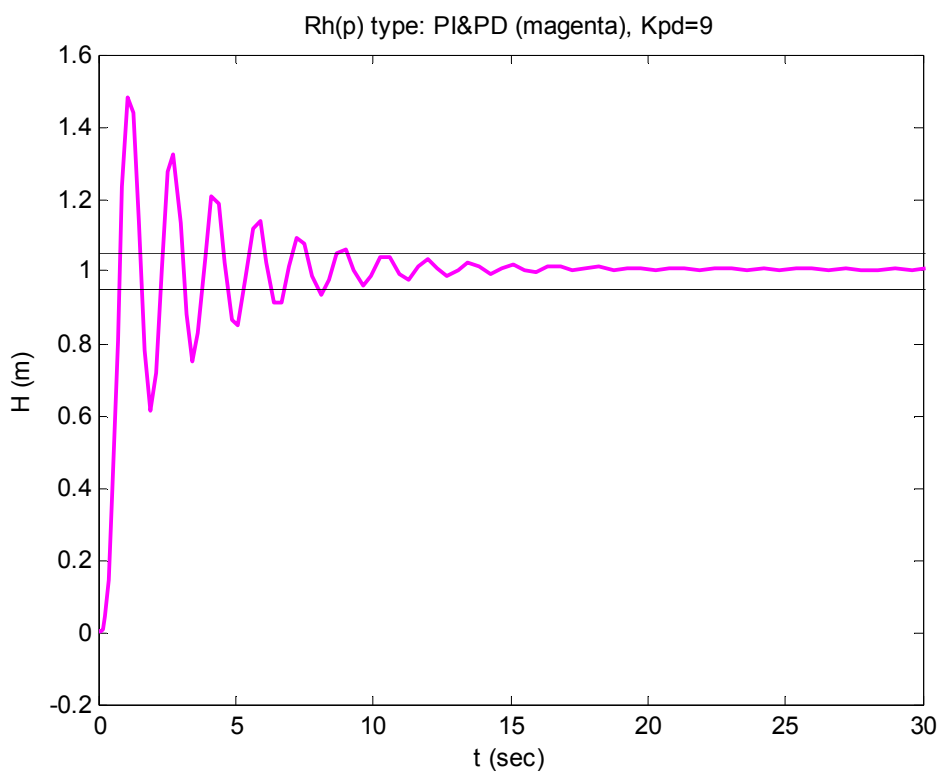
Фиг. 3.31. Резултатни ЛАФЧХ на коригираната с ПИ и ПД-регулатор отворена система при коефициент  $k = 6$  на ПД-регулатора



Фиг. 3.32. Преходен процес по задание в затворената система, коригирана с ПИ и ПД-регулатор при коефициент  $k = 6$  на ПД-регулатора



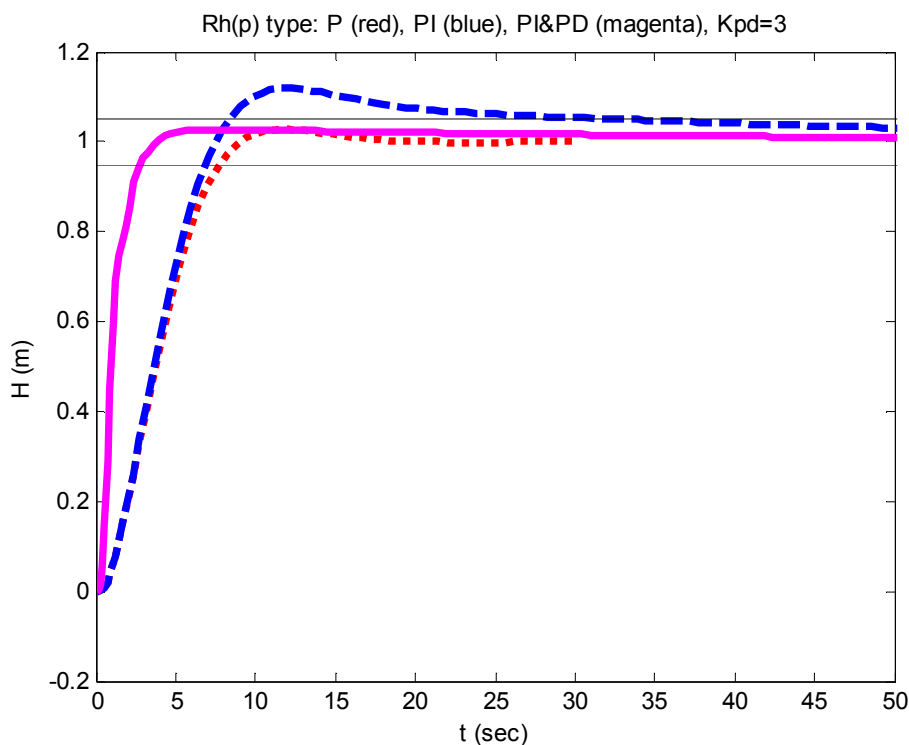
Фиг. 3.33. Резултатни ЛАФЧХ на коригираната с ПИ и ПД-регулатор отворена система при коефициент  $k = 9$  на ПД-регулатора



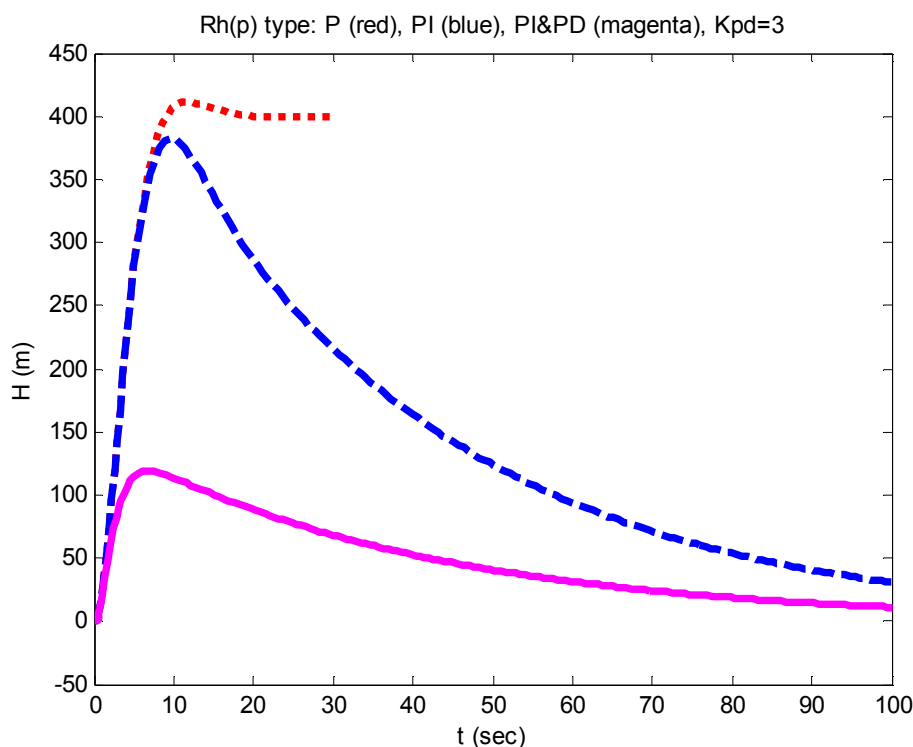
Фиг. 3.34. Преходен процес по задание в затворената система, коригирана с ПИ и ПД-регулатор при коефициент  $k = 9$  на ПД-регулатора

На фиг. 3.29 и фиг. 3.30, фиг. 3.31 и фиг. 3.32, фиг. 3.33 и фиг. 3.34 са показани ЛАФЧХ и преходните процеси по задание съответно за  $k=3$ ,  $k=6$  и  $k=9$ , които илюстрират тази зависимост от коефициента на усилване.

Забележима е подобрената динамика за  $k=3$  на фиг. 3.30. Времето на регулиране е 2.7 s, повече от десет пъти по-добро от това при корекцията само с ПИ-регулатор от фиг. 3.20 - 33.5 s и е повече от два пъти по-добро от това при корекцията с П-регулатор от фиг. 3.10 - 7.63 s. Характерът на преходния процес е апериодичен и е също с по-добро пререгулиране - 2.8 % в сравнение с 11.9 % за корекцията само с ПИ-регулатор. На фиг. 3.35 са показани съвместно преходните процеси по задание при трите вида корекции съответно с П-регулатор (процеса с “.”), ПИ-регулатор (процеса с “-”) и с ПИ и допълнителния ПД-регулатор (процеса с непрекъсната линия). Забелязва се още и подобреното време на нарастване при корекцията с ПД-регулатор в сравнение с това при П-регулатора. На фиг. 3.36 аналогично са показани съвместно преходните процеси по смущение при трите вида корекции. Ясно се забелязва по-краткото време за достигане на нулевата установена стойност при корекцията с ПИ и допълнителния ПД-регулатор в сравнение с корекцията само с ПИ-регулатор.



Фиг. 3.35. Сравнение на преходните процеси по задание при корекции с П-регулатор (процеса с “.”), ПИ-регулатор (процеса с “-”) и с ПИ и допълнителен ПД-регулатор при  $k=3$  (процеса с непрекъсната линия)



Фиг. 3.36. Сравнение на преходните процеси по смущение при корекции с П-регулатор (процеса с “.”), ПИ-регулатор (процеса с “-”) и с ПИ и допълнителен ПД-регулатор при коефициент  $k = 3$  (процеса с непрекъснатата линия)

Така за включването към коригираната с ПИ-регулатор система още на допълнителен ПД-регулатор може да се направи очакваният извод, че това води до значително подобряване на динамичните показатели на преходните процеси в затворената система при запазване на постигната чрез корекцията с ПИ-регулатор точност на системата в установен режим.

Изследването на системата за стабилизация при корекцията с допълнителен ПД-регулатор е с помощта на Matlab процедурата `ssvkpipdrd3.m`, представена в табл. 3.3.

Табл. 3.3

% ssvkpihdrd3 - Система за Стабилизация на Височината  
% Корекция с ПИ и ПД Регулатор Данни 3

help ssvkpihdrd3

% Параметри и процеси на избраната корекция с ПИ-регулатор  
Th=40 % Th=40 s  
% Преходен процес в затворената система по задание  
hzad=1, f0=0 % стойности съответно на заданието и смущението  
sim('ssvkpirzs1',[0 200],[]), t0025pi=t; h0025pi=h;  
% Преходен процес в затворената система по смущение  
hzad=0, f0=1 % стойности съответно на заданието и смущението  
sim('ssvkpirzs1',[0 200],[]), t0025pif=t; h0025pif=h;

% Simulink схема на затворената система

```

ssvkipdrzs1, pause

% ЛАФЧХ на ПД-регулатора при Kpd=1
Kpd=1, figure, bode(Kpd*[T1c 1],[T1c/10 1], logspace(-2,3)), pause

% Избор на коефициента на ПД-регулатора
Kpd_i=[1 3 6 9 10.9 11], pause

clear num_W_H_pipd den_W_H_pipd
for i=1:length(Kpd_i)
    Kpd=Kpd_i(i)

    % Предавателна функция на коригираната с ПИ и ПД-регулатор отворена система
    num_W_H_pipd(i,:)=conv(Kpd*[T1c 1], num_W_teta_pi(2,:))
    den_W_H_pipd=conv([T1c/10 1], den_W_teta_pi(2,:))
    printsys(num_W_H_pipd(i,:), den_W_H_pipd, 's')

    % ЛАФЧХ на коригираната отворената система и запаси по модул и фаза,
    figure, margin(num_W_H_pipd(i,:), den_W_H_pipd), pause

    % Simulink схема на затворената система
    ssvkipdrzs1, pause
    % Преходен процес в затворената система по задание
    hzad=1, f0=0 % стойности съответно на заданието и смущението
    sim('ssvkipdrzs1',[0 100],[]), tpid1=t; hpid1=h;
    figure, plot(t,h,'m', t,1.05*ones(length(t),1),'k', t,0.95*ones(length(t),1),'k')
    title(['Rh(p) type: PI&PD (magenta), Kpd=' num2str(Kpd)])
    xlabel('t (sec)'), ylabel('H (m)'), pause

    % Преходен процес в затворената система по смущение
    hzad=0, f0=1 % стойности съответно на заданието и смущението
    sim('ssvkipdrzs1',[0 100],[]), tpid1f=t; hpid1f=h;
    figure, plot(t,h,'m')
    title(['Rh(p) type: PI&PD (magenta), Kpd=' num2str(Kpd)])
    xlabel('t (sec)'), ylabel('H (m)'), pause

    % Сравнение на преходните процеси по задание между
    % коригираната с П, ПИ и ПИ&ПД регулатор системи
    figure, plot(t0025,h0025,'r', t0025pi,h0025pi,'b', tpid1,hpid1,'m')
    hold on, plot(t0025pi,1.05*ones(length(t0025pi),1),'k', t0025pi,0.95*ones(length(t0025pi),1),'k')
    title(['Rh(p) type: P (red), PI (blue), PI&PD (magenta), Kpd=' num2str(Kpd)])
    xlabel('t (sec)'), ylabel('H (m)'), pause

    % Сравнение на преходните процеси по смущение между
    % коригираната с П, ПИ и ПИ&ПД регулатор системи
    figure, plot(t0025f,h0025f,'r', t0025pif,h0025pif,'b', tpid1f,hpid1f,'m')
    title(['Rh(p) type: P (red), PI (blue), PI&PD (magenta), Kpd=' num2str(Kpd)])
    xlabel('t (sec)'), ylabel('H (m)'), pause
end

```

## Корекция с ПИД-регулатор

Предавателната функция на регулатора  $R_H(p)$  на системата, коригирана с ПИ и допълнителен ПД-регулатор е

$$R_H(p) = \left( i_H \frac{T_H p + 1}{T_H P} \right) \left( k \frac{T_1 p + 1}{T_2 p + 1} \right), \quad T_2 < T_1. \quad (3.27)$$

Преобразувайки (3.27),  $R_H(p)$  може да се представи във вида

$$R_H(p) = \left( \left( i_H k + \frac{i_H}{T_H} T_1 k \right) + (i_H k T_1) p + \frac{\left( \frac{i_H}{T_H} k \right)}{p} \right) \frac{1}{T_2 p + 1}. \quad (3.28)$$

Полагайки

$$i_{HPID} = i_H k + \frac{i_H}{T_H} T_1 k, \quad i_{VHPID} = i_H k T_1, \quad i_{IHPID} = \frac{i_H}{T_H} k, \quad (3.29)$$

$$R_{PID}(p) = i_{HPID} + i_{VHPID} p + \frac{i_{IHPID}}{p}, \quad (3.30)$$

предавателната функция на регулатора  $R_H(p)$  се записва като

$$\begin{aligned} R_H(p) &= \left( i_{HPID} + i_{VHPID} p + \frac{i_{IHPID}}{p} \right) \frac{1}{T_2 p + 1} = \\ &= R_{PID}(p) \frac{1}{T_2 p + 1}. \end{aligned} \quad (3.31)$$

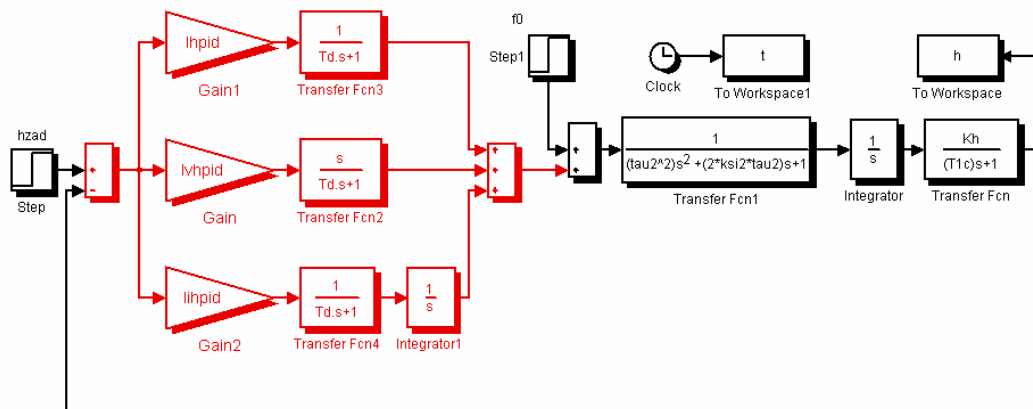
Така, отчитайки смисъла на въвеждането на апериодичното звено  $\frac{1}{T_2 p + 1}$  в качеството му на баластно звено с цел физическа

реализуемост на регулатора, чрез допълнителната корекция с реален ПД-регулатор на вече коригираната с ПИ-регулатор система на практика се получава един реален ПИД-регулатор (3.31), в състава на който е предавателната функция  $R_{PID}(p)$  (3.30) на идеалния ПИД-регулатор. Може да се каже на основата на направените последователни корекции с П, ПИ и ПИ с допълнителен ПД-регулатор, че “интегралната” – “И” съставяща  $\frac{i_{IHPID}}{p}$  в  $R_{PID}(p)$  се

включва с цел осигуряване на по-висок астатизъм на системата, а “диференциалната” – “Д” съставяща  $i_{VHPID} p$  пък е за подобряване динамичните показатели на преходния процес.

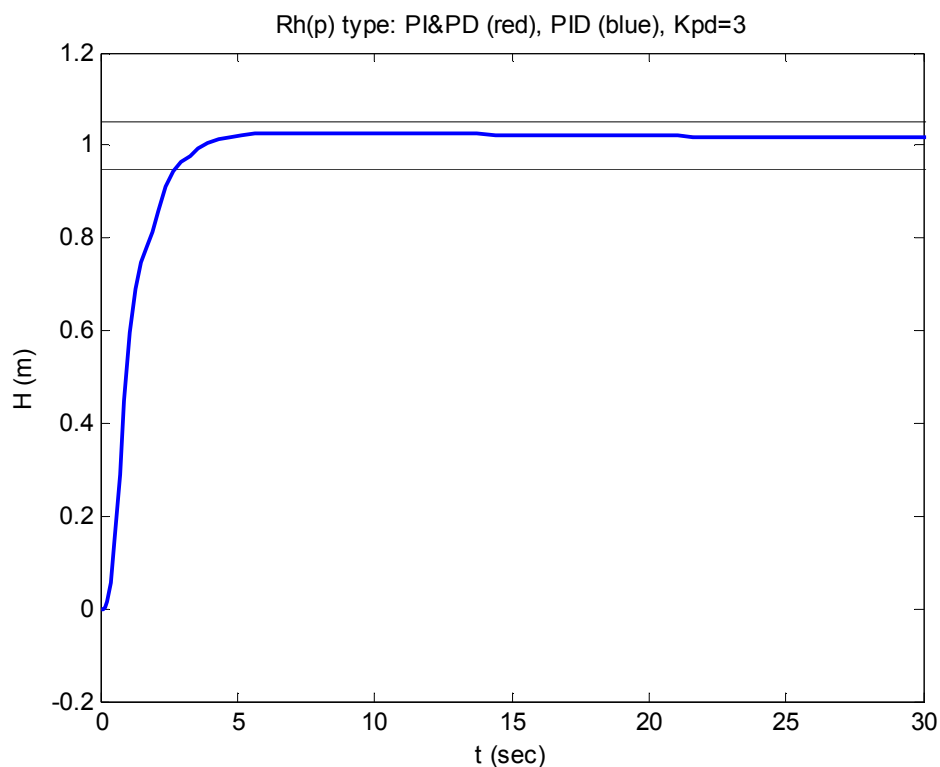
На фиг. 3.37 е показан Simulink моделът `ssvkipidrlzsl.mdl` на затворената система за стабилизация на височината с реалния ПИД-регулатор (3.31). Неговите параметри при параметри на ПИ-регулатора  $i_H = 0.0025$  и  $T_H = 40$  s и на ПД-регулатора  $T_1 = T_{lc} = 1.585$  s,  $T_2 = T_{lc} / 10 = 0.1585$  s и  $k = 3$  са

$$i_{HPID} = 7.8e-03, \quad i_{VHPID} = 1.2e-02, \quad i_{IHPID} = 1.9e-04.$$



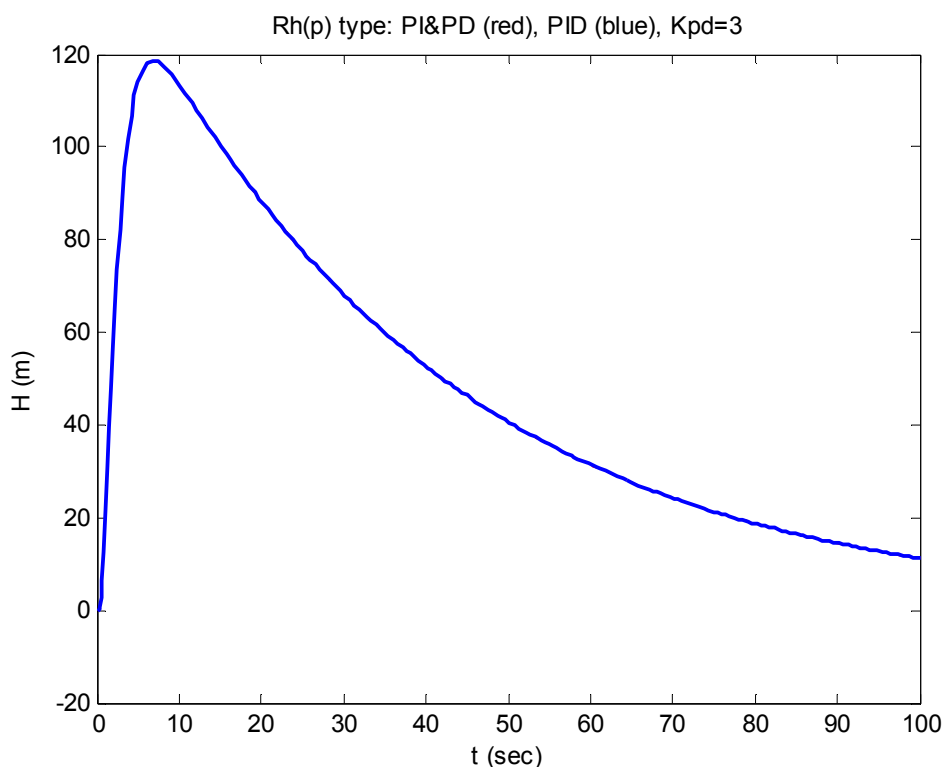
Фиг. 3.37. Simulink модел ssvkpidr1zs1.mdl на затворената система за стабилизация на височината с реален ПИД-регулатор

На фиг. 3.38 са показани преходните процеси по задание в затворената система, коригирана с ПИ и допълнителен реален ПД-регулатор, и в затворената система с ПИД-регулатора (3.31), които са напълно идентични.



Фиг. 3.38. Идентичност на преходните процеси по задание в затворената система, коригирана с ПИ и допълнителен реален ПД-регулатор, и в затворената система с ПИД-регулатор (3.31)





Фиг. 3.39. Идентичност на преходните процеси по смущение в затворената система, коригирана с ПИ и допълнителен реален ПД-регулатор, и в затворената система с ПИД-регулатор (3.31)

Аналогично, идентични са и преходните процеси по смущение в затворената система, коригирана с ПИ и допълнителен реален ПД-регулатор, и в затворената система с ПИД-регулатора (3.31), фиг. 3.39. Изследването е с Matlab процедурата `ssvcpidr1d1.m`, представена в табл. 3.4.

Табл. 3.4

---

% `ssvcpidr1d1` - Система за Стабилизация на Височината  
% Корекция с ПИД Регулатор 1 Данни 1

help `ssvcpidr1d1`

% Simulink схема на затворената система  
`ssvcpidr1zs1`, pause

% Избор на коефициента на ПД-регулатора  
`Kpd=3`, pause

% Определяне параметрите на ПИД-регулатора чрез ПИ&ПД-регулатора  
`lhpid=lh*Kpd+lh*Kpd*T1c/Th`, pause  
`lvhpid=lh*Kpd*T1c`, pause  
`lihpid=lh*Kpd/Th`, pause  
`Td=T1c/10`, pause

% Simulink схема на затворената система с ПИД-регулатора  
`ssvcpidr1zs1`, pause

% Преходен процес в затворената система по задание  
% на системата с ПИД-регулатора

```

hzad=1, pause, f0=0, pause % стойности съответно на заданието и смущението
sim('ssvkipdr1zs1',[0 100],[]), tpid1=t; hpid1=h;
figure, plot(t,h,'b', t, 1.05*ones(length(t),1),'k', t, 0.95*ones(length(t),1),'k')
title(['Rh(p) type: PID (blue), Kpd=' num2str(Kpd)])
xlabel('t (sec)'), ylabel('H (m)'), pause

% Преходен процес в затворената система по задание
% на системата с ПИ&ПД-регулатора
ssvkipdrzs1, pause
hzad=1, f0=0 % стойности съответно на заданието и смущението
sim('ssvkipdrzs1',[0 100],[]), tpid1=t; hpid1=h;
figure, plot(t,h,'r', t, 1.05*ones(length(t),1),'k', t, 0.95*ones(length(t),1),'k')
title(['Rh(p) type: PI&PD (red), Kpd=' num2str(Kpd)])
xlabel('t (sec)'), ylabel('H (m)'), pause

% Сравнение на преходните процеси по задание между
% коригираната с ПИ&ПД и ПИД регулатор системи
figure, plot(tpid1,hpid1,'r')
hold on, plot(tpid1, 1.05*ones(length(tpid1),1),'k', tpid1, 0.95*ones(length(tpid1),1),'k')
pause, plot(tpid1,hpid1,'b')
title(['Rh(p) type: PI&PD (red), PID (blue), Kpd=' num2str(Kpd)])
xlabel('t (sec)'), ylabel('H (m)'), pause

% Преходен процес в затворената система по смущение
% на системата с ПИД-регулатора
ssvkipdr1zs1, pause
hzad=0, pause, f0=1, pause % стойности съответно на заданието и смущението
sim('ssvkipdr1zs1',[0 100],[]), tpid1f=t; hpid1f=h;
figure, plot(t,h,'b')
title(['Rh(p) type: PID (blue), Kpd=' num2str(Kpd)])
xlabel('t (sec)'), ylabel('H (m)'), pause

% Преходен процес в затворената система по смущение
% на системата с ПИ&ПД-регулатора
ssvkipdrzs1, pause
hzad=0, f0=1 % стойности съответно на заданието и смущението
sim('ssvkipdrzs1',[0 100],[]), tpid1f=t; hpid1f=h;
figure, plot(t,h,'r')
title(['Rh(p) type: PI&PD (red), Kpd=' num2str(Kpd)])
xlabel('t (sec)'), ylabel('H (m)'), pause

% Сравнение на преходните процеси по смущение между
% коригираната с ПИ&ПД и ПИД регулатор системи
figure, plot(tpid1f,hpid1f,'r'), pause
hold on, plot(tpid1f,hpid1f,'b')
title(['Rh(p) type: PI&PD (red), PID (blue), Kpd=' num2str(Kpd)])
xlabel('t (sec)'), ylabel('H (m)'), pause

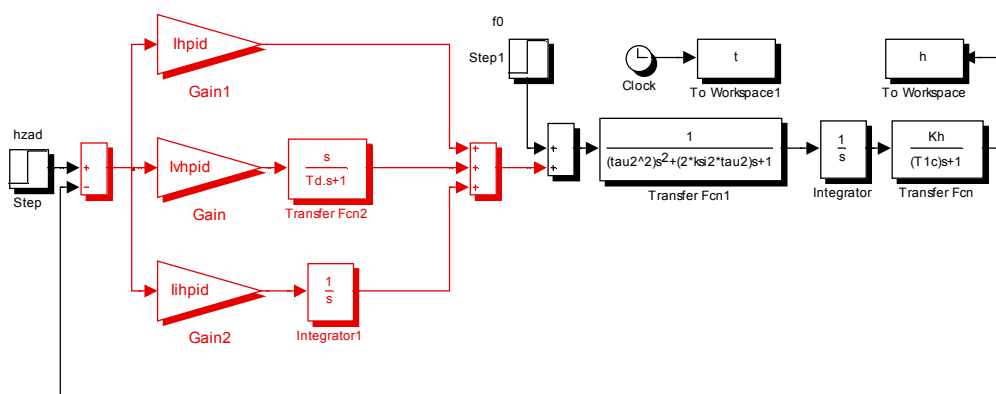
```

---

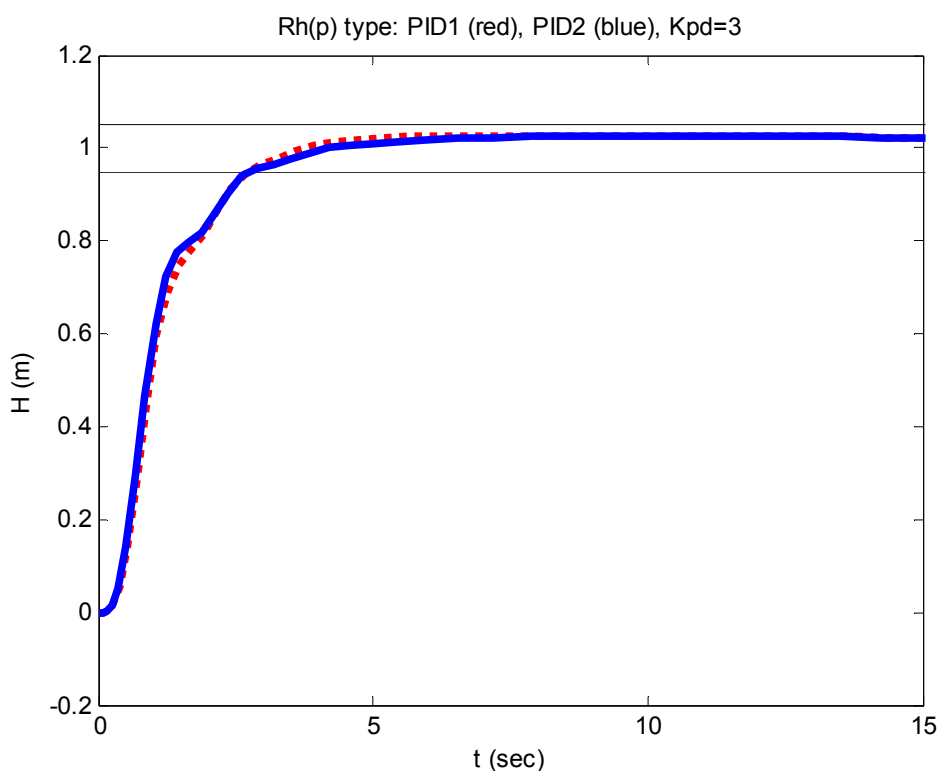
Реализацията на реалния ПИД-регулатор във вид на паралелна структура, както е в модела от фиг. 3.37, позволява да се премахне внасяната инерционност от баластното апериодично звено в П и И съставящите на регулатора при запазване на физическата му реализуемост и от предавателна функция (3.31) да се премине към предавателна функция на реален ПИД-регулатор от вида:

$$R_H(p) = i_{HPID} + i_{VHPID} \frac{p}{T_2 p + 1} + \frac{i_{IHPID}}{p}. \quad (3.32)$$

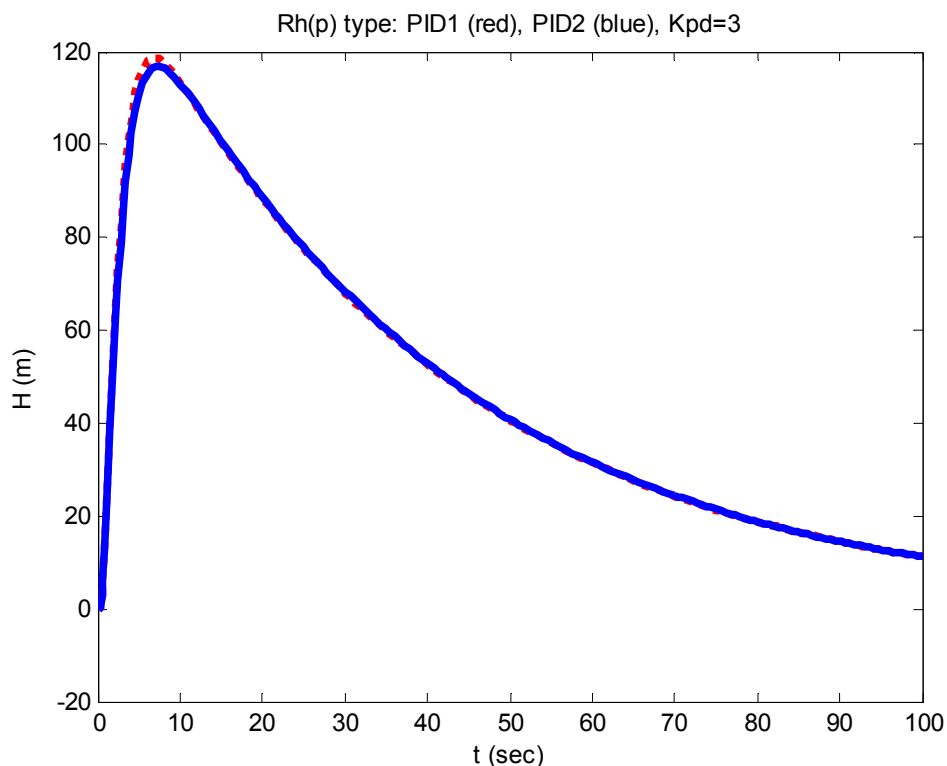
Сравнението на (3.32) с идеалния ПИД-регулатор (3.30) показва разлика само в “Д” съставлящата, която тук е на основата на реално диференциране.



Фиг. 3.40. Simulink модел ssvkpidr2zs1.mdl на затворената система за стабилизация на височината с реален ПИД-регулатор с предавателна функция (3.32)



Фиг. 3.41. Сравнение на преходните процеси по задание в затворената система, коригирана с ПИД-регулатор (3.31), процеса с “.”, и ПИД-регулатор (3.32), процеса с непрекъсва линия



Фиг. 3.42. Сравнение на преходните процеси по смущение в затворената система, коригирана с ПИД-регулатор (3.31), процеса с “.”, и ПИД-регулатор (3.32), процеса с непрекъсната линия

На фиг. 3.40 е показан Simulink моделът `ssvkpidr2zs1.mdl` на затворената система за стабилизация на височината с реален ПИД-регулатор с предавателна функция (3.32). Сравнението на преходните процеси в затворената система по задание, фиг. 3.41, и смущение, фиг. 3.42, при двата варианта на реален ПИД-регулатор (3.31) и (3.32) показва незначителна разлика между тях, като на практика по показатели процесите са еднакви. Изследването е с помощта на Matlab процедурата `ssvkpidr2d1.m`, представена в табл. 3.5.

Табл. 3.5

---

% `ssvkpidr2d1` - Система за Стабилизация на Височината  
% Корекция с ПИД Регулатор 2 Данни 1

`help ssvkpidr2d1`

% Simulink схема на затворената система  
`ssvkpidr2zs1, pause`

% Избор на коефициента на ПД-регулатора  
`Kpd=3, pause`

% Определяне параметрите на ПИД-регулатора2 чрез ПИ&ПД-регулатора  
`lhpid=lh*Kpd+lh*Kpd*T1c/Th, pause`  
`lvhpid=lh*Kpd*T1c, pause`  
`lihpid=lh*Kpd/Th, pause`  
`Td=T1c/10, pause`

```
% Simulink схема на затворената система с ПИД-регулатор2
ssvkpidr2zs1, pause

% Преходен процес в затворената система по задание
% на системата с ПИД-регулатор2
hzad=1, pause, f0=0, pause % стойности съответно на заданието и смущението
sim('ssvkpidr2zs1',[0 100],[]), tpid2=t; hpid2=h;
figure, plot(t,h,'b', t,1.05*ones(length(t),1),'k', t,0.95*ones(length(t),1),'k')
title(['Rh(p) type: PID2 (blue), Kpd=' num2str(Kpd)])
xlabel('t (sec)'), ylabel('H (m)'), pause

% Преходен процес в затворената система по задание
% на системата с ПИД-регулатор1
ssvkpidr1zs1, pause
hzad=1, pause, f0=0, pause % стойности съответно на заданието и смущението
sim('ssvkpidr1zs1',[0 100],[]), tpid1=t; hpid1=h;
figure, plot(t,h,'r', t,1.05*ones(length(t),1),'k', t,0.95*ones(length(t),1),'k')
title(['Rh(p) type: PID1 (red), Kpd=' num2str(Kpd)])
xlabel('t (sec)'), ylabel('H (m)'), pause

% Сравнение на преходните процеси по задание между
% коригираната с ПИД-регулатор1 и ПИД-регулатор2 системи
figure, plot(tpid1,hpid1,'r')
hold on, plot(tpid1,1.05*ones(length(tpid1),1),'k', tpid1,0.95*ones(length(tpid1),1),'k')
pause, plot(tpid2,hpid2,'b')
title(['Rh(p) type: PID1 (red), PID2 (blue), Kpd=' num2str(Kpd)])
xlabel('t (sec)'), ylabel('H (m)'), pause

% Преходен процес в затворената система по смущение
% на системата с ПИД-регулатор2
ssvkpidr2zs1, pause
hzad=0, pause, f0=1, pause % стойности съответно на заданието и смущението
sim('ssvkpidr2zs1',[0 100],[]), tpid2f=t; hpid2f=h;
figure, plot(t,h,'b')
title(['Rh(p) type: PID2 (blue), Kpd=' num2str(Kpd)])
xlabel('t (sec)'), ylabel('H (m)'), pause

% Преходен процес в затворената система по смущение
% на системата с ПИД-регулатор1
ssvkpidr1zs1, pause
hzad=0, f0=1 % стойности съответно на заданието и смущението
sim('ssvkpidr1zs1',[0 100],[]), tpid1f=t; hpid1f=h;
figure, plot(t,h,'r')
title(['Rh(p) type: PID1 (red), Kpd=' num2str(Kpd)])
xlabel('t (sec)'), ylabel('H (m)'), pause

% Сравнение на преходните процеси по смущение между
% коригираната с ПИД-регулатор1 и ПИД-регулатор2 системи
figure, plot(tpid1f,hpid1f,'r'), pause
hold on, plot(tpid2f,hpid2f,'b')
title(['Rh(p) type: PID1 (red), PID2 (blue), Kpd=' num2str(Kpd)])
xlabel('t (sec)'), ylabel('H (m)'), pause
```

## Изводи

Изследвани са два варианта на примерна система за стабилизация на височината на самолет – система чрез директна стабилизация и система за стабилизация на основата на система за стабилизация на ъгъла на тангаж.

Анализът на системата чрез директна стабилизация показва необходимостта от диференциране на сигнала на грешката по височина за осигуряване устойчивостта на системата. Това се избягва при системата за стабилизация на основата на система за стабилизация на ъгъла на тангаж на апарата и затова тук се избира този вариант на система за стабилизация.

За осигуряване устойчивостта на избраната система е предложен първоначален вариант на корекция чрез пропорционален – П-регулатор. Чрез тази корекция са постигнати подходящи динамични показатели на преходните процеси, но затворената система е статична по отношение на смущението.

За повишаване астатизма на системата и така елиминиране статичната грешка по смущение е разгледана корекция с ПИ-регулатор. В резултат затворената система е астатична, но с влошени показатели на преходния процес в сравнение с тези при корекцията с П-регулатор.

За подобряване на динамиката при запазване на установената точност се въвежда допълнителна корекция с реален ПД-регулатор. Резултатът е значително по-добра динамика, както спрямо корекцията с ПИ-регулатор, така и спрямо корекцията с П-регулатор.

Корекцията с ПИ и допълнителен реален ПД-регулатор на практика е корекция с реален ПИД-регулатор. Направен е преход от ПИ и допълнителен реален ПД-регулатор към реален ПИД-регулатор и е показана идентичността на преходните процеси в затворената система при корекцията с ПИ и ПД-регулатор и съответния на тях резултатен ПИД-регулатор. Разгледан е и преход от получения ПИД-регулатор към друг вариант на реален ПИД-регулатор и е направено сравнение на преходните процеси при двата случая на корекция.

От методична гледна точка последователността на разглеждане на корекциите - от П към ПИ, от ПИ към ПИ с ПД-регулатор и оттам към ПИД регулатор при същественото прилагане на честотния подход има за цел показване мястото и смисъла на тези видове корекция при постигането на общо взето взаимно противоречивите изисквания – осигуряване на високи динамични показатели на преходните процеси наред с висока точност в установен режим на синтезираната система.

Анализът и синтезът на системата за стабилизация е извършен с помощта на предложени за случая процедури, схеми и симулации в средата на Matlab.

## ЛИТЕРАТУРА

### Литература към тема 1

- Крымов, Б. Г., и др., Исполнительные устройства систем управления летательными аппаратами, Москва, Машиностроение, 1987.
- Попов, Д. Н., Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем, Москва, Машиностроение, 1987.
- Blaignan, V. B., and Skormin, V. A., Stiffness enhancement of flight control actuator. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 29, 380-390, 1993.
- Detiček, E., A Fuzzy Self-learning Position Control of Hydraulic Drive, *Cybernetic and Systems*, 31: 831-836, 2000.
- McCloy, D., and Martin, H. R., *Control of Fluid Power: Analysis and Design*, New York, Wiley, 1980.
- McLean, D., *Automatic Flight Control Systems*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1990.
- Raymond, E. T., and Chenoweth, C. C., *Aircraft Flight Control Actuation System Design*, Warrendale, PA: Society of Automotive Engineers, 1993.
- Thompson, D. F., Pruyn, J. S., and Shukla, A., Feedback design for robust tracking and robust stiffness in flight control actuators using a modified QFT technique, *Int. J. Control*, 1999, Vol. 72, No. 16, 1480-1497.
- Yao, B., Bu, F., Reedy, J., and Chiu, G. T. C., Adaptive robust motion control of single-rod hydraulic actuators: theory and experiments. *Proceedings of the 1999 American Control Conference*, pp. 759-763.

### Литература към тема 2

- Гуськов, Ю. П., Загайнов, Г. И., Управление полетом самолетов, Москва, Машиностроение, 1980.
- Воронов, А., Теория автоматического управления (в двух частях), Москва, Высшая школа, 1986.
- Ищев, К., Теория на управлението, ТУ – София, София, 2002.
- Михайлов, О. И., Козлов, И. М., Гергель, Ф. С., Авиационные приборы, Москва, Машиностроение, 1977.
- Крымов, Б. Г., и др., Исполнительные устройства систем управления летательными аппаратами, Москва, Машиностроение, 1987.

Функциональная схема системы автоматического управления,  
Конструкция и оборудование изделия 23-11М.  
Whitaker, A., Chin, J., X-29 Digital Flight Control Design, Grumman  
Aerospace Corporation, Bethpage, N.Y.  
X-29 Advanced Technology Demonstrator, – Bethpage, N.Y.: Grumman  
Corporation.

### **Литература към тема 3**

Гуськов, Ю. П., Загайнов, Г. И., Управление полетом самолетов,  
Москва, Машиностроение, 1980.  
Воронов, А., Теория автоматического управления (в двух частях),  
Москва, Высшая школа, 1986.  
Ищев, К., Теория на управлението, ТУ – София, София, 2002.  
Ищев, А., Пулева, Т., Теория на управлението (част 1). Ръководство за  
лабораторни упражнения, ТУ – София, София, 2005.  
Ищев, А., Сборник задачи по теория на автоматичното регулиране и  
управление, ТУ-София, София, 2006 г.  
Михайлов, О. И., Козлов, И. М., Гергель, Ф. С., Авиационные  
приборы, Москва, Машиностроение, 1977.



## СЪДЪРЖАНИЕ

<b>ПРЕДГОВОР.....</b>	<b>2</b>
<b>ХИДРАВЛИЧНО КОРМИЛНО ЗАДВИЖВАНЕ НА ЛЕТАТЕЛЕН АПАРАТ .....</b>	<b>4</b>
Математично описание на системата .....	4
Нелинеен модел на задвижването .....	6
Установен режим – състояние на покой при неутрално положение на елементите на задвижването и отсъствие на външна натоварваща сила .....	9
Линеаризиран модел на задвижването .....	13
Съвместно изследване на нелинейния и линейните модели на задвижването в среда Matlab и Simulink .....	22
Анализ и синтез на затворена линейна система с отчитане ограничението за хода на плунжера на разпределителя и големината на заданието .....	28
Изследване на затворената система с нелинеен модел на задвижването и синтезираното линейно управление .....	45
Изводи .....	52
<b>СИСТЕМА ЗА СЪВМЕСТЯВАНЕ НА АВТОМАТИЧНО И РЪЧНО УПРАВЛЕНИЕ НА КОРМИЛНА ПОВЪРХНОСТ НА САМОЛЕТ.....</b>	<b>54</b>
Описание на системата .....	54
Обобщен математичен модел на системата.....	57
Общи свойства на системата за автоматична стабилизация.....	60
Устойчивост на затворената система .....	61
Установени стойности на изходите на затворената система при отработване на балансиrowъчен ъгъл.....	70
Анализ и синтез на конкретен вариант на системата за съвместяване на автоматично и ръчно управление в среда Matlab .....	72
Изводи .....	84
<b>СИСТЕМА ЗА АВТОМАТИЧНА СТАБИЛИЗАЦИЯ НА ВИСОЧИНАТА НА САМОЛЕТ .....</b>	<b>86</b>
Описание на системата .....	86

Корекция с пропорционален - П – регулатор.....	89
Корекция с ПИ-регулатор .....	99
Допълнителна корекция с ПД-регулатор .....	109
Корекция с ПИД-регулатор .....	118
Изводи .....	125
<b>ЛИТЕРАТУРА .....</b>	<b>127</b>
Литература към тема 1 .....	127
Литература към тема 2 .....	127
Литература към тема 3 .....	128
<b>СЪДЪРЖАНИЕ .....</b>	<b>129</b>