МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Кафедра систем штучного інтелекту

Розрахункова робота з дисципліни:

"Дискретна математика"

Виконав:

Студент групи КН-113

Вовчак Л. В.

Викладач:

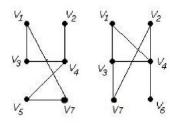
Мельникова Н.І.

Теоретичні питання

Варіант 17

Завдання 1.

Дано два графи:

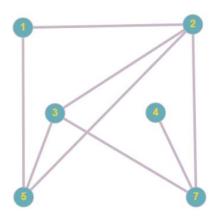


Розв'язати на графах наступні задачі:

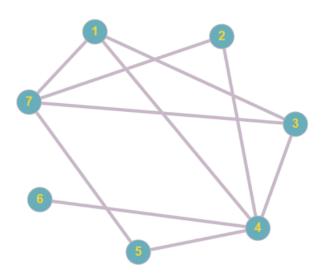
- 1. знайти доповнення до першого графу.
- 2. виконати об'єднання графів
- 3. знайти кільцеву суму G1 та G2
- 4. розщепити вершину у другому графі
- 5. виділити підграф A, що складається з 3-х вершин в G1 і знайти стягнення A в G1
- 6. добуток графів

Розв'язання:

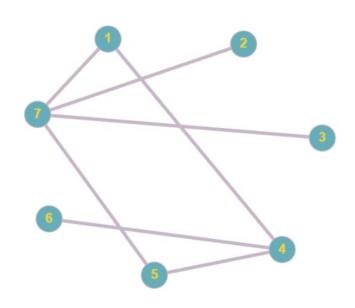
1. Доповнення до першого графу:



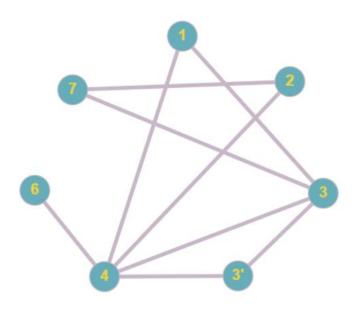
2. Об'єднання графів:



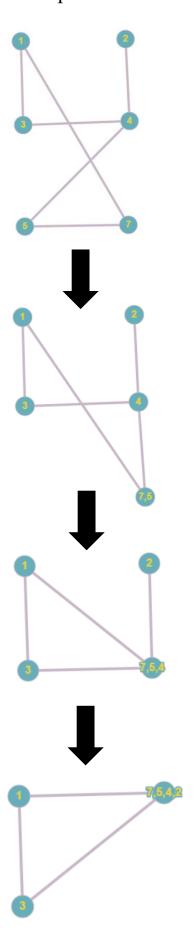
3. Кільцева сума G1 та G2:



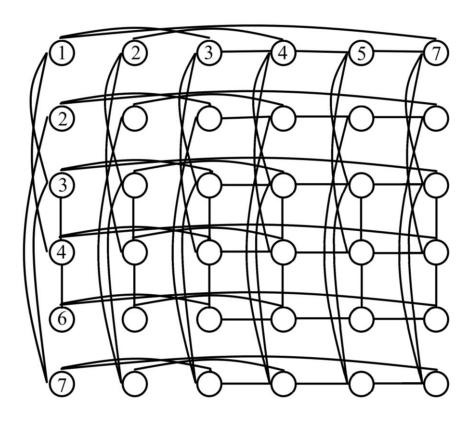
4. Розщеплення вершини 3 у другому графі:



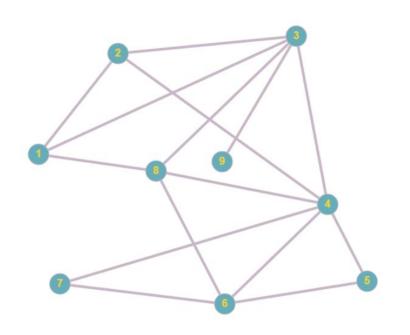
5. Виділення підграфа A {V4,V7,V5}, що складається з 3-х вершин в G1 і знайти стягнення A в G1



6. Множення графів:



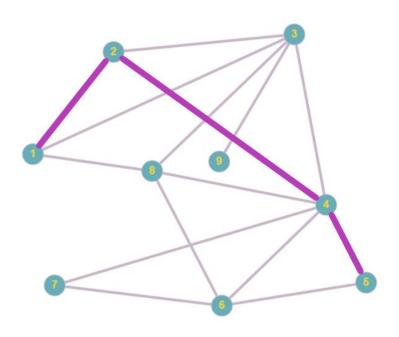
Завдання 2. Скласти таблицю суміжності для орграфа



	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	0	1	1	0	0	0	0	1	0
V2	1	0	1	1	0	0	0	0	0
V3	1	1	0	1	0	0	0	1	1
V4	0	1	1	0	1	1	1	1	0
V5	0	0	0	1	0	1	0	0	0
V6	0	0	0	1	1	0	1	1	0
V7	0	0	0	1	0	1	0	0	0
V8	1	0	1	1	0	1	0	0	0
V9	0	0	1	0	0	0	0	0	0

Завдання 3.

Для графа з другого завдання знайти діаметр

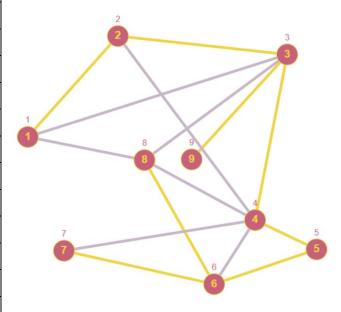


Дiaметp = 3

Завдання 4.

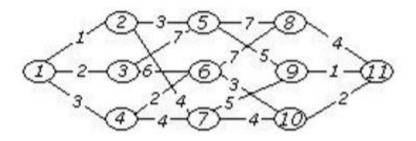
Для графа з другого завдання виконати обхід дерева вглиб (варіант закінчується на непарне число)

1	1	1
2	2	12
3	3	123
4	4	1234
5	5	12345
6	6	123456
7	7	1234567
8	-	123456
9	8	1234568
10	-	123456
11	-	12345
12	-	1234
13	-	123
14	9	1239
15	-	123
16	-	12
17	-	1
18	_	

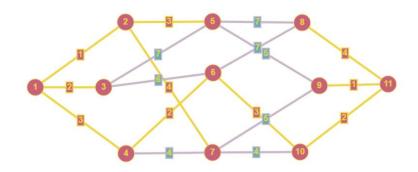


Завдання 5.

Знайти двома методами (Краскала і Прима) мінімальне остове дерево графа.

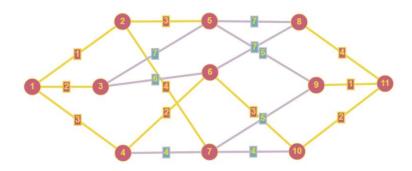


Метод Прима:



 $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 11, 9, 7, 8\}$

 $E = \{(1, 2), (1,3), (1,4), (2,5), (4,6), (6,10), (10,11), (11,9), (2,7), (11,8)\}$ Метод Краскала:



 $V = \{1, 2, 9, 3, 6, 11, 4, 10, 5, 7, 8\}$

 $E = \{(1, 2), (11,9), (1,3), (4,6), (10,11), (1,4), (6,10), (2,5), (2,7), (11,8)\}$ Загальна вага остового дерева = 25.

Завдання 6.

Розв'язати задачу комівояжера для повного 8-ми вершин- ного графа методом «*iдu у найближечий*», матриця вагів якого має вигляд:

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	90	6	6	6	1	3	1	3
2	6	00	5	5	1	6	1	5
3	6	5	00	7	7	7	7	5
4	6	5	7	00	6	5	1	2
5	1	1	7	6	90	6	6	6
6	3	6	7	5	6	90	1	2
7	1	1	7	1	6	3 6 7 5 6 ∞ 1	00	2
8	3	5	5	2	6	2	2	90

1. Вихідна вершина 1:

Довжина шляху =
$$1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 7 + 6 = 21$$

2. Вихідна вершина 2:

Довжина шляху =
$$3 + 1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 5 + 7 = 27$$

3. Вихідна вершина 3:

Довжина шляху =
$$4 + 1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 5 + 7 = 28$$

4. Вихідна вершина 4:

Довжина шляху = 1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 5 + 5 + 3 = 25

5. Вихідна вершина 5:

$$5 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 5$$

Довжина шляху = $1 + 1 + 3 + 2 + 4 + 5 + 5 + 3 = 24$

6. Вихідна вершина 6:

$$6 -> 7 -> 5 -> 4 -> 8 -> 1 -> 2 -> 3 -> 6$$

Довжина шляху = $2 + 1 + 1 + 1 + 5 + 5 + 7 + 6 = 28$

7. Вихідна вершина 7:

$$7 -> 5 -> 4 -> 8 -> 6 -> 2 -> 1 -> 3 -> 7$$

Довжина шляху = $1 + 1 + 1 + 3 + 5 + 5 + 5 + 4 = 25$

8. Вихідна точка 8

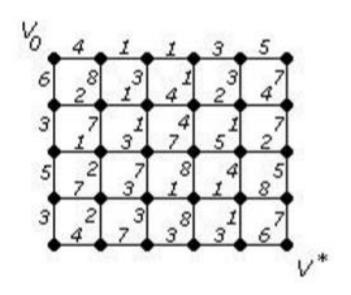
$$8 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 8$$

Довжина шляху = $2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 5 + 7 + 2 = 20$

Проаналізувавши результати виконання алгоритму для всіх вихідних вершин, можна стверджувати, що найоптимальніше починати з вершини №8. Тоді весь шлях складатиме 20.

Завдання 7.

За допомогою алгоритму Дейкстри знайти найкоротший шлях у графі між парою вершин V0 і V*:



Найкоротша відстань від вершини V0 до кожної з вершин:

- V1 0
- V2 4
- V3 5
- V4 6
- V5 9
- V6 14
- V7 6
- V8 8
- V9 8
- V10 7
- V11 9
- V12 13

- V13 9
- V14 10
- V15 12
- V16 11
- V17 10
- V18 12
- V19 14
- V20 12
- V21 15
- V22 15
- V23 14
- V24 17
- V25 17
- V26 14
- V27 18
- V28 18
- V29 15
- V30 21

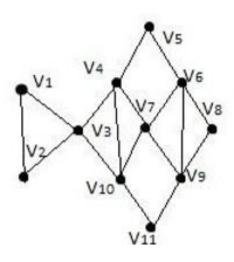
Найкоротшого шлях:

V1 -> V2 -> V3 -> V4 -> V10 -> V11 -> V17 -> V23 -> V29 -> V30

Завдання 8.

Знайти ейлеровий цикл в ейлеровому графі двома методами:

- а) Флері;
- б) Елементарних циклів.



Завдання 9.

Спростити формули (привести їх до скороченої ДНФ).

17.
$$x\bar{y} \lor \bar{x}\bar{z} \lor yz$$

$$K_1$$
: { 0, 0, 0 } — $\overline{x} \overline{y} \overline{z}$

$$K_2$$
: { 0, 1, 0 } — \bar{x} y \bar{z}

$$K_3$$
: { 0, 1, 1 } — \overline{x} y z

$$K_4$$
: { 1, 0, 0 } — x \bar{y} \bar{z}

$$K_5$$
: { 1, 0, 1 } — x \bar{y} z

$$K_6$$
: { 1, 1, 1 } — x y z

ДНФ:
$$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$$
 V $\bar{x}y\bar{z}$ V $\bar{x}yz$ V $x\bar{y}\bar{z}$ V $x\bar{y}z$ V xyz

Завдання додатку №2

Напишіть алгоритм

- 60. Обхід графа вглиб та вшир.
- 61. Прима знаходження найменшого остову.
- 62. Краскала знаходження найменшого остову.
- 63. Дейкстра знаходження найкоротшого ланцюга між парою вершин.
- 64. «Іди в найближчий» для розв'язання задачі комівояжера.
- 65. Флері та елементарних циклів знаходження ейлерового ланцюга в ейлеровому графі.

60. Обхід графа вглиб:

```
#include <iostream>
using namespace std;
const int n = 9;
int i, j;
bool* visited = new bool[n];
int graph[n][n] =
\{0,1,0,0,0,0,1,1,1,1\},\
\{1,0,1,0,0,0,0,1,0\},\
\{0,1,0,1,0,1,0,1,0\},\
\{0,0,1,0,1,0,1,0,0\},\
\{0,0,0,1,0,1,0,1,0\},\
\{0,0,1,0,1,0,0,1,0\},\
\{1,0,0,1,0,0,0,1,0\},\
\{1,1,1,0,1,1,1,0,0\},\
{1,0,0,0,0,0,0,0,0,0}
void DFS(int st)
 int r;
 cout << st + 1 << "";
 visited[st] = true;
 for (r = 0; r \le n; r++)
  if((graph[st][r]!=0) \&\& (!visited[r]))
    DFS(r);
void main()
 int start:
 cout << "Matrix: " << endl;
 for (i = 0; i < n; i++)
  visited[i] = false;
  for (j = 0; j < n; j++)
    cout << " " << graph[i][j];
  cout << endl;
```

```
cout << "Start edge >> "; cin >> start;
bool* vis = new bool[n];
cout << "Path: ";
DFS(start - 1);
delete[]visited;
system("pause>>void");
}
```

61. Прима знаходження найменшого остову:

```
#include <stdio.h>
#include <iostream>
using namespace std;
#define V 11
int graph[V][V] = {
      \{0, 5, 6, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}
      {5, 0, 0, 0, 2, 0, 2, 0, 0, 0, 0},
      \{6, 0, 0, 0, 1, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}
      \{1, 0, 0, 0, 0, 2, 3, 0, 0, 0, 0\}
      \{0, 2, 1, 0, 0, 0, 0, 7, 7, 0, 0\},\
      \{0, 0, 3, 2, 0, 0, 0, 7, 0, 3, 0\},\
      \{0, 2, 0, 3, 0, 0, 0, 0, 4, 4, 0\},\
      \{0, 0, 0, 0, 7, 7, 0, 0, 0, 0, 5\},\
      {0, 0, 0, 0, 7, 0, 4, 0, 0, 0, 4},
      \{0, 0, 0, 0, 0, 3, 4, 0, 0, 0, 4\},\
      {0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 5, 4, 4, 0}
};
int main() {
      int no_edge;
      int selected[V];
      memset(selected, false, sizeof(selected));
      no edge = 0;
      selected[0] = true;
      int x;
      int y;
      cout << "Edge" << " : " << "Weight";
      cout << endl;
      while (no\_edge < V - 1) {
```

```
int min = INT\_MAX;
     x = 0;
     y = 0;
     for (int i = 0; i < V; i++) {
           if (selected[i]) {
                for (int j = 0; j < V; j++) {
                      if (!selected[j] && graph[i][j]) {
                           if(min > graph[i][j]) \{
                                 min = graph[i][j];
                                 x = i;
                                 y = j;
     cout << x + 1 << "-" << y + 1 << ":" << graph[x][y];
     cout << endl;
     selected[y] = true;
     no_edge++;
return 0;
```

```
Edge: Weight

1 - 4: 1

4 - 6: 2

4 - 7: 3

7 - 2: 2

2 - 5: 2

5 - 3: 1

6 - 10: 3

7 - 9: 4

9 - 11: 4

11 - 8: 5

Process returned 0 (0x0) execution time: 0.090 s

Press any key to continue.
```

62. Краскала знаходження найменшого остову:

```
#include <cstdio>
#include <iostream>
#define size 11
using namespace std;
void Del_duplicats(int Arr[size][size]) {
  for (int i = 0; i < size; i++) {
     for (int j = 0; j < size; j++) {
        if(j < i)
          Arr[i][j] = 0;
int Create(int A[size][size]){
  for (int i = 0; i < size; i++)
    for (int j = 0; j < size; j++)
       A[i][j] = 0;
  for (int i = 0; i < size; i++)
     A[i][i] = i + 1;
return A[size][size];
int NotOne(int n, int A[size][size],int f, int s) {
int t1,t2;
  for (int i = 0; i < size; i++) {
     t1 = t2 = 0;
     for (int j = 0; j < size; j++) {
```

```
if (A[i][j] == f) {
       t1 = 1;
  for (int k = 0; k < size; k++) {
     if(A[i][k] == s) {
        t2 = 1;
  if (t1 && t2) {
     return 0;
return 1;
void Add(int n, int Arr[size][size], int f, int s) {
int scndLine;
  for (int i = 0; i < size; i++) {
    for (int j = 0; j < size; j++) {
        if(Arr[i][j] == s) {
          scndLine = i;
  for (int i = 0; i < size; i++) {
    for (int j = 0; j < size; j++) {
        if (Arr[i][j] == f) \{
          for (int p = 0; p < size; p++) {
             if (Arr[scndLine][p]) {
               Arr[i][p] = Arr[scndLine][p];
               Arr[scndLine][p] = 0;
```

```
int main()
int A[size][size] = {
{ 0, 7, 2, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 },
{ 7, 0, 0, 0, 2, 0, 1, 0, 0, 0, 0 },
{ 2, 0, 0, 0, 7, 4, 0, 0, 0, 0, 0, },
{ 1, 0, 0, 0, 0, 3, 5, 0, 0, 0, 0 },
{ 0, 2, 7, 0, 0, 0, 0, 4, 5, 0, 0 },
\{0, 0, 4, 3, 0, 0, 0, 6, 0, 2, 0\},\
{ 0, 1, 0, 5, 0, 0, 0, 0, 3, 3, 0 },
{ 0, 0, 0, 0, 4, 6, 0, 0, 0, 0, 7 },
\{0, 0, 0, 0, 0, 5, 0, 3, 0, 0, 0, 4\},\
\{0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 3, 0, 0, 0, 4\},\
{ 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 7, 4, 4, 0 }
};
Del_duplicats(A);
for (int k = 1; k <= 7; k++)
  cout << endl << "Edges with weight" << k << ": ";
  for (int i = 1; i \le size; i++)
     for (int j = 1; j \le size; j++){
        if(A[i-1][j-1] == k)
           cout << "(" << i << ";" << j << ") ";
int B[size][size];
Create(B);
cout << endl << endl << "Tree:";
```

```
Edges with weight 1: (1;4) (2;7)
Edges with weight 2: (1;3) (2;5) (6;10)
Edges with weight 3: (4;6) (7;9) (7;10)
Edges with weight 4: (3;6) (5;8) (9;11) (10;11)
Edges with weight 5: (4;7) (5;9)
Edges with weight 6: (6;8)
Edges with weight 7: (1;2) (3;5) (8;11)

Tree:(1;4) (2;7) (1;3) (2;5) (6;10) (4;6) (7;9) (7;10) (5;8) (9;11)

Process returned 0 (0x0) execution time: 0.119 s

Press any key to continue.
```

63. Дейкстра знаходження найкоротшого ланцюга між парою вершин:

```
#include <iostream>
#include <bits/stdc++.h>
#define size 30
using namespace std;
int main()
setlocale(LC ALL,"Ukrainian");
int A[size][size] =
// 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26
27 28 29 30
0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 5, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 3, 0, 7, 0, 0, 0, 7, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 0, 0, 0, 5, 0, 5, 0, 0, 0, 0, 8, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 5, 0, 2, 0, 0, 0, 0, 4, 0, 0, 0, 0, 0, 0,
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 7, 0, 0, 0, 0, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 5, 0, 0, 0, 0, 0, 0,
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 8, 0, 0, 0, 3, 0, 1, 0, 0, 0, 3, 0, 0, 0,
```

```
};
int d[size], v[size], t, min_i, min, beg_i(0);
for (int i = 0; i < size; i++)
d[i] = 10000;
v[i] = 1;
d[beg\_i] = 0;
do {
min i = 10000;
min = 10000;
for (int i = 0; i < size; i++)
 if((v[i] == 1) && (d[i] < min))
 min = d[i];
 min i = i;
if (min \ i != 10000)
 for (int i = 0; i < size; i++)
   if(A[min\_i][i] > 0)
     t = min + A[min \ i][i];
     if(t < d[i])
```

```
d[i] = t;
      v[min\_i] = 0;
\} while (min_i < 10000);
 cout<<"Найкоротша відстань від вершини V0 до кожної з
вершин: "<<endl;
for (int i = 0; i < size; i++)
 cout<<"V"<<i+1<<" - "<<d[i]<<endl;
 int ver[size];
 int\ end = 29;
 ver[0] = end + 1;
 int k = 1;
 int weight = d[end];
  while (end != beg_i)
    for (int i = 0; i < size; i++)
       if(A[end][i]!=0)
         int t = weight - A[end][i];
         if(t == d[i])
            weight = t;
            end = i;
            ver[k] = i + 1;
            k++;
```

cout<<"Вивід найкоротшого шляху: "<<endl;

```
for (int i = k - 1; i >= 0; i--){
    if(ver[i]!=size)
        cout<<"V"<<ver[i]<<" -> ";
    else
        cout<<="V"<<ver[i];
}

cout<<endl;
return 0;
}</pre>
```

```
Найкоротша відстань від вершини V0 до кожної з вершин:
V1 - 0
V2 - 4
V3 - 5
V4 - 6
V5 - 9
V6 - 14
V7 - 6
V8 - 8
V9 - 8
V10 - 7
V11 - 9
V12 - 13
V13 - 9
V14 - 10
V15 - 12
V16 - 11
V17 - 10
V18 - 12
V19 - 14
V20 - 12
V21 - 15
V22 - 15
V23 - 14
V24 - 17
V25 - 17
V26 - 14
V27 - 18
V28 - 18
V29 - 15
V30 - 21
Вивід найкоротшого шляху:
V1 -> V2 -> V3 -> V4 -> V10 -> V11 -> V17 -> V23 -> V29 -> V30
```

```
#include <iostream>
#include <fstream>
using namespace std;
const int gSize=8;
int matrix[gSize][gSize];
bool visited[gSize];
int next(int dot){
  int min(999999);
  int minDot=-1;
    for(int i=0; i < gSize; i++)
       if(matrix[dot][i]<min &&!visited[i] && matrix[dot][i]){
          min=matrix[dot][i];
          minDot=i;
  return minDot;
void findOst(int dot){
  while(dot!=-1){}
     visited[dot]=true;
     int prevDot=dot;
     dot=next(prevDot);
     if(dot!=-1)
       cout << "(" << prevDot+1 << ";" << dot+1 << ") ";
int main()
  ifstream f1("input.txt");
  for(int i=0; i < gSize; i++)
     visited[i]=false;
    for(int j=0; j < gSize; j++)
       f1 \gg matrix[i][j];
```

```
}
    findOst(0);
    return 0;
}
```

Вносимі дані

```
06661313
60551615
65077775
65706512
11760666
36756012
11716102
35526220
```

```
(1;5) (5;2) (2;7) (7;4) (4;8) (8;6) (6;3)
Process returned 0 (0x0) execution time : 0.458 s
Press any key to continue.
```

65. Флері та елементарних циклів знаходження ейлерового ланцюга в ейлеровому графі.

А)Флері:

```
#include<iostream>
#include<vector>
#define NODE 132
using namespace std;
int graph[NODE][NODE] = {
     \{0,0,0,0,0,0,1,1,0,0,0,0,0\},\
     \{0,0,1,0,0,1,1,1,0,0,0,0,0\},\
     \{0,1,0,1,1,0,1,0,0,0,0,0,0,0\},\
     \{0,0,1,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0\}
     \{0,0,1,0,0,1,0,0,0,0,1,1\},\
     \{0,1,0,1,1,0,0,0,0,1,1,1,1\},\
     \{1,1,1,0,0,0,0,1,1,0,1,0\},\
     \{1,1,0,0,0,0,1,0,0,1,0,0\},\
     \{0,0,0,0,0,0,1,0,0,1,0,0\},\
     \{0,0,0,0,0,1,0,1,1,0,1,0\},\
     \{0,0,0,0,1,1,1,0,0,1,0,0\},\
     \{0,0,0,0,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0\},\
};
int tempGraph[NODE][NODE];
int findStartVert(){
  for(int \ i = 1; \ i < NODE; \ i++){} 
     int deg = 0;
     for(int \ j = 0; \ j < NODE; \ j + +) \{
        if(tempGraph[i][j])
           deg++;
     if(deg \% 2 != 0)
        return i;
   return 0;
bool isBridge(int u, int v){
  int deg = 0;
  for(int \ i = 0; \ i < NODE; \ i++)
     if(tempGraph[v][i])
        deg++;
   if(deg>1){
     return false;
```

```
return true;
int edgeCount(){
  int count = 0;
  for(int i = 0; i < NODE; i++)
    for(int j = i; j < NODE; j++)
       if(tempGraph[i][j])
          count++;
  return count;
void fleuryAlgorithm(int start){
  static int edge = edgeCount();
  for(int \ v = 0; \ v < NODE; \ v++)
     if(tempGraph[start][v]){ //when (u,v) edge is presnt and not forming bridge
       if(edge <= 1 |/ !isBridge(start, v)){
          cout << start+1 << "--" << v+1 << " ";
          tempGraph[start][v] = tempGraph[v][start] = 0;
          edge--;
         fleuryAlgorithm(v);
int main(){
  for(int i = 0; i < NODE; i++)
    for(int j = 0; j < NODE; j++)
       tempGraph[i][j] = graph[i][j];
  cout << "Euler Path Or Circuit: ";</pre>
  fleuryAlgorithm(findStartVert());
```

```
Euler Path Or Circuit: 1--7 7--2 2--3 3--4 4--6 6--2 2--8 8--7 7--3 3--5 5--6
6--10 10--8 10--9 9--7 7--11 11--5 5--12 12--6 6--11
Process returned 0 (0x0) execution time : 0.025 s
Press any key to continue.
```

Б)Елементарних циклів

```
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <vector>
#include <algorithm>
using namespace std;
vector<int> matr[100000];
vector<bool> visited;
vector<bool> visited2;
vector<int> path;
int previous[100000];
int n:
int start;
bool stop=false;
void dfs(int v){
      visited[v] = true;
      path.push_back(v);
     for (int i=0; i<matr[v]. size() && !stop; i++){}
     if(previous[v]!=matr[v][i] && matr[v][i]==start){
       stop=true;
            if ((!visited[matr[v][i]]) && !visited2[matr[v][i]] && !stop){
              previous[matr[v][i]]=v;
                  dfs(matr[v][i]);
      if(!stop){
    path.erase(path.begin()+path.size()-1);
int main()
  ifstream cin("input.txt");
  cin >> n;
  for(int i=0; i< n; i++)
     visited.push_back(false);
     int a,b;
     cin >> a >> b;
```

```
matr[a-1].push_back(b-1);
  matr[b-1].push_back(a-1);
visited2.assign(n,false);
for(int i=0; i< n; i++){}
  if(!visited[i]){
     visited.assign(n,false);
     path.clear();
     start=i;
     dfs(i);
     if(stop){
        sort(path.begin(), path.end());
        cout << path.size() << endl;</pre>
       for(int i=0; i < path.size(); i++){}
          cout << path[i]+1 << " ";
        cout << endl;
        stop=false;
     }else{
        visited2[start]=true;
return 0;
```

Вхідні дані:

4 5

5 6

63

61

```
3
1 2 3
6
1 2 3 4 5 6
```