


# Series de Fourier y sus Aplicaciones en las Tendencias del Mercado de Valores

## Fourier Series and its Applications in Stock Market Trends

 Anthony Yeray Vidal Lazarte<sup>1,\*</sup> and Yamil André Vargas Villazón<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Anthony Yeray Vidal Lazarte

<sup>2</sup>Yamil André Vargas Villazón

### Resumen

El presente proyecto analiza la aplicación de las series de Fourier en el estudio de tendencias del mercado de valores. Dado que los precios de las acciones presentan fluctuaciones que pueden descomponerse en componentes periódicas, la Transformada Rápida de Fourier (FFT) se emplea para identificar ciclos y patrones en los datos financieros.

Para ello, se recopilan datos históricos de índices bursátiles y acciones individuales, los cuales se preprocesan para mejorar la calidad del análisis. Luego, se aplica la FFT con el objetivo de detectar frecuencias dominantes que reflejen tendencias de corto y largo plazo en el mercado. Posteriormente, los resultados se comparan con métodos tradicionales de análisis financiero para evaluar la utilidad de este enfoque.

El estudio también considera las limitaciones del uso de Fourier en mercados financieros, como la dificultad de modelar eventos inesperados o cambios abruptos en las tendencias. Se plantean mejoras, incluyendo la combinación de Fourier con modelos avanzados de predicción como redes neuronales o enfoques híbridos.

En conclusión, el análisis de Fourier permite descomponer señales financieras en componentes fundamentales, facilitando el estudio de tendencias. Sin embargo, su efectividad depende de su correcta aplicación y de su integración con otras herramientas de análisis financiero.

### Introducción

El análisis de tendencias en el mercado de valores es un área fundamental dentro de las finanzas y la economía. Identificar patrones en los precios de las acciones permite a inversionistas y analistas tomar decisiones más informadas. A lo largo de los años, se han desarrollado diversas metodologías para este propósito, desde el análisis técnico tradicional hasta modelos estadísticos avanzados y aprendizaje automático.

Las series de Fourier ofrecen una alternativa matemática para el estudio de tendencias en datos financieros. Este método permite descomponer una señal compleja, como la variación de los precios de una acción, en una serie de funciones sinusoidales de diferentes frecuencias. Al analizar estas frecuencias, es posible identificar ciclos predominantes en los mercados y extraer información valiosa sobre su comportamiento.

El objetivo de este trabajo es aplicar las series de Fourier al análisis del mercado de valores, examinando su utilidad en la identificación de patrones y ciclos de precios. Se explicará el fundamento teórico de esta herramienta matemática, su implementación en datos reales y las ventajas y limitaciones de su uso en comparación con otros métodos de análisis financiero. Finalmente, se discutirán posibles mejoras y aplicaciones futuras.

## Marco Teórico

### 1. Series de Fourier

Las series de Fourier permiten representar funciones periódicas como la suma de funciones seno y coseno. Esta herramienta matemática fue desarrollada por Joseph Fourier y es ampliamente utilizada para el análisis de señales.

Una función periódica  $f(t)$  puede expresarse como:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)]$$

donde  $a_n$  y  $b_n$  son los coeficientes de Fourier, y  $\omega$  es la frecuencia fundamental.

Este tipo de descomposición permite identificar componentes de diferentes frecuencias dentro de una señal compleja, lo que resulta útil en diversas áreas, incluyendo las finanzas.

### 2. Transformada Rápida de Fourier (FFT)

La Transformada Rápida de Fourier (FFT, por sus siglas en inglés) es un algoritmo eficiente para calcular la Transformada Discreta de Fourier (DFT), permitiendo transformar señales desde el dominio del tiempo al dominio de la frecuencia.

Esta herramienta permite detectar patrones periódicos ocultos en datos temporales, como las series de precios de acciones (Stádník, Raudeliūnienė, y Davidavičienė, 2016).

### 3. Series Temporales Financieras

Una serie temporal financiera es una secuencia de observaciones ordenadas cronológicamente, como los precios diarios de una acción. Estas series pueden ser estacionarias o no estacionarias y suelen contener componentes como tendencia, estacionalidad, ciclos y ruido.

El análisis de Fourier puede ayudar a separar estas componentes y a detectar estructuras cíclicas en los datos financieros (Mariani, Bhuiyan, Tweneboah, Beccar-Varela, y Florescu, 2020).

### 4. Aplicaciones de Fourier en Finanzas

Entre las aplicaciones destacadas de las series de Fourier y FFT en finanzas, se incluyen:

- Detección de ciclos económicos y patrones repetitivos en precios.
- Análisis exploratorio de señales financieras.
- Filtrado de ruido y suavizado de datos.

- Identificación de frecuencias dominantes asociadas a tendencias de mercado.

No obstante, la FFT no es predictiva por sí sola, por lo que se recomienda combinarla con otras herramientas como redes neuronales o modelos estadísticos avanzados (Ehlers, s.f.).

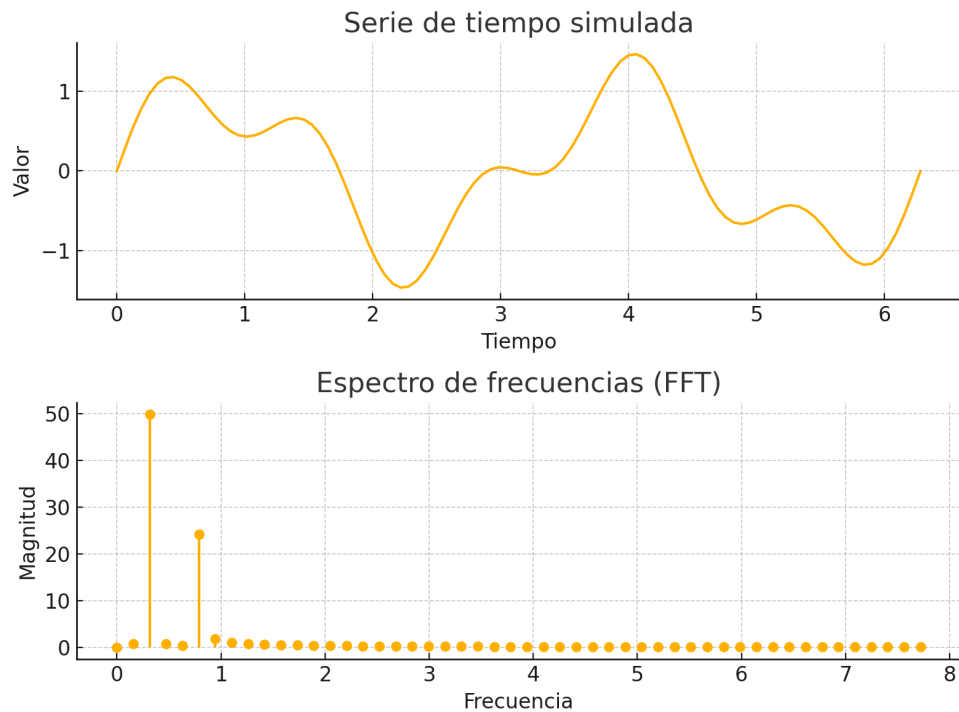
## 5. Ejercicio Matemático de Aplicación

Sea la función periódica  $f(t) = 3 \sin(2t) + 2 \cos(5t)$ .

Esta señal está compuesta por dos frecuencias: 2 y 5. Si aplicamos una FFT a una serie de datos simulados con esta función, veremos dos picos dominantes en las frecuencias correspondientes:

- Un pico en la frecuencia 2 (amplitud proporcional a 3)
- Otro en la frecuencia 5 (amplitud proporcional a 2)

Esto demuestra cómo la FFT permite descomponer una señal compleja y detectar las frecuencias dominantes que la componen.



**Figura 1.** Ejemplo de serie de tiempo simulada y su espectro de frecuencias usando FFT.

## Marco Metodológico

### 1. Selección y Obtención de Datos

Para realizar un análisis adecuado de las series de Fourier en el mercado de valores, es fundamental obtener datos históricos de precios de acciones e índices bursátiles (**Radojičić y Kredatus**, 2020).

A continuación, se detallan los pasos para recopilar y preparar estos datos:

1. Identificación de fuentes confiables: Se recomienda utilizar plataformas como Yahoo Finance, Bloomberg o Alpha Vantage para acceder a datos históricos de precios de activos financieros .
2. Selección de activos y período de análisis: Dependiendo del objetivo del estudio, se eligen acciones individuales, índices bursátiles o una combinación de ambos. El período de análisis debe ser lo suficientemente amplio para capturar patrones cíclicos significativos (ejemplo: datos diarios de al menos 5 años).
3. Descarga y almacenamiento de datos: Se pueden emplear herramientas como Python con las bibliotecas `pandas` y `yfinance` para descargar automáticamente los datos. También se pueden almacenar en archivos CSV para facilitar el procesamiento posterior.
4. Verificación de la calidad de los datos: Se revisa si existen valores nulos o atípicos en la serie de precios. Se recomienda visualizar los datos mediante gráficos de líneas para detectar anomalías.

### 2. Preprocesamiento de Datos

Antes de aplicar la Transformada de Fourier, los datos deben ser preparados para garantizar su fiabilidad. A continuación, se detallan los pasos esenciales:

1. Eliminación de valores atípicos: Se detectan y eliminan valores que puedan distorsionar el análisis mediante técnicas como el método de Tukey o el análisis de percentiles.
2. Interpolación de datos faltantes: Si hay valores ausentes, se rellenan utilizando métodos como interpolación lineal o media móvil.
3. Normalización de la serie: Se normalizan los datos para que tengan una media de cero y una desviación estándar de uno, facilitando el análisis frecuencial.
4. Transformación en una señal continua: Si los datos están en intervalos irregulares, se convierten a una frecuencia constante mediante remuestreo.

### 3. Aplicación de la Transformada de Fourier

Se procede con la Transformada Rápida de Fourier (FFT) para descomponer la serie de tiempo en sus componentes frecuenciales. El proceso se desarrolla en los siguientes pasos:

1. Conversión de la serie de tiempo: Se convierte la serie de precios en una señal discreta adecuada para la FFT.

2. Cálculo de la FFT: Se aplica la FFT mediante herramientas como la biblioteca `numpy.fft` en Python para obtener la representación en el dominio de la frecuencia.
3. Identificación de frecuencias dominantes: Se analizan los picos en el espectro de frecuencia para detectar ciclos recurrentes en los precios de las acciones.
4. Filtrado de ruido: Se eliminan frecuencias insignificantes para centrarse en los patrones relevantes del mercado.

## 4. Análisis e Interpretación de Resultados

Una vez obtenidas las frecuencias dominantes, se procede a su interpretación:

1. Comparación con ciclos económicos: Se contrastan las frecuencias identificadas con eventos del mercado como tendencias alcistas y bajistas.
2. Construcción de modelos predictivos: Se integran los resultados en modelos de predicción para evaluar su aplicabilidad en la inversión bursátil.
3. Visualización de datos: Se representan los resultados gráficamente para facilitar la interpretación, utilizando histogramas y espectros de frecuencia.
4. Validación del modelo: Se comparan los patrones obtenidos con otras técnicas como análisis de medias móviles o modelos ARIMA.

## 5. Limitaciones y Mejoras

Si bien la Transformada de Fourier ofrece ventajas para la detección de ciclos en el mercado de valores, presenta ciertas limitaciones:

1. Sensibilidad a eventos externos: Factores como crisis económicas pueden alterar los patrones identificados.
2. Suposición de estacionariedad: La FFT asume que la serie es estacionaria, lo que puede no cumplirse en mercados volátiles.
3. Complementación con otros métodos: Se sugiere combinar Fourier con técnicas como Wavelets para mejorar la precisión del análisis.

## Experimentación/Proceso

El objetivo de este experimento es aplicar la Transformada de Fourier para analizar tendencias en el mercado de valores, utilizando datos históricos de Apple (AAPL). Esto permitirá identificar patrones cíclicos en la variación de precios y evaluar su utilidad en la predicción de tendencias.

Para llevar a cabo este análisis, se siguieron los siguientes pasos:

1. **Obtención de Datos:** Se descargaron los precios de cierre diarios de AAPL desde Yahoo Finance, abarcando el periodo de 2020 a 2025.
2. **Preprocesamiento:** Se rellenaron valores faltantes mediante interpolación y se normalizaron los datos para tener media cero y desviación estándar unitaria.
3. **Aplicación de la Transformada de Fourier:** Se utilizó la Transformada Rápida de Fourier (FFT) para descomponer la serie temporal en el dominio de la frecuencia.
4. **Filtrado de Frecuencias:** Se eliminaron las frecuencias de baja relevancia para reducir el ruido.
5. **Reconstrucción de la Señal:** Se aplicó la transformada inversa para obtener una señal suavizada basada en las componentes principales.
6. **Análisis de Resultados:** Se comparó la señal reconstruida con la serie original para evaluar la representación de las tendencias dominantes.

## Código Implementado

A continuación, se presenta el código en Python utilizado para llevar a cabo el experimento:

```
import numpy as np
import pandas as pd
import yfinance as yf
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.fftpack import fft, ifft

df = yf.download('AAPL', start='2020-01-01', end='2025-01-01')
prices = df['Close']

prices = prices.interpolate() # Rellenar datos faltantes
normalized_prices = (prices - prices.mean()) / prices.std()

N = len(normalized_prices)
frequencies = fft(normalized_prices)

threshold = 0.05 * np.max(np.abs(frequencies))
filtered_frequencies = frequencies.copy()
filtered_frequencies[np.abs(filtered_frequencies) < threshold] = 0

reconstructed_signal = np.real(ifft(filtered_frequencies))

plt.figure(figsize=(14, 5))
plt.plot(prices.index, normalized_prices, color='royalblue')
plt.title('Serie Original Normalizada ■-■AAPL')
plt.xlabel('Fecha')
plt.ylabel('Precio Normalizado')
plt.grid(True)
```

```
plt.tight_layout()
plt.show()
```

```
plt.figure(figsize=(14, 5))
plt.plot(prices.index, normalized_prices, label='Serie Original (Normalizada)',
alpha=0.5, linestyle='--')
plt.plot(prices.index, reconstructed_signal,
label='Soft_Signal_(FFT)', color='darkorange', linewidth=2)
plt.title('Comparacion: _Serie_Original-vs
Soft_Signal_con_FFT_-_AAPL')
plt.xlabel('Fecha')
plt.ylabel('Precio_Normalizado')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.tight_layout()
plt.show()
```

## Resultados Obtenidos



**Figura 2.** Resultado del código con los datos obtenidos.

Los resultados del análisis mostraron que:

- Se identificaron las principales frecuencias en la variación de precios de AAPL.
- La reconstrucción de la señal mantiene los patrones dominantes de la serie original.
- Se observó la presencia de ciclos en la serie, lo que sugiere tendencias de mercado recurrentes.

## Limitaciones y Mejoras

A pesar de la efectividad del método, se identificaron algunas limitaciones:

- La Transformada de Fourier asume que la serie es estacionaria, lo que puede no ser cierto en mercados volátiles.
- Sería útil comparar Fourier con otros modelos como ARIMA o Wavelets para mejorar la predicción de tendencias.

## Conclusions

El análisis de la Transformada Rápida de Fourier (FFT) aplicado a los datos históricos de AAPL ha permitido identificar y filtrar las componentes de frecuencia más significativas en la serie temporal de precios. A través de este proceso, hemos logrado reconstruir una señal suavizada que conserva las principales tendencias del mercado, eliminando fluctuaciones de alta frecuencia que pueden representar ruido en los datos.

Este enfoque es útil para la detección de patrones cíclicos y tendencias de largo plazo en los mercados financieros, proporcionando una herramienta poderosa para el análisis cuantitativo. Sin embargo, es importante complementar este método con otras técnicas estadísticas y modelos predictivos para obtener un análisis más robusto y preciso.

En futuras investigaciones, se podrían explorar técnicas avanzadas como la Transformada Wavelet para mejorar la resolución en el dominio del tiempo-frecuencia o integrar la FFT con modelos de predicción basados en Machine Learning para optimizar estrategias de inversión.

## Anexos

- **Artículo relacionado:**

*Stock Market Signal Analysis using Fast Fourier Transform*

Disponible en: <https://medium.com/@kt.26karanthakur/stock-market-signal-analysis-using-fast-fourier-transform-e3bdde7bcee6>



## Referencias

- Ehlers, J.** (s.f.). *Fourier series model of the market*. [https://www.mesasoftware.com/papers/FOURIER%20SERIES%20MODEL%20OF%20THE%20MARKET.pdf?utm\\_source=chatgpt.com](https://www.mesasoftware.com/papers/FOURIER%20SERIES%20MODEL%20OF%20THE%20MARKET.pdf?utm_source=chatgpt.com). (Recuperado el 24 de marzo de 2025)
- Mariani, M. C., Bhuiyan, M. A. M., Tweneboah, O. K., Beccar-Varela, M. P., y Florescu, I.** (2020). Analysis of stock market data by using dynamic fourier and wavelets techniques. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, **537**(), 122785. doi: 10.1016/j.physa.2019.122785
- Radojčić, D., y Kredatus, S.** (2020). The impact of stock market price fourier transform analysis on the gated recurrent unit classifier model. *Expert Systems with Applications*, **159**(), 113565. Descargado de <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2020.113565> doi: 10.1016/j.eswa.2020.113565
- Stádník, B., Raudeliūnienė, J., y Davidavičienė, V.** (2016). Fourier analysis for stock price forecasting: Assumption and evidence. *Journal of Business Economics and Management*, **17**(3), 365–380. doi: 10.3846/16111699.2016.1184180