Trabalho 1. Eliseu Elias

1- Gerador: $X_{i+1} = 5x_i \bmod 7$ é de período completo. Demonstre

seed: a) $x_0 = 4$ b) $x_0 = 7$

a) $a = 5$
$c = 0$
$x_0 = 4$
$m = 7$

$x_0 = 4$
$X_1 = 5.4 \bmod 7 = 20 \bmod 7 = 6;$
$X_2 = 5.6 \bmod 7 = 30 \bmod = 2;$
$X_3 = 5.2 \bmod 7 = 10 \bmod 7 = 3;$
$X_4 = 5.3 \bmod 7 = 15 \bmod 7 = 1;$
$X_5 = 5.1 \bmod 7 = 5 \bmod 7 = 5;$
$X_6 = 5.5 \bmod 7 = 4$

$T = 6$

b) $a = 5$
$c = 0$
$x_0 = 7$
$m = 7$

$x_0 = 7$
$x_1 = 5.7 \bmod 7 = 35 \bmod 7 = 0$ } $T = 1$
$x_2 = 5.0 \bmod 7 = 0 \bmod 7 = 0$

Para $x_0 = 4$, observa-se claramente o período completo, gerando os resultados de 0 até 6 antes de se repetir. Já para $x = 7$, o período não é completo visto que é gerado somente o número zero.

2- Dis Poisson: 60 chamadas $= \lambda$

$$P_r[X=x] = \lambda^x \frac{e^{-\lambda}}{x!}$$

$T = 10\,h = x$
C = Var aleat. p/ nº de chamadas/h

a) $P_r[X=0] = 6^0 \frac{e^{-6}}{0!} = \frac{1 \cdot 2{,}48 \times 10^{-3}}{1} \simeq 0{,}24\%$

b) $P_r[x \leq 8] = P_r[x=8] + = 6^8 \frac{e^{-6}}{8!} = 0{,}1032$
$+ P_r[x=7] + = 6^7 e^{-6}/7! = 0{,}1377$
$+ P_r[x=6] + = 6^6 e^{-6}/6! = 0{,}1606$
$+ P_r[x=5] + = 6^5 e^{-6}/5! = 0{,}1606$
$+ P_r[x=4] + = 6^4 e^{-6}/4! = 0{,}1338$
$+ P_r[x=3] + = 6^3 e^{-6}/3! = 0{,}0892$
$+ P_r[x=2] + = 6^2 e^{-6}/2! = 0{,}0446$

$P_r[x=1] + = 6^1 e^{-6}/1! =$
$= 0{,}0149$

$P_r[x=0] = 0{,}0025$

$\sum = 0{,}8471 = 84{,}71\%$

c) $\lambda = 6 \frac{\text{chamadas}}{\text{hora}} \rightarrow \frac{60 \text{ chamadas}}{10 \text{ horas}}$

---

d) $Var(C) = \lambda = 6$

---

e) Desv. padrão $(C) = \lambda = 6$

---

3. $\bar{x} = \lambda = 0,15 = 15\%$; a) $Pr[x \leq 2]$ $\quad Pr[X=x] = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$

Lote = 8 pistões ; b) $Pr[x \geq 6]$

a) $Pr[x \leq 2] = 99,95\%$

$Pr[X=2] + = 0,15^2 (e^{-0,15})/2! = 0,0097$

$Pr[X=1] + = 0,15^1 (e^{-0,15})/1! = 0,1291$

$Pr[X=0] + = 0,15^0 (e^{-0,15})/0! = 0,8607$

$\hookrightarrow Pr[x \leq 2] = 0,9995 \approx 99,95\%$

b) $Pr[x \geq 6] =$

$Pr[x=6] + = 0,15^6 (e^{-0,15})/6! = 13,62\eta$

$Pr[x=7] + = 0,15^7 (e^{-0,15})/7! = 0,2918\eta$

$Pr[x=8] + = 0,15^8 (e^{-0,15})/8! = 5,471p$

$= 13,91\eta \approx 1,39 \times 10^{-6}\% \approx 0$

4- $\lambda = 6 \Rightarrow \lambda/_{semana} = 3$

$T = 2\ semanas = x$

$Pr[X = x] = \lambda^x \frac{e^{-\lambda}}{x!}$

$Pr[x \geq 2] =$

$Pr[x=2] = 3^2 e^{-3}/2! = 0,2204$

$+Pr[x=3] = 3^3 e^{-3}/3! = 0,2240$

$0,4481 = 44,81\%$

5- $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$

$F(x) = P(X = x) = 1 - e^{-\lambda x}$

$x = \frac{-\ln(U)}{\lambda}$

$\boxed{U \equiv \text{vetor}}$

$\bar{t} = 28\ dias \Rightarrow \lambda = 1/\bar{t} = 35,71m$

$P(x < 4) = 1 - e^{-35,71 \times 10^{-3} \cdot 4}$

$P(x < 4) = 0,1331 = 13,31\%$

6- $f(x) = p(1-p)^{x-1} \Rightarrow f(6) = \frac{2}{5}\left(1 - \frac{2}{5}\right)^{6-1}$

Bola preta $= \frac{20}{50} = 2/5 = p$

Bola branca $= \frac{30}{50} = 3/5$

$f(6) = \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^5 = \frac{486}{15625} = 0,03110$

$\boxed{P_{f(6)} = 3,10\%}$

7-
8- } Somente simulação