

# 运筹学实验报告-3

PB21000231 刘舟洋

## 一、问题背景

本问题涉及使用牛顿法优化逻辑回归模型中的代价函数。逻辑回归是一种常用于分类问题的模型，目标是通过最小化代价函数来找到最佳的参数。牛顿法是一种利用梯度和海森矩阵（二阶导数信息）来加速收敛的优化算法。在该问题中，我们通过牛顿法迭代更新模型参数，并结合线搜索方法调整步长，直到满足收敛条件。最终，图形展示了牛顿法在不同优化指标（如目标函数值、梯度范数和线搜索收敛次数）上的收敛速度。

## 二、程序介绍

### 1. 数据加载与处理：

从 .mat 文件中加载数据集，数据包含特征矩阵  $A$  和标签向量  $b$ 。通过对数据进行适当的转置和处理，确保其适配牛顿法的计算要求。

### 2. 牛顿法优化：

通过牛顿法迭代更新参数，利用目标函数的梯度和海森矩阵（二阶导数）来加速收敛。每次迭代计算新的参数值，直到满足设定的收敛条件（梯度范数小于阈值）。

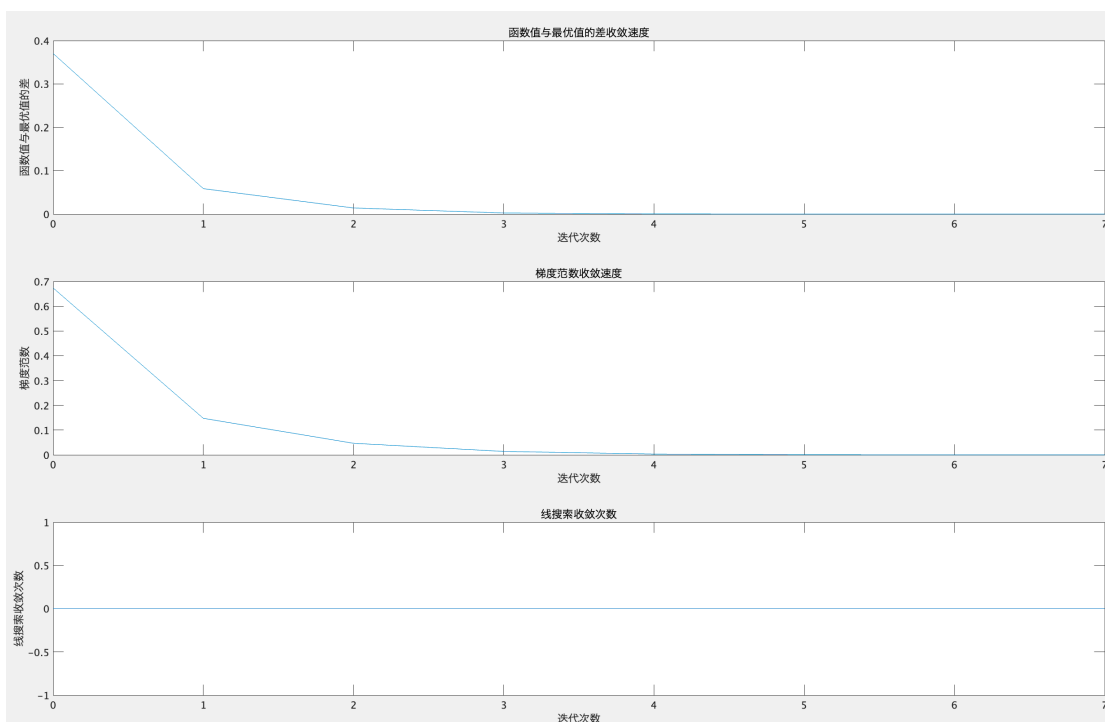
### 3. 线搜索：

使用回溯线搜索（Backtracking Line Search）来自动调整步长  $\alpha$ ，确保每次迭代都能有效减少目标函数值，从而提高收敛效率。

### 4. 图形展示：

通过 matplotlib 绘制收敛过程中的关键指标，包括目标函数值与最优值的差收敛速度、梯度范数的收敛速度以及线搜索的收敛次数。这些图形帮助可视化优化过程，并分析牛顿法在不同优化指标上的表现。

## 三、实验结果



- 1. 算法效率：**图 1 和图 2 反映了牛顿法具有良好的收敛性能，能够快速优化目标函数，特别是在前几次迭代中。
- 2. 线搜索稳定性：**线搜索次数恒定表明算法步长调整稳定，目标函数具有良好的优化条件。
- 3. 应用场景：**这种快速收敛的性质非常适合优化具有良好二阶连续性的目标函数，例如逻辑回归的目标函数。

## 四、总结

实验通过牛顿法对逻辑回归目标函数进行优化，验证了其快速收敛的特性。从实验结果看，目标函数值与最优值的差在前几次迭代中迅速下降，梯度范数逐渐减小并趋于零，线搜索次数保持稳定，说明算法步长调整合理，优化过程高效。实验表明牛顿法在凸优化问题中具有良好的收敛性能，适用于逻辑回归等场景。