



# 光学

## 第五节 光栅衍射

1. 一束白光垂直照射在一光栅上，在形成的同一级光栅光谱中，偏离中央明纹最远的是：

解析：如图所示，对于光栅衍射明纹的条件为： $d \sin \theta = \pm k \lambda$ ，其中  $k=1, 2, 3 \dots$

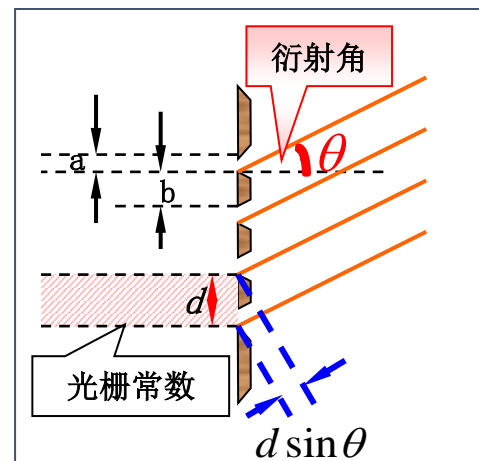
中央明纹偏离中心最远的距离，也就是第一级暗纹的距离。由暗纹的条件：

$$d \sin \theta_1 \sim d \theta_1 = d \frac{x_1}{f} = \pm \lambda / 2$$

由于白光的波长范围是由390 nm (紫光)到780 nm(红光)。

所以，波长越大的光对应的 $x_1$ 也越大，所以偏离中央明纹最远的是红光。

故选D





2. 波长 $\lambda=550\text{ nm}$ 的单色光垂直入射于光栅常数 $d=2\times 10^{-4}\text{ cm}$ 的平面衍射光栅上，可能观察到的光谱线的最大级次为：

解析：对于光栅衍射明纹的条件为： $d \sin \theta = \pm k \lambda$  ， 其中 $k=1, 2, 3 \dots$

所以对应的级数： $k = d \sin \theta / \lambda \leq d / \lambda \approx 3.64$ ，所以能观察到的最大级数为：3级

故选B

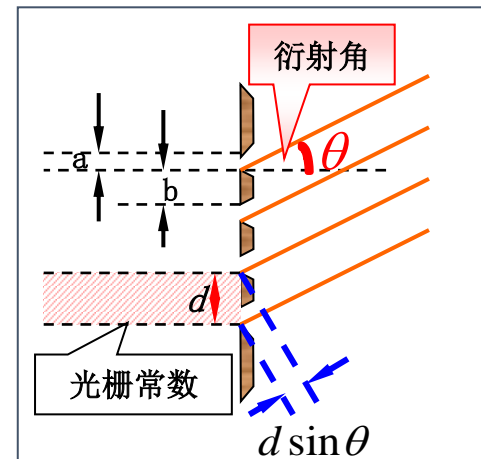
3. 某单色光垂直入射到一个每毫米有800条刻线的光栅上，如果第一级谱线的衍射角为 $30^\circ$ ，则入射光的波长为：

解析：如图所示，光栅常数为： $d=1/800\text{ mm}$ ，光栅衍射明纹的条件为：

$$d \sin \theta = \pm k \lambda \quad \text{其中 } k=1, 2, 3 \dots$$

$$\text{得： } \lambda = d \sin \theta / k = 625\text{ nm}$$

所以入射光的波长为625 nm。





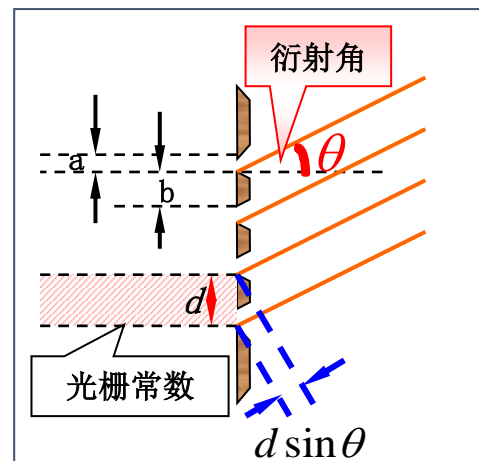
4. 用平行的白光垂直入射在平面投射光栅上时，波长为440 nm的第3级光谱线将与波长为\_\_\_\_ nm的第2级光谱线重合。

解析：如图所示，对于光栅衍射明纹的条件为： $d \sin \theta = \pm k \lambda$ ，其中  $k = 1, 2, 3 \dots$

对于第三级光谱： $d \sin \theta_3 = \pm 3 \lambda_3$ ，对第二级光谱为： $d \sin \theta_2 = \pm 2 \lambda_2$

若两则重合，这要求： $\sin \theta_2 = \sin \theta_3$

即： $\lambda_2 = 1.5 \lambda_3 = 660 \text{ nm}$



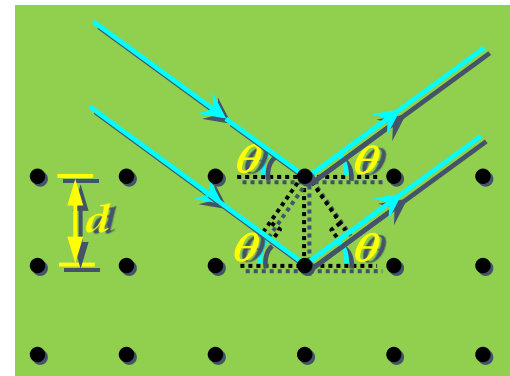


5. 如图所示，为了测量某种晶体原子层之间的间距 $d$ ，用0.2 nm的X射线照射该晶体，实验测到X射线与晶面夹角为 $15^\circ$ 时获得第一级反射极大，则 $d=$         nm。

解析：如图所示，对于X射线反射加强的条件为： $2d \sin \theta = k\lambda$ ， 其中 $k = 1, 2, 3 \dots$

则第一级干涉加强： $2d \sin \theta = \lambda$ ，

得： $d = 0.386 \text{ nm}$





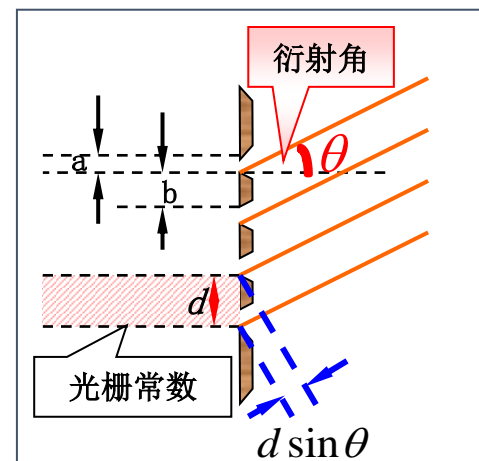
6. 波长为500 nm和520 nm的两种单色光同时垂直入射在光栅常数为0.002 cm的光栅上，紧靠光栅后用焦距为2 m的透镜把光线聚焦在屏幕上。求这两束光的第三级谱线之间的距离。

解析：如图所示，对于光栅衍射明纹的条件为： $d \sin \theta = \pm k \lambda$ ，其中  $k = 1, 2, 3 \dots$

则第三级谱线为： $d \sin \theta_k \sim d \theta_k = d \frac{x_k}{f} = \pm k \lambda$

即： $x_k = \pm \frac{fk\lambda}{d}$

得： $\Delta x = x_3(\lambda = 520nm) - x_3(\lambda = 500nm) = 6mm$





7. 波长600 nm的单色光垂直照射在光栅上，第二级明条纹出现在 $\sin\theta = 1/6$ 处，第四级缺级。试求：(1)光栅常数 $a+b$ ；(2)光栅上狭缝可能的最小宽度 $a$ ；(3)中央明带内的明纹主极大的数目；(4)按上述选定的 $a$ 、 $b$ 值，在光屏上可能观察到的全部级数。

解析：如图所示，(1) 利用光栅方程： $d \sin\theta = \pm k\lambda$ ， $k=0,1,2,3\dots$

根据已知条件：第二级明纹在 $\sin\theta = 1/6$ 处

可得： $d \sin\theta = 2\lambda$ ，即 $a+b=d = 7.2 \mu\text{m}$

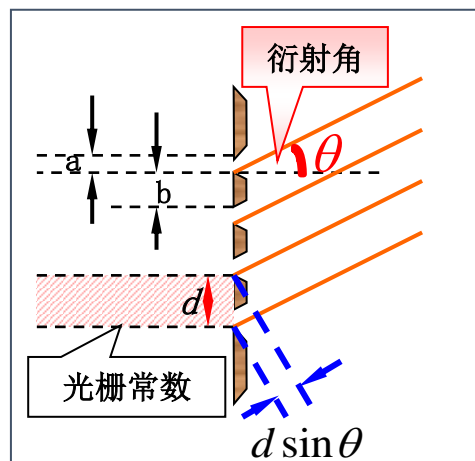
(2) 利用光栅缺级的条件： $\begin{cases} d \sin\theta = \pm k\lambda \\ a \sin\theta = \pm k'\lambda \end{cases}$  得缺级级数： $k = \frac{d}{a}k'$ ， $k' = 1,2,3\dots$

因为第四级缺级，得  $4 = \frac{d}{a}k' \Rightarrow a = \frac{d}{4}k'$ ，因此 $k'=1$ 时， $a$ 最小为： $a = d/4 = 1.8 \mu\text{m}$

(3) 因为光栅的中央明带对应单缝衍射的中央明纹，因此中央明带内主极大的级数满足： $|k| < d/a = 4$ ；数目为： $2 \times (4-1) + 1 = 7$

(4) 利用光栅方程： $d \sin\theta = \pm k\lambda$ ，因为 $\theta \in (-\pi/2, \pi/2)$

可得  $|k| = d \sin\theta / \lambda < d / \lambda = 12$ ，即最大的级数为11，其中 $\pm 4$ ， $\pm 8$ 缺级，因此屏上全部级数为0,  $\pm 1$ ,  $\pm 2$ ,  $\pm 3$ ,  $\pm 5$ ,  $\pm 6$ ,  $\pm 7$ ,  $\pm 9$ ,  $\pm 10$ ,  $\pm 11$ ，能观察到的全部级数的条数为： $2 \times 11 + 1 - 4 = 19$ 条。





8. 一衍射光栅，每厘米200条透光缝，每条透光缝宽 $a=2\times 10^{-3}$  cm，在光栅后放一焦距 $f=1$ m的凸透镜，现以 $\lambda=600$ nm的单色平行光垂直照射光栅，求：(1)透光缝 $a$ 的单缝衍射中央明条纹宽度为多少？(2)在该宽度内，有几个光栅主极大？

解析：如图所示，光栅常数为： $d=1/200$  cm；对中央明纹由： $a \sin \theta_1 \sim a \theta_1 = a \frac{x_1}{f} = \pm \lambda$   
则线宽为： $2x_1 = 2f\lambda/a = 6$  cm。

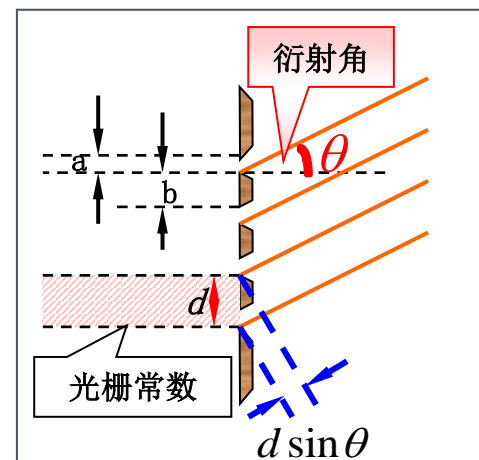
在此宽度范围内： $\theta \sim \tan \theta \sim \sin \theta = x_1/f = 0.03$  rad

由： $d \sin \theta = \pm k \lambda$ ，得： $k = d \sin \theta / \lambda = 2.5$

又因为出现缺级的位置为： $k = \frac{d}{a} k'$ ， $k' = 1, 2, 3 \dots$

中央明带内主极大的级数满足： $|k| < d/a = 2.5$ ；

所以出现的主极大为： $\pm 2, \pm 1, 0$ ，共5条。





9. 一束平行光垂直入射到某个光栅上, 该光束有两种波长的光,  $\lambda_1=440\text{ nm}$ ,  $\lambda_2=660\text{ nm}$ 。实验发现, 两种波长的谱线第二次重合于衍射角  $\varphi=60^\circ$  的方向上。求此光栅的光栅常数  $d$ 。

解析: 如图所示, 由光栅衍射明纹的条件为:  $d \sin \theta = \pm k \lambda$ , 其中  $k=1, 2, 3 \dots$

则对于  $\lambda_1$  波长的光:  $d \sin \theta_k = \pm k \lambda_1$

对于  $\lambda_2$  波长的光:  $d \sin \theta_{k'} = \pm k' \lambda_2$

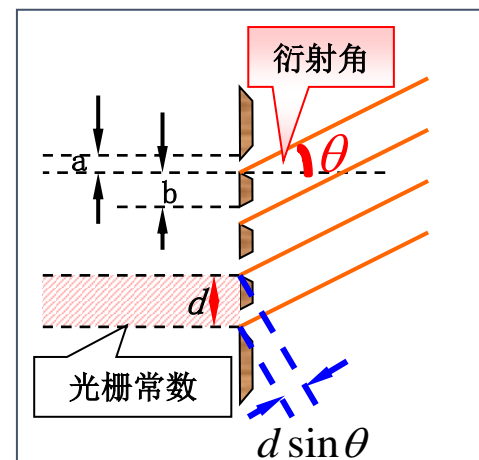
当谱线重合时:  $\sin \theta_k = \sin \theta_{k'}$ , 即:  $k = \frac{3}{2} k'$ , 其中  $k' = 1, 2, 3 \dots$

所以: 当第一次重合时的条件为:  $k'=2, k=3$ ;

第二次重合时的条件为:  $k'=4, k=6$ ;

对于第二次重合时的衍射角为  $60^\circ$ 。

$$\text{则: } d = \frac{k' \lambda_2}{\sin \theta_{k'}} = \frac{4 \times 660}{\sin 60^\circ} = 3.05 \times 10^{-6} \text{ m}$$







10. 思考题：光栅衍射和单缝衍射有什么区别？为什么光栅衍射的明纹特别亮呢？

解析：单缝衍射是同一缝内相干光的叠加效果；但是光栅衍射的条纹除了每一条单缝的贡献之外，还有不同缝之间相干光的干涉叠加。

当不同单缝间的相干光的相位差是 $2\pi$ 的整数倍的时候，即不同缝之间的光的振幅都沿着一个方向，从而满足干涉加强，如图所示，因此明纹看起来特别亮。

