



第四节 氢原子的波尔模型 实物粒子的波动性

1. 已知氢原子从基态激发到某一定态所需能量为10.19eV，若氢原子从能量为-0.85eV的状态跃迁到上述定态时，所发射的光子的能量为：

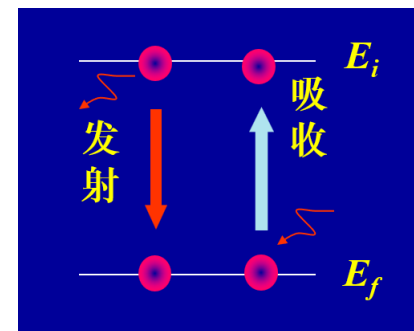
解析：如图所示，由频率条件： $h\nu = E_i - E_f$ 。

则原子从基态跃迁到某一定态 n 时： $E_n - E_1 = 10.19 \text{ eV}$ ，其中 $E_1 = -13.6 \text{ eV}$

若从能量为 E_m 跃迁到 E_n 时，发射光子的能量为：

$$\Delta E = E_m - E_n = -0.85 - (-13.6 + 10.19) \text{ eV} = 2.56 \text{ eV}$$

故选A





2. 氢原子光谱的巴尔末系中波长最长的谱线用 λ_1 表示，其次波长用 λ_2 表示，则它们的比值 λ_1/λ_2 为：

解析：根据波尔的氢原子理论可知，氢原子光谱是由电子在两个定态能级($E_n=E_1/n^2$)之间跃迁发射出来的，由此可知光谱的频率 ν 满足：

$$h\nu=E_i-E_j=E_1(1/i^2-1/j^2), \text{ 其中 } E_1 \text{ 为基态能量, 数值为 } -13.6 \text{ eV.}$$

即光谱的波长 λ 应满足： $\lambda=c/\nu=ch/[E_1(1/i^2-1/j^2)]$

由于巴尔末系对应高能级 ($n>2$) 向第一激发态 ($n=2$) 的跃迁，即上式中 $j=2$ ；此外，由于谱线 λ_1 的波长最长，即其对应的光子的能量最低，对应的能级 $i=3$ ；谱线 λ_2 的波长为次长，对应的能级 $i=4$

由以上信息可得：

$$\lambda_1/\lambda_2=\{ch/[E_1(1/3^2-1/2^2)]\}/\{ch/[E_1(1/4^2-1/2^2)]\}=(1/4^2-1/2^2)/(1/3^2-1/2^2)=27/20$$

故选C



3. 证实德布罗意波存在的关键性实验是：戴维逊—革末实验，选C

4. 如果两种不同质量的粒子，其德布罗意波长相同，则这两种粒子的：

解析：质量为 m 、速度为 v 的粒子其德布罗意关系为：

$$E = mc^2 = h\nu \quad p = mv = \frac{h}{\lambda}$$

则两者的质量不用，而波长相同，得两者得动量相同，能量不同。

故选A

5. 静止质量不为零得微观粒子作高速运动，这时粒子物质波的波长 λ 与速度 v 的关系：

解析：设质量为 m 、速度为 v 的粒子其动量为： $p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{h}{\lambda}$

则： $\lambda = \frac{h}{m_0} \sqrt{\frac{1}{v^2} - \frac{1}{c^2}}$

即： $\lambda \propto \sqrt{\frac{1}{v^2} - \frac{1}{c^2}}$ 故选C



6. 由实物粒子的波粒二象性可知：

解析：粒子的波粒二象性不能用经典的粒子和经典的波来理解，粒子的波动性是与其统计性相联系的概率波。

故选D

7. 氢原子基态的电离能是_____eV，电离能为0.544eV的激发态氢原子，其电子处在n=_____的轨道上运动。

解析：氢原子第 n 轨道上的能量为： $E_n = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \times \frac{1}{n^2} = \frac{E_1}{n^2}$ ，其中基态能量为：

$E_1 = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} = -13.6\text{eV}$ 即从基态电离到势能零点，所需的电离能为13.6 eV.

由：

$$E_n = \frac{E_1}{n^2} = 0.544 = \frac{13.6}{n^2}$$

得：

$$n = 5$$



8. 按照氢原子理论，当大量氢原子处于 $n=4$ 的激发态时，原子跃迁将发出_____种波长的光。

解析：由氢原子理论，如图所示，当 $n=4$ 时，原子可以发生的跃迁有6种，

即， $h\nu = E_i - E_f$ ： $E_4 - E_1$ $E_4 - E_2$ $E_4 - E_3$ $E_3 - E_1$ $E_3 - E_2$ $E_2 - E_1$

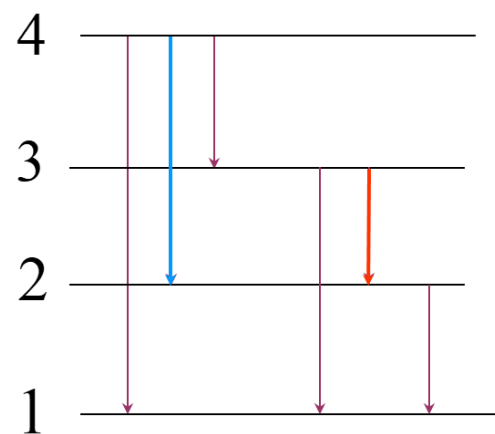
不要忘记 $n=3$ 和 $n=2$ 的能级也能发出谱线。

9. 德布罗意在光的波粒二相性的启发下，提出实物粒子也具有波动性（波粒二象性）。

10. 子弹的德布罗意波长很_____，所以测不到它的波动性。

解析：由德布罗意关系知：子弹的波长为： $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \sim 10^{-26} m$

量级非常小，波长非常短，难以观察到。



共有6条谱线



11. 低速运动的质子和 α 粒子，若它们的德布罗意波长相同，则它们的动量之比= ；动能之比= 。

解析：由德布罗意关系： $\lambda = \frac{h}{p}$

可知粒子的波长与动量一一对应，即波长相同动量相同，即

$$\frac{p_{\text{质}}}{p_{\alpha}} = \frac{\lambda_{\alpha}}{\lambda_{\text{质}}} = \frac{1}{1} = 1$$

对于两者的动能：由于是低速，因此动能可表示为： $E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$

因为质子和 α 粒子的质量之比是：1/4，

$$\text{得：} \frac{E_{k\text{质}}}{E_{k\alpha}} = \frac{p_{\text{质}}^2}{2m_{\text{质}}} \times \frac{2m_{\alpha}}{p_{\alpha}^2} = \frac{m_{\alpha}}{m_{\text{质}}} = \frac{4}{1} = 4$$

注意：本题需要知道 α 粒子对应的He原子核，其中包括2个质子核2个中子，由于中子和质子的质量非常接近，所以He原子核的质量是一个质子质量的4倍。



12. 静止质量为 m_e 的电子，经电势差为 U_{12} 的静电场加速后，若不考虑相对论效应，电子的德布罗意波长 λ ?

解析：题中指明不考虑相对论效应，可以利用经典的动能表达式： $E_k = \frac{1}{2}m_e v^2$

即电场做功的电势能转化为电子的动能： $eU_{12} = \frac{1}{2}m_e v^2 = \frac{p^2}{2m_e} \Rightarrow p = \sqrt{2m_e eU_{12}}$

电子的德布罗意波长为：

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_e eU_{12}}}$$

13. 电子和光子的波长均为0.2nm，则它们的动量和动能各是多少？

解析：由德布罗意关系： $p = mv = \frac{h}{\lambda}$ ，可得波长与动量一一对应，与粒子种类无关，即对于波长相同（ $\lambda=0.2\text{nm}$ ）的电子和光子，它们的动量满足：

$$p_{\text{电子}} = p_{\text{光子}} = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{Js}}{0.2 \times 10^{-9} \text{m}} = 3.315 \times 10^{-24} \text{kgm/s}$$

但由于它们的质量不同，对应的动能不一定相同，其中，对于静止能量为零的光子，动能=总能，即：

$$E_{k\text{光子}} = E_{\text{光子}} = pc = 3.315 \times 10^{-24} \times 3 \times 10^8 \text{J} = 9.945 \times 10^{-16} \text{J}$$

另外，对于电子，需要先根据电子的速度确定是否需要考虑相对论效应。在初步判断电子速度时，可以先计算不考虑相对论效应时电子的速度：

$$v_{\text{电子}} = \frac{p_{\text{电子}}}{m_e} = \frac{3.315 \times 10^{-24} \text{kgm/s}}{9.11 \times 10^{-31} \text{kg}} = 3.64 \times 10^6 \text{m/s}$$

因为 $v_{\text{电}} < 0.1c$ ，所以可以不考虑相对论效应，直接利用经典公式求电子动能：

$$E_{k\text{电子}} = \frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{p^2}{2m_e} = \frac{(3.315 \times 10^{-24})^2}{2 \times 9.1 \times 10^{-31} \text{kg}} = 6.04 \times 10^{-18} \text{J}$$



14. 如用能量为12.6eV的电子轰击基态氢原子时，可以产生哪些谱线？绘出能级跃迁示意图。并指出有几条属于可见光谱？

解析：由对于基态下氢原子为： $E_1 = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} = -13.6\text{eV}$

若电子能量为 $E=12.6\text{eV}$ 全部被吸收；

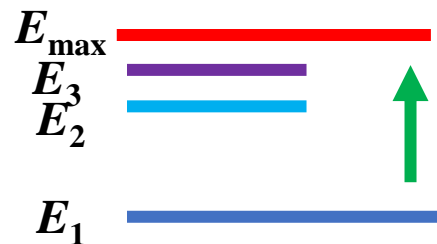
则： $E_{\max} = -13.6 + 12.6 = -1\text{eV}$ 这是电子吸收能量后可能达到的最高能量，

即电子所处能级应满足： $E_n = E_1/n^2 < E_{\max}$

当 $n=2$ 时： $E_2 = \frac{E_1}{2^2} = \frac{-13.6}{4}\text{eV} = -3.4\text{eV} < -1.0\text{eV}$

当 $n=3$ 时： $E_3 = \frac{E_1}{3^2} = \frac{-13.6}{9}\text{eV} = -1.51\text{eV} < -1.0\text{eV}$

当 $n=4$ 时： $E_4 = \frac{E_1}{4^2} = \frac{-13.6}{16}\text{eV} = -0.85\text{eV} > -1.0\text{eV}$



因此，当 $n=4$ 时，能量为-0.85eV，已经超过能量的最大值-1.0eV了，

所以 n 只可能等于2或3，会产生 $\Delta E = E_2 - E_1$ ， $\Delta E = E_3 - E_1$ ， $\Delta E = E_3 - E_2$ ，三条谱线。

由 $\Delta E = hc/\lambda$ 可得对应波长分别为：121.8nm 102.8nm **657.7nm**（可见光）

即：从第三级跃迁到第二级的过程中产生的红光。



思考题：如果一粒子的速率增大了，它的德布罗意波长是增大还是减小呢？
试解释之。

解析：由德布罗意波的波长与动量之间的关系：

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{m_0 v} \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = \frac{h}{m_0} \sqrt{\frac{1}{v^2} - \frac{1}{c^2}}$$

由于对于确定的一个粒子， h 、 c 和 m_0 都是常数，利用上式可得，随着 v 的增大， λ 会减小。