



机械振动

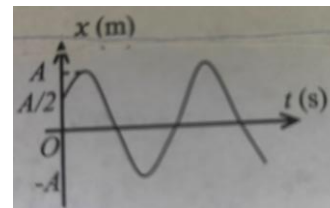
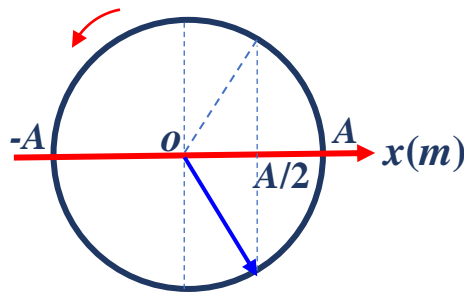
第一节 简谐振动

1. 一质点作简谐振动。其位移与时间的曲线如图所示。若质点的振动规律用余弦函数描述，则其初相应为：

解析：振动方程 $x(m)=A\cos(\omega t+\varphi)$ ，由图可知，

在 $t=0$ 时， $x=A/2$ ，所以 $\cos\varphi=1/2$ ，即 $\varphi=\pm\pi/3$ 。则由旋转矢量法可得(如下图)：

旋转矢量法：



初始时刻位移 x 向正方向移动， $v > 0$ ；

所以 $\varphi=-\pi/3$

故选：D



2. 一个弹簧振子和一个单摆（只考虑小幅度摆动），在地面上的固有振动周期分别为 T_1 和 T_2 ，将它们拿到月球上去，相应的周期分别为 T_1' 和 T_2' ，则有：

解析：因为周期 $T=2\pi/\omega$ 则在地球上时：

$$\text{对于弹簧振子：} \omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} ; \quad \text{对于单摆则为：} \omega_2 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$\text{所以，弹簧振子周期为：} T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} ; \quad \text{单摆周期为：} T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

当在月球上时：

$$\text{弹簧振子周期为：} T_1' = T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} ; \quad \text{单摆周期为：} T_2' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{a}} > T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

(由于 $a < g$)

故选：D



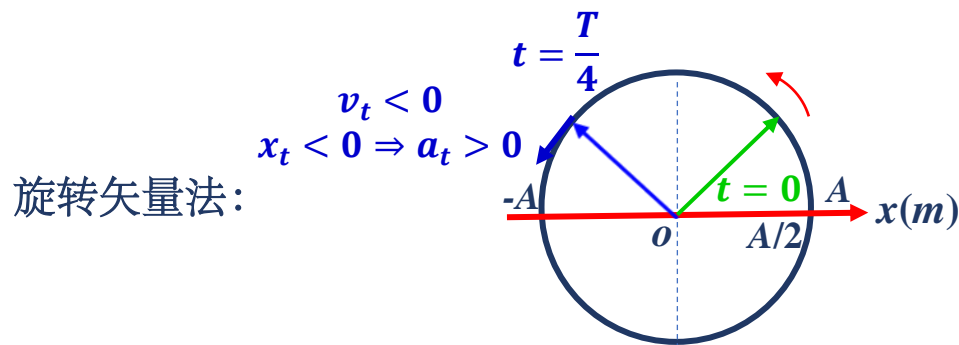
3. 一物体做简谐振动，运动方程为 $x=A\cos(\omega t+\pi/4)$ ，在 $t=T/4$ 时刻（ T 为周期），物体的速度和加速度为：

解析：因为物体的运动方程为： $x=A\cos(\omega t+\pi/4)$ ；则可得速度方程和加速度方程分别为：

$$v=-A\omega\sin(\omega t+\pi/4); \quad a=-A\omega^2\cos(\omega t+\pi/4).$$

在 $t=T/4=2\pi/4\omega=\pi/2\omega$ 时： $x=A\cos(\pi/2+\pi/4)=-\frac{\sqrt{2}}{2}A$

所以： $v=-A\omega\sin(\pi/2+\pi/4)=-\frac{\sqrt{2}}{2}A\omega$; $a=-A\omega^2\cos(\pi/2+\pi/4)=\frac{\sqrt{2}}{2}A\omega^2$



故选：B

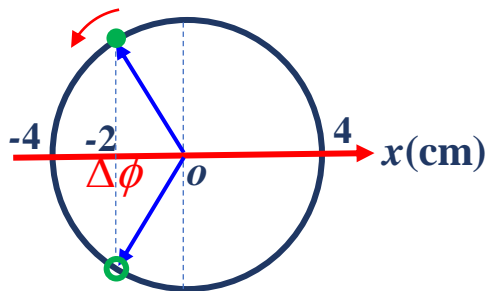


4. 一质点在 x 轴上作简谐振动，振幅 $A=4\text{ cm}$ ，周期 $T=2\text{ s}$ ，其平衡位置取坐标原点。若 $t=0$ 时刻质点第一次通过 $x=-2\text{ cm}$ 处，且向 x 轴负方向运动，则质点第二次通过 $x=-2\text{ cm}$ 处的时刻为：

解析：由于质点的振幅为 $A=4\text{ cm}$ ，周期 $T=2\text{ s}$ 。则运动方程为： $x=4\cos(\pi t+\varphi)\text{ (cm)}$ 。

因为 $t=0$ 时， $x=-2\text{ cm}$ ，且向 x 轴负方向运动，则如下图所示：

旋转矢量法：



则如图 $\varphi_0=2\pi/3$ ，所以 $x=4\cos(\pi t+2\pi/3)\text{ (cm)}$ 。

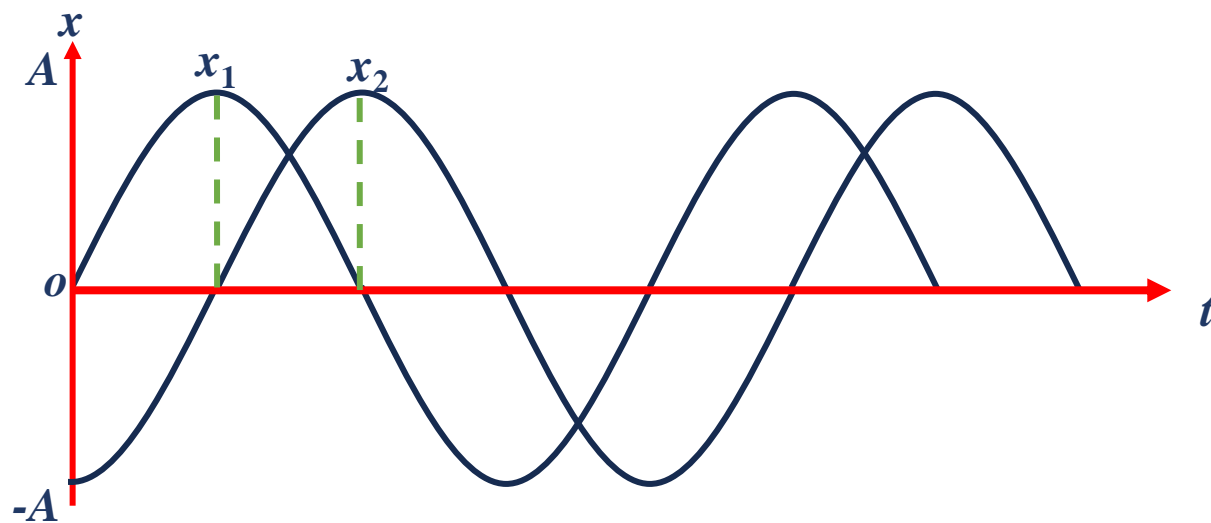
当第二次通过 $x=-2\text{ cm}$ 时， $\varphi_2=4\pi/3$ ，即如图所示： $\Delta\phi=(\pi\Delta t+2\pi/3)-2\pi/3=2\pi/3$ ；

得： $\Delta t=2/3\text{ s}$

故选：B



5. 两个同周期简谐振动曲线如图所示。 x_1 的相位比 x_2 的相位：



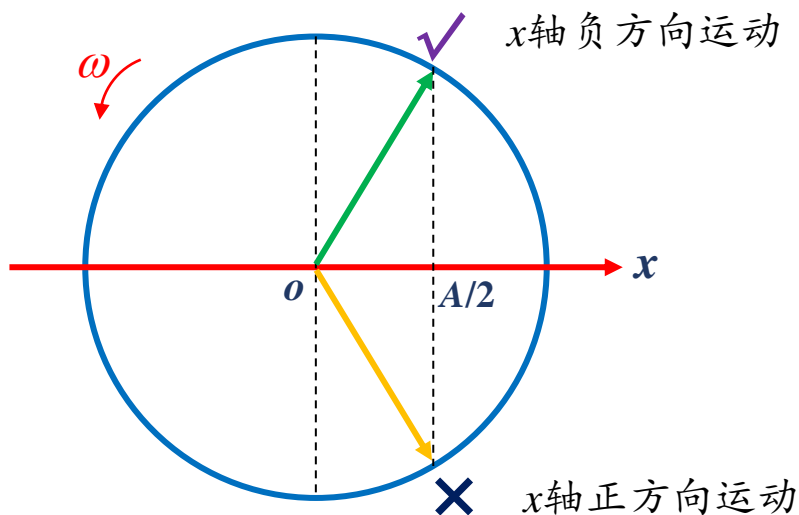
解析：利用 $x-t$ 曲线比较两个简谐振动的相位超前与落后时，需要比较它们所对应的最大位移处时间 t 的前后： t 在前的曲线相位超前， t 在后的曲线相位落后，且超前与落后的相位差： $\Delta\varphi = \omega\Delta t$

本题中， x_1 在前 x_2 在后， $\Delta t = \frac{T}{4}$ ，因此可得 x_1 超前 x_2 的相位为 $\pi/2$ 。

故选：B

6. 一个质点作简谐振动，振幅为 A ，在起始时刻质点的位移为 $A/2$ ，且向 x 轴的负方向运动，代表此简谐振动的旋转矢量图为：

解析：



故选：A

考察画旋转矢量的步骤：

画法：

- ①画 Ox 轴，定正方向
- ②以振幅 A 画圆
- ③确定位移在 Ox 轴上的位置，作垂线
- ④根据速度方向，确定矢量位置
- ⑤读出初相位



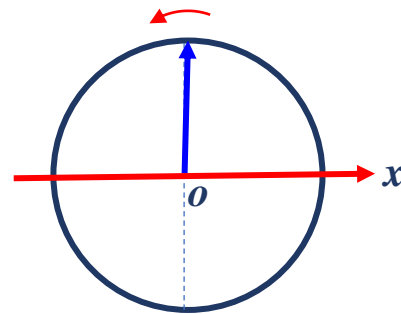
7. 一个质点作简谐振动，速度最大值 $v_m=5\text{ cm/s}$ ，振幅 $A=2\text{ cm}$ 。若令速度具有负最大值的那一时刻为 $t=0$ ，则振动表达式为：

解析：质点作简谐振动：设 $x=A\cos(\omega t+\varphi)$ ，因为 $A=2$ ，则 $x=2\cos(\omega t+\varphi)$ 。

因为 $v_m=-A\omega\sin(\omega t+\varphi)=5\text{ cm/s}$ ，则 $A\omega=5$ ， $\omega=5/2$ 。因为 $t=0$ 时， $v_m=-5\text{ cm/s} < 0$ 。

则 $\varphi=\pi/2$ 。 $x=2\cos(5t/2+\pi/2)\text{ (cm)}$ 。

旋转矢量法：



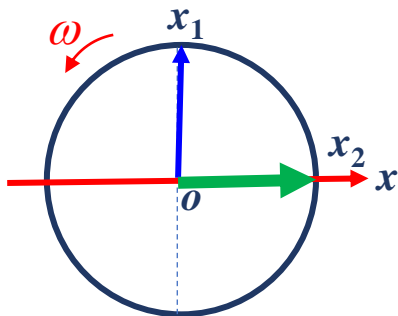
8. 在两个相同的弹簧下各悬挂一物体，两物体的质量比为4：1，则两者做简谐运动的周期之比为：

解析：由 $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ， 则对两个不同的物体： $T_1:T_2=2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}:2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k}}=2:1$

9. 两个弹簧振子的周期都是0.4 s，设开始时第一个振子从平衡位置向负方向运动，经过0.3 s后，第二个振子才从正方向的端点开始运动，则这两振动的相位差为：

解析：设 $x=A\cos(\omega t+\varphi)$

旋转矢量法：



由旋转矢量可得，第一个振子的初相位： $\varphi_{10}=\pi/2$

设第二个振子的初相位为 φ_{20} ，那么经过 $t=0.3$ s后，第二个振子的相位变为：

$$\varphi_2=\omega t+\varphi_{20}=2\pi t/T+\varphi_{20}=3\pi/2+\varphi_{20}$$

根据“第二个振子从正方向的端点开始运动”对应的旋转矢量可得： $x_2=A\rightarrow\varphi_2=0$

即， $3\pi/2+\varphi_{20}=0\rightarrow\varphi_{20}=-3\pi/2=\pi/2$ 。因此两振动的相位差为0。

注：在不考虑波动的情况下，求两振动的相位差时，可以约去 2π 的整数倍，取

$$|\Delta\varphi|\leq\pi$$

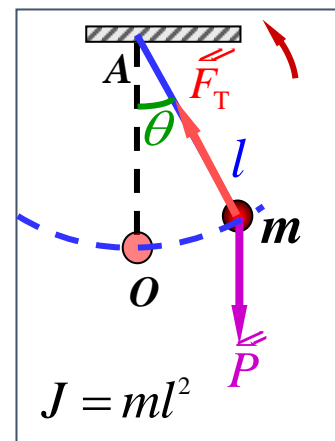


10. 把单摆小球从平衡位置向位移正方向拉开，使摆线与竖直方向成一微小角度 θ ，然后由静止释放，使其摆动。从放手时开始计时，若用余弦函数表示运动方程，则该单摆的初相：

解析：对于单摆运动： $\theta = \theta_m \cos(\omega t + \varphi)$ $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

$t=0$ 时： $\theta = \theta_m$ ； 则 $\cos \varphi = 1$ 所以 $\varphi = 0$

注：单摆振动时，振动方程中的 θ 表示的是角位移（摆绳与竖直向下方向之间的夹角），不是表示振动的相位



11. 一质点按如下规律沿 x 轴作简谐振动： $x=0.1\cos(3\pi t+2\pi/3)$ (SI)。求此振动的周期、振幅、初相、速度最大值和加速度最大值。

解析：由 $x=0.1\cos(3\pi t+2\pi/3)$ 得： 振幅 $A=0.1$ m； $T=2\pi/\omega=2/3$ s； $\varphi=2\pi/3$ rad；

$$v = -\omega A \sin(3\pi t + 2\pi/3); \quad a = -\omega^2 A \cos(3\pi t + 2\pi/3);$$

$$v_m = \omega A = 0.3\pi \text{ m/s} \quad a_m = \omega^2 A = 0.9\pi^2 \text{ m/s}^2$$



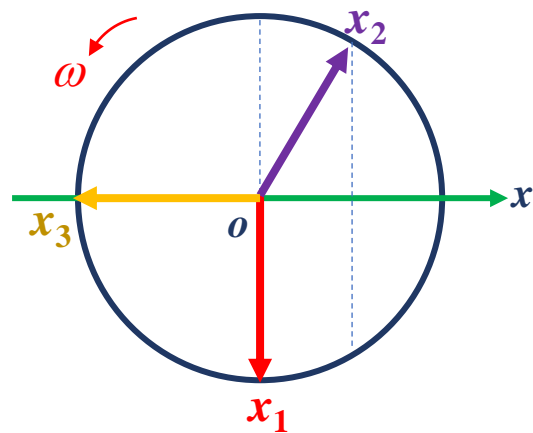
12. 一放置在水平桌面上的弹簧振子，振幅为 $A=0.1\text{ m}$ ，周期 $T=2\text{ s}$ ，当 $t=0$ 时，求下列各种情况下的运动方程：(1)物体在平衡位置处，振子向正方向运动；(2)物体在 $x=0.05\text{ m}$ 处并向负方向运动；(3)物体在负的最大位移处。

解析：旋转矢量法

$$(1): x_1 = 0.1 \cos(\pi t + 3\pi/2) \text{ m}$$

$$(2): x_2 = 0.1 \cos(\pi t + \pi/3) \text{ m}$$

$$(3): x_3 = 0.1 \cos(\pi t + \pi) \text{ m}$$





13. 一质量为 0.01kg 的物体作简谐振动，其振幅为 0.08m ，周期为 4s ，起始时刻物体在 $x=0.04\text{m}$ 处，且向 ox 轴负方向运动。求(1) $t=1\text{s}$ 时物体所处的位置和所受的力。
(2)由起始位置运动到 $x=-0.04\text{m}$ 处所需的最短时间

解析：由题意知： $A=0.08\text{ m}$ ； $T=4\text{ s}$ ； $\omega=\pi/2$ 。 $t=0$ 时 $x=0.04\text{ m}$ 。

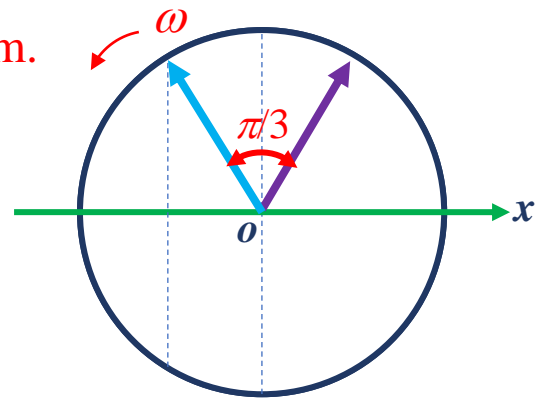
$$\text{则： } x=0.08\cos(\pi t/2+\pi/3)$$

$$(1)\text{ 当 } t=1\text{ s 时， 则 } x=-0.0693\text{ m}$$

$$F=kx=m\omega^2x=0.00173\text{ N}$$

$$(2):\text{ 由 } x=0.08\cos(\pi t/2+\pi/3)$$

$$\Delta\varphi=\pi/3=T/6=2/3\text{ s}$$



本题上课的时候例题中讲过，但很多同学还是出错了，大家课下一定要复习。

14. 弹簧的劲度系数 k 是材料常量吗？如把一个弹簧平均分为二段，则每段弹簧的劲度系数还是 k 吗？

解析： k 不是材料得常量。

根据弹性系数的公式： $k=ES/l$ ；其中 E 为弹性系数、 S 为弹簧横截面积， l 为弹簧长度

得串联： $1/k=1/k_1+1/k_2+\dots$ ； 并联： $k=k_1+k_2+\dots$

答案为： $2k$