



光学

第四节 光的单缝衍射 光学仪器的分辨率

1. 在夫琅禾费单缝衍射中，对于给定的入射光，当缝宽度变小时，除中央亮纹的中心位置不变外，各级衍射条纹：

解析：如图所示，由费单缝衍射：其中中央明条纹的条件为： $a \sin \theta = 0$ ；

对于其他级的衍射条纹为：

$$a \sin \theta = \pm(2k+1) \frac{\lambda}{2} \quad \text{干涉加强 (明纹)}$$

$2k+1$ 个半波带

$$a \sin \theta = \pm 2k \frac{\lambda}{2} = \pm k \lambda \quad \text{干涉相消 (暗纹)}$$

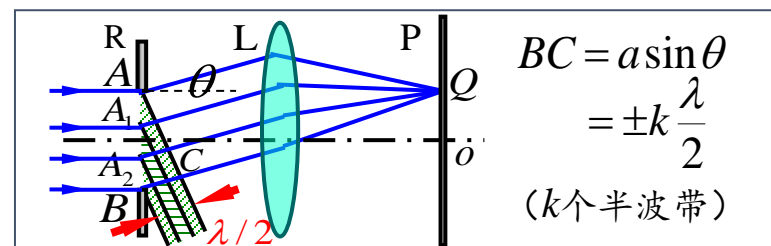
$2k$ 个半波带

中央明纹角宽度为： $\theta_1 \approx 2 \frac{\lambda}{a}$ ；其它级的衍射条纹的角宽为： λ/a

所以当把缝的宽度 a 减小时：其他级的衍射条纹衍射角增大。

光强随着 θ 的增大而减弱。

故选B





2. 孔径相同的电子显微镜和光学显微镜比较，前者分辨本领大的原因是：

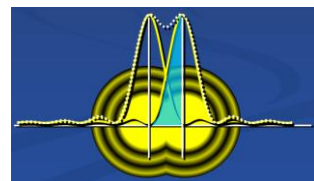
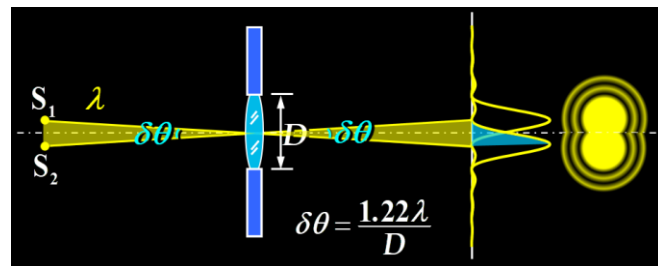
解析：如图所示，对于圆孔衍射：其分辨本领为：

$$R = \frac{1}{\delta\theta} = \frac{D}{1.22\lambda}$$

若对应相同孔径的电镜，则其 D 相同，

然而电子显微镜的电子波长 λ 更短。

所以电子显微镜的分辨本领更大。故选B



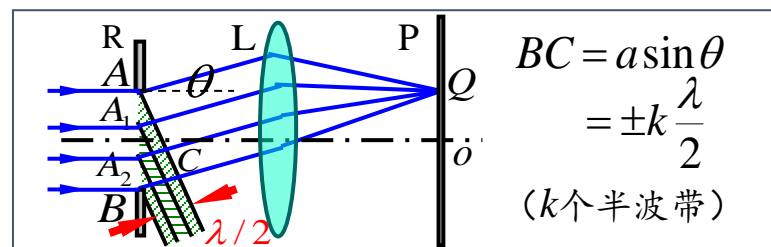
3. 波长为500 nm的单色光垂直照射到宽为0.25 mm的单缝上，单缝后置一凸透镜以观测衍射条纹。如果幕上中央条纹两旁第二个暗条纹之间的距离为3 mm，则透镜的焦距为：

解析：如图所示，对于单缝衍射暗条纹的条件为： $a \sin \theta = \pm 2k \frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda$ 干涉相消（暗纹）

则对于第二个暗条纹为： $a \sin \theta_2 = \pm 2\lambda$ 即： $\sin \theta_2 \approx \theta_2 = \pm \frac{2\lambda}{a}$

又因为： $x_2 = f \theta_2 = \frac{2\lambda f}{a}$ ，即 $2x_2 = 3 \text{ mm}$

得焦距： $f = ax_2/2\lambda = 3a/4\lambda = 375 \text{ mm}$





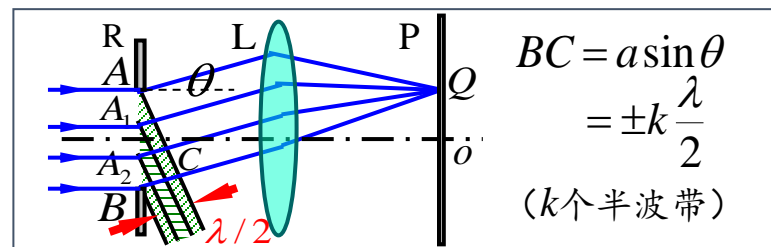
4. 一单色光垂直照射一单缝，若其第三条明纹位置正好和波长为600 nm的单色光入射时的第二级明纹位置一样，则前一种单色光的波长为：

解析：如图所示，对于单缝衍射明纹衍射条件为： $a \sin \theta = \pm (2k+1) \frac{\lambda}{2}$ 干涉加强（明纹）

对于第三条明纹：则 $a \sin \theta_3 = \pm \frac{7\lambda_1}{2}$

若换用波长为 $\lambda_2 = 600 \text{ nm}$ 的单色光：则第二级明纹为： $a \sin \theta_2 = \pm \frac{5\lambda_2}{2}$

此时，因为： $\sin \theta_2 = \sin \theta_3$ ，则得： $\lambda_1 = 5\lambda_2/7 = 428.57 \text{ nm}$





5. 在夫琅禾费单缝衍射实验中， $b\sin\theta = \pm 1.5\lambda$ ，表明在条纹对应衍射角 θ 的方向上，单缝处的波振面被分成： 个半波带，此时在位于透镜焦平面的屏上将形成 纹。如果透镜焦距为 f ，则条纹在透镜焦平面上的位置 $x =$ 。

解析：如上图所示，对于单缝衍射明(暗)条纹衍射条件为：

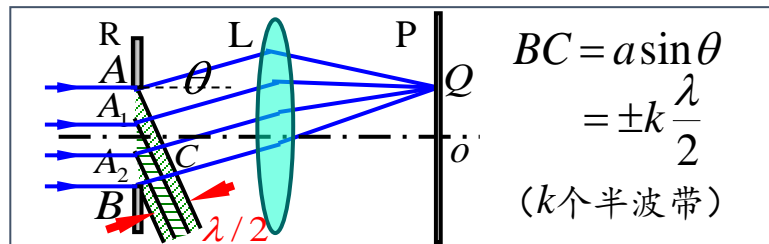
$$a\sin\theta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad \text{干涉加强 (明纹)}$$

$$a\sin\theta = \pm 2k\frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda \quad \text{干涉相消 (暗纹)}$$

则 $b\sin\theta = \pm 1.5\lambda$ 满足明纹条件，被分成的半波带的个数为：3个半波带。

所以在衍射屏上会形成明纹。

由于 $\tan\theta \sim \sin\theta$ ，得 $x = \pm \sin\theta f = \pm 1.5\lambda f/b$





6. 平行单色光垂直入射于单缝，观察夫琅禾费衍射。若屏上 P 点处为第二级暗纹，则单缝处波面相应地可划分为_____个半波带。若将单缝宽度缩小一半， P 点处将是第_____级_____纹。

解析：如图所示，对于单缝衍射暗条纹衍射条件为：

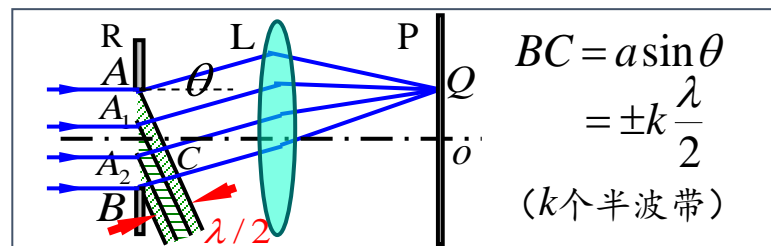
$$a \sin \theta = \pm 2k \frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda \quad \text{干涉相消 (暗纹)}$$

当形成第二级暗纹： $a \sin \theta_2 = \pm 2\lambda$ ，相应单缝处会被划分出4个半波带。

若将单缝得宽度缩小一半，即： $a' = a/2$ 。 $a' \sin \theta_k = \frac{a}{2} \sin \theta_k$

因为同样对应 P 点，即： $\sin \theta_k = \sin \theta_2 = \pm \frac{2\lambda}{a}$

得： $a' \sin \theta_k = \pm \frac{a}{2} \times \frac{2\lambda}{a} = \pm \lambda$ 即为：第一级暗条纹。





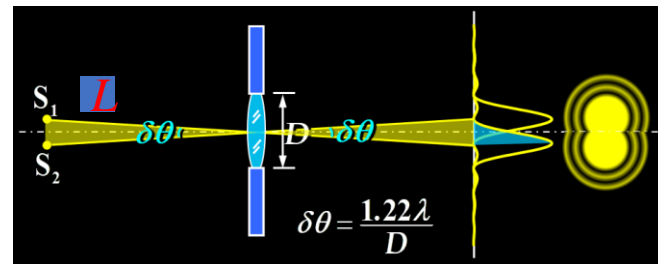
7. 月球距地面大约 $3.86 \times 10^5 \text{ km}$, 假设月光波长可按 $\lambda = 550 \text{ nm}$ 计算, 那么在地球上用直径 $D=500 \text{ cm}$ 的天文望远镜恰好能分辨月球表面相距为_____ m的两点。

解析: 如图所示, 对于圆孔衍射: 其分辨本领为:

$$R = \frac{1}{\delta\theta} = \frac{D}{1.22\lambda}$$

其中月球表面两个物体相距为:

$$h \sim L\delta\theta = 1.22\lambda L/D = 51.8 \text{ m}$$



8. 设天空中两颗星对于一望远镜的张角为 $4.84 \times 10^{-6} \text{ rad}$, 它们都发出波长为 550 nm 的光, 为了分辨出这两颗星, 望远镜物镜的口径至少要等于: _____ cm。

解析: 如上图所示, 同样对于圆孔衍射: 其张角 $\delta\theta = 4.84 \times 10^{-6} \text{ rad}$, 其分辨本领为:

$$\delta\theta = \frac{1.22\lambda}{D}$$

$$\text{则 } D = 1.22\lambda / \delta\theta = 13.86 \text{ cm}$$



9. 迎面开来的汽车，其两车灯相距 l 为1m，汽车离人的距离为： m时，两灯恰好能为人眼所分辨。(假设人眼瞳孔直径 D 为3mm，光在空气中的有效波长为 $\lambda = 500 \text{ nm}$, $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$)

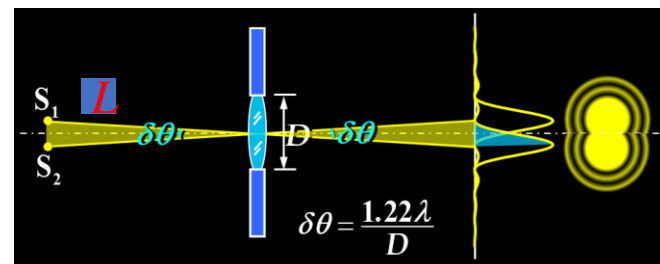
解析：如图所示，对于圆孔衍射：由Rayleigh判据知： $\delta\theta = \frac{1.22\lambda}{D}$

若要恰好能分辨则：

$$\delta\theta = \frac{1.22\lambda}{D} = \frac{l}{L}$$

则： $L = lD/1.22\lambda \sim 4918 \text{ m}$

所以汽车离人的距离为 4918 m的时候，恰好能分辨。





10. 一单缝的宽度为 b ，以波长为 λ 的单色光垂直照射，设透镜的焦距为 f ，屏在透镜的焦平面处。求：(1)中央衍射明条纹的宽度 Δx_0 。(2)第二级明条纹和第二级暗条纹分别距离中央明纹中心的距离。

解析：如图所示，因为中央明纹的宽度就是两个一级暗纹之间的距离：

对于单缝衍射暗条纹衍射条件为：

$$b \sin \theta = \pm 2k \frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda \quad \text{干涉相消 (暗纹)}$$

所以，对于一级暗纹为： $b \sin \theta_1 \sim b\theta_1 = \pm \lambda$ ，则中央条纹的线宽为：

$$\Delta x_0 = 2f \theta_1 = 2f\lambda/b。$$

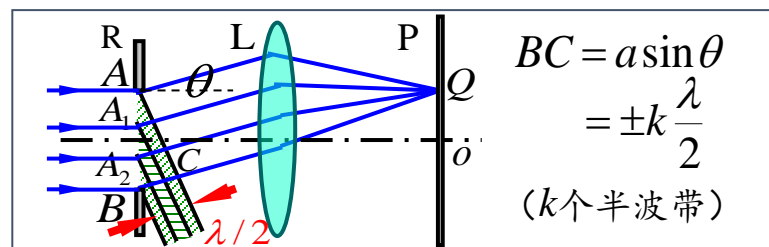
明条纹衍射条件为： $b \sin \theta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}$ 干涉加强 (明纹)

则对于第二级明纹： $b \sin \theta_2 \sim b\theta_2 = \pm 5\lambda/2$ ，所以离中心处的距离为：

$$\Delta x_2 = f \theta_2 = 5f\lambda/2b；$$

对于第二级暗条纹： $b \sin \theta_2 \sim b\theta_2 = \pm 2\lambda$ ，所以离中心处的距离为：

$$\Delta x_2 = f \theta_2 = 2f\lambda/b$$





11. 已知单缝宽度为 $b=1.0\times 10^{-4}\text{ m}$, 透镜焦距 $f=0.5\text{ m}$, 用 $\lambda_1=500\text{ nm}$ 和 $\lambda_2=750\text{ nm}$ 的单色平行光分别垂直照射, 求这两种光第一级明纹离屏中心的距离, 以及这两条明纹之间的距离。

解析: 如图所示, 对于单缝衍射明条纹衍射条件为:

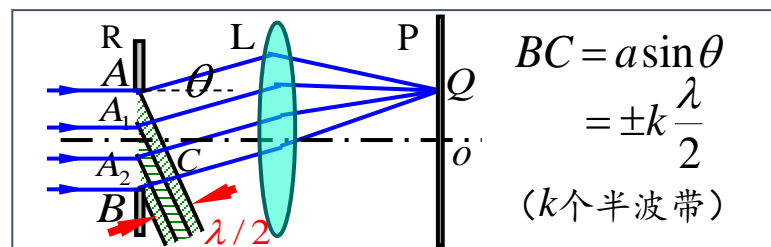
$$b \sin \theta = \pm(2k+1) \frac{\lambda}{2} \quad \text{干涉加强 (明纹)}$$

则: $b \sin \theta_1 \sim b \theta_1 = \pm 3\lambda/2$, 所以第一级明纹距离屏中心的距离为:

$$\Delta x_1 = f \theta_1 = 3f\lambda/2b;$$

得: 两种光到中心得距离分别为: $\Delta x_1(\lambda_1) = 3.75\text{ mm}$, $\Delta x_1(\lambda_2) = 5.625\text{ mm}$ 。

两条明纹之间的距离为: $\Delta x = \Delta x_1(\lambda_2) - \Delta x_1(\lambda_1) = 1.875\text{ mm}$



$$\begin{aligned} BC &= a \sin \theta \\ &= \pm k \frac{\lambda}{2} \\ &\quad (k \text{ 个半波带}) \end{aligned}$$



12. 思考题：为什么在生活中声波的衍射比光波的衍射更加显著？

解析：由费单缝衍射：对于单缝衍射的条件为：

$$a \sin \theta = \pm (2k+1) \frac{\lambda}{2} \quad \text{干涉加强 (明纹)} \quad 2k+1 \text{ 个半波带}$$

$$a \sin \theta = \pm 2k \frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda \quad \text{干涉相消 (暗纹)} \quad 2k \text{ 个半波带}$$

单缝衍射时，一级暗纹衍射角满足： $\sin \theta = \lambda/a$ ， a 越接近 λ ， θ 越大，衍射越明显。

对于声波：波长=波速/频率，波速一般是340米/秒，人耳听到的声音的频率是20 Hz—20 kHz，所以得出人耳听到的声音的波长: 0.017--17米，在日常生活中这种波长量级的单缝非常多，比较常见，因此衍射比较明显。

对于光波：人眼能分辨的光波在390 nm到780 nm之间，这种波长的光波，在遇到微米级别的缝时才能发生明显的衍射。

所以生活中的声波衍射更加显著。